

콘크리트 휨피로수명의 확률분포

Probabilistic Distributions of Fatigue Life of Concrete Subjected to Flexural Loading

吳	炳	煥*
Oh,	Byung	Hwan
李	熙	澤**
Lee,	Hee	Taik

Abstract

The distributions of fatigue life of concrete for various applied fatigue stress levels are investigated. The concrete beam specimens are tested in four-point flexural loading conditions. Three different levels of applied fatigue stresses are considered. They are 85%, 75%, 65%, respectively, of the static flexural strength of concrete. The present study indicates that the shapes of the probability distribution of fatigue lives are rather different for different levels of applied fatigue stress. This necessitates the consideration of the effects of applied fatigue stress levels on fatigue life distributions of concrete in order to conduct a realistic fatigue reliability analysis. The graphical method, the method of moments, and the method of maximum likelihood estimation are used to evaluate the distribution parameters of fatigue lives.

It was found that the shape parameter of Weibull distribution for the fatigue life of concrete ranges from 2.0 to 4.0 according to the level of applied fatigue stress.

要 旨

本 論文에서는 작용되는 피로하중의 크기에 따른 콘크리트의 피로수명분포를 研究하였다. 콘크리트보에 대하여 휨피로 실험을 수행하였으며, 피로응력의 크기는 세 가지로서 정적휨강도의 각각 85%, 75% 및 65%로 하여 피로수명을 측정하였다. 본 연구의 실험결과 피로하중의 크기에 따라 확률분포함수의 형태가 비교적 크게 달라짐을 발견하였으며, 이것은 콘크리트의 피로신뢰해석시 피로하중의 크기에 대한 영향을 고려해야 함을 말해 주고 있다. 분포매개변수의 결정은 도식법, 모멘트법 및 Maximum Likelihood 방법에 의거하였다. 콘크리트의 휨피로수명의 Weibull 分布 형상매개변수는 하중의 크기에 따라 2.0~4.0의 범위에 있는 것으로 나타났다.

* 正會員 · 서울대학교 공과대학 조교수, 토목공학과

** 正會員 · 서울대학교 대학원, 토목공학과

1. 序 論

콘크리트교량이나 해양구조물 등 계속적으로 반복하중을 받는 구조물은 疲勞에 대한 문제물 일으킬 수 있으며, 따라서 設計時 이에 대한 고려와 검토가 필요하게 된다. 콘크리트의 피로거동은 일반적으로 S-N 曲線으로 특성치워질 수 있으며, (3~7, 14~17) 이로부터 간단한 평균피로수명을 예측할 수 있다. 그러나, 콘크리트의 피로거동은 材料의 非均質性으로 인하여 상당한 분산성을 갖게 되므로 (3~5, 15~17) 정확하고 합리적인 피로설계를 위해서는 確率概念을 도입하는 것이 필요하다. 確率理論에 입각한 피로의 신뢰성 해석 및 설계를 위해서는 콘크리트 피로수명의 분포를 알아야 한다. 피로수명의 분포를 결정하는 한 가지 방법은 S-N 관계를 利用하는 것이며, 이 方法이 本 研究者에 의해 연구제안된 바 있다 (17). 이 理論은 外部에서 작용되는 모든 피로응력수준에 대하여 항상 일정한 形態의 피로수명 분포를 준다는 것이 특징이며, 이것이 基本 가정으로 내포되어 있다. 이것은 실제로 실험자료가 부족할 경우 有效하게 사용될 수 있는 방법이다. 그러나, 실제 구조물에서는 작용되는 피로응력의 크기(또는, 응력수준)에 따라 피로수명의 확률분포가 다를 것이라는 것이 예상된다.

따라서, 本 研究에서는 피로응력의 크기에 따라 피로수명분포가 어떻게 달라질 것인가를 규명하여, 각 응력수준에 따른 피로수명의 분포를 결정하는 것이 그 주요목적이며, 이렇게 함으로써 실제로 작용되는 피로응력의 정도에 따른 좀더 정확한 피로신뢰성해석을 수행할 수가 있게 된다. 이를 위하여 本 연구에서는 각 피로응력수준에 대한 피로수명실험을 수행하고 이로부터 각 피로응력수준에서의 피로수명분포를 결정하고자 한다.

2. 콘크리트 피로실험

본 연구에서는 콘크리트 보에 대한 휨피로실험을 수행하였으며 콘크리트 피로수명의 분포를 결정하기 위하여 세 가지의 서로 다른 응력수준에

대하여 실험을 수행하였다. 최대피로응력수준 $f_{r, max}$ 은 靜的 韌強度 f_r' 의 각각 85%, 75%, 65%로 결정하여 실험을 수행하였으며 최소피로응력 $f_{r, min}$ 은 零으로 하였다. 콘크리트보의 크기는 $100 \times 100 \times 500$ mm이며 각 응력수준당 20개씩의 시편을 제작하였다. 콘크리트의 압축강도는 각 경우에 대하여 일정하게 하였으며, 그 평균압축강도는 273.4 kg/cm^2 이었다. 콘크리트 시편은 제작후 2일째부터 수중양생하였으며 약 50일 경과후 피로실험에 들어갔다. 피로하중은 4점 휨하중상태에서 일정한 진폭으로 작용되었으며, 피로실험 장치로는 휨피로실험기, 증폭기, 감광기 등이 사용되었다. (17) 본 실험에 사용된 콘크리트의 배합성분과 강도가 表 1에 표시되어 있다.

본 연구로부터 얻어진 실험결과를 요약하면 다음 表 2와 같다. 表 2에서는 각 피로응력수준 ($f_{r, max}/f_r'$)에 따른 피로수명 실험결과를 보여주고 있다.

表 1. 콘크리트의 배합성분과 強度

물 (kg/m^3)	시멘트 (kg/m^3)	잔골재 (kg/m^3)	흙은 골재 (kg/m^3)	평균압축 강도 (kg/cm^2)	휨강도 (kg/cm^2)
156.3	316.9	771.1	1093.6	273.4	46.7

表 2. 각 피로응력의 크기에 따른 피로수명의 실험결과

시편번호	$f_{r, max}/f_r' = 0.85$	$f_{r, max}/f_r' = 0.75$	$f_{r, max}/f_r' = 0.65$
1	1,038	15,210	164,097
2	1,064	15,618	176,071
3	1,620	19,286	233,916
4	1,758	19,598	245,794
5	1,770	19,849	249,906
6	1,814	20,694	256,619
7	1,872	21,046	293,559
8	1,940	21,334	334,895
9	1,954	23,662	358,636
10	2,047	24,345	385,780
11	2,107	24,820	435,673
12	2,162	40,809	635,258
13	2,620	52,516	724,621
14	3,150		

3. 피로수명의 확률분포결정

表 1에서 얻어진 실험결과를 이용하여 이제 각 피로응력에서의 피로수명의 확률분포를 결정할 수 있다. 本研究者⁽¹⁷⁾ 및 他研究者^(5,14,16)들에 의해 이미 밝혀진 바와 같이 피로수명의 분포는 Weibull 分布를 따르는 것으로 나타나 있으므로 여기서는 이에 대한 검정을 실시하고 이 Weibull 분포에 대한 각 응력수준에서의 매개변수를 구하기로 한다.

일반적으로 分布의 매개변수(parameter)를 구하는 方法에는 도식법(graphical method), 모멘트법(method of moments), 최우추정법(method of maximum likelihood estimation) 등으로서 이 각 方法들에 의하여 피로수명분포의 매개변수를 구하기로 한다.

3.1 圖式法에 의한 分布決定

피로수명에 대한 Weibull 分布의 확률밀도함수(probability density function, PDF), $f_N(n)$, 과 누적분포함수(cumulative distribution function, CDF) $F_N(n)$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다. (1,3,8,17)

$$f_N(n) = \frac{\alpha}{u-n_0} \left(\frac{n-n_0}{u-n_0} \right)^{\alpha-1} \exp \left[-\left(\frac{n-n_0}{u-n_0} \right)^\alpha \right]; n \geq n_0 \dots\dots(1)$$

$$F_N(n) = 1 - \exp \left[-\left(\frac{n-n_0}{u-n_0} \right)^\alpha \right]; n \geq n_0 \dots\dots(2)$$

여기서, α =형상매개변수(shape parameter)
 u =極值(characteristic extreme value)
 n_0 =위치매개변수이다.

여기서 n_0 는 분포의 최소치(minimum value)로도 생각할 수 있으며, 콘크리트의 피로거동의 특성상 n_0 를 零으로 취하는 것이 바람직하며^(3,16), 이것은 또한 안전측의 예측을 하게 된다^(3,16,17). $n_0=0$ 일 때를 특히 二個매개변수의 Weibull 分布(two-parameter Weibull distribution)라고 정의하며, 여기서는 이 分布를 따르기로 한다^(3,17).

式(2)로부터 피로수명의 생존함수(survivorship function) $L_N(n)$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L_N(n) = 1 - F_N(n) = \exp \left[-\left(\frac{n}{u} \right)^\alpha \right] \dots\dots(3)$$

式(3)의 양변에 대수를 취하면

$$\ln L_N(n) = -\left(\frac{n}{u} \right)^\alpha \dots\dots(4)$$

式(4)에 다시 대수를 취하면

$$\ln \left[\ln \frac{1}{L_N(n)} \right] = \ln \left[\ln \frac{1}{1-F_N(n)} \right] = \alpha \ln n - \alpha \ln u \dots\dots(5)$$

또는,

$$Y = \alpha X - \beta \dots\dots(6)$$

여기서, $Y = \ln \left[\ln \left(\frac{1}{L_N(n)} \right) \right]$, $X = \ln n$, $\beta = \alpha \ln u$ 이다. 확률변수 $n=u$ 일 때 신뢰함수 $L_N(n)$ 은 式(3)으로부터

$$L_N(n) = L_N(u) = 1/e = 0.368 \dots\dots(7)$$

이므로 $L_N(n)=0.368$ 일 때의 n 을 구하면 u 를 결정할 수 있다. 그리고, 式(6)으로부터 α 는 기울기이므로 실험자료로부터 직선식의 기울기를 구하여 α 를 결정할 수 있다. 또한, 신뢰함수값의 결정은 mean rank로부터 구할 수 있으며,^(3,15) 즉 $L_N = 1 - \{j/(k+1)\}$ 로부터 구할 수 있다.^(15,16) 여기서 j =피로수명의 파괴순서이며, k =sample의 크기이다. 표 3은 피로하중의 크기가 $f_{r, \max}/f_r' = 0.85$ 일 때 式(5)를 계산한 것이다.

表 3. 피로하중 $f_{r, \max}/f_r' = 0.85$ 일 때의 피로수명과 신뢰함수

j	피로수명 (N)	$L_N =$ $1 - \frac{j}{K+1}$	$F_N = 1 - L_N$	$\ln \left(\ln \frac{1}{L_N} \right)$
1	1,038	0.9333	0.0667	-2.6732
2	1,064	0.8667	0.1333	-1.9445
3	1,620	0.8	0.2	-1.4999
4	1,758	0.7333	0.2667	-1.1705
5	1,770	0.6667	0.3333	-0.9028
6	1,814	0.6	0.4	-0.6717
7	1,872	0.5333	0.4667	-0.4641
8	1,940	0.4667	0.5333	-0.2717
9	1,954	0.4	0.6	-0.0894
10	2,047	0.3333	0.6667	0.0941
11	2,107	0.2667	0.7333	0.2789
12	2,162	0.2	0.8	0.4759
13	2,620	0.1333	0.8667	0.7007
14	3,150	0.0667	0.9333	0.9906

表 3에서 계산된 값들을 실험자료와 함께 Extremal Probability Paper에 옮겨 그리면 그림 1을 얻게 된다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 콘크리트의 피로수명의 분포가 직선의 성질을 보이고 있으며, 이 실험 data를 대표하는 직선식을 구할 수 있다. 이것은 콘크리트의 피로수명 분포가 Weibull 分布를 따른다는 것을 간접적으로 말해주고 있다. 이 그림으로부터 확률분포의 매개변수를 구하면 $\alpha=3.83$, $u=2240$ 을 얻게 된다.

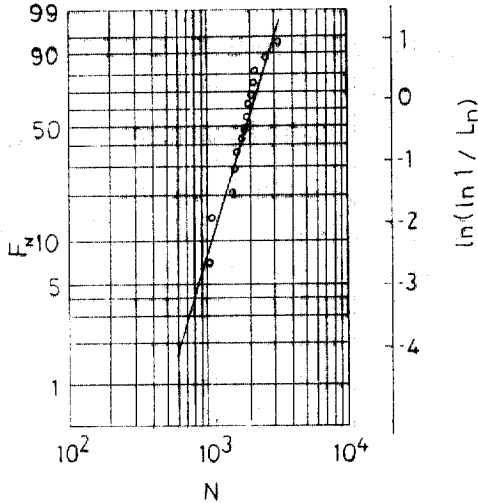


그림 1. 피로수명과 신뢰함수의 관계 ($f_{r, \max}/f_r' = 0.85$ 인 경우)

表 4. 피로하중 $f_{r, \max}/f_r' = 0.75$ 일 때의 피로수명과 신뢰함수

j	피로수명 (N)	$L_N = \frac{j}{K+1}$	$F_N = 1 - L_N$	$I_n \left(I_n \frac{1}{L_N} \right)$
1	15, 210	0.9286	0.0714	-2.6026
2	15, 618	0.8571	0.1429	-1.8695
3	19, 286	0.7857	0.2143	-1.4222
4	19, 598	0.7143	0.2857	-1.0893
5	19, 849	0.6429	0.3571	-0.8170
6	20, 694	0.5714	0.4286	-0.5804
7	21, 046	0.5	0.5	-0.3665
8	21, 334	0.4286	0.5714	-0.1658
9	23, 662	0.3571	0.6429	0.0293
10	24, 345	0.2857	0.7143	0.2254
11	24, 820	0.2143	0.7857	0.4320
12	40, 809	0.1429	0.8571	0.6656
13	52, 516	0.0714	0.9286	0.9706

表 5. 피로하중 $f_{r, \max}/f_r' = 0.65$ 일 때의 피로수명과 신뢰함수

j	피로수명 (N)	$L_N = \frac{j}{k+1}$	$F_N = 1 - L_N$	$I_n \left(I_n \frac{1}{L_N} \right)$
1	164, 097	0.9286	0.0714	-2.6026
2	176, 071	0.8571	0.1429	-1.8695
3	233, 916	0.7857	0.2143	-1.4222
4	245, 794	0.7143	0.2857	-1.0893
5	249, 906	0.6429	0.3571	-0.8170
6	256, 619	0.5714	0.4286	-0.5804
7	293, 559	0.5	0.5	-0.3665
8	334, 895	0.4286	0.5714	-0.1658
9	358, 636	0.3571	0.6429	0.0293
10	385, 780	0.2857	0.7143	0.2254
11	435, 673	0.2143	0.7857	0.4320
12	635, 258	0.1429	0.8571	0.6656
13	724, 621	0.0714	0.9286	0.9706

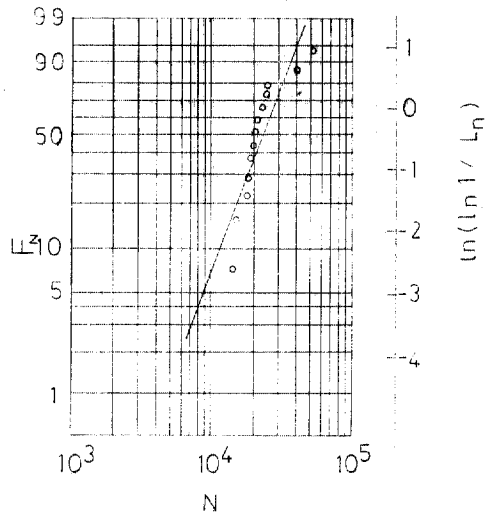


그림 2. 피로수명과 신뢰함수의 관계 ($f_{r, \max}/f_r' = 0.75$ 인 경우)

表 3과 같은 계산을 피로응력수준 $f_{r, \max}/f_r' = 0.75$ 인 경우에도 수행할 수 있으며, 이것이 表 4에 기술되어 있다. 表 4의 계산에 근거하여 그림을 그린 것이 그림 2이다. 그림 2에서 계산된 α 값은 $\alpha=2.58$ 이며, $u=27,800$ 이다. 피로응력수준 $f_{r, \max}/f_r' = 0.65$ 인 경우에도 똑같은 계산을 하여 실험자료와 함께 그린 것이 表 5와 그림 3이다. 그림 3으로부터 $f_{r, \max}/f_r' = 0.65$ 인 경우의 $\alpha=2.16$, $u=410,000$ 이 된다.

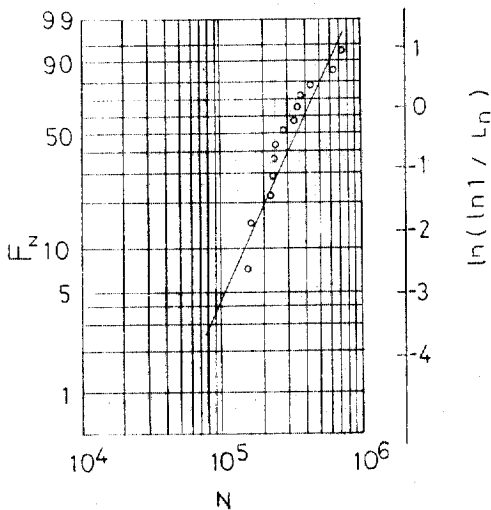


그림 3. 피로수명과 신뢰함수와의 관계 ($f_{r, \max}/f_r' = 0.65$ 인 경우)

3.2 모멘트법에 의한 決定

式(1)에서 表示된 Weibull 分布함수의 N 에 대한 c 차 모멘트는 다음과 같이 表示된다. (1, 2, 8)

$$E[(n-n_0)^c] = (u-n_0)^c \Gamma\left(\frac{c}{\alpha} + 1\right) \dots\dots(8)$$

여기서, $E[\] =$ 기대값(expectation), $\Gamma(\) =$ Gamma function, $c =$ 정수(integer)이다.

이제 $n_0 = 0$ 인 경우 제 1차 및 2차 모멘트를 구하면 式(8)로부터 다음과 같이 된다.

$$E[N] = u \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) \dots\dots(9)$$

$$E[N^2] = u^2 \Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right) \dots\dots(10)$$

N 에 대한 평균 $\mu_N = E[N]$ 이고, $\sigma_N^2 = E[N^2] - \mu_N^2$ 이므로 분산계수(coefficient of variation) V_N 은 式(9)와 (10)으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_N = \frac{\sigma_N}{\mu_N} = \left[\frac{\Gamma(2/\alpha + 1)}{\Gamma^2(1/\alpha + 1)} - 1 \right]^{1/2} \dots\dots(11)$$

式(11)은 우리가 구하고자 하는 α 에 대해 복잡한 식으로 表示되어 있으므로, 이에 대해 비교적 정확한 근사식을 구하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\alpha = 1/V_N^{1.08} \dots\dots(12)$$

上記에서 서술된 요령으로 본 연구의 실험자

료를 이용하여 각 경우의 분포매개변수를 구한 결과, $f_{r, \max}/f_r' = 0.85$ 인 경우 $\alpha = 3.95$, $u = 2,122$ 이고, $f_{r, \max}/f_r' = 0.75$ 인 경우에는 $\alpha = 2.50$, $u = 27,637$ 이었으며, $f_{r, \max}/f_r' = 0.65$ 인 경우에는 $\alpha = 2.17$, $u = 390,420$ 이었다. 이 계산에서 보는 바와 같이 피로응력수준이 낮아짐에 따라 분산의 정도가 커지고 따라서 형상매개변수 α 가 작은 값을 갖게 됨을 발견할 수 있다. 즉, 피로하중의 크기에 따라 분포함수의 형태변화가 큼을 알 수 있으며, 피로해석시 이의 영향을 고려해야 좀더 실제적이고 정확한 피로신뢰 해석을 수행할 수가 있게 된다.

3.3 Maximum Likelihood Estimation에 의한 決定

Weibull 分布의 신뢰함수 $L_N(n)$ 을 式(3)으로부터 다시 쓰면

$$L_N(n) = \exp \left[-\frac{n^\alpha}{\theta} \right] \dots\dots(13)$$

여기서, $\theta = u^\alpha$ 이다.

이제, α 와 θ 에 대한 최우추정량(maximum likelihood estimators)을 구하기 위하여, 이에 대한 우도함수(likelihood function)를 세우고, 이 함수에 대수를 취하여 α 와 θ 에 대하여 각각 편미분하여 0으로 놓으면, 다음의 두 식을 얻게 된다.

$$\frac{\sum_i (n_i^\alpha \ln n_i)}{\sum_i n_i^\alpha} - \frac{1}{\hat{\alpha}} = \frac{1}{k} \sum_i \ln n_i \dots\dots(14)$$

$$\text{그리고, } \hat{\theta} = \frac{1}{k} \sum_i n_i^\alpha \dots\dots(15)$$

여기서, $\hat{\alpha}$ 와 $\hat{\theta}$ 는 α 와 θ 의 최우추정량이고, $k =$ 표본의 수이다.

上記 式(14)로부터 α 는 반복절차에 의한 간단한 컴퓨터프로그램으로 계산할 수 있으며, 이 α 값으로부터 u 를 계산할 수 있다. 즉, 式(13)으로부터 $u = \theta^{1/\alpha}$ 를 구할 수 있다.

최우추정법 절차에 의해 본 실험자료로부터 계산된 분포매개변수 값은 $f_{r, \max}/f_r' = 0.85$ 에 대하여 $\alpha = 3.90$, $u = 1,860$ 이었으며, $f_{r, \max}/f_r' = 0.75$ 에 대하여 $\alpha = 2.50$, $u = 27,670$ 이었고, $f_{r, \max}/f_r' = 0.65$ 에 대하여 $\alpha = 2.28$, $u = 392,129$ 이었다.

이제 위에서 서술된 3가지 방법에 의하여 계

산된 Weibull 分布의 분포매개변수 값들을 각 피로하중에 대하여 요약하면 表 6과 같다.

表 6. 各 方法에 의한 피로수명의 Weibull 分布 매개변수 값

	$f_r, \max/f_r' = 0.85$		$f_r, \max/f_r' = 0.75$		$f_r, \max/f_r' = 0.65$	
	α	u	α	u	α	u
도식법	3.83	2,240	2.58	27,800	2.16	410,000
모멘트법	3.95	2,122	2.50	27,637	2.17	390,420
Maximum Likelihood	3.90	1,860	2.50	27,670	2.28	392,129
평균치	3.89	2,074	2.53	27,702	2.20	397,516

上記 表 6에서 보는 바와 같이 各 方法에 따른 분포매개변수의 값들이 서로 아주 근접하게 계산되고 있으며, 各 方法 모두가 작용되는 피로응력의 크기가 작아질수록 형상매개변수 α 의 값이 작아짐을 볼 수가 있다. 즉, 피로하중이 낮은 상태에서는 분산의 정도가 커지게 되며, 따라서 신뢰해석시 이에 대한 고려가 필요하게 된다.

4. 結 論

本 論文에서는 작용되는 피로하중의 크기 및 정도에 따라 신뢰해석을 위한 피로수명의 확률 분포가 변화되는 양상을 研究하였다. 이제까지는 콘크리트의 피로거동과 피로해석에서 작용되는 피로하중의 크기에 따른 영향은 고려하지 않았으나, 본 연구결과 이에 대한 영향이 비교적 큰 것으로 나타났다. 본 연구의 실험결과 피로하중이 정적휨강도의 85%로 작용할 때 Weibull 分布의 형상매개변수 α 의 값은 3.89이었으며 피로하중이 65%로 작용할 때는 $\alpha=2.20$ 을 보여 피로하중의 정도에 따라 피로수명의 확률분포양상이 비교적 크게 달라짐을 보여주고 있다.

또한, 확률분포함수의 매개변수 산정에 있어서 도식법, 모멘트법, Maximum Likelihood 法 등 세 方法이 거의 비슷한 값들을 계산해 내고 있어 各 方法의 적합성을 보여주고 있다.

본 연구의 도식법에서도 보여졌듯이 콘크리트의 피로수명은 Weibull 分布를 따르는 것으로

나타났으며, 분포함수의 형상매개변수는 피로하중의 크기에 따라 대략 2.0~4.0의 범위에 있는 것으로 나타났다.

謝 辭

本 研究는 한국과학재단의 1985년도 전반기 연구과제지원에 의해 수행되었으며 이에 깊은 감사를 드립니다.

參 考 文 獻

1. Benjamin, J.R., and Cornell, C.A., "Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers," McGraw Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1970.
2. Collins, J.A., "Failure of Materials in Mechanical Design," John Wiley and Sons, Inc., New York, 1981.
3. The Committee on Fatigue and Fracture Reliability, "Fatigue Reliability: Introduction," *Journal of the Structural Division*, ASCE, Jan., 1982, pp. 3~23.
4. The Committee on Fatigue and Fracture Reliability, "Fatigue Reliability: Variable Amplitude Loading," *Journal of the Structural Division*, ASCE, Jan., 1982, pp. 47~69.
5. Freudenthal, A.M., "Prediction of Fatigue Failure," *Journal of Applied Physics* Vol. 31, No. 12, Dec., 1968, pp. 2196~2198.
6. Holmen, J.O., "Fatigue of Concrete of Constant Variable Amplitude Loading," Publication SP-75, ACI, 1982, pp. 71~110.
7. Hsu, T.T.C., "Fatigue of Plain Concrete," *Journal of ACI*, Vol. 78, July-Aug, 1981, pp. 292~305.
8. K.C. Kapur and L.R. Lamberson, "Reliability in Engineering Design," John Wiley and Sons, 1977.
9. Rolfe, S.T., and Barsom, J.M., "Fracture and Fatigue Control in Structures," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1977.
10. Shah, S.P., and Chandra, S., "Fracture of Concrete Subjected to Cyclic and Sustained Loading," *Journal of the ACI*, Vol. 67, No. 10, Oct., 1970, pp. 816~824.

11. Sparks, P.R., "The Influence of Rate of Loading and Material Variability on the Fatigue Characteristics of Concrete," Publication SP-75, ACI, 1982, pp. 331~342.
12. Tepfers, R., "Fatigue of Plain Concrete Subjected to Stress Reversals," Publication SP-75, ACI, 1982, pp. 195~216.
13. Tepfers, R., "Tensile Fatigue Strength of Plain Concrete," *Journal of the ACI*, Aug., 1979, Vol. 76, pp. 919~933.
14. Weibull, W., "Fatigue-Testing and Analysis of Results," Pergamon Press, Oxford, England, 1961.
15. Wirsching, P.H., and Yao, J.T.P., "Statistical Methods in Structural Fatigue," *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 96, No. ST 6, June, 1970, pp. 1201~1219.
16. Yao, J.T.P., "Fatigue Reliability and Design," *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 100, ST 9, Sept., 1974.
17. 吳炳煥, "콘크리트의 피로강도 및 피로신뢰성해석에 관한 이론 및 실험연구", 대한토목학회논문집 제 5권, 제 4호, 1985년 12월, pp. 113~119.
(接受: 1986. 5. 7)