

平面 뼈대 구조물의 塑性解析 및 最小重量 設計

Plastic Analysis and Minimum Weight Design of Plane Frame Structures

李	東	煥*
Lee,	Dong	Whan
梁	昌	鉉**
Yang,	Chang	Hyun
黃	元	燮***
Whang,	Won	Sub

Abstract

Steel frame structures are widely used in construction because of their efficient strength and rigidity, and considered proper cases for design and analysis using concept of plastic behavior.

The purpose of plastic analysis is to determine the collapse load of a structure when the plastic moments of its members are given, and optimal plastic design is to compute the plastic moments of the members that minimize total structural weight.

In this paper, the plastic analysis and optimal design are performed by using the static approach and solved by the simplex method.

From the result of the analysis, the solutions by this study show more efficiency in calculations. Also, the structural weight solved by the simplex method in case of two story frame is proved more economical than the one using the elastic design around 24%.

要 旨

鋼材 뼈대 구조물은 널리 사용되는 기본적인 구조물로서, 塑性힌지의 개념을 導入한 設計 및 解析方法이 適切히 適用되고 있는 境遇라고 볼 수 있다.

塑性解析의 目的은 構造物 各 部材의 塑性모멘트를 알고 있을 때 崩壞荷重을 決定하는 것이며, 塑性最適設計의 目的은 構造物의 總重量을 最小로 하는 部材의 塑性모멘트를 決定하는 것이다.

本 論文에서는 塑性解析 및 最適設計를 靜的接近方法(static approach)을 使用하여 Simplex method 에 의해 解決하였다.

塑性解析의 境遇, 從來의 計算時間을 훨씬 줄일 수 있었으며, 또한 本 研究에서 2층 構造物의 最適設計時 構造物의 重量은 彈性設計와 比較하여 約 24%가 節約되었다.

* 正會員 · 仁荷大學校 工科大學 教授, 土木工學科

** 正會員 · 仁荷大學校 工科大學 教授, 土木工學科

*** 正會員 · 仁荷大學校 大學院, 土木工學科

1. 序 論

從來的彈性設計法은 構造物의 各 部材內에 發生하는 應力을 그 材料의 許容應力 以下로 하는 것이었다. 그러나 最近에는 構造物을 보다 合理的으로 設計하기 爲해 材料의 塑性變形을 利用한 塑性設計法이 研究되고 있다.

塑性設計法은 構造物에 作用하는 崩壞荷重을 구하는 段階와 部材의 斷面을 決定하는 段階로 나눌 수 있다. 構造物의 崩壞荷重을 구하는 方法으로서는 平衡條件과 塑性모멘트 條件을 滿足하는 平衡方法과 機構條件을 滿足하는 假想變位方法을 들 수 있다. 그러나 一般的으로 假想變位方法이 널리 利用되고 있으며 機構重疊 (superposition of mechanism) 方法으로서 崩壞荷重을 計算하게 된다. 그러나 高次 不靜定 構造物의 경우 完全한 機構重疊을 形成 한다는 것은 實際로 거의 不可能하며, 또한 構造物의 塑性設計에 있어서는 任意의 塑性모멘트 比로써 反復設計를 함에 따라 많은 時間과 經濟的 손실을 초래하게 된다.

本 論文에서는 鋼材 frame 構造物의 基本崩壞機構인 보機構 (beam mechanism), 層機構 (sway mechanism), 節點機構 (joint mechanism)를 使用하여, 塑性理論에 의한 平衡條件式과 必要條件, 目的函數를 구한 다음 線型計劃法 (linear programming) 方法으로 이를 解決하였다.

2. 塑性解析

2.1 崩壞荷重의 概念

構造物에 荷重이 作用함에 따라 모멘트가 가장 크게 일어나는 斷面에서 부터 部材의 斷面應力은 降伏點을 넘어 順次的으로 塑性힌지를 形成하기 시작한다. 荷重이 계속 增大됨에 따라 塑性힌지의 數는 더욱 增加하게 되며 결국 崩壞하게 된다. 이 때의 荷重을 崩壞荷重이라고 하며, 實際 構造物에서는 載荷荷重을 崩壞荷重보다 작도록 安全餘有를 두는데 構造物에 作用하는 載荷荷重에 대한 崩壞荷重의 比率을 崩壞荷重係數라고 한다^(3,12). 塑性解析의 目的은 이를 구하

는 것으로서 다음과 같은 세가지 條件이 滿足되어야 한다.

1) 塑性모멘트條件: 部材의 어느 斷面에서도 휨모멘트는 材料의 塑性모멘트 M_p 를 超過할 수 없다.

2) 平衡條件: 塑性힌지가 發生possible한 臨界斷面에서의 모멘트는 平衡狀態를 이룬다.

3) 機構條件: 構造物이 崩壞機構를 形成할 때 崩壞를 일으키기 爲한 充分한 數의 塑性힌지가 形成되어야 한다.

以上の 條件中 1), 2)의 條件이 滿足하도록 假定된, 즉 平衡모멘트 圖에서 계산된 荷重은 崩壞荷重보다 작거나 같게 되며 이를 下限定理 (lower bound theorem)라고 한다. 또한 어떤 假定된 崩壞機構에 근거하여 計算된, 즉 2), 3)의 條件을 滿足하는 荷重은 崩壞荷重보다 작거나 크게 된다. 이를 上限定理 (upper bound theorem)라고 한다^(9,12,13,14).

荷重係數를 구하는 目的은 構造物에 外力이 作用할 때 安全을 確保하기 爲한 것으로 將來荷重의 不確實性, 施工上의 缺陷 및 設計時의 誤謬 등을 補完할 수 있도록 決定되어야 한다.

2.2 塑性解析의 線型計劃

塑性解析時 重要한 點은 可能한 崩壞機構는 獨立된 基本崩壞機構의 結合에 의해 構成될 수 있다는 것이며, 最小荷重係數를 갖는 崩壞機構가 發見될 때까지 基本崩壞機構를 結合한다는 것이다.³⁾ 基本崩壞機構는 보, 層, 節點機構로 構成된다. 이 때 臨界斷面의 數를 s , 不靜定次數를 N 이라고 한다면 基本崩壞機構의 數 m 은 다음과 같이 計算된다^(11,12,14).

$$m = s - N \quad \dots\dots(2-1)$$

2.2.1 動的接近方法 (kinematic approach)

各 基本崩壞機構에서 荷重에 의한 外部일과 塑性힌지에 의하여 行하여진 內部일은 같아야 함으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U_i = \sum_{j=1}^s M_{pj} \theta_{ij} = \lambda_i \cdot e_i \quad (i=1, 2, \dots, m, \\ j=1, 2, \dots, s) \quad \dots\dots(2-2)$$

M_{pj} : 臨界斷面 j 의 塑性모멘트

θ_{ij} : 基本崩壞機構 i 의 臨界斷面 j 에서의 回轉角

e_i : 基本崩壞機構 i 의 外部일

λ_i : 基本崩壞機構 i 의 荷重係數

全體 崩壞機構들 中 最小가 되는 荷重係數를 崩壞荷重係數로 定義함으로서 式(2-2)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_c = \frac{u}{e} = \frac{\sum_{j=1}^s M_{pj} \cdot \theta_j}{\sum_{i=1}^m t_i \cdot e_i} \rightarrow \min. \dots\dots(2-3)$$

λ_c : 崩壞荷重係數

u : 塑性힌지에서서의 內部일

e : 作用荷重에 의한 外部일

t_i : 基本崩壞機構 i 가 崩壞機構의 結合에 포함 되는지 與否를 定義하는 媒介變數

平面 構造物의 臨界斷面 j 는 2個의 軸 方向 中 어떤 한方向으로 塑性힌지를 形成한다. 2個의 軸 回轉方向을 θ_{ij}^+ 와 θ_{ij}^- 로 나눈다면,

$$\theta_{ij} \geq 0 \text{ 일때 } \theta_{ij}^+ = \theta_{ij}, \theta_{ij}^- = 0 \dots\dots(2-4a)$$

$$\theta_{ij} < 0 \text{ 일때 } \theta_{ij}^- = -\theta_{ij}, \theta_{ij}^+ = 0$$

따라서 θ_{ij}^+ 와 θ_{ij}^- 는 陽(+)
의 값을 가지게 된다.

$$\theta_{ij} = \theta_{ij}^+ - \theta_{ij}^- \dots\dots(2-4b)$$

θ_{ij}^+ 와 θ_{ij}^- 에 對應하는 塑性모멘트를 M_{pj}^+ 와 M_{pj}^- 로 하면 臨界斷面 j 의 內部일은,

$$\theta_{ij} \geq 0 \text{ 일때 } M_{pj} \theta_{ij} = M_{pj}^+ \theta_{ij}^+$$

$$\theta_{ij} < 0 \text{ 일때 } M_{pj} \theta_{ij} = -M_{pj}^- \theta_{ij}^- \dots\dots(2-5a)$$

따라서

$$M_{pj} \theta_j = M_{pj}^+ \theta_{ij}^+ + M_{pj}^- \theta_{ij}^- \dots\dots(2-5b)$$

最小荷重係數는 基本崩壞機構 또는 그 結合으로 構成되는 崩壞機構에 대한 荷重係數이다. 式(2-3)에서 e 가 주어진 것이라면 動的接近方法은 다음의 制約條件을 滿足시키면서 目的函數를 最小로 하는 $\theta_j^{\pm}(j=1, 2, \dots, s)$ 와 $t_k(k=1, 2, \dots, m)$ 를 구하는 過程이다.

目的函數

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^s M_{pj}^+ \theta_j^+ + \sum_{j=1}^s M_{pj}^- \theta_j^-}{\sum_{k=1}^m t_k \cdot e_k} \rightarrow \min. \dots\dots(2-6)$$

制約條件

$$\left. \begin{aligned} \theta_j^+ - \theta_j^- - \sum_{k=1}^m t_k \cdot \theta_{kj} &= 0 (j=1, 2, \dots, s) \\ \sum_{k=1}^m t_k \cdot e_k &= 1 \end{aligned} \right\} (2-7)$$

$$\theta_j^+, \theta_j^- \geq 0$$

2. 2. 2 靜的接近方法(static approach)

荷重 $\lambda_i W(i=1, 2, \dots, \infty)$ 를 받고 있는 어떤 構造物의 경우, 이에 대한 $M_{ij}(i=1, 2, \dots, s)$ 가 存在하게 되며 이 때 모든 臨界斷面에 대해서는 平衡條件과 塑性모멘트條件이 滿足된다. 基本崩壞機構에 대한 平衡條件은,

$$\sum_{j=1}^s \theta_{kj} M_j = \lambda e_k (k=1, 2, \dots, m) \dots\dots(2-8)$$

塑性모멘트條件은,

$$M_j \leq M_{pj}^+, -M_j \leq M_{pj}^- (j=1, 2, \dots, s) \dots\dots(2-9)$$

M_j : 臨界斷面 j 의 모멘트

M_{pj}^+, M_{pj}^- : 臨界斷面 j 의 塑性모멘트

θ_{kj} : 基本崩壞機構 k 의 臨界斷面 j 에서의 回轉角

e_k : 基本崩壞機構 k 의 外部일

따라서 靜的接近方法은 다음의 制約條件을 滿足시키면서 目的函數를 最大로 하는 $M_j(j=1, 2, \dots, s)$ 를 구하는 過程이다.

目的函數

$$\lambda \rightarrow \max. \dots\dots(2-10)$$

制約條件

$$\sum_{j=1}^s \theta_{kj} M_j - \lambda e_k = 0, (k=1, 2, \dots, m) \dots\dots(2-11)$$

$$M_j \leq M_{pj}^+, -M_j \leq M_{pj}^- (j=1, 2, \dots, s)$$

本 論文에서는 以上の 塑性解析方法中 靜的解析方法을 택하였다. (1,3)

3. 塑性最適設計

3. 1. 塑性設計의 概念

塑性設計에 있어서 重要한 點은 分配荷重(factored load)으로 인해 發生한 最大모멘트는 部材의 塑性모멘트 값을 超過할 수 없다는 것이다. 塑性設計의 근거는 構造物 內部的 어느 斷面 全部가 降伏應力에 到達하더라도 반드시 相關 部材나 連結部가 構造物 全體를 破壞시키지는 않는다는 것이며 構造物이 崩壞, 過大變形이 達하기 전에 協同作用이 發生하게 된다. (2)

이러한 塑性設計에서는 鋼材가 節約되며, 좀더 正確한 安全係數를 택할 수 있고 복잡한 不靜定 構造物의 경우 彈性解析보다 簡便하다. 그러나 高強度의 脆性鋼이나 橋梁 等에는 別로 滿足스

립지 못하다.

3.2 重量函數

鋼構造物 各 部材의 最小重量設計를 위하여 各 部材의 單位길이 당 重量 w 와 塑性모멘트 M_p 와의 關係式이 要求된다. 모든 部材의 斷面에 대한 塑性斷面係數(M_p/F_y)와 重量(w)과의 關係를 그림 3-1에 나타내었다⁽¹⁴⁾.

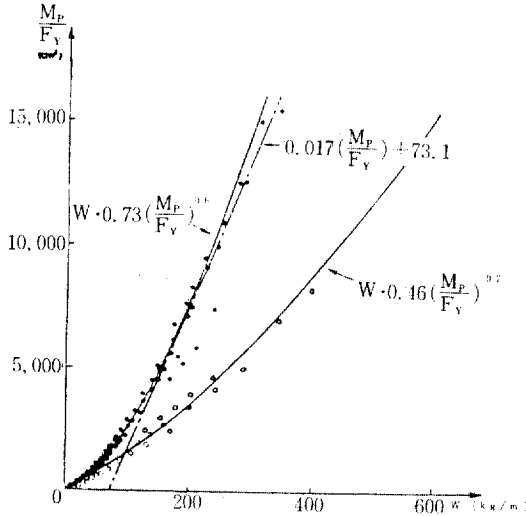


그림 3-1 Weight per unit length against plastic modulus

이 曲線의 形態는 다음과 같은 一般式으로 나타낼 수 있다.

$$w = c \left(\frac{M_p}{F_y} \right)^n \quad (c, n : \text{常數}) \quad \dots\dots(3-1)$$

같은 材料에서 F_y 는 一定한 값을 가지므로,

$$w = k M_p^n \quad (k = c/F_y^n) \quad \dots\dots(3-2)$$

그러나 이를 다음과 같이 近似化할 수 있다.

$$w = k_1 M_p + k_2 \quad (k_1, k_2 : \text{常數}) \quad \dots\dots(3-3)$$

여기서 部材의 長이를 L 이라고 하면 構造物의 全重量은

$$\sum wL = k_1 \sum M_p L + k_2 \sum L \quad \dots\dots(3-4)$$

k_1, k_2 는 定數이고 第2項은 주어진 構造物 尺寸에 대하여 항상 一定하므로 $\sum M_p L$ 이 最小化될 때 全重量은 最小로 된다.

$$W = \sum M_p L \quad \dots\dots(3-5)$$

이 W 를 重量函數(weight function)라고 하며 最小重量設計에서는 이 函數가 最小가 되도록 하는 것이다^(13,14).

3.3 塑性最適設計

여기서 생각하는 塑性最適設計의 條件은 荷重이 作用할 때 各 部材를 最小重量設計하는 것이며, 이때 滿足해야 할 條件은 다음과 같다^(4,5).

- 1) 最適條件 : 構造物의 全重量이 最小가 되어야 한다.
- 2) 塑性모멘트條件
- 3) 平衡條件
- 4) 機構條件

動的接近方法에서는 1), 3), 4)의 條件을, 靜的接近方法에서는 1), 2), 3)의 條件을 滿足시킴으로써 解決한다.

3.4 塑性最適設計의 線型計劃

3.4.1 動的接近方法(kinematic approach)

動的接近方法은 다음의 制約條件을 滿足시키면서 目的函數를 最小로 하는 $M_{ph} (h=1, 2, \dots, n)$ 을 구하는 過程이다.

目的函數

$$W = \sum_{h=1}^n M_{ph} L_h \rightarrow \min. \quad \dots\dots(3-6)$$

制約條件

$$\sum_{h=1}^n a_{ih} M_{ph} \geq \lambda e_i \quad (i=1, 2, \dots, p) \quad \dots\dots(3-7)$$

$$M_{ph} \geq 0$$

여기서, M_{ph} : 未知의 塑性設計모멘트

n : 部材의 數

W : 構造物의 總重量

L_h : 部材의 長이

a_{ih} : 崩壞機構의 平衡方程式에 관한 常數

p : 發生可能한 崩壞形態의 數

式(3-7)은 주어진 構造物의 平衡條件과 機構條件을 나타내며 發生可能한 어떠한 崩壞形態에서도 崩壞荷重 以下에서는 崩壞하지 않는다는

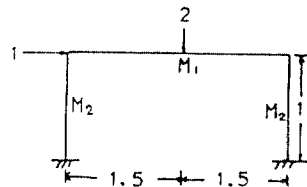


그림 3-2

機 構	外的 일	內 的 일	
		$M_1 > M_2$	$M_1 < M_2$
	$2 \times 1.5\theta = 3\theta$	(a) $M_2\theta + 2M_1\theta + M_2\theta$ $= 2(M_1 + M_2)\theta$	(b) $4M_1\theta$
	$1 \times \theta = \theta$	(c) $4M_2\theta$	(d) $2(M_1 + M_2)\theta$
	4θ	(e) $2(M_1 + M_2)\theta + 4M_2\theta$ $- 2M_2\theta$ $= 2M_1\theta + 4M_2\theta$	(f) $4M_1\theta + 2(M_1 + M_2)\theta$ $- 2M_1\theta$ $= 4M_1\theta + 2M_2\theta$

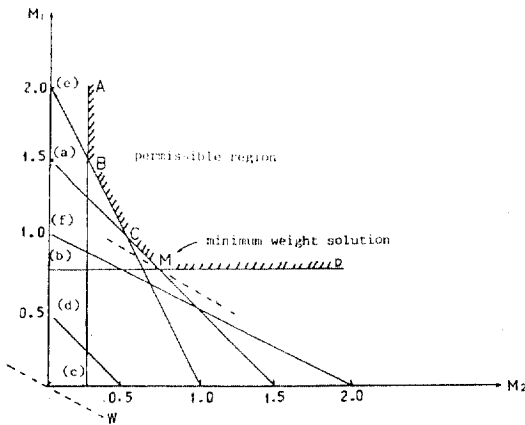


그림 3-3. Graphical method

것을 意味한다.

3.4.2 靜的接近方法(static approach)

靜的接近方法은 다음의 制約條件을 滿足시키면서 目的函數를 最小로 하는 $M_{ph}(h=1, 2, \dots, n)$ 와 $M_j(j=1, 2, \dots, s)$ 를 구하는 過程이다.

$$\text{目的函數 } W = \sum_{h=1}^n M_{ph} L_h \rightarrow \min. \dots\dots\dots(3-8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{制約條件 } \sum_{j=1}^s \theta_{kj} M_j &= \lambda e_k (k=1, 2, \dots, m) \\ M_{ph} - M_j &> 0 \\ M_{ph} &\geq 0 \end{aligned} \right\} (3-9)$$

이 設計過程에서는 構造物의 臨界斷面에서 平衡狀態에 있고 모멘트가 그 部材의 塑性모멘트 값을 넘지 못하도록 하면서 目的函數를 最小化하는 部材의 塑性모멘트 값을 決定하는 것이다.

本 論文에서는 解析方法에서와 마찬가지로 靜的接近方法을 택하였다.

3.5 圖式的 解法

線型計劃法을 간단한 最適設計問題를 例로 들어 圖式的으로 풀어서 理解를 돕고자 한다. 圖式가 可能한 2次元의 경우 다음과 같다. 그림 3-2와 같은 構造物의 最小重量設計에 있어서 式(3-5)에 따른 重量函數는 式(3-10)과 같다.

$$W = 3M_1 + 2M_2 \dots\dots\dots(3-10)$$

이 構造物의 塑性모멘트 M_1 과 M_2 는 大小를 判別할 수 없으므로 可能한 崩壞機構에 따른 各各의 일 方程式은 위와 같다⁽¹⁴⁾.

이를 塑性모멘트 M_1, M_2 를 軸으로 하여 表示해 보면 그림 3-3과 같다.

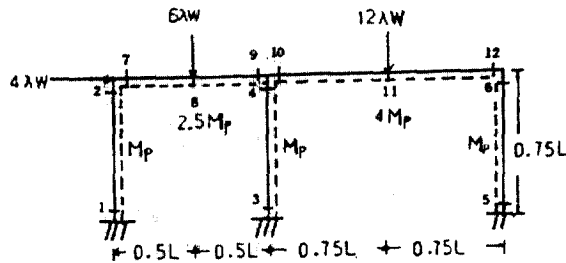
그림 3-3의 A, B, C, M, D 가 모든 崩壞의 可能條件을 나타내며 許容地域 內에 있는 點들은 주어진 荷重 하에서 崩壞가 일어나지 않는다. 그리고 地域의 境界線보다 原點에서 더 가까운 點들은 構造物에 作用하는 荷重에 저항하지 못한다. 따라서 式(3-10)의 重量函數와 許容地域 境界와 만나는 點 M 의 塑性모멘트 값에서 最小重量設計가 이루어진다. 變數가 2個뿐인 最適問題는 모두 圖式的인 方法으로 解決할 수 있다^(17,18). 그러나 實際의 경우 變數가 많아지므로 解析的인 方法이 必要하게 된다.

4. 適用例 및 結果分析

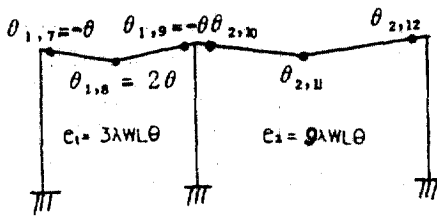
4.1 塑性解析의 適用例⁽¹⁹⁾

그림 4-1의 構造物은 式(2-1)로부터 基本崩壞機構의 數가 6個임을 알 수 있다. 基本崩壞機構 $i(i=1, 2, \dots, 6)$ 의 $j(j=1, 2, \dots, 12)$ 번째 臨界斷面에서 塑性힌지를 θ_{ij} 라고 하며 θ_{ij} 값은 部材의 點線側에 引張을 일으키는 모멘트에 對應하는 角의 값을 陽(+), 陰(-)으로 한다^(1,3,4). 따라서 그림 4-1의 (b), (c), (d)에서 平衡條件을 구해 보면 다음과 같다.

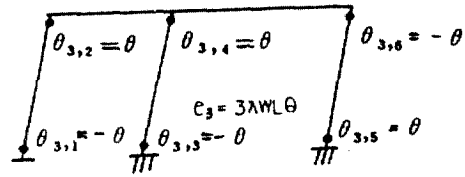
$$\begin{aligned} & -3\lambda WL\theta - \theta_{1,7}M_7^+ + \theta_{1,7}M_7^- + 2\theta_{1,8}M_8^+ \\ & - 2\theta_{1,8}M_8^- - \theta_{1,9}M_9^+ + \theta_{1,9}M_9^- = 0 \\ & -9\lambda WL\theta - \theta_{2,10}M_{10}^+ + \theta_{2,10}M_{10}^- + 2\theta_{2,11}M_{11}^+ \\ & - 2\theta_{2,11}M_{11}^- - \theta_{2,12}M_{12}^+ + \theta_{2,12}M_{12}^- = 0 \\ & -3\lambda WL\theta - \theta_{3,1}M_1^+ + \theta_{3,1}M_1^- + \theta_{3,2}M_2^+ \\ & - \theta_{3,2}M_2^- - \theta_{3,3}M_3^+ + \theta_{3,3}M_3^- + \theta_{3,4}M_4^+ \end{aligned}$$



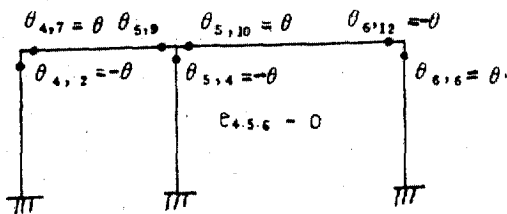
(a) Geometry and loading for steel frame



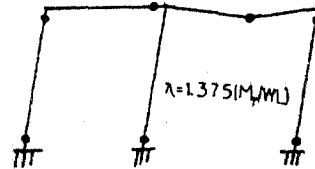
(b) Beam mechanisms



(c) Sway mechanisms



(d) Joint mechanisms



(e) Collapse mechanism

그림 4-1

$$\begin{aligned}
 &-\theta_{3,4}M_4^- + \theta_{3,5}M_5^+ - \theta_{3,5}M_5^- - \theta_{3,6}M_6^+ + \theta_{3,6}M_6^- = 0 \\
 &-\theta_{4,2}M_2^+ + \theta_{4,2}M_2^- + \theta_{4,7}M_7^+ - \theta_{4,7}M_7^- = 0 \\
 &-\theta_{5,4}M_4^+ + \theta_{5,4}M_4^- - \theta_{5,9}M_9^+ + \theta_{5,9}M_9^- + \theta_{5,10}M_{10}^+ - \theta_{5,10}M_{10}^- = 0 \\
 &\theta_{6,6}M_6^+ - \theta_{6,6}M_6^- - \theta_{6,12}M_{12}^+ + \theta_{6,12}M_{12}^- = 0 \\
 &\dots\dots(4-1)
 \end{aligned}$$

여기에 塑性모멘토條件 $M_{fj}^- M_j^+ \geq 0$ 과 $M_{fj}^- M_j^- \geq 0$ 을 制約條件으로 하여 λ 가 最大로 되도록 하는 M_j 를 Simplex subroutine 에 의해 계산한다. 이때 구한 M_j 의 값이 M_{pj} 와 같을 때 그 臨界斷面에 塑性힌지가 形成되었다고 본다. 이 適用例의 崩壞荷重係數는 그림 4-1(e)에 表示된 바와 같이 $\lambda=1.375(M_p/WL)$ 이다.

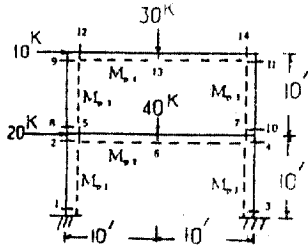
4.2 塑性最適設計의 適用例

適用例 1의 경우 構造物의 重量을 最小로 하는 部材의 塑性모멘트만을 구하였으며, 適用例 2의 경우에는 實際設計를 하여 彈性設計와 比較해 보았다.

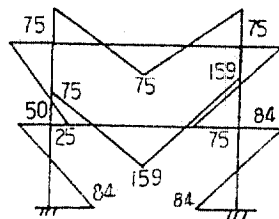
4.2.1. 適用例 1

式(2-1)로 부터 基本崩壞機構의 數는 8個임을 알 수 있으며 그림 4-2의 (c), (d), (e)에서 平衡條件을 구해보면 다음과 같다.

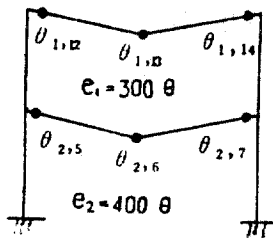
$$\begin{aligned}
 &-\theta_{1,12}M_{12}^+ + \theta_{1,12}M_{12}^- + 2\theta_{1,13}M_{13}^+ \\
 &\quad - 2\theta_{1,13}M_{13}^- - \theta_{1,14}M_{14}^+ + \theta_{1,14}M_{14}^- = 300\lambda\theta \\
 &-\theta_{2,5}M_5^+ + \theta_{2,5}M_5^- + 2\theta_{2,6}M_6^+ - 2\theta_{2,6}M_6^- \\
 &\quad - \theta_{2,7}M_7^+ + \theta_{2,7}M_7^- = 400\lambda\theta \\
 &-\theta_{3,8}M_8^+ + \theta_{3,8}M_8^- + \theta_{3,9}M_9^+ - \theta_{3,9}M_9^- \\
 &\quad + \theta_{3,10}M_{10}^+ - \theta_{3,10}M_{10}^- - \theta_{3,11}M_{11}^+ \\
 &\quad + \theta_{3,11}M_{11}^- = 100\lambda\theta
 \end{aligned}$$



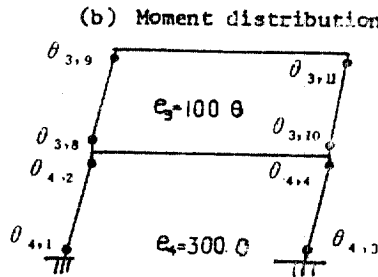
(a) Geometry and loading for steel frame



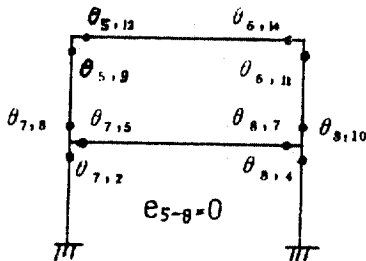
($M_{p1} = 84'$, $M_{p2} = 159'$, $M_{p3} = M_{p4} = 75'$)



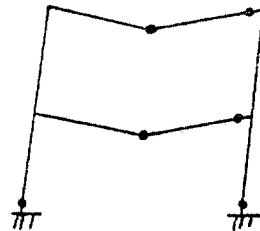
(c) Beam mechanisms



(d) Sway mechanisms



(e) Joint mechanisms



(f) Collapse mechanism

그림 4-2

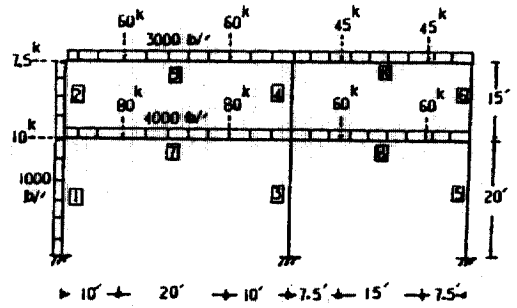
$$\begin{aligned}
& -\theta_{4,1}M_1^+ + \theta_{4,1}M_1^- + \theta_{4,2}M_2^+ - \theta_{4,2}M_2^- \\
& + \theta_{4,3}M_3^+ - \theta_{4,3}M_3^- - \theta_{4,4}M_4^+ \\
& + \theta_{4,4}M_4^- = 300\lambda\theta \\
& -\theta_{5,9}M_9^+ + \theta_{5,9}M_9^- + \theta_{5,12}M_{12}^+ \\
& - \theta_{5,12}M_{12}^- = 0 \\
& \theta_{6,11}M_{11}^- - \theta_{6,11}M_{11}^+ - \theta_{6,14}M_{14}^+ + \theta_{6,14}M_{14}^- \\
& = 0 - \theta_{7,2}M_2^+ + \theta_{7,2}M_2^- + \theta_{7,5}M_5^+ - \theta_{7,5}M_5^- \\
& + \theta_{7,8}M_8^+ - \theta_{7,8}M_8^- = 0 \\
& \theta_{8,4}M_4^+ - \theta_{8,4}M_4^- - \theta_{8,7}M_7^+ + \theta_{8,7}M_7^- \\
& - \theta_{8,10}M_{10}^+ + \theta_{8,10}M_{10}^- = 0 \dots\dots(4-2)
\end{aligned}$$

여기에 塑性모멘트條件 $M_{p,h} - M_j \geq 0$ ($h=1, 2, 3, 4$), ($j=1, 2, \dots, 14$)을 制約條件으로 目的函數 ($W=20M_{p1}+20M_{p2}+20M_{p3}+20M_{p4}$)가 最小가 되도록 하는 $M_{p,h}$ 와 M_j 를 구한다. 그림 4-2의 (b)에 計算된 最適設計모멘트의 값들이 表示되어 있으며, 이러한 計算過程은 塑性解析과 마찬가지로 Simplex subroutine으로 解決하게 된다. 또한 이 때 구한 塑性設計모멘트를 가지고 塑性解析을 했을 때 崩壞荷重係數가 1이 됨으로써 最適設計모멘트가 部材의 重量을 最小로 하는 塑性모멘트임을 알 수 있다.

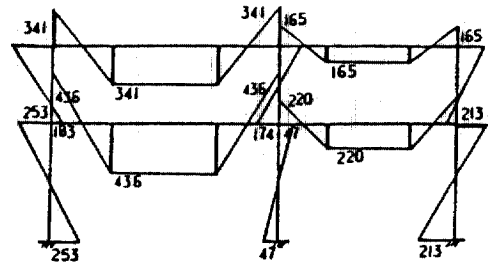
4.2.2 適用例 2

構造物의 設計時 荷重條件은 風荷重을 考慮한 경우와 考慮하지 않은 경우 2가지가 있으며, 塑性設計와 彈性設計에 대한 各各의 設計荷重은 表 4-1과 같다.

그림 4-3의 構造物은 塑性設計時 荷重條件 A



(a) Geometry and loading for steel frame



(b) Moment distribution

그림 4-3

表 4-1 設計荷重

荷重條件	塑性設計	彈性設計
A	$1.3 \times (DL+LL+WL)$	$DL+LL+WL$
B	$1.7 \times (DL+LL)$	$DL+LL$

(DL: 고정하중, LL: 활하중, WL: 풍하중)

表 4-2 塑性設計의 結果

部 材	最適設計	實際設計	軸方向力	設 計 斷 面	P_y	G_A	G_B	K	L	部材重量
	모멘트	모멘트								
1	102	341	172	W 14×82	868	1.0	3.10	1.55	20	1640
2	213	341	74	W 14×82	785	3.10	1.98	1.71	15	1230
3	102	213	332	W 12×87	922	1.0	1.61	1.40	20	1740
4	213	213	144	W 12×79	835	1.61	1.06	1.40	15	1185
5	102	213	135	W 12×79	835	1.0	3.75	1.62	20	1580
6	213	213	56	W 12×58	612	3.75	2.11	1.78	15	870
*7	436	436	25	W 24×62	655	—	—	—	40	2480
*8	220	220	13	W 18×40	425	—	—	—	30	1200
9	341	341	61	W 24×62	655	—	—	—	40	2480
10	165	165	32	W 18×35	371	—	—	—	30	1050
總 重 量										15455

(*引張)

表 4-3 彈性解析에 의한 軸方向力과 彎모멘트

部 材	1		2		3		4		5	
	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)
DL+LL	135	154	58	318	258	62	112	145	98	76
W _L	*3.0	129	*0.7	18.4	*2.5	104.2	*0.8	38.7	5.5	96.6
W _R	*3.2	58.6	*0.9	19.2	*1.9	78.7	*0.4	38.8	5.1	131.5

部 材	6		7		8		9		10	
	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)
DL+LL	42	168	*31	554	*17	351	42	423	23	278
W _L	1.6	24.3	11.8	46.7	6.6	61	5.3	15.5	1.4	24.3
W _R	1.3	25.9	*7.0	48.4	*12.3	59.2	*0.6	19.2	*4.6	20.8

(*引張)

表 4-4 荷重條件에 따른 軸方向力과 彎모멘트

部 材	1		2		3		4		5	
	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)
(DL+LL)	135	154	*58	318	258	62	*112	145	98	76
$\frac{3}{4}(DL+LL+W_L)$	*99	213	43	253	*192	125	84	138	*78	130
$\frac{3}{4}(DL+LL+W_R)$	*99	160	43	253	193	106	84	138	78	130

部 材	6		7		8		9		10	
	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)	P(K)	M _x ('-K)
(DL+LL)	*42	168	*31	554	*17	351	*42	423	*23	278
$\frac{3}{4}(DL+LL+W_L)$	33	145	15	451	8	309	36	329	19	227
$\frac{3}{4}(DL+LL+W_R)$	33	146	29	452	22	308	32	332	14	225

(*支配荷重)

表 4-5 彈性設計의 結果

(F_y=36ksi)

部 材	設 計 斷 面	軸 方 向 力	設 計 斷 面	G _A	G _B	K	L	部 材 重 量
	ft-kips	kips						
1	213	99	14×120	1.0	2.55	1.51	20	2400
2	318	58	14×120	2.55	2.01	1.56	15	1800
3	125	192	12×96	1.0	0.89	1.28	20	1920
4	145	112	12×79	0.89	0.62	1.23	15	1185
5	130	78	12×87	1.0	2.28	1.48	20	1740
6	168	42	12×79	2.28	1.74	1.58	15	1185
*7	554	31	27×84	—	—	—	40	3360
*8	351	17	21×68	—	—	—	30	2040
9	423	42	24×76	—	—	—	40	3040
10	278	23	21×57	—	—	—	30	1710
總 重 量								20380

(*引張)

가支配하게 된다. 그러나 實際設計의 경우 構造物의 安全을 考慮하여 기둥은 強하고 보는 弱한 시스템을 택하였으며,^(8,9) 彈性設計에서는 荷重條件 A, B에 대한 部材中 큰 部材를 最終設計斷面으로 택하게 된다. 또한 各設計過程에서는 AISC 規定을 使用하였으며 各各의 計算結果를 表 4-2, 4-3, 4-4, 4-5에 나타내었다^(7,8).

5. 結 論

線型計劃法에 의하여 鋼材 뼈대 構造物의 塑性解析 및 設計를 해 본 結果 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

1) 從來의 塑性解析 方法에 依存할 경우 高次不靜定 構造物의 解析이 거의 不可能 하지만 이를 線型計劃法에 의해 解決해 낼 수 있었다.

2) 本例題 設計의 경우 構造物의 安全을 고려하여 기둥에 대하여는 完全한 最適設計를 實行하지 않았지만 彈性設計와 比較해 볼때 構造物의 重量을 約 24% 정도 줄일 수 있었다.

3) 塑性設計時 기둥의 有效길이(effective length)는 彈性設計時보다 약간 크게 된다.

4) 最適設計의 경우, 實際 構造物에 대한 적용에 있어서는 여러가지 設計因子들을 고려하여야만 構造物의 安全度에 信賴를 줄 수 있다.

參 考 文 獻

1. Cohn, M.Z., Ghosh, S.K., and Parimi, S.R., "Unified Approach to Theory of Plastic Structures," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 98, No. EM5, October, 1972, pp. 1133~1153.
2. Beedle, L.S., Lu, L.W., and Lee, C.L., "Recent Development in Plastic Design Practics," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 95, No. ST9, September, 1969. pp. 1931~1933.
3. Grierson, D.E., and Gladwell, G.M.L., "Collapse Load Analysis using Linear Programming," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 97, No. ST5, May, 1971, pp. 1561~1571.
4. Cohn, M.Z., Parimi, S.R., and Ghosh, S.K.,

"On the Uniqueness of Plastic Optimal Design," *Israel Journal of Technology*, Vol. 9, No. 5, 1971, pp. 489~493.

5. Foulkes, J., "The Minimum-Weight Design of Structural Frames", *Proceeding, Royal Society A*, Vol. 223, 1954, pp. 482~494.
6. AISC, *Manual of Steel Construction*, Eighth Edition, Chicago, 1980.
7. McCormac, J.C., *Structural Steel Design*, Third Edition, Harper & Row, Publishers, New York, 1981, pp. 70~210.
8. Gaylord, E.H., and Gaylord, C.N., *Structural Engineering Handbook*, Second Edition, Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1979.
9. Beedle, L.S., *Plastic Design of Steel Frames*, John Wiley and Sons. Inc., New York, 1958, pp. 55~104.
10. Baker, J., and Heyman, J., *Plastic Design of Frame 1*, Cambridge University Press, London, 1969, pp. 178~187.
11. Heyman, J., *Plastic Design of Frame 2*, Cambridge University Press, London, 1971, pp. 221~241.
12. Neal, B.G., *The Plastic Method of Structural Analysis*, Third Edition, 1981, pp. 3~50.
13. Horne, M.R., *Plastic Theory of Structures*, Second Edition, Pergamon Press Ltd., Oxford, 1979, pp. 32~51.
14. Moy, S.S.J., *Plastic Method for Steel and Concrete Structures*, Macmillan Press Ltd., Hong Kong, 1981, pp. 1~112.
15. Horne, M.R., and Morris, L.J., *Plastic Design of Low-rise Frames*, Granada Publishing Ltd., London, 1981, pp. 1~51.
16. Hiller, F.S., and Liberman, G.J., *Introduction to Operations Research*, Third Edition, Holden-Day, Inc., New York, 1980, pp. 17~46.
17. Kuester, J.L., and Mize, J.H., *Optimization Techniques with FORTRAN*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1973, pp. 9~26.
18. Kirsh, U., *Optimum Structural Design*, Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1981, pp. 116~136.

(接受 : 1986. 5. 12)