

【論 文】

발열체가 있는 평행평판공간내의 대류열전달에 관한 수치해석

A Study on Mixed Convection in Parallel Flat Plate
with Heated Rectangular Block Arrays

정 백 영* 이 채 문** 임 장 순***
(B . Y . Jung) (C . M . Lee) (C . S . Yim)

ABSTRACT

An analysis is made of the fully developed laminar flow and heat transfer in a parallel flat plate with heated rectangular block arrays to investigate the influence of buoyancy force. The shrouds are considered as adiabatic, while the heated block surface transmits a uniform rate of heat flux per unit axial length. The governing equations for velocity and temperature are solved by SIMPLE (Semi-Implicit Method Pressure Linked Equation) algorithm. Detailed velocity and temperature fields and overall heat transfer on a wide range of Rayleigh number and various aspect ratios of heated rectangular blocks are computed. The results show that buoyancy leads to a significant enhancement in heat transfer along with a smaller increase in pressure drop, with the great enhancement found when the aspect ratio is 3.0.

NOMENCLATURE

A' : coefficient in discretization equation
 A : cross-sectional area of computational module open to flow
 A_b : surface area of the block per unit axial length of computational module
 A_s : aspect ratio, $L/2H$
 B : source term in discretization equation
 c : spacing between shrouds
 C : dimensionless geometric parameter
 D_h : hydraulic diameter
 f : friction factor
 g : acceleration due to gravity
 \bar{h} : average heat transfer coefficient
 H : height of heated block
 k : thermal conductivity of the fluid

l : length of the heated block
 L : dimensionless length of heated block
 \bar{N}_u : average Nusselt number
 N_{u_o} : average Nusselt number for forced convection
 p : pressure
 P^* : effective pressure
 p' : dimensionless pressure
 Pr : Prandtl number
 Q' : heat per unit axial length of computational module
 R_a : Rayleigh number
 R_e : Reynolds number
 R_{e_o} : forced convection value of Re
 s : spacing between blocks
 S : dimensionless geometric parameter
 T : temperature
 T_b : bulk temperature
 T_w : wall temperature
 u, v, w : velocity components in the x, y, z coordinate direction
 U, V, W : dimensionless velocities

* 正會員: 인하대학교 대학원
 ** 正會員: 유한공업 전문대학
 *** 正會員: 인하대학교 공과대학

\bar{W} : dimensionless mean axial velocity
 x, y, z : cartesian coordinates

Subscripts

p : central grid point
 w : wall
 nb : general neighbor grid point

Greek symbols

α : thermal diffusivity of the fluid
 β : thermal expansion coefficient of the fluid
 ν : kinematic viscosity of the fluid
 ρ : fluid density
 θ : dimensionless temperature
 ψ : dimensionless stream function
 ψ_m : maximum value of stream function
 ϕ' : independent variable in discretization equation

1. 서론

가열물체가 있는 평행평판사이의 대류유동은 최근의 전자장비의 회로판과 같이 한 평판에 작은 발열물체가 부착되어 있는 기기들에서 흔히 볼 수 있다.¹⁾ 이러한 장비들의 작동온도를 적절히 유지시키기 위해서 일반적으로 강제대류 냉각방법이 사용되고 있다. 최근의 전자장비에서와 같이 전자소재의 단위체적당 발열량이 클 경우에는 자연대류가 발생하여 강제대류와 혼합되는 혼합대류 열전달현상이 나타나고, 그에 따른 2차유동이 형성되어 유동장을 매우 복잡하게 변화시킨다. 이러한 평행평판 사이의 유동 및 열전달에 관한 지금까지의 연구에는 다음과 같은 것이 있다.

Harahap 등²⁾와 Stachiewicz³⁾ 및 Beckey 등⁴⁾들은 fin이 있는 평판에서 자연대류 열전달특성에 관하여 실험적으로 연구하였으며, Yim 등⁵⁾은 국부가열을 받고있는 수직평판사이의 혼합대류 열전달에 관하여 수치적방법으로 연구하

였다. 또, Cheng 등⁸⁾과 Kellkar⁹⁾ 그리고, Berner¹⁰⁾는 fin이 있는 평행평판사이의 혼합대류유동에 관하여 수치적방법으로 연구하였으며, Acharya 등¹⁰⁾과 Yim 등¹¹⁾은 fin이 있는 평판사이의 충분히 발달된 층류유동에서 부력에 의한 혼합대류 열전달에 관하여 연구하여 부력에 의해 생성된 2차유동은 열전달을 크게 향상시킨다고 보고하였으나 이 연구에서는 fin끝이 단열되었고 fin의 두께를 무시하여 fin의 두께에 의한 열전달특성의 변화를 파악할 수 없었으므로 본 연구에서는 fin과 같은 발열물체의 두께를 고려하였을때의 강제대류에 미치는 자연대류의 영향에 관하여 구명하고자 한다.

2. 이론적 연구

2 - 1. Modeling 과 지배방정식

본 연구에서 채택한 발열물체가 있는 평행평판공간의 기하학적형상은 Fig.1에 나타낸 것과 같이 발열체의 길이는 l , 높이는 H , 평판사이의 간격은 C 이며 평판의 길이는 발열체의 길이에 비해 무한한 크기를 갖는 전자장치의 회로판을 택하였다. 이러한 평행평판사이의 Z-축방향으로 충분히 발달한 층류 강제대류 냉각송풍이 이루어진다고 가정하고 기하학적 대칭성을 고려하면 Fig. 2와 같이 2차원으로 단순화된 계산영역을 취할 수 있다.

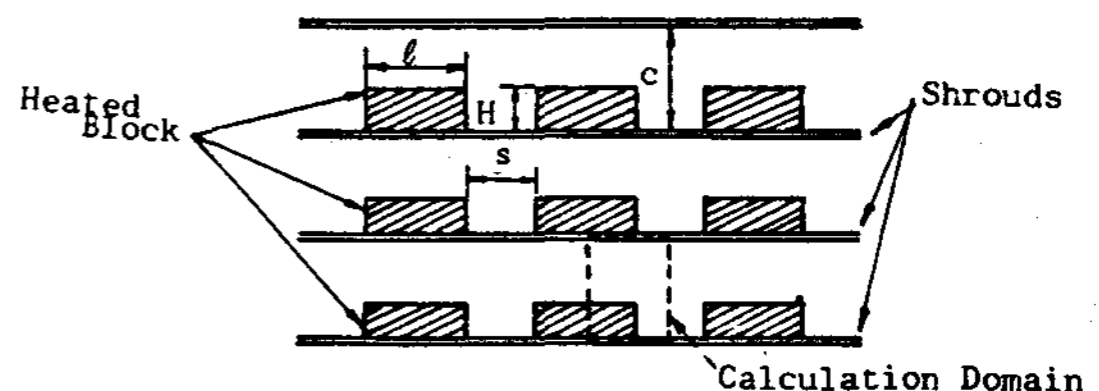


Fig. 1. Geometry under consideration

이러한 평행평판사이의 열전달 및 유동에 미치는 자연대류의 영향을 수식화하여 수치해석하기 위하여 다음을 가정하였다.

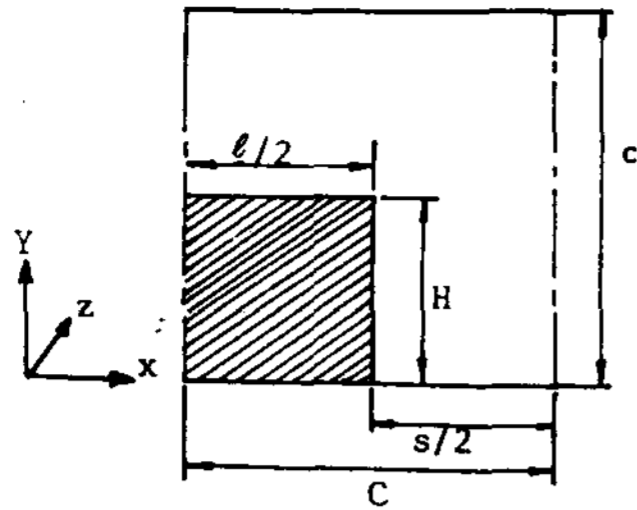


Fig. 2. Calculation domain.

- Z - 축방향으로의 유체유동은 충분히 발달된 정상상태의 층류유동이다.
- 상부벽과 하부벽은 단열되어 있다.
- 유동유체는 비압축성이고 Bossinesq의 가정을 만족한다.
- Z - 축방향으로의 온도기울기는 선형적으로 변화한다.
- 가열물체의 열전도도는 매우 크고 표면온도는 일정하게 유지된다.

위의 가정들과 아래의 식(1)의 무차원 변수들을 사용하여 무차원화한 지배방정식들은 식(2) ~ 식(6)과 같다.

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad S = \frac{s}{H}, \quad L = \frac{l}{H},$$

$$C = \frac{c}{H}, \quad U = \frac{uH}{\alpha}, \quad W = \frac{\rho \nu w}{\frac{dp}{dz} H^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$V = \frac{vH}{\alpha}, \quad P = \frac{P^* H^2}{\rho \alpha^2}, \quad \theta = \frac{k(T-T_w)}{Q'}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ra = \frac{g\beta Q' H^3}{\alpha \nu k}$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P'}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \dots\dots (3)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P'}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right)$$

$$+ Ra Pr \theta \dots\dots\dots (4)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} = Pr + Pr \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right) \dots\dots (5)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} - \left(\frac{H^2}{A} \right) \frac{W}{\bar{W}} \dots\dots (6)$$

○ 경계조건

1) 속도경계조건 : 가열물체와 모든 벽면에서 $U = V = W = 0$

대칭선상에서

$$U = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial W}{\partial X} = 0$$

2) 온도경계조건 : 상부벽과 하부벽에서 $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$

대칭선상에서 $\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$

가열물체의 표면에서

$$\theta = \theta_w$$

3) 가열물체의 내부에서 $Pr = \infty$

2-2. 열전달에 관한 해석

충분히 발달된 정상상태 층류운동에서 \bar{W} 와 T_b 는 식(7)과 식(8)을 이용하여 구할 수 있다.

$$\bar{W} = \frac{\int_A w dA}{\int_A dA} \dots\dots\dots (7)$$

$$T_b = \frac{\int_A T \cdot w dA}{\int_A w dA} \dots\dots\dots (8)$$

평균열전달계수 \bar{h} 는 식(9)로부터 평균Nusselt 수 \bar{Nu} 는 식(10)을 이용하여 구할 수 있다.

$$h = \frac{Q'}{[A_b(T_w - T_b)]} \dots\dots\dots (9)$$

$$\bar{Nu} = \frac{\bar{h} \cdot H}{k} \dots\dots\dots (10)$$

2-10. 압력강하 특성계수의 계산

마찰계수는 식(11)을 사용하여 구한다.

$$f = \frac{(d\bar{p}/dz) D_h}{1/2 \rho \bar{w}^2} \dots\dots\dots (11)$$

여기서 D_h 는 수력직경으로서 본 연구에서 고려한 기하학적형상의 경우는 식(12)와 같이 구할 수 있다.

$$D_h = \frac{2\{C(\ell+s) - H\ell\}}{(\ell+s+H)} \dots\dots\dots (12)$$

Reynolds 수를 식 (11)에 곱하여 압력강하인자 fR_e 를 구하여 무차원화하여 나타내면 식 (13)과 같다.

$$fR_e = \frac{8}{W} \left\{ \frac{C(L+S)-HL}{L+S+H} \right\}^2 \dots\dots\dots (13)$$

3. 수치해석

3 - 1. 유한차분

무차원 지배방정식들을 검사체적 적분방법에 의하여 유한차분하면 최종차분된 방정식들은 한 격자점 P에 대하여 식 (14)와 같이 일반화하여 나타낼 수 있다.

$$A'_p \phi'_p = \sum A'_{nb} \phi'_{nb} + B \dots\dots\dots (14)$$

식 (14)에서 ϕ' 는 속도 혹은 온도와 같은 무차원 독립변수들을 표시하며 첨자 nb 는 점 P에 이웃하는 격자점을 표시하고 B는 생성항을 의미한다.

3 - 2. 계산과정

유한차분된 무차원지배방정식들을 이용한 유동장 및 온도장의 수치해석은 SIMPLE(Semi-Implicit Pressure Linked Equation) Algorithm에 의하여 수행하였으며, 해의 수렴을 촉진하기 위하여 under-relaxation 방법¹⁴⁾을 병행하였다. 선형대수방정식들의 해는 line-by-line TDMA에 의하여 구하였다.

3 - 3. 격자 배열과 해의수렴

격자 배열은 33×33 배열을 사용하였으며 발열체주위에는 상대적으로 정밀한 해를 얻기 위하여 격자배열을 조밀하게 취하였다. 발열체벽면과 모서리에서 속도항들의 계산에 정확도를 기하기 위하여 특별히 Cornner Scheme¹⁵⁾을 채택하였다.

Under-relaxation factor는 X, Y방향의 운동량방정식에 대해서는 0.25, 온도 및 압력방정식에서는 0.7을 사용하였다. 이러한 방법을 사용하여 계산한 결과 수렴된 값은 R_a 수의 범위

10^4 까지는 400회 정도에서, R_a 수 10^5 이상에서는 600회 정도에서 수렴된 값을 얻을 수 있었다. 여기서 수렴된 값이란 각 독립변수 값들이 소숫점이하 6자리 범위에서 변화없이 20회 이상 반복계산되었을 경우의 값으로 결정하였다.

4. 결과 및 고찰

유동유체를 공기 ($P_r = 0.7$)로 하여 R_a 를 $0 \sim 10^5$ 까지 변화시키고 형상비를 0.3, 1.0, 3.0으로 변화시켰을 때 R_a 의 증가에 따른 각각의 형상비에 대한 유동장과 온도장의 변화, 축방향 속도 분포의 변화, 열전달 특성 및 압력강하 특성에 관하여 고찰하고자 한다.

4 - 1. 등온선과 유선의 변화

유선의 분포를 구하기 위하여 식 (15)와 같은 무차원 유동함수를 사용하였다.

$$\frac{\partial \psi}{\partial Y} = U, \quad \frac{\partial \psi}{\partial X} = -V \dots\dots\dots (15)$$

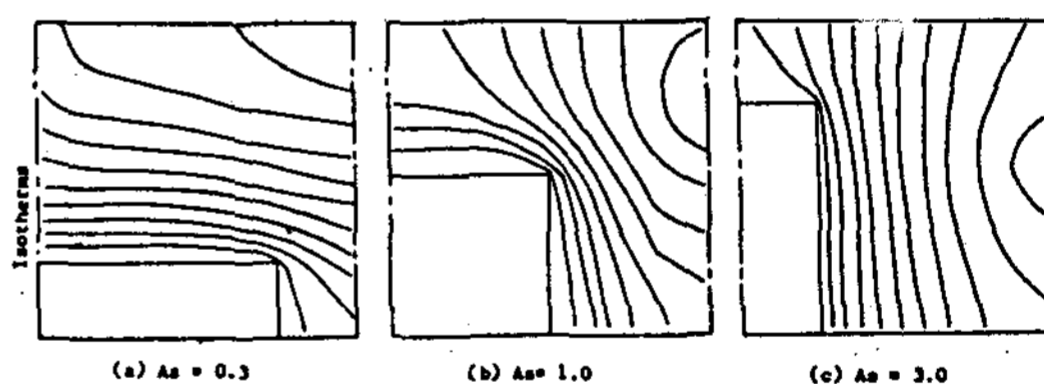


Fig. 3. Isotherms for forced convection ($R_a = 0$)

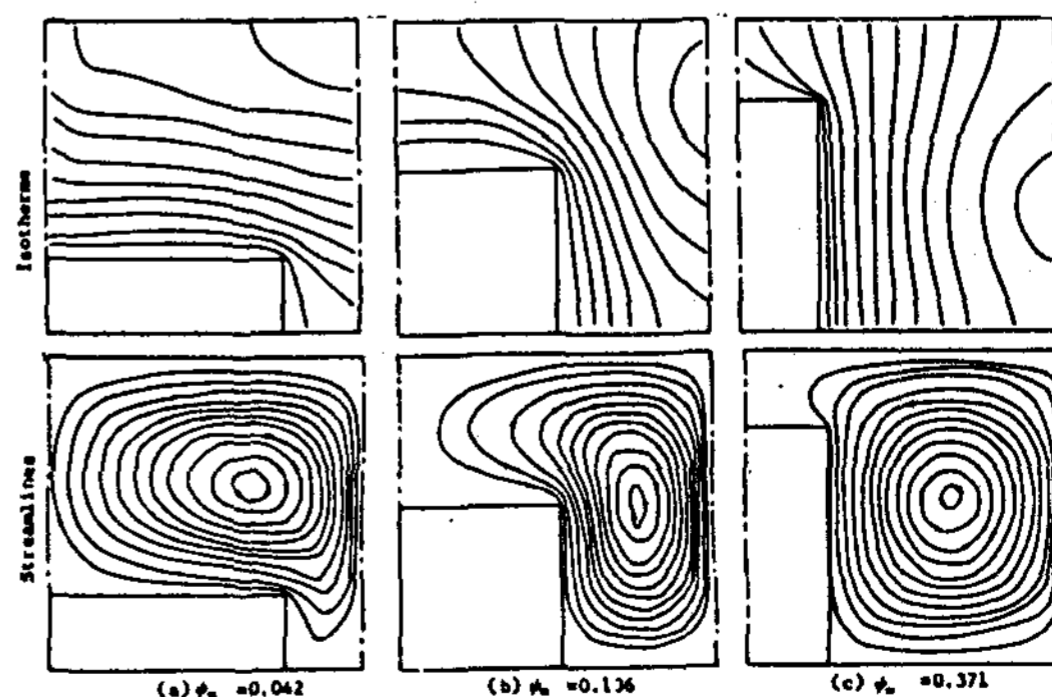


Fig. 4. Isotherms and Streamlines for $R_a = 10^2$
(a) $A_s = 0.3$, (b) $A_s = 1.0$, (c) $A_s = 3.0$

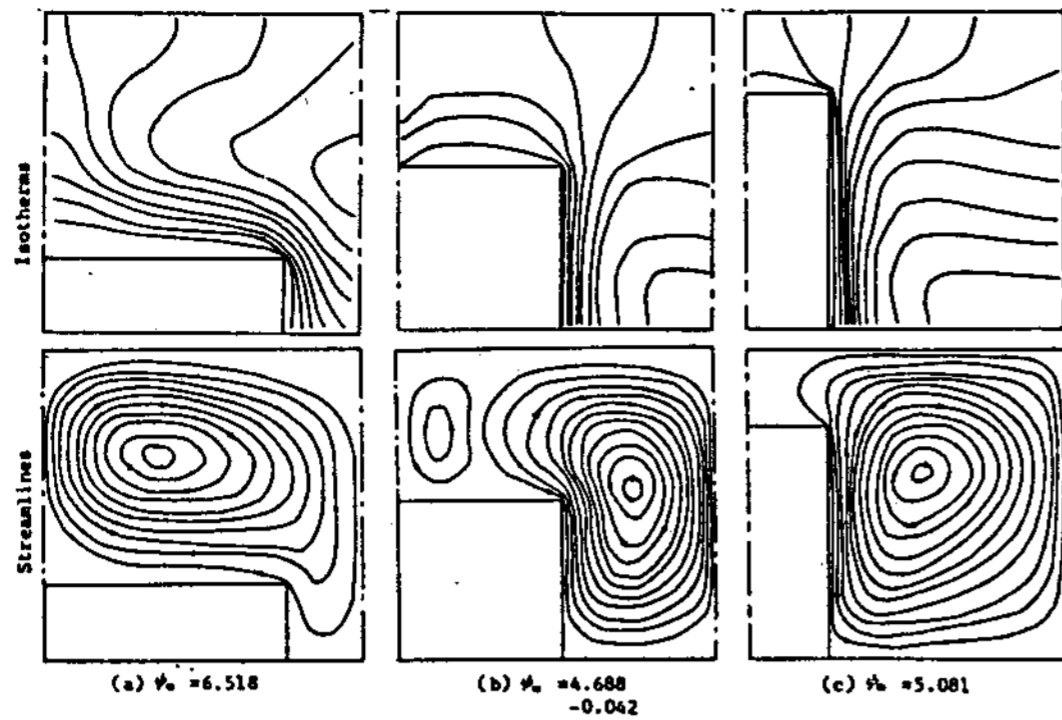


Fig. 5. Isotherms and Streamlines for $R_a = 10^4$
(a) $A_s = 0.3$, (b) $A_s = 1.0$, (c) $A_s = 3.0$

유동함수의 최대값 ψ_m 은 부력에 의한 2차 유동의 강도의 기준이 된다. Fig.3은 등온선 분포의 대표적인 형태를 고찰하기 위하여 강제 대류시의 등온선분포를 나타낸 것이다.

Fig.4는 $R_a = 10^3$ 일때의 형상비에 따른 유선

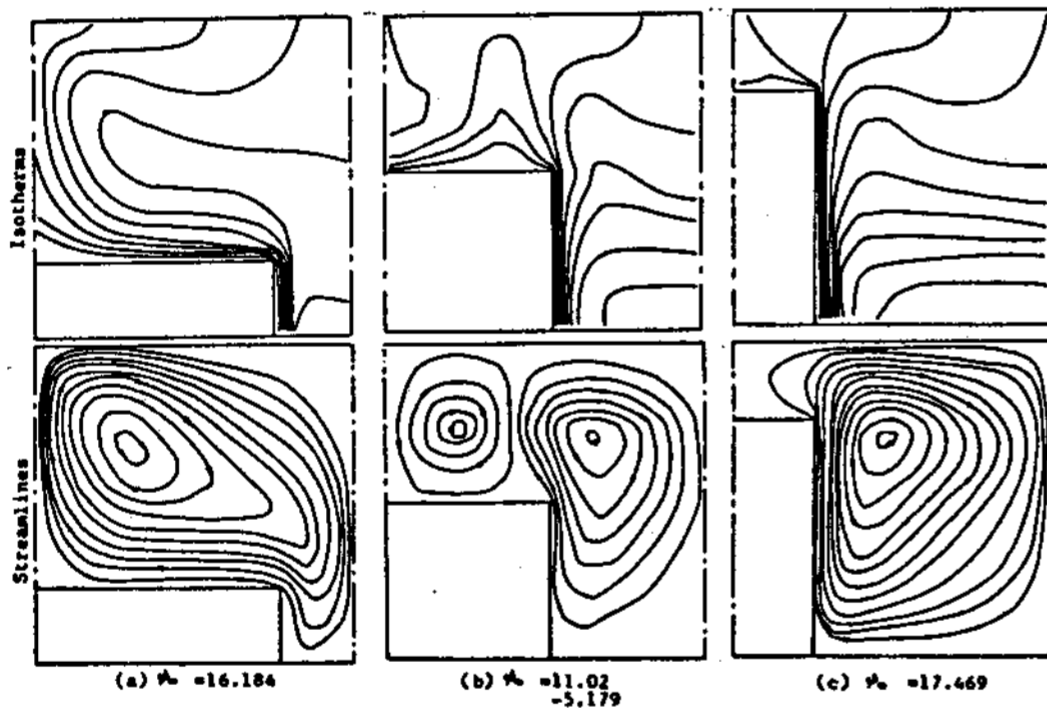


Fig. 6. Isotherms and Streamlines for $R_a = 10^5$
(a) $A_s = 0.3$, (b) $A_s = 1.0$, (c) $A_s = 3.0$

과 등온선 분포를 나타낸 것이다. 가열벽면 부근의 등온선 분포가 강제대류의 경우에 비하여 조밀하며, 시계방향의 미약한 부력에 의한 자연 대류유동이 형성되고 있음을 알 수 있다.

Fig.5는 $R_a = 10^4$ 일때의 등온선분포 및 부력에 의한 자연대류유동의 유선의 분포양상이다. 형상비 1.0일 경우 2개의 부력에 의한 자연대류유동이 나타나며 등온선분포에서는 온도反轉現象이 나타나고 있음을 알 수 있다. 즉, 자연대류유동의 영향이 크다는 것을 알 수 있다.

Fig.6은 $R_a = 10^5$ 일때의 등온선과 유선의 분포를 보인 것으로 발열체 벽면에서 등온선분포가 매우 조밀하며 온도反轉現象이 매우 두드러지게 나타나고 있고 자연대류유동의 강도가 매우 크며, 2차유동의 중심이 부력의 영향으로 유동장의 상부면으로 상승하고 있는 현상으로 부터 열 전달 및 유동에 미치는 자연대류의 영향이 매우 크다는 것을 알 수 있다.

4-2. 축방향 속도 분포

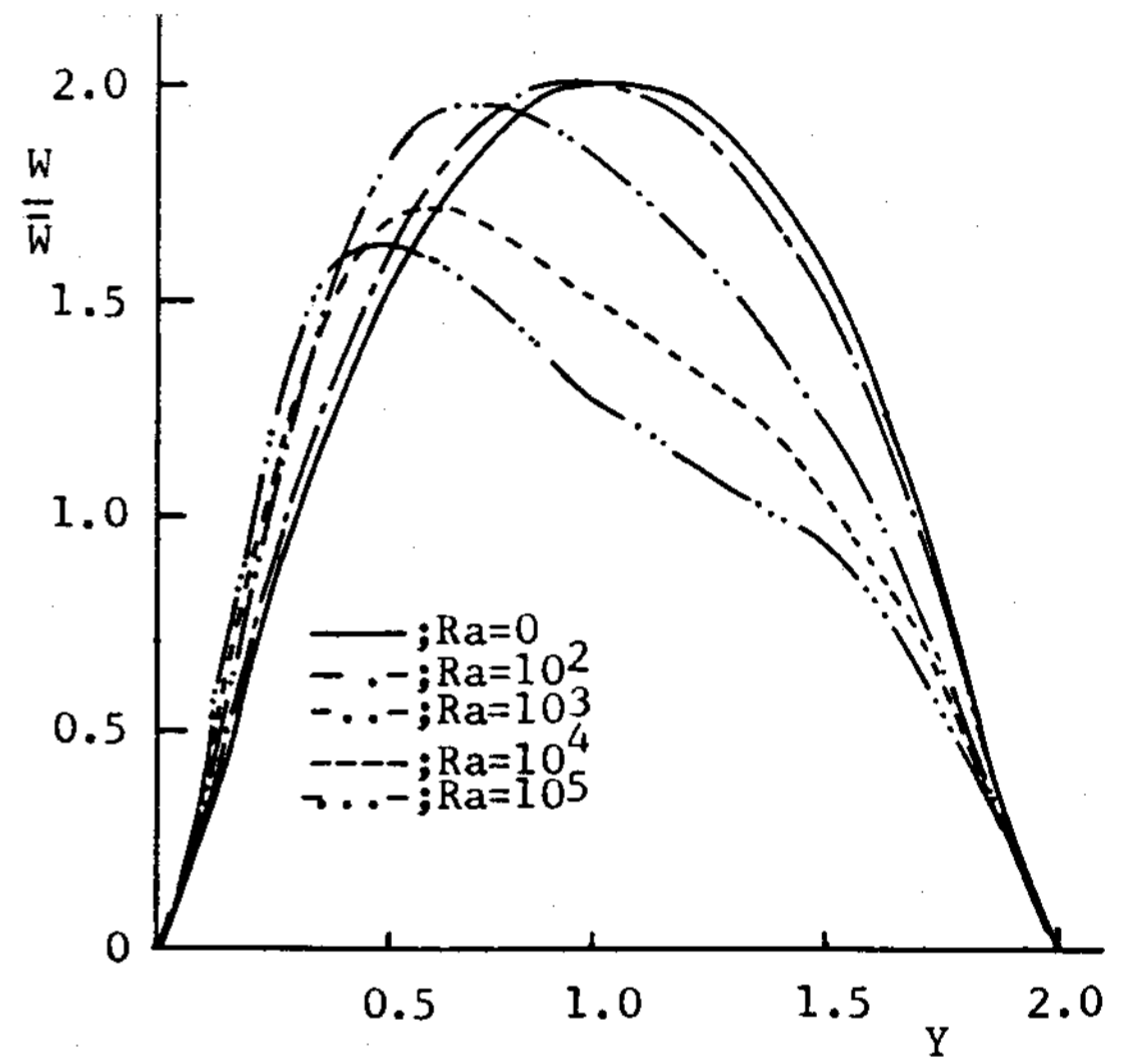


Fig. 7. Axial velocity distribution as function of Rayleigh number.; $A_s = 3.0$, $X/C = 0.75$

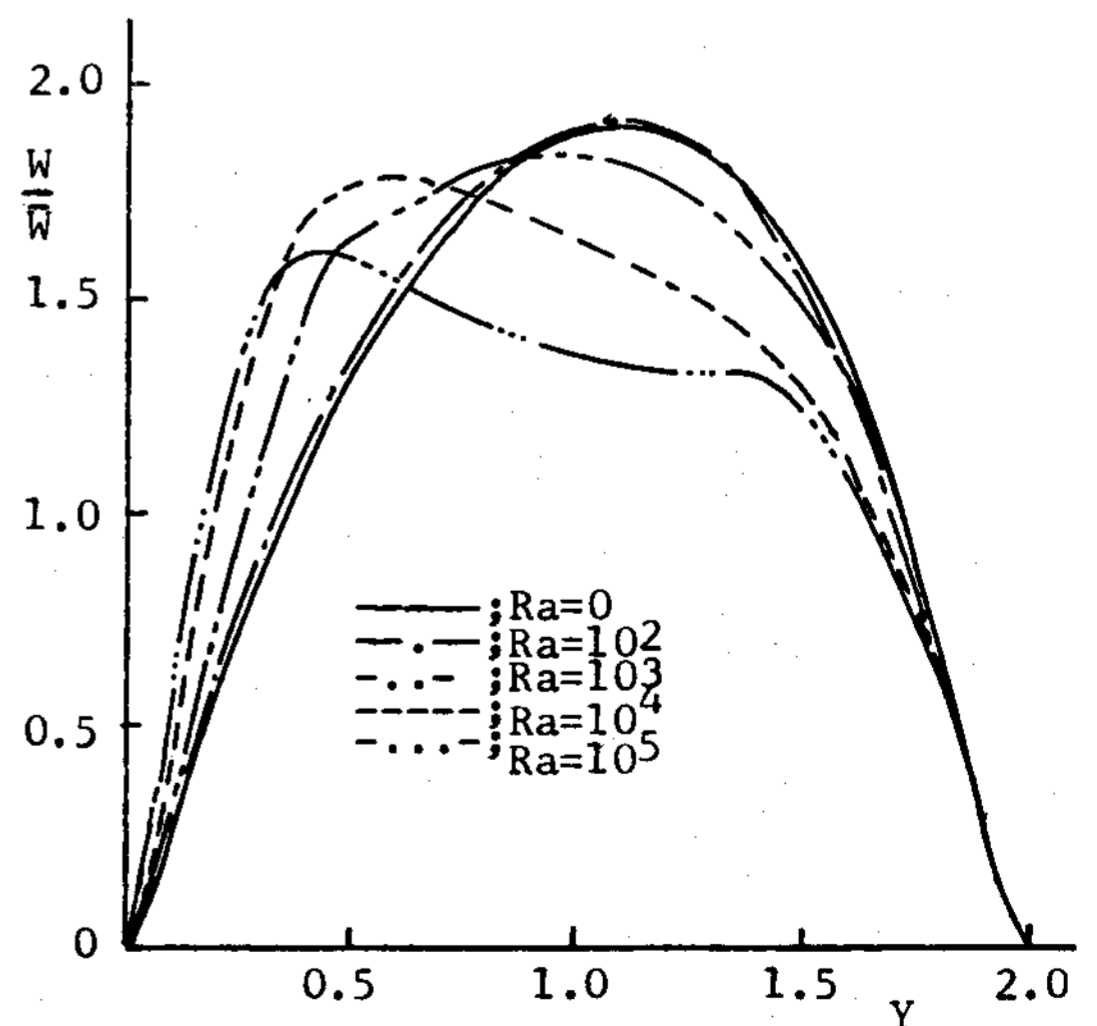


Fig. 8. Axial velocity distribution as function of Rayleigh number.; $A_s = 1.0$, $X/C = 0.75$

Fig.7, Fig.8, Fig.9에 각각의 형상비에 따른 $X/C = 0.75$ 위치에서 Y방향으로의 축방향 속도를 축방향 평균속도 \bar{W} 와의 비로서 나타낸 것이다. Rayleigh 수가 커짐에 따라 형상비에 관계없이 발열벽면 가까이에서의 축방향 속도가 자연대류의 영향으로 빨라지고 있음을 알 수 있다.

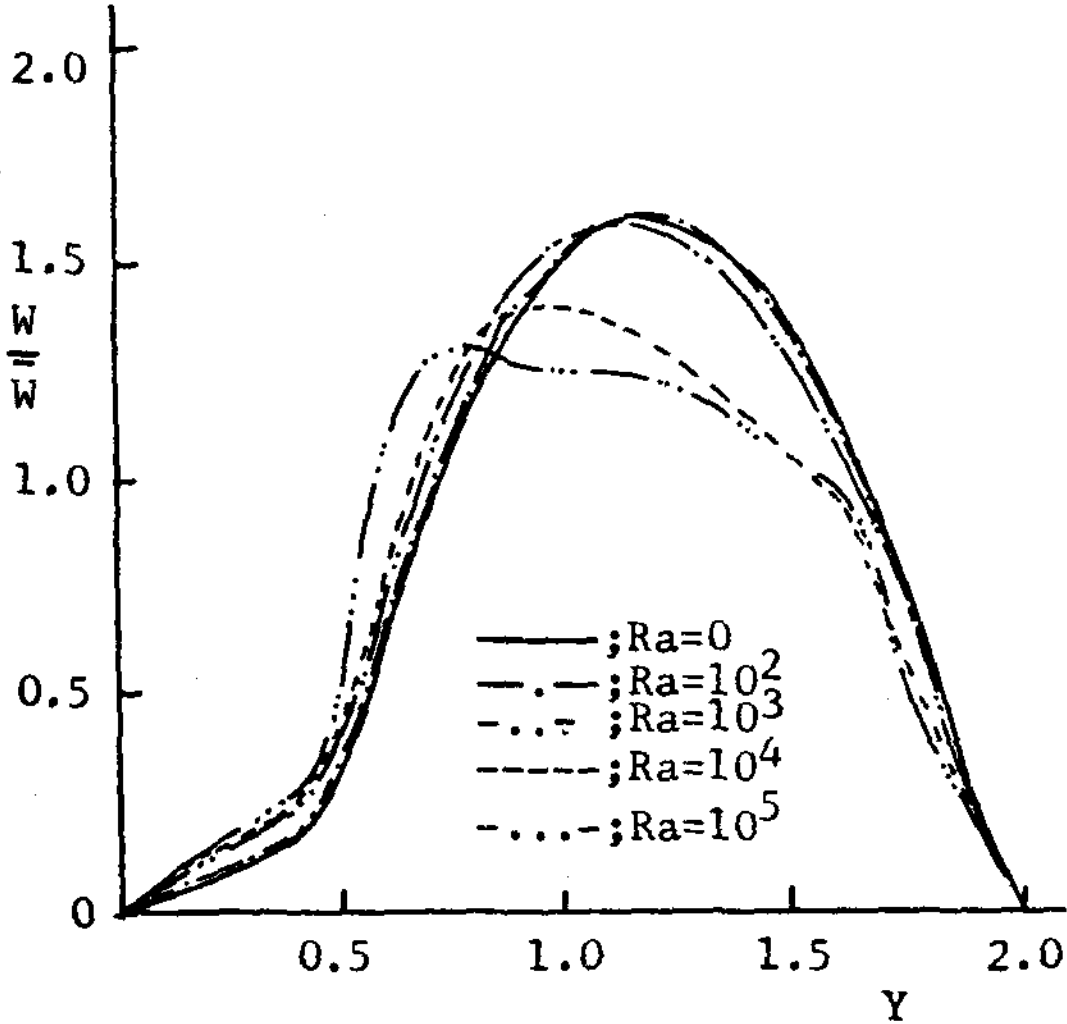


Fig. 9. Axial velocity distribution as function of Rayleigh number; $A_s = 0.3$, $X/C = 0.75$

4-3 평균 열전달율

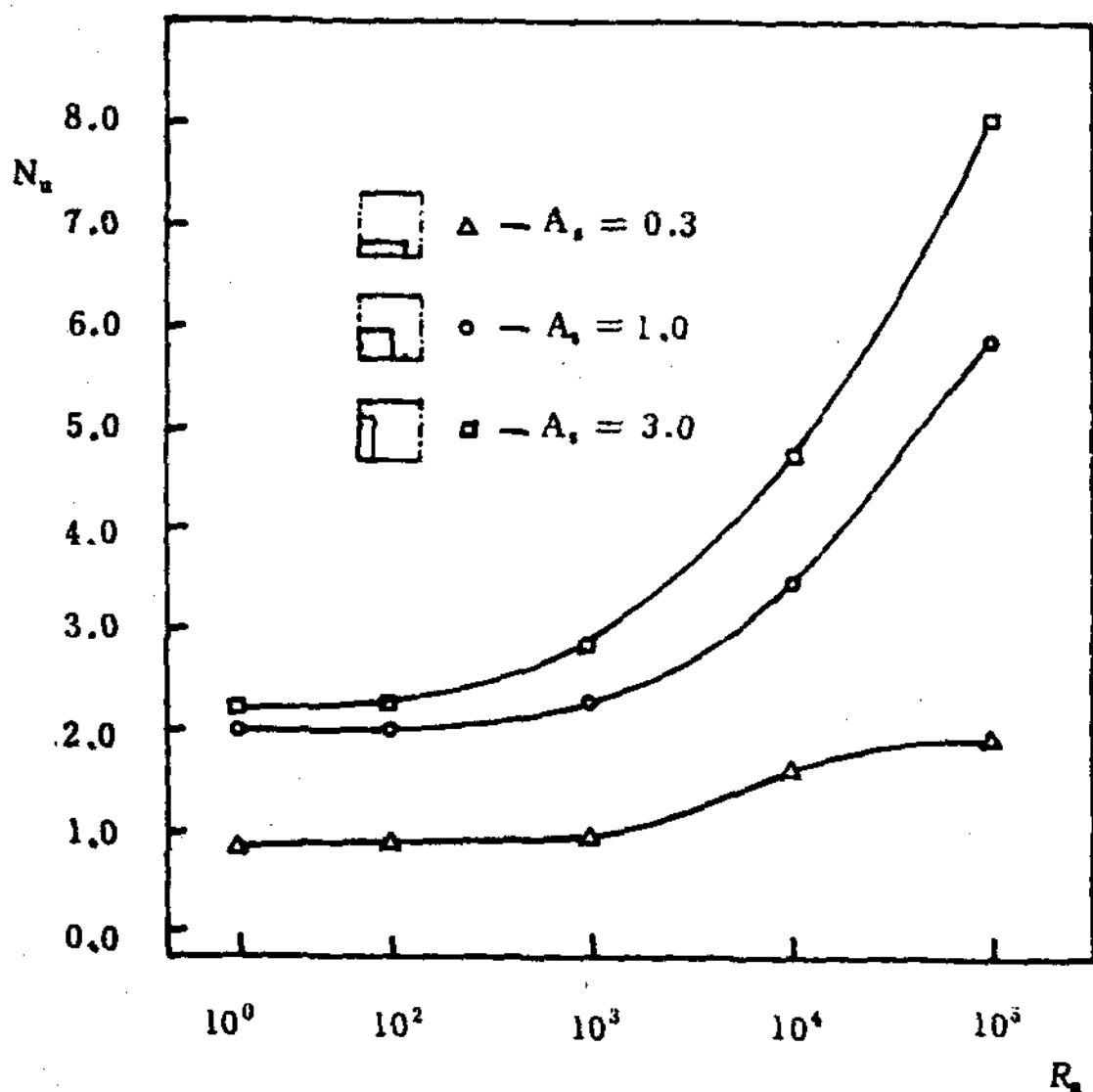


Fig.10. Effect of buoyancy on Nusselt number.

Fig.10은 각각의 형상비에 있어서 Rayleigh 수에 따른 Nusselt 수의 변화를 나타낸 것이다. 형상비 0.3의 경우가 N_u 수의 증가율이 가장 작으며 형상비 3.0일 경우가 가장 크다는 것을 알 수 있다.

Fig.11은 각각의 형상비에 있어서 Nusselt 수의 비를 R_o 수에 따라 나타낸 것이다. 형상비 3.0일 경우가 그 증가폭이 가장 크고 형상비 0.3일 경우가 가장 작으며, $R_o = 10^4$ 부터 급격히 증가한다. 따라서 형상비 0.3일 경우에 자연대류에 의한 열전달 향상효과가 가장 크다는 것을 알 수 있다.

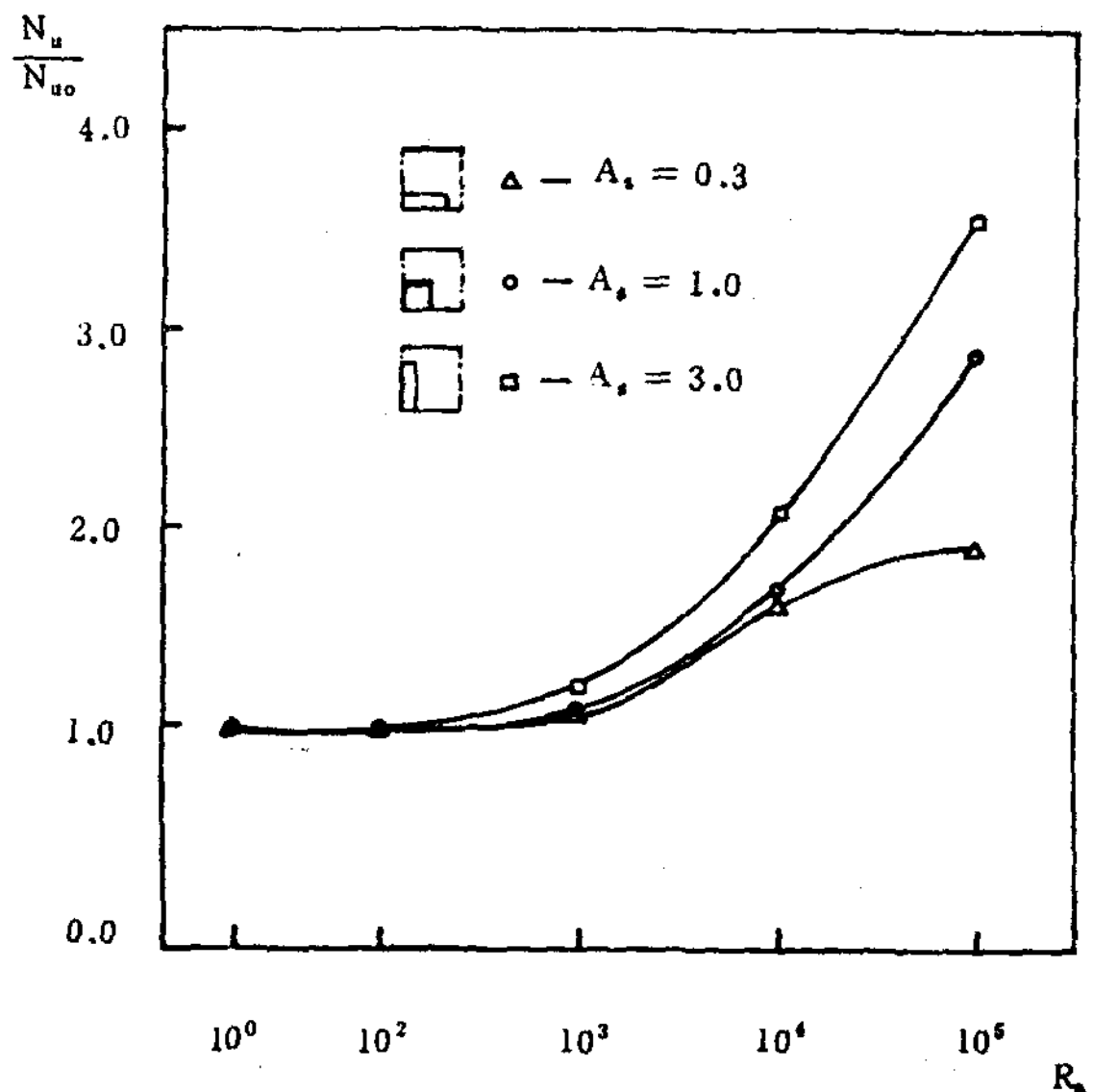


Fig. 11. Nusselt number ratios as function of Rayleigh number.

4-4. 압력강하 특성

Fig.12는 각각의 형상비에 대한 R_o 수의 증가에 따른 압력강하 인자의 비 fR_o/fR_{o0} 값의 증가를 표시한 것이다. $R_o = 10^3$ 경우까지는 강제 대류 경우와 거의 같으나 $R_o = 10^4$ 부터 크게 증가하고 있음을 보여준다. 즉, R_o 수가 증가하면 자연대류유동의 강도가 증가되어 열전달이 증가하는 반면에 압력강하율도 증가한다는 것을 알 수 있다.

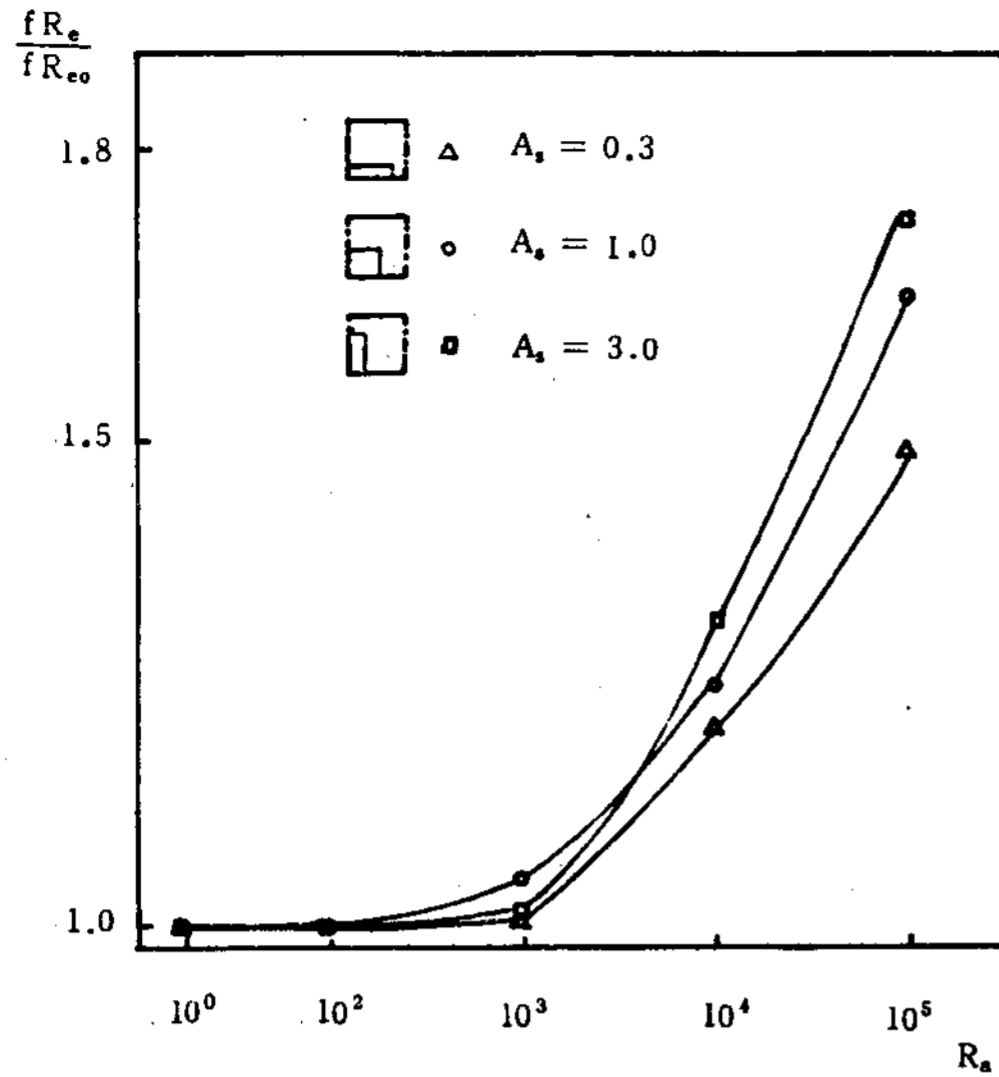


Fig. 12. Friction factor ratios as function of Rayleigh number.

5. 결론

발열물체가 있는 평행평판사이의 혼합대류 유동에 대한 SIMPLE방법에 의한 수치해석결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 본 연구에서 고려한 기하학적형상의 유동장에서는 Rayleigh수가 10^3 이후부터 자연대류의 영향이 커졌으며, 발열체의 형상비가 동일할 경우에는 Rayleigh수가 증가할수록 압력강하의 증가에 비해 열전달의 증가가 더욱 크게 나타났다.
2. 형상비가 1.0인 경우 Rayleigh수가 10^4 에서 부터 2개의 자연대류 유동장이 나타난다.
3. 동일한 Rayleigh수에서는 형상비가 3.0인 경우가 자연대류에 의한 열전달 향상 효과가 가장 큰 것으로 나타났다.

REFERENCES

1. U.P. Hwang and K.P. Moran, Boiling heat

transfer of silicon integrated circuits chip mounted on substrate, in heat transfer in electronic equipment (edited by M.D. Keller and M.M. Yovanovich). American Society of Mechanical Engineers, New York (1984).

2. Harap. F. and Hemanus. H.H., "Natural convection heat transfer from horizontal rectangular fin arrays", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 89, 1976, pp. 32-33.
3. Stachiwicz. t.w., "Effect of variation of local film coefficients on fin performance" ASME Journal of heat transfer, Vol. 91, 1969, pp. 21-26.
4. Becky. T.J., and E.M. Sparrow, "Pressure drop characteristics for a shrouded longitudinal fin array with tip clearance.", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 103, 1981, pp. 393-395.
5. Dong Y.S., and Yhim. J.S., "Numerical study on mixed convection between vertical parallel plates with local heating", 1th confarence, S.E.S.O.K., 1985, pp. 45-49.
6. E.M. Sparrow, B.R. Baliga and S.V. Pantankar, "Forced convection heat transfer from a shrouded fin array with and without tip clearance.", ASME Journal of Heat Transfer Vol. 100, 1973, pp. 57-579.
7. E.M. Sparrow and A. Chukaev, "Forced convection heat transfer in a duct having a spanwise periodic rectangular perturbation, Numerical heat transfer, Vol. 3, 1980, pp. 149-157.
8. W.N. Gill and E. Del Casal, "A theoretical investigation of natural convection effects in forced horizontal flows", AIChE Journal 8, Vol. 513, 1962.
9. K.C. Cheng and C.J. Hwang, "Numerical solution for combined free and forced larminar convection in horizontal rectangular channels., J. Heat Transfer, Vol. 91, pp. 59-66, 1969.
10. Acharya. S. and S.V. Pantankar, "Laminar mixed convection in a shrouded fin arrays. ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 103, 1981, pp. 559-565.

11. LEE. S.K, Shon. S.S. and Yim. J.S., A numerical Study on mixed convection in a finned and shrouded plates., Solar Energy, Vol. 5, No. 1, 1985.
12. Partankar. S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow., McGraw-Hill, 1982.
13. C. DeVohl Davis and G.D. Mallinson, "False Diffusion in numerical fluid mechanics", Univ. of New South Wales, School of Mech. and Ind. eng., Rept. 1972/MFT/.