Journal of the KSQC
Vol. 14, No. 1, 1986

需要率이 減少하는 境遇 特殊注文品을 위한 (S－1, S) 在庫모델

The (S－1, S) Inventory Model for Slow-moving items When Arrivals Tend to Get Discouraged

우 태 희*
조 남 호**

ABSTRACT

Slow-moving items whose cost is so high and/or whose demand is so low the optimal policy is to place a reorder immediately whenever a demand occurs. This is a continuous review (S-1,,S) inventory policy which means that whenever a demand for an arbitrary number of units is accepted, a reorder is placed immediately for that number of units.
This paper show optimal inventory level (S^*) when arrivals tend to get discouraged and recommend practical difficulties of deciding stockholding policy of slow-moving items. Also, a simple numerical example is provided.

I. 序　論

本 論文에서는 價格이 매우 비싸고 소비가 적은 部品, 즉 特殊注文品(slow-moving item; SMI)의 最的 在庫水準을 求하는 政策에 대하여 硏究하였다.

一般的으로 航空産業등에 必要한 部品들은 SMI라고 할 수 있는데 이러한 部品의 適合한 在庫政策은 1對1 注文政策일 것이다. 즉, 한 部品의 需要가 發生했을 때 즉시 그것의 注文을 하는 것이다.

왜냐하면 SMI는 매우 비싸고 重要한 部品이기 때문에 在庫維持費나 品切費가 워낙 커서 注文費는 이들 費用에 비해 無視할 만큼 작으므로 需要가 發生하고 난 뒤에 注文을 하기 때문이다.

그러나, 需要의 全量을 外國에서 輸入하든가, 注文節次가 까다러워 注文費가 無視 몰 할 程度로 커지면 經濟的 發注量(Q)와 適正發注水準(r)을 求하는 (Q, r) 在庫모델에 適用될 수 있으나, 대부분의 SMI는 在庫費와 品切費에 비

* 建国大学校 大学院 産業工学科
** 建国大学校 産業工学科 副教授

해 월등히 크므로 이 때의 適正在庫水準 S는 注文費와 無關하다.

이렇게 高價이며, 需要가 적은 部品에 適合한 ($S-1$, S) 在庫모델은 그간 많은 사람들에 의해 硏究되어 왔는데 그 代表的인 例를 보면 需要過程의 分布에 의하여 [4] [5] [7]가 硏究되었고, 品切이 發生할 때 顧客의 反應形態에서 一定時間만 기다리는 (limit on backorders) 境遇[3], 즉시 떠나는 (No backorders) 境遇[13]의 모델이 開發되었으며, 그 외에 多段階(multi-echelon)모델[12], 需要發生時 이 需要를 滿足시켜줄 備蓄在庫가 있는 境遇에도 一定한 時間의 遲延을 갖은 뒤에 充足시키는 境遇[11], 서비스窓口가 C로 制限되어 있는 境遇[6], 그리고, 調達期間의 分布에 따른 모델[1]이 硏究되었다.

이상과 같이 開發된 ($S-1$, S) 在庫모델은 매우 훌륭한 論文들이지만 이들 全部가 需要率이 一定하다는 假定下에 모델을 만들었다. 그러나, 現實的으로 시스템內에 待期하는 사람(또는 部品)이 있든가, 어떤 要因으로 인하여 需要率이 減少하는 境遇가 發生할 때 適正在庫水準 S는 調整되어야 할 것이다.

따라서, 本 論文은 需要率이 減少할 때를 考慮하여 既存論文이 가지고 있는 限界性이나 偏狹性을 克服하고 現實與件을 充足시킬 수 있는 最適在庫水準 S를 決定하는 모델을 開發하였다.

또한 SMI의 定義와 在庫維持決定의 難點을 提示하였다.

Ⅱ SMI의 定義와 在庫維持決定의 難點

SMI는 需要가 적은 部品으로 이들部品 대부분은 價格이 매우 비싼것이 特徵이다.

一般的인 部品이 SMI인지 FMI(標準品, Fast-moving items)인지를 區別하기는 部品의 自然的인 움직임이 一定하지 않기 때문에 判斷하는데 어려움이 있다.

Brown(1959)은 SMI의 定義를 그림2.1과 같이 Q/M (여기서 Q는 發注量, M은 豫測誤差의 標準偏差)와 安全係數의 關係로 나타냈는데 이 때의 서비스水準과 變數가 바뀔 때 安全係數의 變化를 보여준다.

이 그림에서 SMI는 서비스水準이 높기 때문에 그림의 윗 쪽에 位置하고, FMI는 그림의 아래쪽에 나타난다.

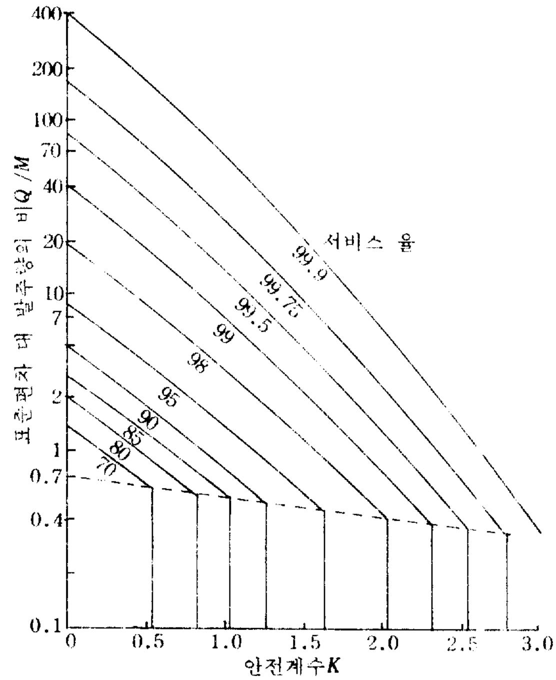

그림 2. 1. Q/M, 서비스율과 K의 관계

또한, Peterson과 Silver(1979)는 在庫管理에서 그 重要度에 따라 區分하는 A, B, C 等級으로 價格이 비싼 A等級에 屬하는 部品을 分類하였는데 그는 調達期間의 平均豫測需要($\bar{X}_L$)에 의하여 區分하였고, 一般的인 經驗에 의하여 $\bar{X}_L$ =10일 때를 基準으로 하였다.

表 2.1은 SMI와 FMI를 區分하고, 이때 使用할 수 있는 分布를 나타내고 있다.

SMI의 定義와 같이 SMI의 在庫維持 決定은 實際的으로 어려움이 따른다고 하였다.(Mitchell (1962)). 아마도 SMI와 關聯된 가장 어려운 問題點은 部品의 壽命特性 또는 部品의 過去消費와 關聯된 믿을만한 推定値를 줄 수 있는 過去의 資料들이 不適合할 때 일 것이다.

表 2.1 A部品의 區分과 適合한 model

Fast-moving item (FMI) X_L ≧ 10단위	Normal model 使用	
Slow-moving item (SMI) X_L < 10단위	X_L과 σ_L과의 관계	
	$0.9\sqrt{X_L} \leq \sigma_L \leq 1.1\sqrt{X_L}$ Poisson model 使用	$\sigma_L < 0.9\sqrt{X_L}$, $\sigma_L > 1.1\sqrt{X_L}$ Laplace model 使用

X_L : 調達期間의 平均豫測需要

σ_L : MAD에 의하여 구하며 같은 기간의 豫測誤差의 標準偏差

그러므로 SMI의 過去消費패턴을 調査하기 위하여는 部品의 自然性이나 消費를 實際的으로 安定시키기 위하여 可能한 한 長期間에 걸쳐 調査하는 것이 바람직하지만 대부분의 部品들은 短期間(4~5年)에 作業하는 設備에 收容되어 있으며 이 부品들은 종종 이 期間동안 1個도 消費되지 않는 것도 있다.

이와같은 消費傾向이 계속되면 不適合하게 資料化되거나 相異하게 使用될 수도 있기 때문이다.

SMI의 또 다른 어려움은 이것이 갖는 不動性(inflexibility)일 것이다. FMI의 過在庫는 自然的인 消費에 의하여 빠르게 回複되지만 SMI는 그렇지가 않다.

SMI의 初期過在庫는 徐徐히 回複되며 더우기 이 部品이 하나의 特別한 設備에만 適用된다면 이 部品을 다른 곳에 販賣하거나 轉換시키기는 不可能하다.

그러므로 初期의 過多購入은 SMI일때 過在庫要因밖에 되지 않는다.

또한 SMI는 品切費를 考慮해야 하는데 實際로 正確하게 品切費를 推定한다는 것은 相當한 어려움이 있다.

왜냐하면 SMI 在庫政策에서 두 개 以上의 在庫를 維持하는 것은 거의 드물기 때문에 在庫는 없거나 1個 또는 2個 程度에서 決定된다.

이러한 決定의 單純性은 品切費를 推定하는데 있어 너무 敏感하기 때문에 適切한 決定을 하는데 不正確할 뿐만 아니라 將來 消費量의 推定에 있어서도 不正確한 結果를 招來한다.

Ⅲ. 需要率이 減少할 때의 $(S-1, S)$ 在庫모델

SMI의 最適在庫政策은 品切과 在庫投資를 適切하게 調整할 수 있는 最適在庫水準 S값을 求하는 것이다. 만일, 在庫水準이 S以上이면 在庫維持費가 커지고, S以下이면 品切費가 過多하게 發生되기 때문이다.

이 모델에는 다음과 같은 假定을 前題로 한다.

(1) 注文費는 無視할 수 있고, 1單位의 需要가 發生한 후 1單位의 注文을 한다.

(2) 모델변경 기간동안 시스템內에 待期하는 사람(또는 部品)이 많거나, 어떤 要因으로 인하여 需要率 λ는 다음과 같이 減少한다.

즉, $\lambda_n = \dfrac{\alpha}{n+1}$, $n = 0, 1, 2 \cdots\cdots$

여기서, α: 一定需要率

(3) 需要는 1回에 1個씩 Poisson分布에 따라 發生하고, 調達期間은 指數分布에 따른다.

(4) 品切이 發生하더라도 顧客은 待期할 境遇(backorder case)를 考慮한다.

(5) 連續點檢(continuous-review)에 의한 注文政策을 갖는다.

(6) 在庫政策의 評價는 單位期間當 期待費用의 最小化로 한다.

이 시스템에서 純在庫(net-inventory)를 V이라고 하고, 未到着注文(outstanding order)을 n이라고 하면 在庫水準 S는 다음과 같다.

$$S = V + n$$

그러므로, n은 다음과 같다.

$$n = S - V \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 1)$$

假定 (2)에서 이 시스템의 出生死滅係數(birth-death coefficients)는 式(3, 2)와 같이 나타내고, 이 境遇 定常狀態(steady state)의 出生死滅 變異圖表는 그림 3.1과 같다.

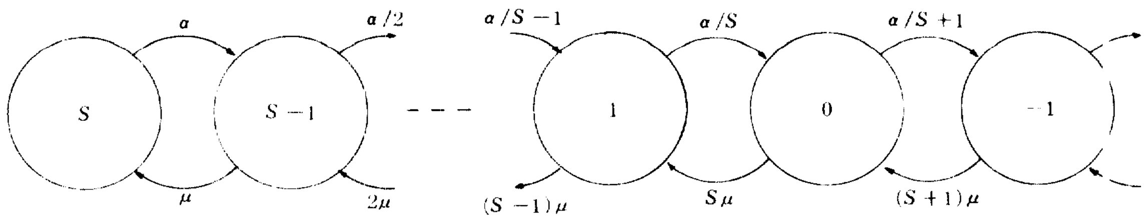

그림 3.1 출생사멸(birth-death) 변이 도표

$$\left.\begin{array}{ll} \lambda_n = \dfrac{\alpha}{n+1} & n=0,1,2\cdots \\ \mu_n = n\mu & n=1,2,3\cdots \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (3.2)$$

(여기서, μ는 平均서비스率이다)

이 시스템의 平均需要率 λ를 求하기 위하여 Little's公式(Little (1961))을 利用한다.

$$\hat{\lambda} = \frac{\bar{N}}{T} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3)$$

여기서, $\bar{N}$은 시스템內의 平均顧客數이다.

$$\bar{N} = \frac{\alpha}{\mu}$$

T는 시스템內의 平均消費時間이다.

$$T = \frac{\alpha}{\mu^2(1-e^{-\alpha/\mu})}$$

그리고, 어떤 時點에서 注文中인 n의 確率을 ψ_n이라고 하고, 定常狀態에 있어서 平衡方程式(balance equation)을 求하기 위하여 $(t+\Delta t)$ 사이에 n이 發生할 確率은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi_n(t+\Delta t) &= \{\psi_n(t)[1-\hat{\lambda}\Delta\lambda][1-n\mu\Delta t]\} \\ &+ \{\psi_{n+1}(t)[1-\hat{\lambda}\Delta t](n+1)\mu\Delta t\} \\ &+ \{\psi_{n-1}(t)\hat{\lambda}\Delta t[1-(n-1)\mu\Delta t]\} \\ &= \psi_n(t) - (\hat{\lambda}+n\mu)\psi_n(t)\Delta t \\ &+ \lambda n\mu(\Delta t)^2 + (n+1)\mu\psi_{n+1}(t)\Delta t \\ &- \hat{\lambda}(n+1)\mu\psi_{n+1}(t)(\Delta t)^2 + \hat{\lambda}\psi_{n-1}(t)\Delta t \\ &- \hat{\lambda}(n-1)\mu\psi_{n-1}(t)(\Delta t)^2 \quad \cdots\cdots (3.4) \end{aligned}$$

式(3.4)에서 $(\Delta t)^2$ 함을 無視하고, $\psi_n(t)$를 移項한 다음 Δt로 나누면 式(3.5)가 되고 式(3.5)를 $\Delta t \to 0$ 으로 極限値를 取하면 式(3.6)이 된다.

$$\begin{aligned} &\frac{\psi_n(t+\Delta t)-\psi_n(t)}{\Delta t} \\ &= -(\hat{\lambda}+n\mu)\psi_n(t) + (n+1)\mu\psi_{n+1}(t) + \hat{\lambda}\psi_{n-1} \quad \cdots\cdots (3.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\psi_n(t+\Delta t)-\psi_n(t)}{\Delta t} \\ &= \frac{d}{dt}\psi_n(t) \\ &= -(\hat{\lambda}+n\mu)\psi_n(t) + (n+1)\mu\psi_{n+1}(t) + \hat{\lambda}\psi_{n-1} \quad \cdots\cdots (3.6) \end{aligned}$$

그리고 式(3.6)에서 $n=0$을 代入하면

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\psi_0(t+\Delta t)-\psi_0(t)}{\Delta t} = -\hat{\lambda}\psi_0(t) + \mu\psi_1(t) \quad \cdots\cdots (3.7)$$

이 된다.

그러므로 定常狀態의 平衡方程式은 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}&\hat{\lambda}\psi_0=\mu\psi_1\\&(\hat{\lambda}+n\mu)\psi_n=(n+1)\mu\psi_{n+1}+\hat{\lambda}\psi_{n-1},\ n=1.2\cdots\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots(3.8)$$

그리고, 다음 條件式을 滿足함으로

$$\sum_{n=0}^{\infty}\psi_n=1\ ;\ 0\leq\psi_n\leq 1 \cdots\cdots\cdots (3.9)$$

式 (3.8), (3.9) 에서

$$\left.\begin{aligned}&\psi_n=\frac{\left(\frac{\hat{\lambda}}{\mu}\right)^n e^{-\alpha/\mu}}{n!}\\&\psi_0=e^{-\lambda/\mu}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(3.10)$$

을 求할 수 있다.

그리고, τ가 平均調達期間의 길이라고 하면 $\hat{\lambda}\tau$는 平均調達期間의 需要率이므로 期待 純在庫水準은 $S-\lambda\tau$가 된다.

式(3.10)에서, Poisson分布로 표시하고,

$$P(n\,;\hat{\lambda}\tau)=\frac{(\hat{\lambda}\tau)^n e^{-\hat{\lambda}\tau}}{n!}\ \text{, where } \tau=\frac{1}{\mu}$$

累積 Poisson分布는 다음과 같이 나타낸다.

$$\mathbb{P}(S\,;\hat{\lambda}\tau)=\sum_{n=0}^{s}\frac{(\hat{\lambda}\tau)^n}{n!}e^{-\hat{\lambda}\tau}$$

平均在庫水準($\bar{I}$)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\bar{I}&=\sum_{n=0}^{s}(S-\hat{\lambda}\tau)\psi_n\\&=\sum_{n=0}^{s}(S-\hat{\lambda}\tau)P(n\,;\hat{\lambda}\tau)\\&=S\mathbb{P}(S\,;\hat{\lambda}\tau)-\hat{\lambda}\tau\mathbb{P}(S-1\,;\hat{\lambda}\tau)\cdots(3.11)\end{aligned}$$

그리고, 平均顧客待期水準 $\bar{B}$는 다음과 같이 求할 수 있다.

$$\begin{aligned}\bar{B}&=\sum_{n=-\infty}^{0}(\hat{\lambda}\tau-S)\psi_n\\&=\sum_{n=-\infty}^{0}(\hat{\lambda}\tau-S)P(n\,;\hat{\lambda}\tau)\\&=S\mathbb{P}(S\,;\hat{\lambda}\tau)-\hat{\lambda}\tau\mathbb{P}(S-1\,;\hat{\lambda}\tau)-S+\hat{\lambda}\tau\\&=\bar{I}-(S-\hat{\lambda}\tau)\cdots\cdots\cdots(3.12)\end{aligned}$$

또한, 在庫가 바닥이 날 確率 Pout은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}Pout&=\sum_{n=-\infty}^{0}\psi_n\\&=1-\mathbb{P}(S\,;\hat{\lambda}\tau)\cdots\cdots\cdots(3.13)\end{aligned}$$

그러므로, 單位期間當 期待總費用 $K_{(S)}$는 다음과 같다.

$$K(S)=h\bar{I}+\hat{\pi}\hat{B}+\pi\hat{\lambda}\,Pout\ \cdots\cdots(3.14)$$

여기서, h : 個當 一定期間의 在庫管理費用
$\hat{\pi}$: 單位期間當 品切費用
π : 品切時 顧客이 待期할 때 發生하는 費用

式(3.14)에 式(3.11), (3.12) 그리고(3.13)을 代入하여 풀면

$$\begin{aligned}K(S)=&(h+\hat{\pi})[S\mathbb{P}(S\,;\hat{\lambda}\tau)-\hat{\lambda}\tau\mathbb{P}(S-1\,;\\&\hat{\lambda}\tau)]-\hat{\pi}(S-\hat{\lambda}\tau)+\pi\hat{\lambda}[1-\mathbb{P}(S\,;\hat{\lambda}\tau)]\end{aligned}$$

이 되며, 이 式을 S로 微分하면

$$\begin{aligned}\triangle K(S)&=K(S+1)-K(S)\\&=(h+\hat{\pi})\mathbb{P}(S\,;\hat{\lambda}\tau)-\pi\hat{\lambda}P(S\,;\hat{\lambda}\tau)-\hat{\pi}\end{aligned}$$

$$\cdots\cdots\cdots(3.15)$$

가 된다.

式(3.15)는 볼록函數(convex function)이므로 最適在庫水準 S^*는 $\Delta K(S)<0$를 充足하는 가장 큰 整數값이 된다.

Ⅳ. 數値例

需要는 Poisson分布, 서비스는 指數分布에 따를 때, 어떤 비행기 整備工場에서 A部品을 修理하여 서비스해주는 시스템에서 다음과 같은 數値를 얻었을 때, A部品의 適正在庫水準을 求하면,

$\mu=0.25$, $\alpha=4$, $h=100$, $\hat{\pi}=500$, $\pi=0$

式(3.3)에서 $\hat{\lambda}=0.2$를 求할 수 있고, 式(3.

15)에서 S를 求하기 위하여 풀면

$$\mathbf{P}(S\,;\hat{\lambda}\tau) < \frac{\hat{\pi}}{h+\hat{\pi}}$$

$$\mathbf{P}(S\,;0.8) < 0.833$$

이 되고 累積 Poisson分布表에서 S를 찾으면 $S^* = 1$이 된다.

參考로, 需要率이 4로 一定할 때의 S^*값은 2가 된다.

V. 結 論

價格이 비싸고 需要가 적은 SMI의 在庫政策은 1單位의 需要가 發生하고 나서 1單位의 注文을 하며, 이러한 政策에 의한 在庫의 遂行能力은 단지 需要에 대비한 在庫水準 S에만 依存한다.

本 研究에서는 需要率이 減少할 때를 考慮하여 $(S-1,\ S)$ 在庫모델을 開發하였는데 需要率이 減少할 때 適正在庫水準 S^*는 需要率이 一定할 때에 비하여 減少하는 것을 보여 주고 있으므로 本 모델이 다른 모델보다 더욱 現實的이라고 할 수 있다.

그러나, 이러한 모델을 使用하는데는 II 章에서 考慮한 바와같이 어려움이 있음으로 앞으로 보다 簡便하면서도 使用하기 便利한 모델을 開發할 수 있는 研究가 계속되어야 할 것이다.

參 考 文 獻

1. Bagchi, V., Hayya, J.C. and Ord, J.K. (1984), "*Modeling Demand During Lead Time*", Decision Sciences, Vol. 15, No. 2, 157-176.
2. Brown, R.G. (1959), "*Statistical Forecasting for Inventory Control*", McGraw-Hill.
3. Das, C. (1977), "*The (S-1,S) Inventory Model under Time Limit on Backorders*", Operations Research, Vol. 25, No. 5, 835-850.
4. Feeney, G.J. and Sherbrooke, C.C. (1966), "*The (S-1,S) Inventory Policy under Compound Poisson Demand*", Management Science, Vol. 12, No. 5, 391-411.
5. Galliher, H.P., Morse, P.M. and Simond, M. (1959), "*Dynamics of Two Classes of Continuous-Review Inventory Systems*", Operations Research, Vol. 7, No. 3, 362-384.
6. Gross, D. (1982), "*On the Ample Service Assumption of Palm's Theorem in Inventory Modeling*", Management Science, Vol. 28, No. 9, 1065-1079.
7. Hadley, G. and Whitin, T.M. (1963), "*Analysis of Inventory Systems*", Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
8. Little, J.D.C. (1961), "*A Proof of the Queueing Formular: L = λW*", Operations Research, Vol. 9, No. 3, 383-387.
9. Mitchell, G.H. (1962), "*Problems of Controlling Slow-moving Engineering Spares*", Operational Research Quarterly, Vol. 13, No. 1, 23-39.
10. Peterson, R. and Silver, E.A. (1979), "*Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*", Wiley.
11. Rose, M. (1972), "*The (S-1,S) Inventory Model with Arbitrary Backordered Demand and Constant Delivery Times*", Operations Research, Vol. 20, No. 5, 1020-1032.
12. Sherbrooke, C.C. (1968), "*METRIC: A Multi-echelon Technique for Recoverable Item Control*", Operations Research, Vol. 16, No. 1, 122-141.
13. Smith, S.A. (1977), "*Optimal Inventories for an (S-1,S) system with No Backorders*", Management Science, Vol. 23, No. 5, 522-528.