

동적계획에 의한 장비최적교체시기 결정

Dynamic Programming Application in Determining the Optimal Replacement Time of Equipment

정 현 태*

ABSTRACT

Many papers have suggested various models how to decide an optimal time for replacing equipment. In this study, Dynamic Programming is applied to establish a model of replacing equipment and a new algorithm is developed for computerization to meet the increased number of variables.

It is possible to predict the real situation with higher accuracy by employing the proposed model including more variables such as planning horizon, original cost, salvage value, decreasing rate, operating and maintenance costs, increasing rate, and so on.

I. 緒 言

장비投資分析 및 교체時期決定에 관한 分析은 經濟性 및 資金運營管理의 立場에서 매우 重要하며 교체의 時期는 장비의 經濟生命(economic life)이라는 개념과도 合致하는 것으로 이는 年間收益—費用函數를 주어진 制約條件下에서 最適化시키는 期間이라 할 수 있겠다.

本 研究는 經濟壽命의 時期를 決定하는 데 있어서 순환공식(recursive formula)과 最適性原理(principle of optimality)를 논리의 기본구조로 하는 동적계획(Dynamic Programming; 이하 D.P)을 장비교체시기 결정문제에 적용하고자

① D·P의 개념으로 계량적인 장비교체 Model을 수립하였고

② Model에 대해 전산처리적 접근방법에 의한 컴퓨터 프로그램을 개발하였으며

③ 최저요구보수율(MARR : minimum attractive rate of return), 내용수명(life time), 잔존가치(salvage value)와 그 감소율 운영유지비와 그 증가율 등의 각종 변수들(variables)이 교체시기 결정에 미치는 영향을 고찰해 본다.

II. D. P에 의한 장비교체 Model

일련의 다단계(multistage) 의사결정을 위해

* 水原專門大學

사용되는 數理的 計劃技法인 D·P는 여러 기간에 걸쳐서 발생하는 상호관련성을 갖는 여러 단계의 의사결정들을 하나로 결합하여 全體의인 최적해를 구하는 것을 목적으로 하고 있다.

이에 의해 本 研究에서는 모든 계획기간(planning horizon)에서 장비교체에 따른 陽의 現金흐름(positive cash flow)과 陰의 現金흐름(negative cash flow)을 고려한 총비용(total cost)을 최소화 시키기 위하여 D·P를 사용하여 장비교체 Model을 다음 식과 같이 설정하였다.

$$G(I) = \min_{J=I+1, \dots, N} [C_{IJ} + G(J)],$$

$$I = N-1, N-2, \dots, 0$$

$$G(N) \equiv 0$$

$$C_{IJ} = [P_I + \sum_{k=1}^{J-I} MC(1+X)^{k-1} (P/F, MARR, K) - \frac{V}{(1+Y)(J-I-1)} (P/F, MARR, J-I)] (P/F, MARR, I)$$

(Notation)

$G(I)$: I년도로부터 N년도까지의 최적 교체정책에 대한 총비용

C_{IJ} : I년도에 구입해서 J년도에 처분할때 까지 총비용의 초기년도의 현재가치

I : 구입년도

J : 처분년도

N : 계획기간

P_I : I년도초 구입시 초기비용

P_0 : 초기년도 초의 구입비용

M. C. : I년도에서 J년도 까지의 운영유지비

V : (I+1)년도의 처분가격

X : MC의 매년도 증가율

Y : V의 매년도 감소율

III. 장비교체 Model의 프로그램

D·P. 개념의 장비교체에 대한 교체 방식의 네트워크(Network)가 Fig. 1 이며

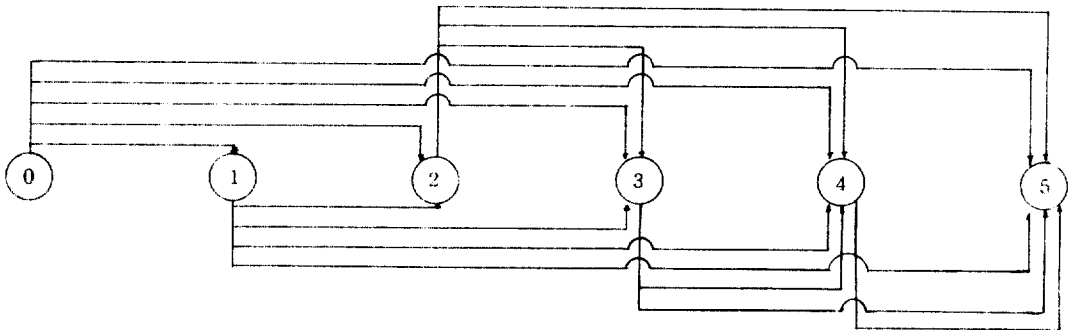


Fig. 1 교체방식의 네트워크 (N = 5년인 경우)

Table 1은 장비교체에 대한 교체방식의 일부이며 각종 교체방식에 따른 교체 총비용은 Table 1에 나타난 것과 같은 $\sum C_{IJ}$ 이며 각종 교체방식 중 교체 총비용을 최소화하는 방식이 최적장비 교체방식이 되는것인데 이 최적 교체방식은 최저요구보수율의 크기 내용수명, 잔존가치, 잔

존가치의 감소율 및 운영유지비와 이의 상승율에 영향이 있다.

Fig. 2는 교체 최적시기결정을 위한 D·P. 프로그램의 흐름도이며 실제 컴퓨터 프로그램은 Table 2와 같다.

Table 1. 장비교체의 각종방식

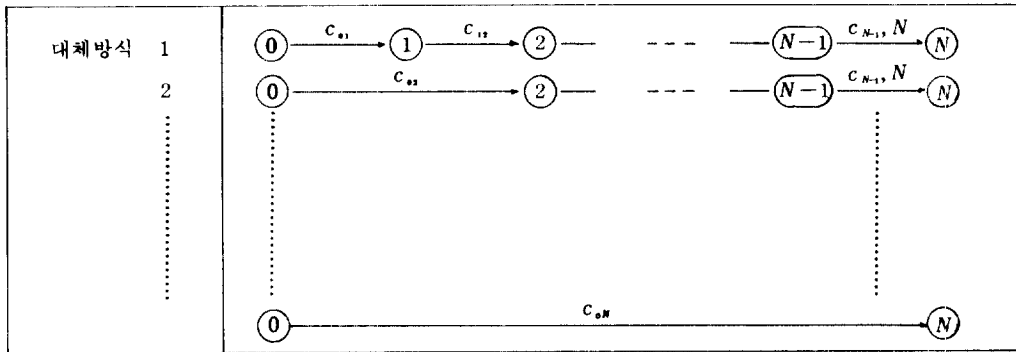


Table 2. Computer program

```

3  REM DYNAMIC PROGRAMMING APPLI
   CATION IN DETERMINING THE OP
   TIMAL REPLACEMENT TIME OF EQ
   UIPMENT
10  INPUT "PLANNING HORIZON;N=";N
20  INPUT "M.A.R.R.;R=";R
30  INPUT "PURCHASE COST;P=";P
40  INPUT "SALVAGE VALUE;V=";V
50  INPUT "S.V. DECREASING RATE;Y
   =" ;Y
60  INPUT "MAINTENANCE COST;MC=";
   MC
70  INPUT "M.C. INCREASING RATE;X
   =" ;X
80  DIM G(N),CIJ(N,N)
90  PRINT "G(";N;")=";0
100 FOR I = (N - 1) TO 0 STEP -
   1
110 MII = 10 ^ 20
120 FOR J = (I + 1) TO N
130 A1 = 0
140 FOR K = 1 TO (J - I)
150 T = MC * (1 + X) ^ (K - 1)
160 A1 = A1 + T / (1 + R) ^ K
170 NEXT K
180 A2 = V / ((1 + R) ^ (J - I) *
   (1 + Y) ^ (J - I - 1))
190 CIJ = (P + A1 - A2) / (1 + R)
   ^ I
200 PRINT "C(";I;J; TAB( 6) "=" ;CI
   J
210 G(I) = CIJ + G(J)
220 PRINT "G(";I;")=";G(I)
230 IF G(I) < MII THEN MII = G(I)
250 NEXT J
260 PRINT CHR# (14)"MIN;G(";I;")
   =" ;MII
270 PRINT
280 G(I) = MII
290 NEXT I
300 END
    
```

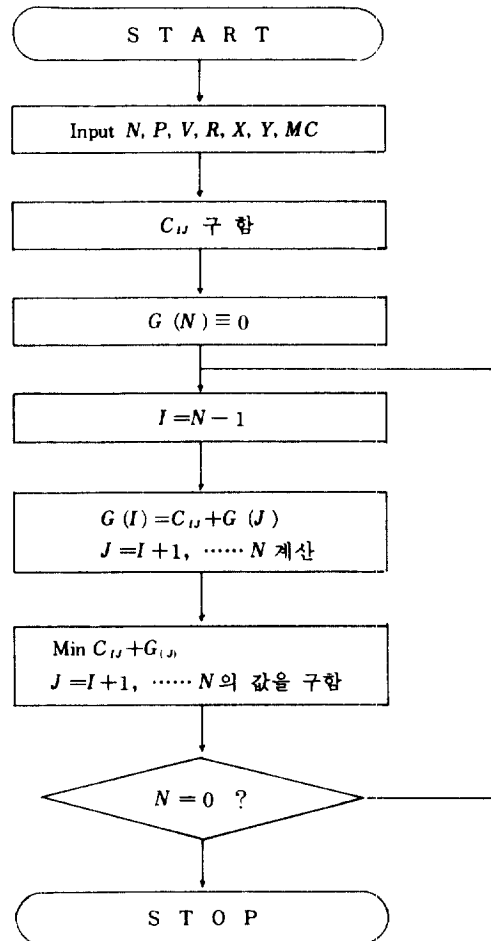


Fig. 2 최적시기 결정을 위한 DP 프로그램의 흐름도

IV. 사례 연구

4.1 사례설정

a) 문제의 설정

장비구입 비용(P) :	₩100萬
잔존 가치(V) :	₩ 60萬
최저요구보수율 (R) :	0.2
잔존가치 하강율 (Y) :	0.4
운영 유지비 (M.C.) :	₩ 30萬
운영 유지비 상승율(X) :	0.3/년
장비 교체기간 (N) :	5년

b) 문제를 풀기위한 순환등식

$$G(I) = \min_{J=1, \dots, N} [C_{IJ} + G(J)], J=N, \dots, 1$$

$$G(N) \equiv 0$$

여기서

$$C_{IJ} = \left[P + \sum_{k=1}^{J-1} \frac{MC(1+X)^{(k-1)}}{(1+R)^k} - \frac{V}{(1+R)^{(J-1)} * (1+Y)^{(J-1)}} \right] \frac{1}{(1+R)^J}$$

이다.

예를들면

$$C_{12} = \left[100 \text{ 만} + \frac{30 \text{ 만} (1+0.3)^0}{(1+0.2)^1} - \frac{60 \text{ 만}}{(1+0.2)^1 (1+0.4)^0} \right] \frac{1}{(1+0.2)^1}$$

$$= 625000$$

$$C_{14} = \left[100 \text{ 만} + \frac{30 \text{ 만} (1+0.3)^0}{(1+0.2)^1} + \frac{30 \text{ 만} (1+0.3)^1}{(1+0.2)^2} + \frac{30 \text{ 만} (1+0.3)^2}{(1+0.2)^3} - \frac{60 \text{ 만}}{(1+0.2)^3 (1+0.4)^2} \right] \frac{1}{(1+0.2)^4}$$

$$= 1,364,234.93$$

이러한 모든 C_{IJ} 의 값을 기록하면 Table 3과 같다.

Table 3. C_{IJ} 의 값

I \ J	1	2	3	4	5
0	750000	1223214.29	1637081.92	2026640.2	2413662.66
1	-	625000	1019345.24	1364234.93	1688866.83
2	-	-	520833.333	849454.365	1136862.44
3	-	-	-	434027.778	707878.638
4	-	-	-	-	361689.815

c) 해를 구하는 계산절차

$$G(5) \equiv 0$$

$$G(4) = \min [C_{45} + G(5)] = 361,689.815$$

$$G(3) = \min [C_{34} + G(4), C_{35} + G(5)]$$

$$= \min [795,717.593, 707,878.638]$$

$$= 707,878.639$$

$$G(2) = \min [C_{23} + G(3), C_{24} + G(4), C_{25} + G(5)]$$

$$= \min [1,228,711.97, 1,211,144.13, 1,136,862.44] = 1,136,862.44$$

$$G(1) = \min [C_{12} + G(2), C_{13} + G(3), C_{14} + G(4), C_{15} + G(5)]$$

$$= \min[1,761,862.44, 1,727,223.88, \\ 1,725,924.75, 168,866.83] \\ = 1,688,866.83$$

$$G(0) = \min[C_{01} + G(1), C_{02} + G(2), \\ C_{03} + G(3), C_{04} + G(4), C_{05} + G(5)] \\ = \min[2,438,866.83, 2,360,076.73, \\ 2,344,960.55, 2,388,330.01, \\ 2,413,662.66] = 2,344,960.55.$$

Table 4. 結果表

```

JRUN
PLANNING HORIZON;N=5
N.A.R.R.;R=.2
PURCHASE COST;P=1000000
SALVAGE VALUE;V=600000
S.V. DECREASING RATE;Y=.4
MAINTENANCE COST;MC=300000
M.C. INCREASING RATE;X=.3
G(5)=0
C(4)=361689.815
G(4)=361689.815
MIN;G(4)=361689.815

C(3)=484027.778
G(3)=725717.838
C(3)=707878.638
G(3)=707878.638
MIN;G(3)=707878.638

C(2)=520833.333
G(2)=1225711.97
C(2)=849454.365
G(2)=1211194.10
C(2)=1136862.44
G(2)=1136862.44
MIN;G(2)=1136862.44

C(1)=625000
G(1)=1761862.44
C(1)=1019345.24
G(1)=1727223.88
C(1)=1364234.93
G(1)=1725924.75
C(1)=1688866.83
G(1)=1688866.83
MIN;G(1)=1688866.83

C(0)=750000
G(0)=2438866.83
C(0)=1225214.29
G(0)=2360076.73
C(0)=1637081.92
G(0)=2344960.55
C(0)=2022644.2
G(0)=2300330.01
C(0)=2413662.66
G(0)=2413662.66
MIN;G(0)=2344960.55

```

4.2 결과분석

위의 手作業계산에 의하면 계획기간이 5년일 때 설정된 사례에서의 장비교체시기는 계획년 도초에 구입하여 사용하다가 3년도말에 교체 한 후 계획기간 말까지 사용하는 것이 가장 경제적이며 이와 같은 手作業계산결과와 Table2의 컴퓨터 프로그램에 의한 계산결과가 일치함을 Table 4에서 알 수 있다.

이 컴퓨터 프로그램에 의해 각종 변수에 대한 감도 분석을 해 본 결과

1) N , Y 및 X 가 일정한 상태에서 최저요구보수율의 크기를 변화시켜본 결과 최저요구보수율이 커질수록 현유설비를 계속 사용하는 것이 경제적이었고

2) N 과 최저요구보수율이 일정할때 Y 의 감소는 장비교체시기 결정에 미치는 영향이 미미하였고, X 의 증가는 장비교체시기 결정에 미치는 영향이 크며 X 의 증가가 클 경우 교체시기가 빨라졌다.

그리고,

3) 최저요구보수율이 Y 보다 낮을 경우에 있어서는 Y 의 감소율이 커질수록 교체시기가 빨라졌다.

V. 결 론

감도분석에 의해 분석해 본 결과 N 의 크기, 최저요구보수율의 크기 및 하락율의 크기 그리고 운영유지비 및 그 상승률의 크기가 영향을 미치는 정도는 각각 다르지만 교체시기 결정에 영향을 주고 있으므로 장비교체시기는 이들 변수들을 충분히 고려하여야 한다.

D·P로 장비교체문제를 풀기 위해서는 적합한 순환공식의 도출과 결정변수, 단계 및 상태 설정이 중요한 문제이며,

본 프로그램에 세금, 감가상각의 다양한 변화 형태등의 보다 현실성있는 요소들을 부가하기 위해서는 좀더 정확한 비용구조의 분석과 Model 설정 그리고 이에 따른 일반적인 장비교체의 최적주기 프로그램의 개발이 추후 연구과제가 될 수 있는 것으로 사료된다.

參 考 文 獻

1. Donald G. Newman, (1980), "*Engineering Economic Analysis*" Engineering Press, Inc., Revised Edition, p. 186-232, p. 254-285, p. 329-341.
2. Billy E. Gillett, (1976), "*Introduction to operations Research: a computer oriented Algorithmic Approach*". McGraw-Hill, Inc., p. 11-67.
3. Hillien & Lieberman, (1980), "*Introduction to operations Research*," Holden-Day, Inc., Third Edition.
4. Hamdy A. Taha, (1982), *Operations Research* 3th edition, Macmillan Publishing Co., Inc., p. 332-304.
5. Lynn E. Bussey, (1978), *The economic analysis of industrial projects* Prentice-Hall Inc.