

固定修理費用 限度에서의 部品交換政策

A Replacement Policy for Fixed Limits of Repair Cost

鄭 永 培*
黃 義 徹**

ABSTRACT

This paper studies a new replacement policy in case that average repair cost rate increases linearly in proportion to time t . At the moment when the repair cost rate reaches or exceeds a fixed level, the component is replaced. This policy is compared with the economic lifetime policy. Advantages of this model according to the increment of replacement cost is shown in numerical example.

1. 序 論

시스템에 대한 일반적인 部品交換政策은 이코노믹 라이프타임(Economic Lifetime)을 적용하고 있으며 이 방법은 시스템을 장기간 운용했을 때 總費用(수리비용, 부품교환비용)이 최소가 되는 시점에서 부품을 교환하는 정책이다. 그러나 이코노믹라이프타임을 적용하면 平均費用을 기준으로 하여 총비용을 고려하기 때문에 개개의 부품에 대한 修理費用의 차이를 고려하지 않게 된다.

따라서 Drinkwater, Hastings [3]에 의해서 수리비용의 限度라는 개념이 도입되었으며, 이 정책은 고장이 발생했을 때 필요한 수리비용을 추정하여 이 推定費用이 정해진 한도를 초과하면

부품을 교환하고 한도내에 있으면 수리를 하는 것이다. 이 정책의 단점은 수리 혹은 교환의 意思決定이 단 1회의 수리비용에 의존하기 때문에 故障回數에 관계없이 추정된 수리비용이 한도내에 있으면 계속 수리를 하므로써 部品交換時期가 부적합하다는 점이다.

이러한 단점을 보완하기 위해서 Beichelt [5]는 부품의 운용기간 동안 平均修理費用이 한도를 초과하면 부품을 교환하는 정책을 개발하였다. 그러나 이 정책도 1개의 부품에 대해서만 交換政策을 고려하였기 때문에 n 개의 부품으로 구성된 시스템의 교환정책으로서 적합하지 않다. 또한 시스템의 운용비용을 時間에 비례 한다고 했는데 실제의 경우는 시간에 따라 폴리노미얼

*漢陽大學校 大學院 産業工學科

**漢陽大學校 産業工學科 教授

(Polinomial)하게 증가하는 경우가 많다.

本 研究에서는 n 개의 부품으로 구성된 시스템에서 각 부품의 운용비용이 시간에 따라 폴리노미얼하게 증가하는 경우 修理費用의 限度를 이용하여 시스템의 總費用이 最少가 되는 部品交換政策을 구한다.

2. 修理費用限度를 적용한 시스템의 部品交換政策

2-1 假定

수리비용한도를 적용한 시스템의 부품교환에 대한 수학적 모델을 만들기 위하여 다음과 같은 가정을 설정한다.

- (1) 이 정책을 적용하는 시간은 무한대로 한다.
- (2) 수리와 교환은 완전하고, 그에 필요한 시간은 무시할 만큼 적다.
- (3) 實際平均修理費用率 $\{Z_i(t)\}_{t \geq 0}$ 은 확률적 과정(Stochastic Process)이고, 이 값은 非陰數이며 t 에 대한 連續函數이다.
- (4) 계속되는 부품교환 시기는 서로 독립인 陽數의 確率變數이다.

2-2 記號說明

$A_i(t)$: i 부품에 대한 시간 $(0, t)$ 사이의 總修理費用

$Z_i(t)$: $A_i(t)/t$, 단위시간당 平均修理費用

z_i : i 부품에 대한 修理費用限度

C_i : i 부품에 대한 部品交換費用

$K_i(z_i)$: z_i 를 이용한 교환정책으로 얻은 i 부품에 대한 總費用

z_i^* : $K_i(z_i^*) = \min K_i(z_i)$, i 부품에 대한 最適修理費用限度

$O(z)$: $\sum_i K_i(z_i^*)$, 수리비용한도를 적용한 시스템의 總費用

$Q_i(T_i)$: $[E\{A_i(T)\} + C_i] / T_i$, i 부품에 대한 이코노믹라이프타임을 적용한 費用

$Q(T)$: $\sum_i Q_i(T_i)$, 이코노믹라이프타임을 적용한 시스템의 總費用

T_i^* : i 부품에 대한 이코노믹라이프타임

Yz_i : i 부품에 대해 수리비용한도를 적용했을 때 部品交換時期

P_i : i 부품에 대한 運用費用

V_i : 陽數의 確率變數

$H(t)$: t 에 대한 오목형 增加函數

$H^{-1}(x)$: $H(t)$ 의 逆函數

2-3 기존의 政策

운용비용이 폴리노미얼로 증가할때 이코노믹라이프타임을 적용한 부품교환정책에서 i 부품에 대한 비용은 다음과 같다.

$$Q_i(T_i) = P_i T_i + E\{V_i\} H(T_i) + \frac{C_i}{T_i} \quad (1)$$

$H(T_i) = t$ 라 하면,

$$T_i^* = \sqrt{\frac{C_i}{P_i + E\{V_i\}}} \quad (2)$$

가 된다.

따라서 i 부품의 最小費用은

$$Q_i(T_i^*) = 2\sqrt{C_i(P_i + E\{V_i\})} \quad (3)$$

이고, 시스템의 總費用은

$$Q(T) = \sum_{i=1}^n Q_i(T_i^*) \quad (4)$$

이다.

2-4 修理費用限度를 적용한 費用모델

本 研究의 固定修理費用限度에 있어서의 部品交換政策에 따른 i 부품에 대한 부품교환시기 Yz_i 는

$$Yz_i = \min_t \{t: Z_i(t) \geq z_i\} \quad (5)$$

이고, Yz_i 가 결정됨에 따라 $Z_i(Yz_i) = z_i$ 가 된다. 따라서 수리비용한도를 적용한 i 부품의 費用은

$$K_i(z_i) = z_i + \frac{C_i}{E\{Yz_i\}} \quad (6)$$

이고, 이 부품교환정책은 항상 $\{Z_i(t)\}_{t \geq 0}$ 의 값에 따라 결정된다.

그리고 i 부품에 대한 實際平均修理費用

$$z_i(t) = P_i \cdot t + V_i \cdot H(t) \quad (7)$$

라고 가정하면

$$Yz_i = H^{-1}[(z_i - P_i \cdot t) / V_i] \quad (8)$$

가 된다. 따라서

$$K_i(z_i) = z_i + \frac{C_i}{E\{H^{-1}[(z_i - P_i \cdot t) / V_i]\}} \quad (9)$$

이다.

i 부품의 운용비용 P_i 가 폴리노미얼하게 增加할 때 부품 n 개로 구성되어 있는 시스템의 最適限度와 總費用을 구하면

$$z_i(t) = P_i \cdot t + V_i \cdot H(t)$$

이므로 $H(t) = t$ 라고 할 때

$$t = z_i(t) / (P_i + V_i)$$

이고 $t = Yz_i$ 이면 $z_i(t) = z_i$ 이므로

$$Yz_i = \frac{z_i}{P_i + V_i} \quad (10)$$

이다.

(10)식을 (9)식에 대입하여 z 로 미분하면 z^* 가 구해진다.

따라서 i 부품에 대한 最適修理限度

$$z_i^* = \sqrt{C_i / E\{1 / (P_i + V_i)\}} \quad (11)$$

이고 이때의 i 부품에 대한 비용은 (9)식에 대입하여

$$K_i(z_i^*) = 2\sqrt{C_i / E\{1 / (P_i + V_i)\}} \quad (12)$$

이므로 시스템의 總費用은

$$O(z^*) = \sum_{i=1}^n K_i(z_i^*) \quad (13)$$

이다.

3. 考 察

z_i^* , T_i^* 가 존재하고 (7)식에서 $Z_i(t)$ 가 구해졌을 때 修理費用限度를 적용한 i 부품의 總費用 $K_i(z_i^*)$ 가 이코노믹라이프타임을 적용해 얻은 i 부품의 總費用 $Q_i(T_i^*)$ 보다 적다는 것 즉,

$$K_i(z_i^*) < Q_i(T_i^*) \quad (14)$$

임을 보여 주고자 한다.

(14)식을 증명하기 위해 $z_i^* = E\{Z_i(T_i^*)\}$ 라 하자.

$H^{-1}(x)$ 가 볼록형함수(convex function) 이라면 Jensen's Inequality(1)에 의해서

$$\begin{aligned} E\{H^{-1}\left[\frac{E\{V_i\}}{V_i} \cdot H(T_i^*)\right]\} \\ \geq H^{-1}\{E\{V_i\} \cdot E\{1/V_i\} \cdot H(T_i^*)\} \\ > H^{-1}\{H(T_i^*)\} = T_i^* \end{aligned}$$

(1)식과 (9)식에 대입하면

$$K_i(z_i^*) < Q_i(T_i^*)$$

임을 알 수 있다.

따라서 最適修理費用限度 z_i^* 를 적용한 費用 $K_i(z_i^*)$ 는 당연히 이코노믹라이프타임을 적용한 費用 $Q_i(T_i^*)$ 보다 적다.

다음에는 두 개의 정책의 數値例를 보인다.

V_i 가 $[a_i, b_i]$ 에서 一樣分布를 한다면

$$\begin{aligned} E\{1/(P_i + V_i)\} &= \frac{\ln \frac{b_i + P_i}{a_i + P_i}}{b_i - a_i} \\ E\{V_i\} &= \frac{a_i + b_i}{2} \end{aligned}$$

가 된다.

數値例 1: 운용비용 P_i , i 부품의 最小수리비용 a_i , 最大수리비용 b_i 가 고정 되었을 때 부품 교환비용이 변화함에 따른 i 부품의 총비용 및 두 정책의 비용변화는 표 1과 같다($P_i=50$, $a_i=40$, $b_i=160$, $C_1=5000$, $C_2=5500$, $C_3=6000$, $C_4=6500$, $C_5=7000$).

數値例 2: 운용비용, 수리비용, 교환비용이 표 2와 같이 각각 다른 부품으로 구성된 시스템의 두 정책의 차이는 표 3에 보였다.

Table 1. Comparison of two policies according to the increments of replacement costs

RL - COST	E - L POLICY	THIS POLICY	DIFFERENCE
5000	1732.1	1683.0	49.0
5500	1816.6	1765.2	51.4
6000	1897.4	1843.6	53.7
6500	1974.8	1918.9	55.9
7000	2049.4	1991.4	58.0

Table 2. Parameters of ten-component system

	부품 1	부품 2	부품 3	부품 4	부품 5	부품 6	부품 7	부품 8	부품 9	부품 10
C_i	5000	5100	5200	5300	5400	5500	5600	5700	5800	5900
P_i	50	60	70	80	30	50	70	60	40	70
a_i	80	70	60	90	50	80	70	60	90	50
b_i	120	130	140	110	150	120	130	140	110	150

Table 3. Costs of each component in two policies and total sum of profits

RL - COST	OP - COST	A	B	E - L POLICY	THIS POLICY
5000	50	80	120	1732.1	1726.9
5100	60	70	130	1806.7	1795.9
5200	70	60	140	1880.4	1862.7
5300	80	90	110	1953.5	1952.5
5400	30	50	150	1675.7	1632.1
5500	50	80	120	1816.6	1811.2
5600	70	70	130	1951.4	1941.2
5700	60	60	140	1910.0	1889.6
5800	40	90	110	1802.2	1800.7
5900	70	50	150	2003.0	1973.2

PROFIT OF NEW POLICY IN THIS SYSTEM IS 145.6

4. 結 論

本 研究에서는 각 부품의 修理費用限度가 주어졌을 때 이 부품들로 구성된 시스템의 修理費用과 部品交換費用을 고려한 費用모델을 근거로 總費用을 最少로 하는 最適部品交換政策을 제시하였다.

數値例의 결과에서 보면 修理費用의 限度를 적용한 交換政策의 시스템의 總費用이 이코노믹 라이프타임을 적용한 交換政策의 總費用보다 적음을 알 수 있고, 특히 부품의 交換費用이 클수록 修理費用의 限度를 주는 部品交換政策이 더

욱 효과적임을 알 수 있다.

그러나 本 研究에서는 수리비용, 운용비용, 부품교환비용의 다양한 변화에 따른 部品交換政策의 비교가 되어 있지 않아 修理費用限度를 적용한 部品交換政策이 항상 이코노믹라이프타임을 적용한 部品交換政策보다 有利하다는 결론을 내리는데는 문제점이 있다.

따라서 變數들의 變化의 범위에 따른 最適部品交換政策을 수립하는 것이 앞으로의 研究과제라 하겠다.

参 考 文 献

1. Mann, Schafer, Singpurwalla, (1974), *Methods for Statistical Analysis of Reliability and Life Data*, New York, London, Sydney, J. Wiley & Sons, Inc.
2. R.V. Canfield, (1986, Apr.), "*Cost Optimization of Periodic Preventive Maintenance*", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-35, pp. 78-81.
3. R.W. Drinkwater, N.V.J. Hastings, (1967, June), "*An Economic Replacement Model*", Oper. Res. Quart., Vol. 18, pp. 121-138.
4. P.K. Kapur, K.R. Kapoor, D.V.S. Kapil, (1980, Aug.), "*Joint Optimum Preventive-Maintenance and Repair-Limit Replacement Policies*", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-29, pp. 279-280.
5. F. Beichelt, (1982, Oct.), "*A Replacement Policy Based on Limits for the Repair Cost Rate*," IEEE Trans. Reliability, Vol. R-31, pp. 401-403.
6. T. Nakagawa, (1979, Dec.), "*Imperfect Preventive Maintenance*", IEEE Trans. Reliability, Vol. R28, p. 402.