

研 究 論 文

大韓熔接學會誌
 第5卷, 第1號, 1987年3月
 Journal of the Korean
 Welding Society
 Vol. 5, No. 1, Mar., 1987

熔接殘留應力 領域에서의 疲勞균열傳播에 대한 Forman式의 適用

金 相 哲* · 李 龍 福**

The Application of Forman Equation for Fatigue Crack Propagation in Welding Residual Stress Region

S. C. Kim* · Y. B. Lee**

Key Words: Fatigue Crack Propagation(피로균열전파), Tensile Residual Stress(인장잔류응력), Compressive Residual Stress(압축잔류응력), Restrained Weld(구속용접), Unrestrained Weld(비구속용접), Stress Ratio(응력비),

Abstract

Fatigue Fracture behaviors of the TIG-welded aluminum alloys, such as Al 2024-T4, Al 5050-0 and Al 7075-T7 were investigated when a crack propagated from tensile residual stress region and compressive residual stress region. The experimental values were compared with the values expected by the Forman equation.

The experimental results are summarized as the following:

- (1) In case of fatigue crack propagation from residual stress region, the values predicted by Forman equation were found to exactly corresponded to the experimental values.
- (2) When the stress intensity factors affected by compressive residual stress, K_{res} , were greater than the stress intensity factors by minimum applied stresses. K_{min} , the Forman equation was found to be improper to be applied directly, but the equation appeared to be proper, if the stress ratio was modified to zero.
- (3) The experimental results confirmed that residual stress was relaxed by repeated tensile loading and the relaxing trend was greater in case of compressive residual stress than that of tensile residual stress.

* 仁荷大學校 機械工學科 정회원

** 弘益大學校 機械工學科 정회원

1. 緒 論

熔接構造物에서의 破壞는 대부분 熔接部에서 發生하며 熔接部에는 氣泡, 不均열 및 슬래그 混入등 여러 가지 形態의 缺陷이 存在하여 이로부터 不均열이 傳播되고 있다. 또한, 熔接作業中 局部的으로 熱應力이 發生에고, 이로인하여 殘留應力과 뒤틀림이 材料에 存在하게 된다.¹⁾ 이러한 熱應力에 의한 殘留應力 및 뒤틀림은 不均열과 缺陷을 誘發시키는데 熔接部の 높은 引張殘留應力은 條件에 따라 不均열을 傳播시키며, 뒤틀림과 壓縮殘留應力은 構造要素의 座屈強度를 減少시키기도 한다. 現在 熔接材料에 대하여 이를 破壞力學的으로 究明하려는 研究가 활발하며²⁻⁶⁾, 특히 熔接에 의하여 發生되는 殘留應力과 材質의 變化로 인한 破壞性質의 把握은 매우 重要한 課題로 남아 있다.

本 研究에서는 熔接의 工業上 重要성과 熔接部の 脆弱性を 勘案하여 熔接部에 반드시 存在하게 되는 殘留應力의 分布와 殘留應力이 疲勞破壞學動에 미치

는 影響을 究明하고자 하였고, 또한 引張殘留應力 領域으로부터 不均열이 傳播할 때와 壓縮殘留應力 領域으로부터 不均열이 傳播할 때 Forman式을 適用한 豫想值를 구하여 實驗值와 比較해보고 그 妥當性에 대하여 考察해 보았다.

2. 實驗方法

2.1 試驗片의 準備 및 裝置

本 實驗에 사용한 材料는 남도금속주식회사 제품으로 宇宙航空産業에 많이 사용하고 있는 高強度 알루미늄合金 Al 2024-T4와 Al 7075-T6, 그리고 耐海水性이 優秀하여 船體製造에 많이 사용되고 있는 Al 5052-0을 選擇하였다. 熔接은 Al 2024-T4 材料는 ER4043熔接棒을 사용하였고, Al 5052-0 및 Al7075-T6는 ER 5356 熔接棒을 擇하여 非拘束 및 拘束下에 TIG 熔接하였다. 이때 각 熔接材料의 양쪽 傾斜角이 60°가 되도록 V-groove로 機械加工하였고, 非拘

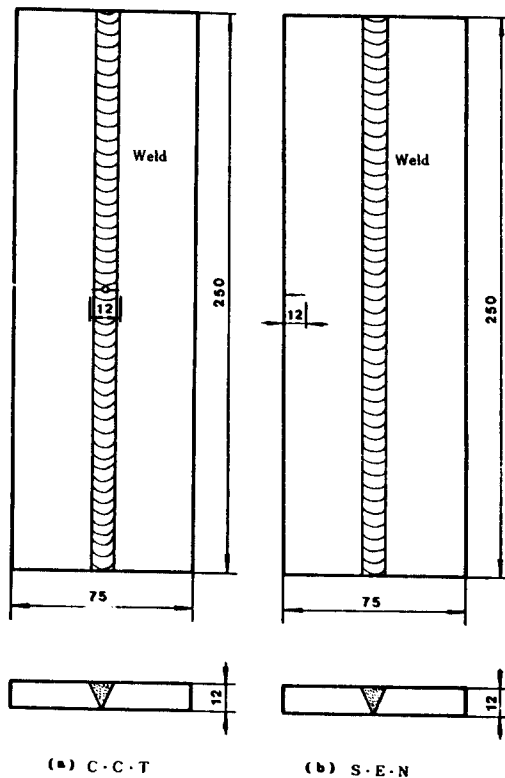


Fig. 1 Configuration of Fatigue Test Specimens
 (a) Center Cracked Tension Specimen.
 (b) Single Edge Notched Specimen

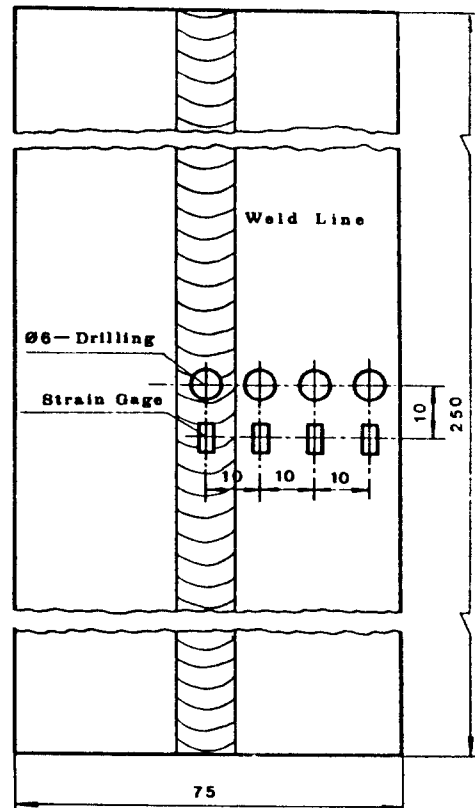


Fig. 2 Configuration of Residual Stresses Measuring Method

束熔接은 約 5°의 逆變形을 주어 熔接後 平坦하도록 하였으며 拘束熔接은 보조판 위에 材料를 jig로 固定하여 熔接을 行하였다. 그리고, Fig.1에 보인 바와 같이 75×250×12mm의 크기로 母材, 非拘束熔接材 및 拘束熔接材를 機械加工 하여 熔接部의 異常有無를 알아보기 위하여 X-Ray 檢査를 하였고, 異常이 없는 熔接試驗片을 選擇하여 CCT(Center Cracked Tension Specimen)와 SEN(Single Edge Notched Tension Specimen)으로 각각 notch 先端에서 2mm의 疲勞 균열을 주어 全 균열 길이가 12mm가 되도록 하였다. 다음에 Fig.2에 보인 바와같이 hole drilling method⁷⁾에 의하여 熔接線 中央으로부터 鋼用 strain gage를 10mm 간격으로 부착시키고 직경 6mm의 드릴로 구멍을 차례로 뚫어 이때 strain의 變化量을 測定하였고, 이로부터 殘留應力의 分布를 求하였다.

Table. 1 Experimental Conditions

Specimen	Stress Ratio	Stress range (MPa)	Test Frequency (Hz)
C. C. T	0.05	26-1.27	15
S. E. N	0.05	33-1.67	15

Table. 2 Chemical Compositions of Aluminum Alloys (Wt. %)

Composition	Cu	Si	Fe	Mg	Mn	Cr	Zn	Ti	Al
Material									
Al2024-T4	4.03	0.17	0.21	1.54	0.54	0.01	0.01	—	remainder
Al51052-0	0.02	0.14	0.21	2.46	0.01	0.21	0.01	—	remainder
Al7075-T6	1.41	0.21	0.61	2.46	0.01	0.22	5.42	0.01	remainder

Table. 3 Mechanical Properties of Aluminum Alloys

Material	σ_u (MPa)	σ_y (MPa)	Elongation (%)
Al2024-T4	460	353	16
Al5052-0	216	88	22
Al7075-T6	573	539	8.5

Table. 4 Chemical Compositions of Filler Metals (Wt. %)

Filler Metal	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Ti	Cr	Al
ER 4043	4.50	0.80	0.30	0.05	0.05	0.10	0.20	—	Remainder
ER 5356	0.20	0.30	0.10	0.05	4.50	0.10	0.06	0.05	Remainder

Table. 5 Conditions for TIG Butt Welding

Electrode Dia. (mm)	Filler Metal Dia. (mm)	Argon Flow (cm ³ /min)	Current (A)	Voltage (V)	Speed (mm/min)	Number of Passes
4	3.2	12-14	320-350	30	120-150	5

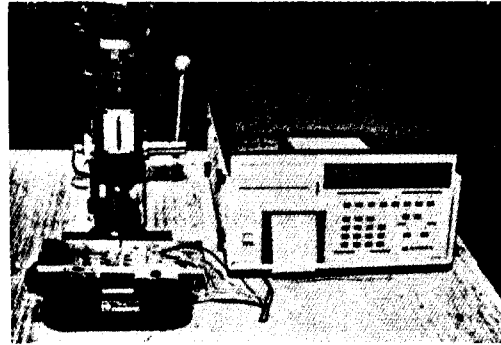


Photo. 1 Measuring Apparatus for Residual Stresses

殘留應力 測定裝置를 Photo.1에 보였다. 그리고, Photo.2에 보인 바와같이 25ton 容量의 Dynamic Universal Testing Machine (Instron Co. Model 1332)을 사용하여 Table.1과 같은 條件下에서 實驗을 行하였다. 시험편 재료에 대한 分析결과 化學成分, 機械的 性質은 Table.2, Table.3과 같고, 熔接棒의 化學成分은 Table.4와 같다. 熔接條件은 Table.5와 같이 하였다.

2.2 應力比의 影響 및 Forman式의 適用方法

疲勞 균열 傳播 舉動에 대한 一般의 傾向은 Fig. 3, 에 보인 바와 같고, 應力比 ($R = K_{min}/K_{max} = \sigma_{min}/\sigma_{max}$)의 影響은 增加하는 R값과 더불어 균열 傳播 速度가 S字形 曲線의 全 區域에서 增加하는 傾向이 있다. 그러나, II 區域에서의 增加는 작고 III 區域에서는 破壞靱性 K_c 또는 K_{Ic} 에 支配된다. 또한, ΔK_{th} 에 대한 應力比의 影響은 0에서 0.8까지 增加하는 R에 대하여 約 1.5에서 2.5까지의 比率로 減少함을 Paris 等의 研究⁹⁾에서 밝히고 있다. 區域 II와 III에서 應力比의 影響을 나타내는 式으로는 다음과 같은 Forman의 式¹⁰⁾이 널리 사용되고 있다.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (1)$$

윗식은 Paris式¹¹⁾을 균열 先端에서 應力擴大係數의 最大값 K_{max} 이 材料의 破壞靱性值에 도달하면 균열 傳播 速度는 無限히 커진다는 것과 應力比, R의 影響을 考慮하여 修正한 式이다.

本 研究에서는 作用應力과 熔接殘留應力の 重疊으로 豫想되는 應力擴大係數幅에 대한 疲勞균열 傳播 速度를 알아보기 위하여 (1)式을 다음과 같이 利用 하였다.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K_{eff})^m}{(1-R_{eff})K_{cf} - \Delta K_{eff}} \quad (2)$$

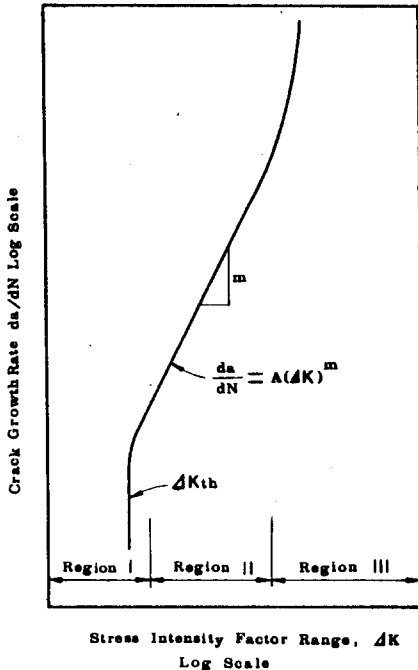


Fig. 3 Schematic Sigmoidal Behavior of Fatigue Crack Growth Rate vs. ΔK

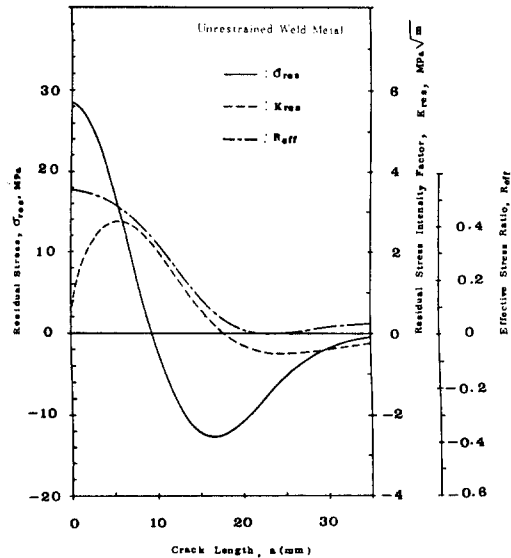


Fig. 4 Stress Intensity Factor, K_{res} and Stress Ratio, R_{eff} by Residual Stress (Al2024-T4)

(2)式에서

$$R_{eff} = \frac{K_{min} + K_{res}}{K_{max} + K_{res}} \quad (3)$$

로 구할 수 있고, 殘留應力擴大係數, K_{res} 는 CCT 및 SEN 試驗片의 경우에 대하여 각각 Abel 및 Tada 等¹²⁾이 解析한 다음式들로부터 구할 수 있다.

$$K_{res} = 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^a \frac{\sigma_{res}(x)}{\sqrt{a^2-x^2}} dx \quad (4)$$

$$K_{res} = 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^a \frac{\sigma_{res}(x)}{\sqrt{a^2-x^2}} F\left(\frac{x}{a}\right) dx \quad (5)$$

윗式에서 a 는 균열 半길이이며, (5)式에서 形狀係數 $F\left(\frac{x}{a}\right)$ 는 Tada의 實驗結果值로부터 最少面積法에 의하여 다음과 같이 구하였다.

$$F\left(\frac{x}{a}\right) = 1.299 - 0.041\left(\frac{x}{a}\right) - 0.261\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 0.273\left(\frac{x}{a}\right)^3 + 0.274\left(\frac{x}{a}\right)^4 \quad (6)$$

作用應力에 의한 應力擴大係數는 均一引張을 받을 때 CCT 및 SEN 試驗片의 경우 有限板에 대한 다음式들로부터 구하였다.¹³⁾

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \left[1 - 0.025 \left(\frac{2a}{W}\right)^2 + 0.06 \left(\frac{2a}{W}\right)^4 \right] \sqrt{\sec \frac{\pi a}{W}} \quad (7)$$

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \left[1.12 - 0.231 \left(\frac{a}{W}\right) + 10.55 \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21.72 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30.39 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right] \quad (8)$$

疲勞破壞靱性值, K_{cf} 는 母材의 實驗으로부터 求하

였고, 應力擴大係數幅, ΔK_{eff} 는 다음과 같다.

$$\Delta K_{eff} = (K_{max} + K_{res}) - (K_{min} + K_{res}) = K_{max} - K_{min} \quad (9)$$

이상과 같이 求한 값들을 (2)式에 代入하므로써 熔接殘留應力 領域에서의 균열傳播速度를 豫想할 수가 있다.

3. 結果 및 考察

3-1 引張殘留應力 領域에서의 균열傳播

本 材料의 非拘束 및 拘束 熔接材에 대하여 熔接線 中心으로부터 가로軸(x軸)에 대한 熔接線軸(y軸) 方向으로 作用하는 熔接殘留應力, $\sigma_{res}(x)$ 값과 이로 인한 應力擴大係數, K_{res} , 그리고 作用應力和 熔接殘留應力의 重疊에 의한 有效應力比, R_{eff} 값을 나타내면 Fig.4, Fig.5와 같다.

이들 값들은 각 材料에서 비슷하게 나타나므로 여기서는 참고로 Al 2024-T4 材料의 [경우만을 나타내었다. 그리고, 母材와 非拘束熔接材, 및 拘束熔接材에 대한 實驗結果 反復 cycle數에 대한 균열傳播길이를 함께 나타내면 Fig.6 (Al 2024-T4), Fig.7 (Al 5052-0) 및 Fig.8 (Al 7075-T6)와 같고, 疲勞균열傳播速度를 應力擴大係數幅에 대하여 對數座標로 함

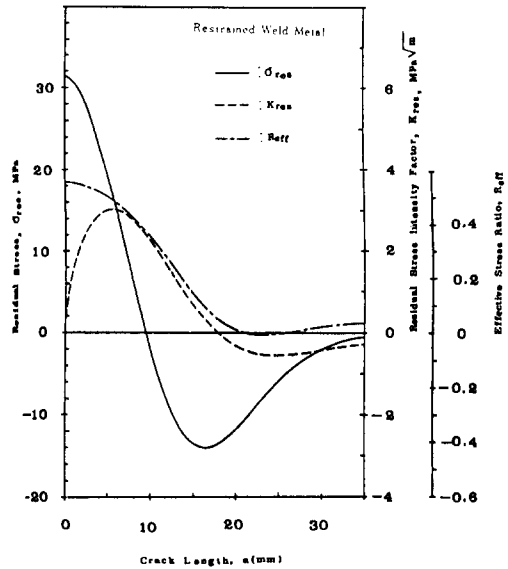


Fig.5 Stress Intensity Factor, K_{res} and Stress Ratio, R_{eff} by Residual Stress (Al2024-T4)

게 나타내면 Fig.9 (Al 2024-T4), Fig. 10 (Al 5052-0) 및 Fig. 11 (Al 7075-T6)과 같다. 各 材料에서 母材와 比較하여 拘束熔接 때 균열傳播가 가장 빠르

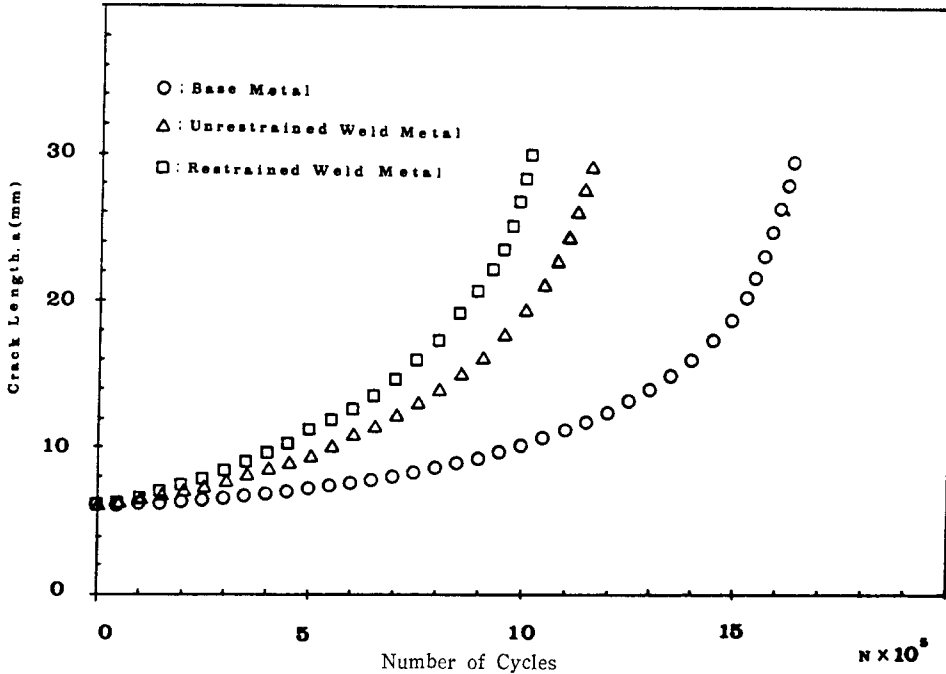


Fig.6 Crack Length vs. Number of Cycles for CCT Specimen Al2024-T4)

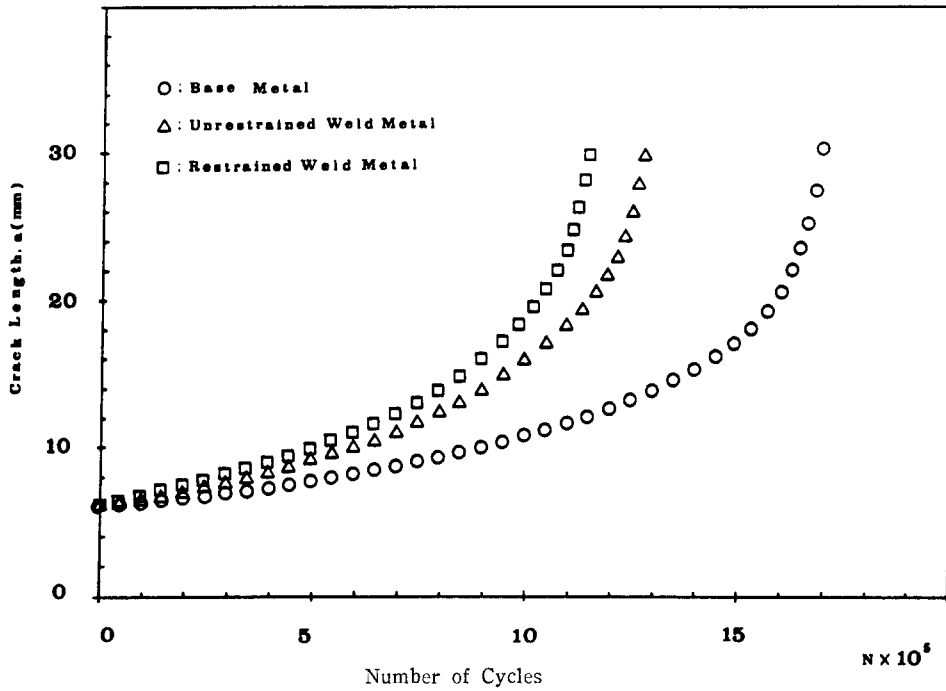


Fig.7 Crack Length vs. Number of Cycles for CCT Specimen (Al5052-0)

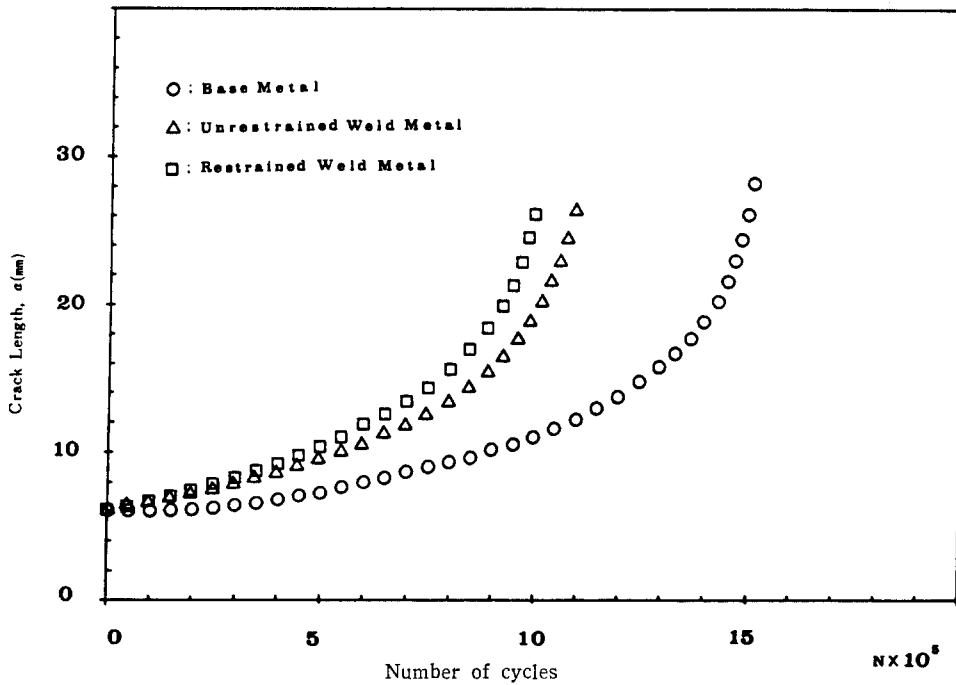


Fig.8 Crack Length vs. Number of Cycles for CCT Specimen (Al7075-T6)

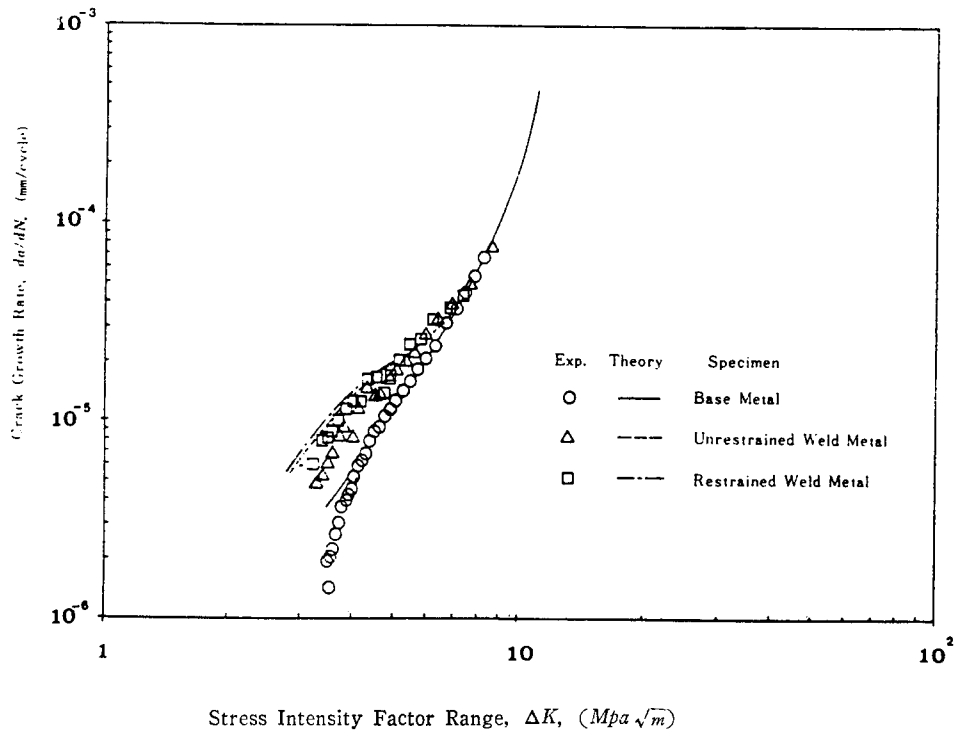


Fig.9 Crack Growth Rate vs. Stress Intensity Factor Range for CCT Specimen (Al2024-T4)

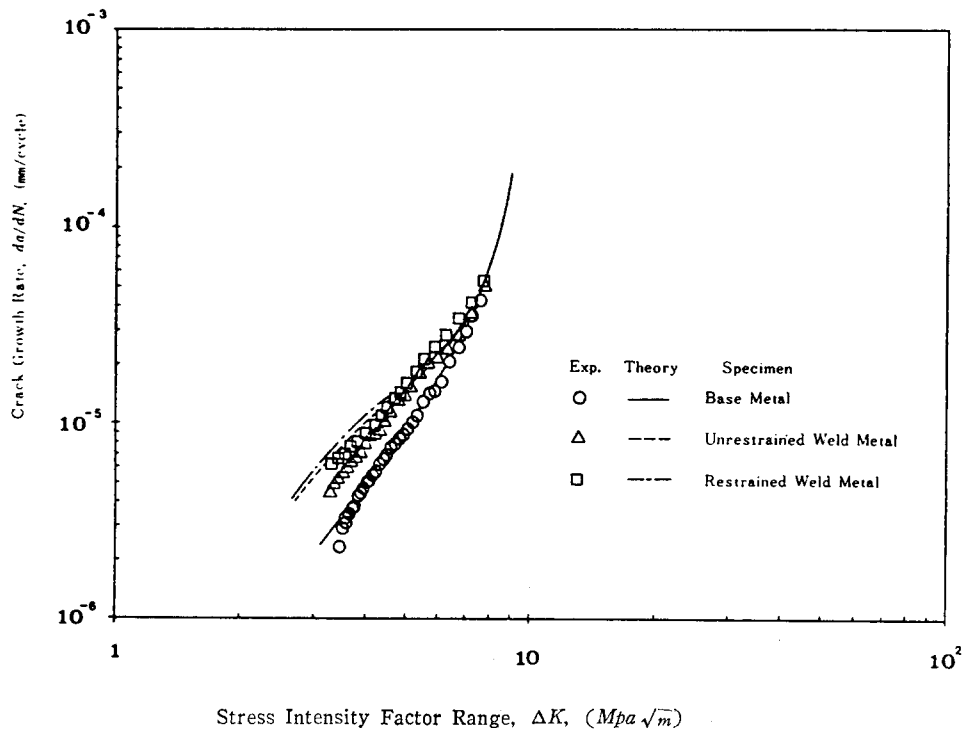


Fig.10 Crack Growth Rate vs. Stress Intensity Factor Range for CCT Specimen (Al5052-0)

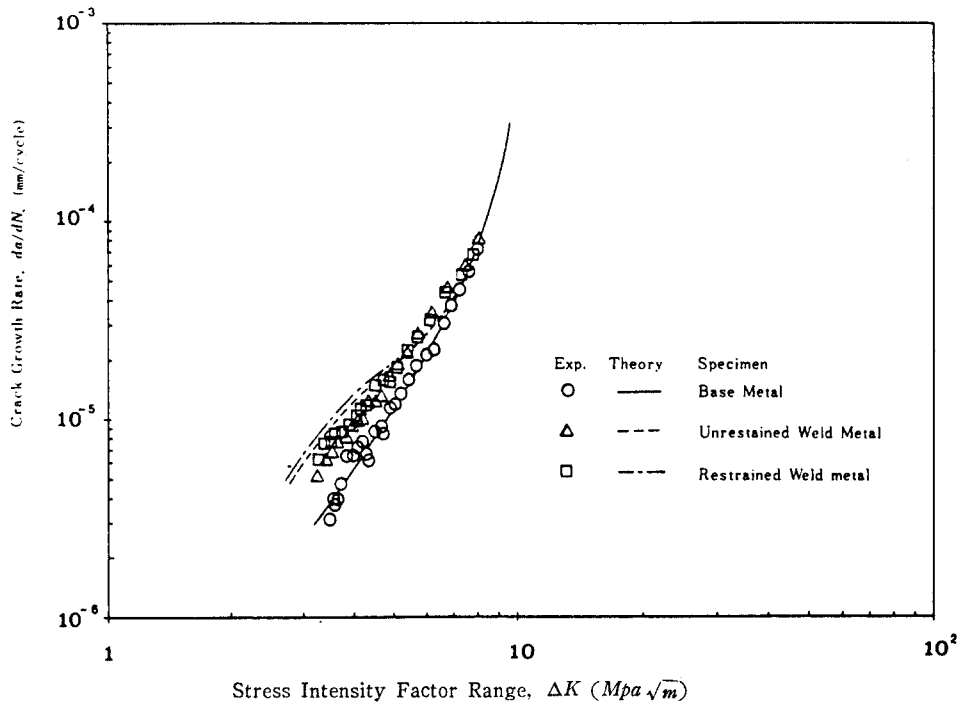


Fig. 11 Crack Growth Rate vs. Stress Intensity Factor Range for CCT Specimen(Al7075-T6)

게 나타나며, 다음에 非拘束熔接의 順으로 빠르게 나타난다. 이것은 拘束熔接 때가 非拘束熔接 때보다 熔接線 中央에 더 큰 引張殘留應力이 中央으로부터의 균열傳播에 影響을 주고있기 때문이라 생각된다. 또한, 各 材料에 대한 균열傳播速度的 豫想值를 같이 나타내었는데 母材에 있어서는 豫想值와 實驗值가 매우 잘 一致하고 있고, 熔接材에 있어서는 比較的 잘 一致하고 있다. 그러나, 이를 자세히 보면 각 그림에서 初期에는 豫想值가 實驗值에 比하여 균열傳播速度가 크게 나타나고 있다. 이 原因은 균열傳播開始때의 條件에 관계가 있으나 熔接試片에 있어서는 균열傳播開始 後에도 균열傳播速度는 實驗值가 豫想值보다 작게 나타나고, 균열이 상당히 傳播한 後에 母材의 速度와 가까워지고 있다. 이 傾向으로 보아 균열初期 部分에서의 實驗值는 應力比 R_{eff} 가 豫想한 값보다는 작은 것으로 생각할 수 있고, 이는 되풀이 되는 荷重에 의하여 引張殘留應力이 약간씩 弛緩되기 때문이라 생각된다. 또한, 균열傳播速度는 各 材料에서 熔接材가 母材보다 균열初期로부터 넓은 區間에서 매우 크게 나타나고 있고 拘束熔接 때가 非拘束熔接 때보다 확실히 크게 나타나고 있는데, 이것은 熔接材 中央部の 높은 引張殘留應力の 影響 때문인 것으로 생각된다.

3.2 壓縮殘留應力 領域에서의 균열傳播

壓縮殘留應力이 分布하는 edge部로부터 균열이 傳播하는 本 試驗片의 熔接殘留應力, $\sigma_{res}(x)$ 및 應力擴大係數, K_{res} , 그리고 有效應力比, R_{eff} 를 앞에서와 같이 Al2024-T4 材料에 대하여 나타내면 Fig. 12, Fig. 13과 같다. 그리고, 各 材料의 cycle數에 대한 균열傳播는 Fig. 14(Al2024-T4), Fig. 15(Al5052-0) 및 Fig. 16(Al7075-T6)와 같고, CCT試驗片의 경우와는 反對現象이 나타나는데 母材와 比較하여 拘束熔接 때 균열傳播가 가장 느리게 나타나며 다음에 非拘束熔接의 順으로 느리게 나타나고 있다. 이것은 拘束熔接 때가 非拘束熔接 때보다 初期 균열이 傳播하는 試驗片 edge部에 分布하는 더 큰 壓縮殘留應力の 影響을 받고 있기 때문인 것으로 생각된다.

本 試驗片의 應力擴大係數幅에 대한 균열傳播速度를 豫想值와 같이 나타내면 Fig. 17(Al2024-T4), Fig. 18(Al5052-0) 및 Fig. 19(Al7075-T6)와 같다. 각 그림에서 보면 豫想值와 實驗值가 잘 一致하지 않고 큰 差異가 있음을 알 수 있다. 따라서, 本 試驗에 대한 Forman式의 直接 適用은 不適當함을 알 수 있다. 일반적으로 壓縮應力을 받고 있는 領域에서는 균열成長이 안되며, 引張應力을 받고있는 領域에서 균열이 成長하는 것으로 알려져 있다.¹⁴⁾ 그러므로,

壓縮殘留應력이 分布하는 領域에 外部로부터 큰 引張應力을 받아 應力比가 陽일때 균열이 傳播될 것이다. 本 試驗片에서와 같이 큰 壓縮殘留應력이 分布

하는 領域에 작은 外部 引張應力이 作用하여 應力比, R_{eff} 값이 陰일때 균열은 닫힌 狀態에서 壓縮을 받게되므로 $K_{min} + K_{res}$ 값은 無意味하게 된다. 따라서,

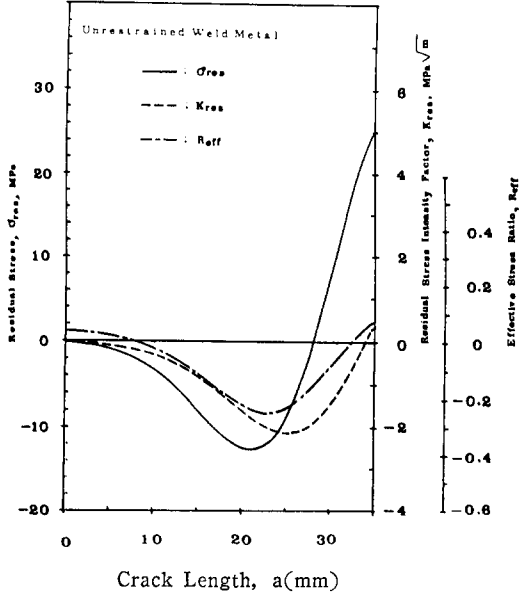


Fig.12. Stress Intensity Factor, K_{res} and Stress Ratio, R_{eff} by Residual Stress(A12024-T4)

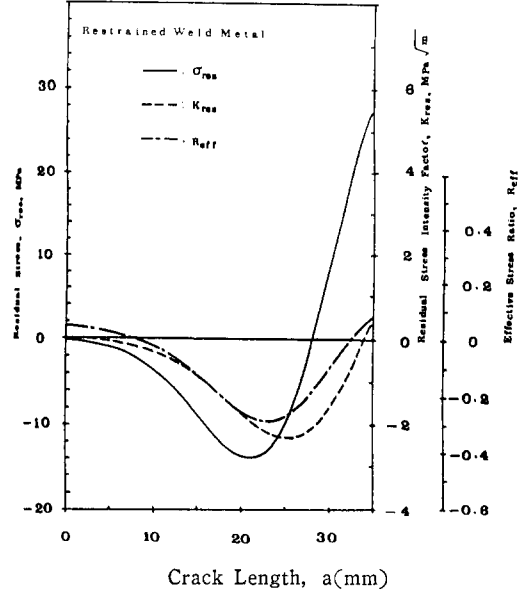


Fig.13. Stress Intensity Factor, K_{res} and Stress Ratio, R_{eff} by Residual Stress(A12024-T4)

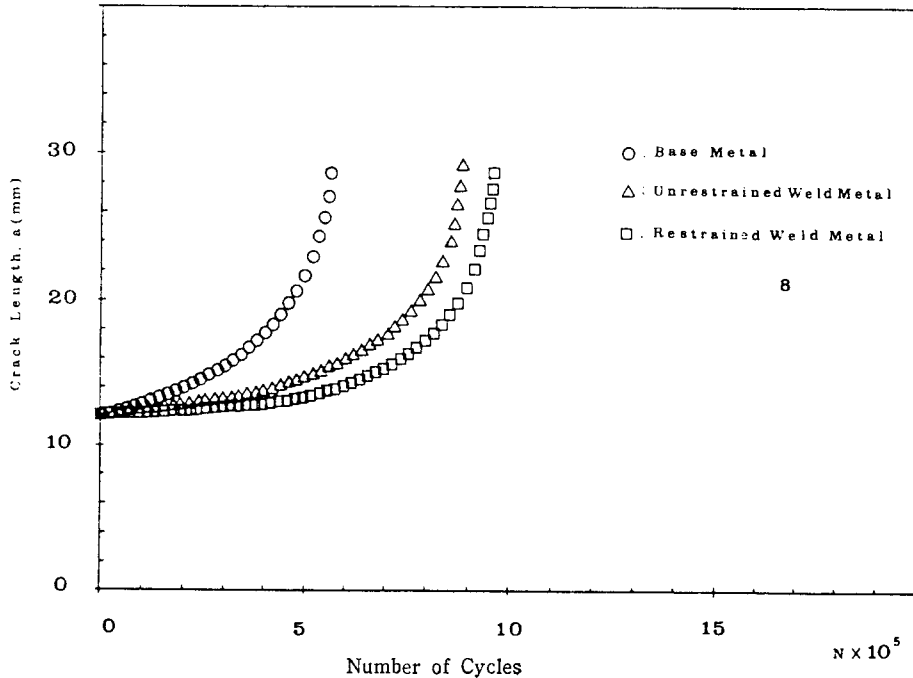


Fig.14. Crack Length vs. Number of Cycles for SEN Specimen(A12024-T4)

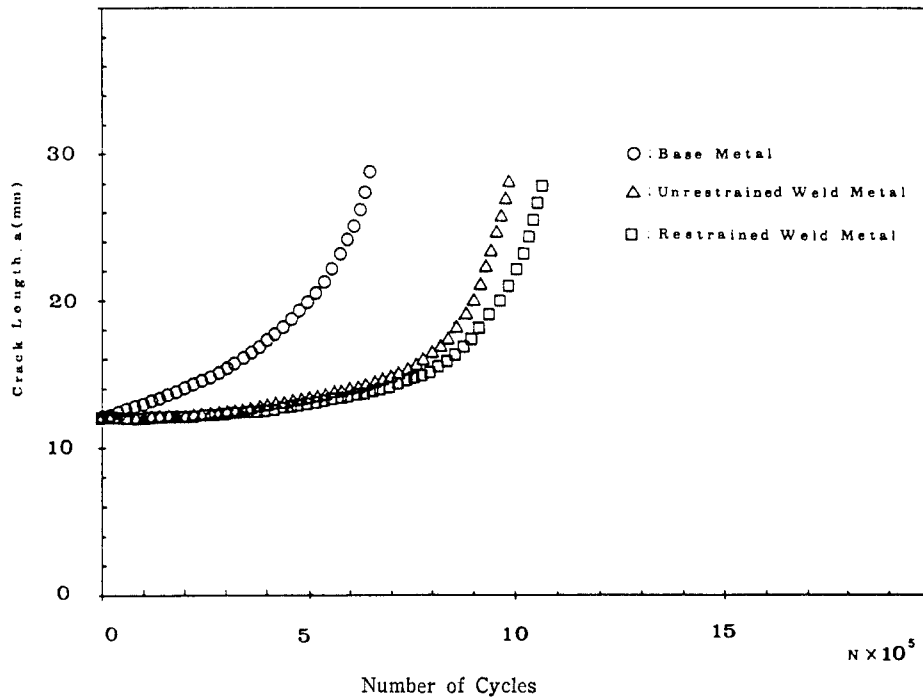


Fig.15. Crack Length vs. Number of Cycles for SEN Specimen(Al5052-0)

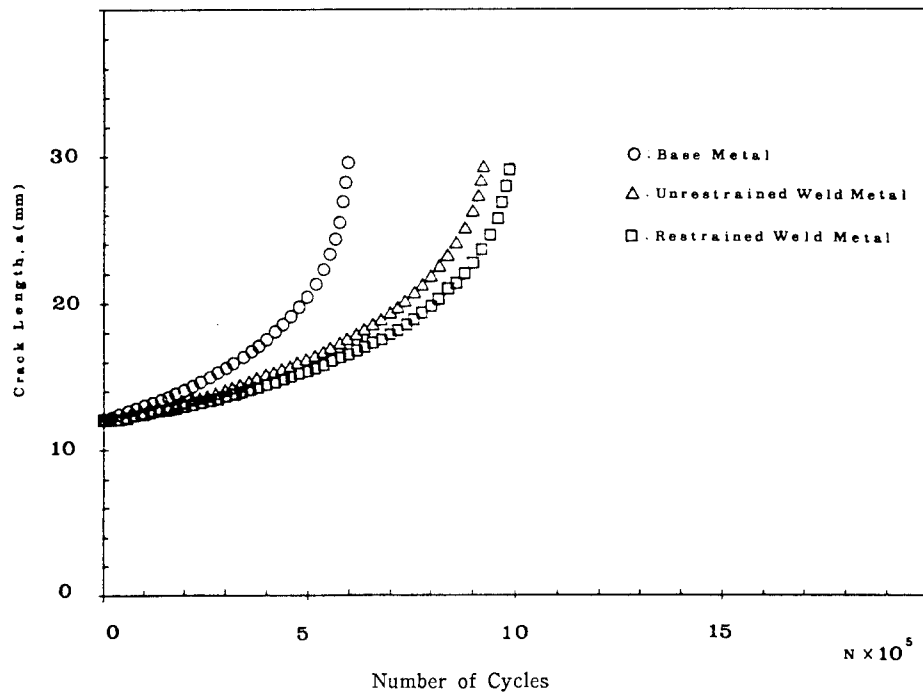


Fig.16. Crack Length vs. Number of Cycles for SEN Specimen(Al7075-T6)

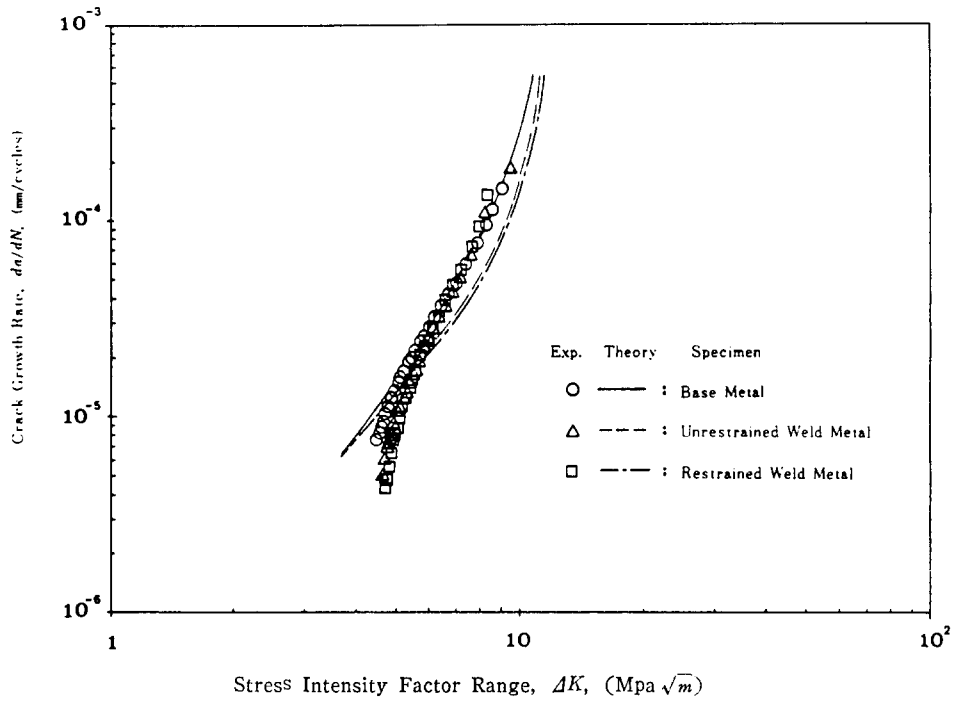


Fig. 17. Crack Growth Rate vs. Stress Intensity Factor Range for SEN Specimen(A12024-T4)

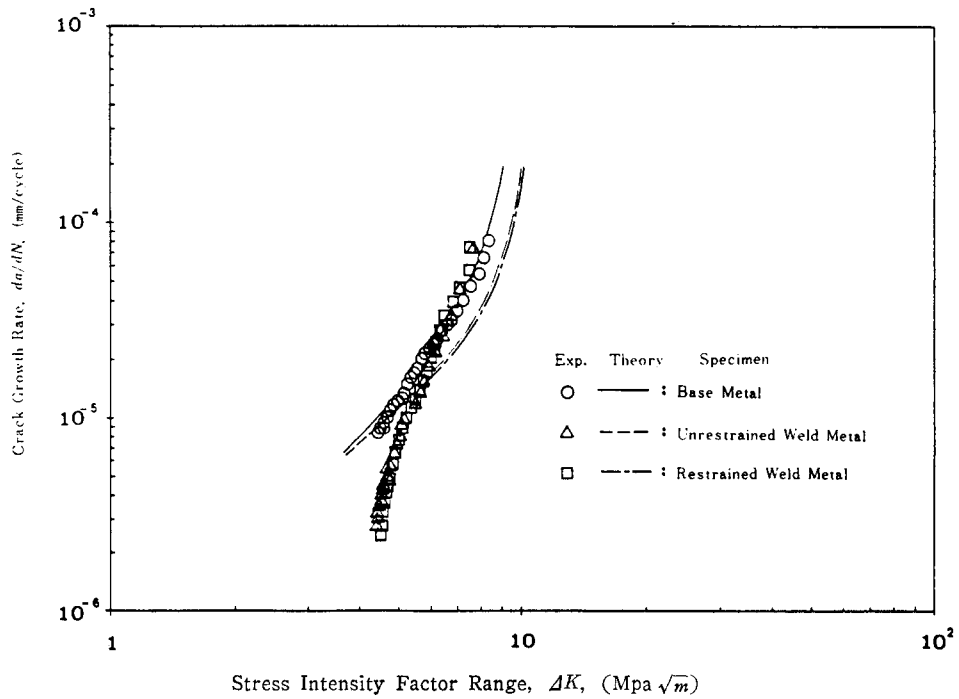


Fig. 18. Crack Growth Rate vs. Stress Intensity Factor Range for SEN Specimen(A15052-0)

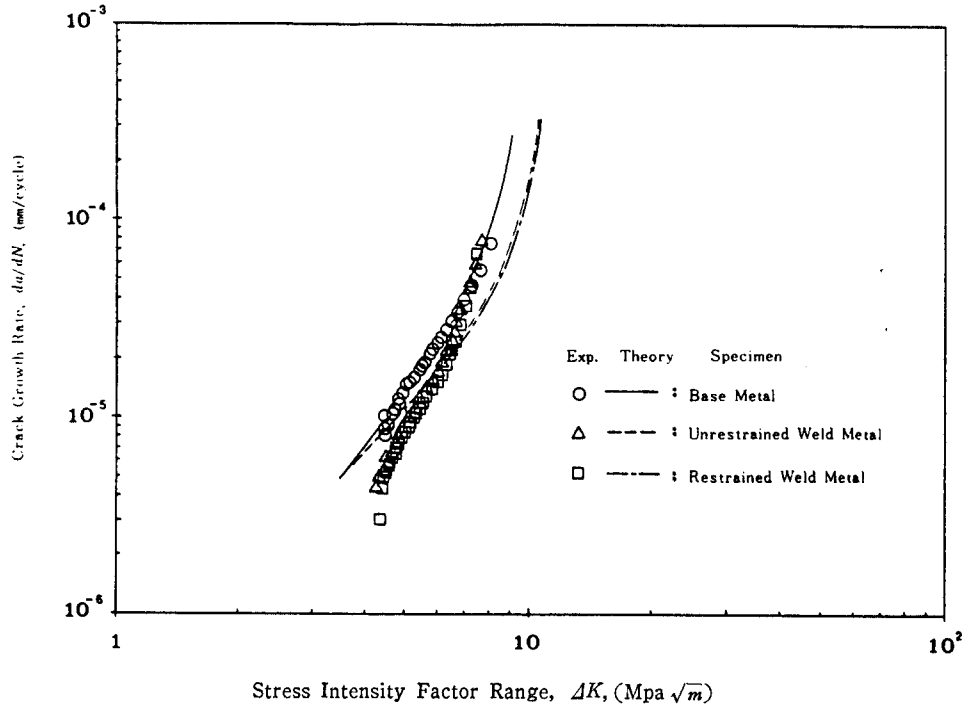


Fig. 19. Crack Growth Rate vs. Stress Intensity Factor Range for SEN Specimen(Al7075-T6)

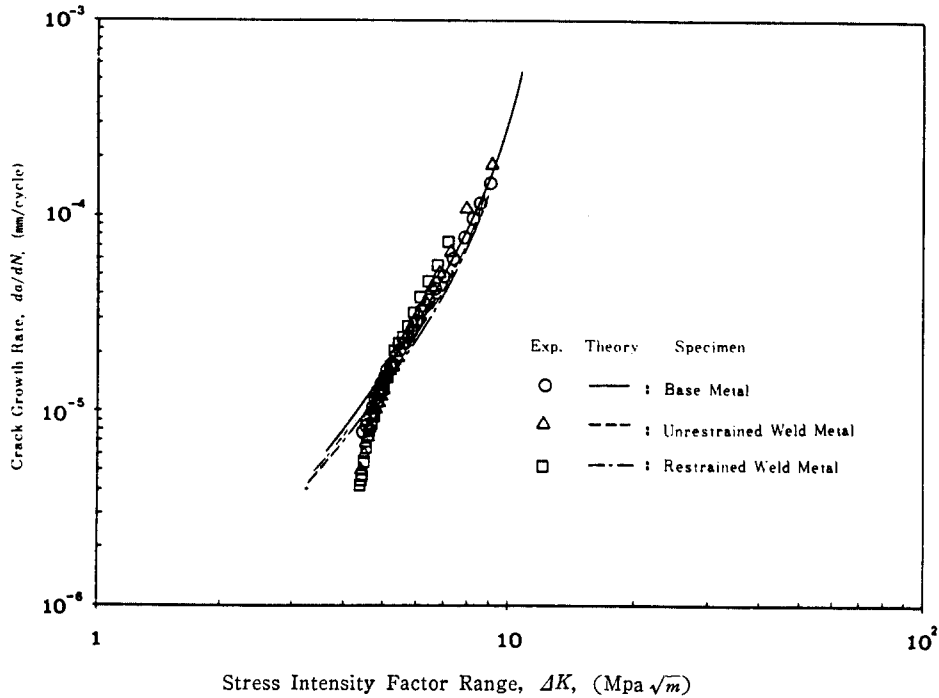


Fig. 20. Crack Growth Rate vs. Stress Intensity Factor Range for SEN Specimen(Al2024-T4)

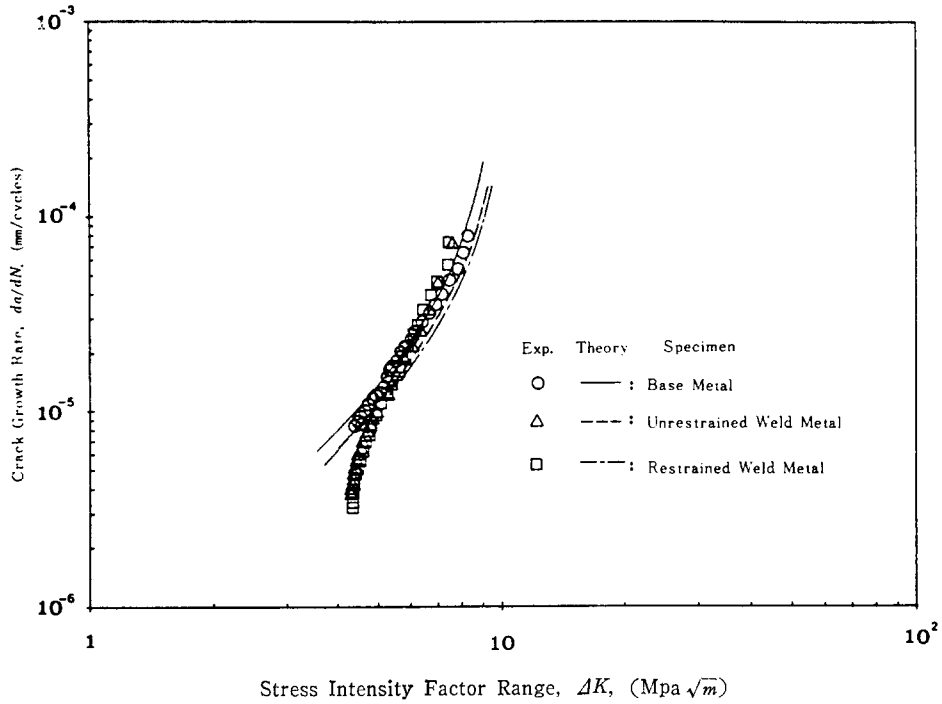


Fig.21. Crack Growth Rate vs. Stress Intensity Factor Range for SEN Specimen(A15052-0)

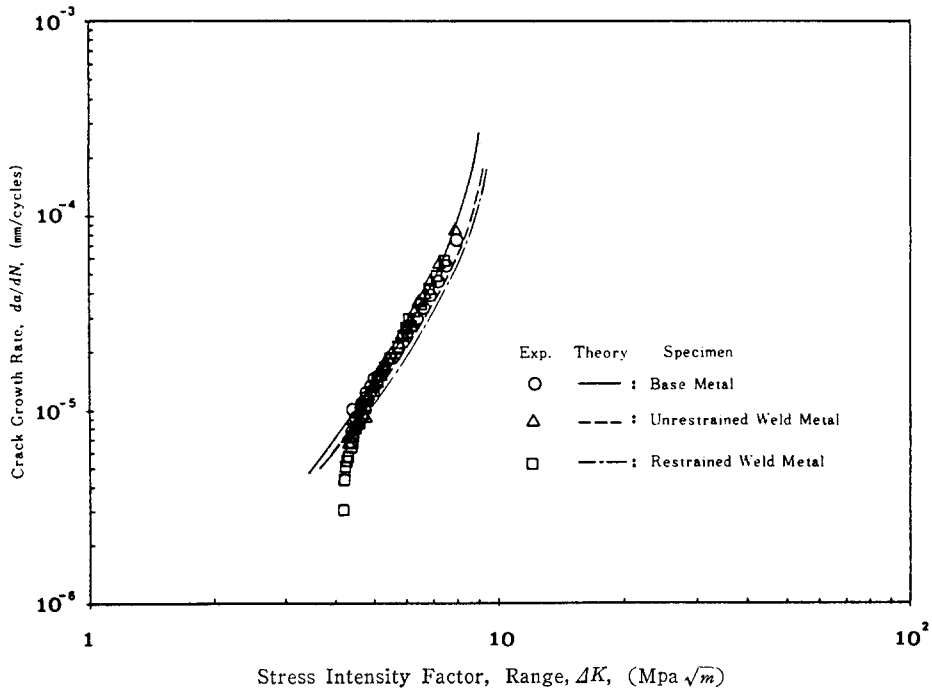


Fig.22. Crack Growth Rate vs. Stress Intensity Factor Range for SEN Specimen(A17075-T6)

効果應力擴大係數幅, ΔK_{eff} 와 効果應力比, R_{eff} 값을 各各

$$\begin{aligned} \Delta K_{eff} &= (K_{max} + K_{res}) + (K_{min} + K_{res}) \\ &= (K_{max} + K_{res}) + (0) \\ &= K_{max} + K_{res} \end{aligned} \quad (10)$$

$$R_{eff} = \frac{K_{min} + K_{res}}{K_{max} + K_{res}} = \frac{0}{K_{max} + K_{res}} = 0 \quad (11)$$

으로 하여 式(2)를

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(K_{min} + K_{res})^n}{K_{cf} - (K_{max} + K_{res})} \quad (12)$$

로 修正 適用함이 妥當하다. 修正한 (12)式으로부터 各 材料의 試驗片에 대한 豫想値를 나타내면 Fig. 20 (Al2024-T4), Fig. 21(Al5052-0) 및 Fig. 22(Al7075-T6)와 같다. 그림에서 보면 豫想値와 實驗値가 式을 修正하지 않은 경우에 比하여 훨씬 잘 一致하고 있음을 알 수 있고, 균열初期에 傳播速度가 심하게 遲延되는 것은 壓縮殘留應力과 作用應力에 의한 效果應力比, R_{eff} 가 陰의 값을 오랜동안 維持하고 있기 때문이며, 오랜 反復荷重 後 차차 균열傳播가 增加하고 있는데 이것은 오랜 反復荷重으로 인하여 殘留應力이 서서히 弛緩되어 R_{eff} 값이 陽으로 되므로서 균열이 傳播되는 것이라 생각된다. 또한, 균열傳播速度는 非拘束熔接 때와 拘束熔接 때가 거의 一致하고 있으며 母材도 熔接材와 균열初期部分을 除外하고는 매우 接近하고 있음을 알 수 있다. 균열初期때 熔接材가 母材보다 균열傳播速度가 더 遲延되는 데 이것은 균열初期部分의 높은 壓縮殘留應力이 오랜 反復荷重에 의하여 弛緩되고 있는 때문이라 생각된다.

4. 結 論

本 研究에서는 알루미늄合金 Al2024-T4, Al5052-0 및 Al7075-T6 材料를 TIG 熔接하였고, 이때 생기는 引張殘留應力 領域과 壓縮殘留應力 領域으로부터 疲勞균열이 傳播할 때 殘留應力의 影響과 Forman式을 適用한 疲勞 균열 傳播速度의 豫想値와 實驗値를 比較하고 그 妥當性에 대하여 알아 보았다. 그 結果를 要約하면 다음과 같다.

(1) 引張殘留應力 領域에서 疲勞균열이 傳播할 때 Forman式으로서 균열傳播學動에 대한 豫想을 實用性 있게 할 수 있음을 確認하였다. 다만, 引張殘留應力 領域에서 豫想한 값보다 實驗値가 작게 나타나고 있는데 그 原因은 균열初期의 引張殘留應力이 反復荷重에 의하여 弛緩되는 現象때문이라 思慮된다.

(2) 壓縮殘留應力 領域으로부터 疲勞균열이 傳播

할 때는 균열初期로부터 넓은 區間에 걸쳐 分布하는 큰 壓縮殘留應力에 의한 應力擴大係數, K_{res} 값이 最小外部 引張應力에 의한 應力擴大係數, K_{min} 값보다 커서 R_{eff} 가 陰의 값이 되므로 균열傳播速度를 豫想하는데 Forman 式을 直接適用할 수 없었다. 따라서, R_{eff} 가 陰이될 때 $R_{eff}=0$ 으로 놓고, $\Delta K_{eff}=K_{max}+K_{res}$ 로 하여 Forman式을 修正適用하면 豫想이 可能하며 實驗値와 잘 一致함을 밝혔다.

(3) 引張殘留應力 領域에서의 균열傳播速度는 Forman式에 의한 豫想値보다 實驗値가 初期의 넓은 區間에서 작게 나왔고, 母材에 比하면 큰 差異가 있었다. 反對로 壓縮殘留應力 領域에서는 初期部分을 除外하고는 實驗値가 修正된 Forman式의 豫想値보다 크게 나타났으며 母材때의 實驗値와 거의 一致하고 있음을 究明하였다. 이로미루어 분배 反復荷重에 의하여 殘留應力은 弛緩되어감을 알 수 있었고, 또한 弛緩되는 傾向은 壓縮殘留應力때가 引張殘留應力때보다 크게 나타남을 밝혔다.

(4) 균열傳播速度는 引張殘留應力 領域으로부터 균열이 傳播할 때 拘束熔接때가 非拘束熔接때보다 넓은 區間에 걸쳐 크게 나타나고 있으나 壓縮殘留應力 領域으로부터 균열이 傳播할 때에는 거의 같게 나타나고 있음을 밝혔다.

참 고 문 헌

- 1) Boyd, G.M., Brittle Fracture in structures, Butterworth, 1970.
- 2) ASTM, STR.381, 1965, p.328.
- 3) Metal Hand Book, ASM, Vol.10, 1975, p.30.
- 4) Liebowitz, H., Engineering Fracture Design, Eracture, Vol.VII, Academic Press, 1972.
- 5) 佐藤邦彦, 向井喜彦, 豊田政男; 溶接工學, 理工學社(1979)
- 6) Hoepfner, D.W., Fatigue Testing of Weldments, ASTM, STP.648, 1977.
- 7) Timoshenko, S.D. and Goodier, J.N., "Theory of Elasticity", 3rd ed., McGraw-Hill, 1970, p.91.
- 8) Nawwar, A.M., Malachlan, K. and Shewchuk, J., "A Modified Hole-Drilling Technique for determine Residual Stresses in Thin Plates", Experimental Mechanics, June, 1976, pp.226-232.
- 9) Paris, P.C., Bucci, R.J., Wessel, E.T., Clark,

- W.G. and Mager, T.R., in *Stress Analysis and Growth of Cracks, Part I*, ASTM, STP.513, 1972.
- 10) Forman, R.G., Kearney, V.E. and Engle, R. M., "Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures", *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol.89, No.3, 1967, p.459.
- 11) Paris, P.C. and Erdogan, F., "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws", *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol.85, No.4, 1963, p.528.
- 12) Tada, H., "The Stress Analysis of Cracks Handbook", Del Research Corporation, 1973, p.8.3.
- 13) 白鳥正樹, 三好俊郎, 松下久雄; 數值破壞力學, 實教出版株式會社, 1980, p.75.
- 14) Fuchs, H.O. and Stephens, R.I., *Metal Fatigue in Engineering*, A Willy-Interscience Publication, 1980, p.82.