

<論 文>

중장비 구동체계의 제어용 동적 모델에 관한 연구

홍성욱* · 강민식* · 이종원** · 김광준***

(1986년 9월 12일 접수)

A Study on the Dynamic Modeling of Driving System of a Heavy Industrial Vehicle

Seong-Wook Hong, Min-Sig Kang, Chong-Won Lee and Kwang-Joon Kim

Key Words: Generalized Lagrangian Equation(일반화된 라그랑지식), Control Model(제어용 모델), Nonlinear Model(비선형 모델), Kinematic Constraints(기구학적 제한조건)

Abstract

A dynamic modeling procedure for developing a control model of the driving system of a heavy industrial vehicle is presented.

The dynamic model is derived by applying generalized Lagrangian equations to each component of the system and imposing kinematic relations between components as constraints. In order to obtain the control model, a few assumptions are made for the simplification of the nonlinear and complicated model, which is justified by the comparison of the simulation results of the original full nonlinear model and the simplified control model.

1. 서 론

최근 중장비의 개발 추세는 작업효율의 극대화를 위해 고속, 경량화를 주요 목표로 하고 있다. 이를 뒷받침하기 위해서는 구조적으로 경량화를 위한 최적설계 기법과 설계, 제작된 장비의 안정화된 운전을 위한 적절한 제어 기법의 적용이 필수적이라 할 수 있다^(1~4).

본 논문은 이와 관련하여 전형적인 중장비 구동체계를

를 대상으로 동적모델을 유도하는 일련의 과정을 제시하고 구동체계의 효율적 제어를 위한 간략화된 모델을 유도하였다.

구동체계의 전체적인 동적모델은 라그랑지식을 계의 각 요소별로 적용하여 유도되는 모델식과 요소들 사이의 기구학적 관계에 의한 제한식으로 이루어진다. 그러나 이와 같이 세워진 모델은 비선형성이 크고 자유도가 높기 때문에 제어용으로 사용하기 어려우므로 단순화 과정을 통해 제어용 모델을 이끌어 내었고 이를 원래 비선형 모델과 시간영역에서 비교하여 그 적합성 여부를 검토하였다.

이렇게 하여 구성된 제어모델은 매우 단순하여 실제 적용이 간편할 뿐만 아니라 모의실험 결과 원래 모델

* 한국과학기술원 기계공학과

** 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

*** 정희원, 한국과학기술원 생산공학과

과의 오차도 적어 합리적임을 결론지을 수 있었다. 논문의 마지막 부분에서는 제어기 구성에 관하여 간단히 논하였다.

2. 동적 모델⁽⁵⁻⁶⁾

본 연구에서는 Fig. 1과 같이 3개의 보디(body)로 구성된 중장비체계를 모델로 하였다. 이때 보디 3은 그 기능상 진 막대 형태로 이루므로 굽힘운동이 있다고 가정하고 두 횡방향의 1차 뿔모우드를 고려하였다.

보디 2는 보디 3을 지지할 뿐 아니라 보디 1에 대해 방위각 방향으로 회전할 수 있도록 구성되어 있으며 강체로 생각할 수 있다. 보디 1은 보디 2를 지지해 주며 지표면으로 부터의 외란을 흡수하기 위한 현가장치를 가지고 있다. 보디 1은 보디 2,3에 비해 큰 질량을 가지며 역시 강체로 고려할 수 있다.

전체 자유도는 세 보디의 강체운동 자유도 $3 \times 6 = 18$ 에 보디 3의 뿔모우드에 대한 탄성변형 자유도 2를 추가하면 20이 되나, 보디 2는 보디 1에 대해 방위각 방향의 회전만이 가능하므로 5개의 구속조건이 있게 되고 보디 3은 보디 2에 대해 경사각방향의 운동만이 자유로우므로 다시 5개의 구속조건이 추가 되어 순수 자유도는 10이 된다.

각 보디간의 연결은 다음과 같다. 즉, 보디 2와 보디 3의 연결은 핀조인트로 되어있고 유압실린더로 작동시키며 보디 1과 2는 환상기어(ring gear)에 의

해 접속되고 유압 모우터에 의해 회전운동을 시킬 수 있다.

접속부에서 전달되는 힘의 형태는 여러가지가 있을 수 있으나, 전조마찰 및 점성마찰력에 의한 감쇠토크와 관성토크, 그리고 기계적 구속에 의해 발생하는 힘과 토크를 고려하였고, 구동력은 유압 토크 모우터와 유압 실린더에 의해 발생하는 것으로 두었다. 이상과 같은 모델에 대한 시간응답을 보디 1, 2 그리고 보디 2, 3간의 상대운동에 관심을 두어 4개의 각속도 측정기를 보디 1, 2에 각각 경사각속도와 방위각속도 측정용으로 1개씩, 보디 3에 경사각속도 및 방위각속도 측정용으로 2개를 설치하여 얻는다고 가정하였다.

2.1 좌표계의 선정

동역학적 모델을 유도하기 위하여 좌표계를 Fig. 1과 같이 정하였다. 이때 기본가정으로 보디 1이 다른 요소들에 비해 월등히 큰 관성을 가지므로 관성계에서 매우 적은 움직임만이 있다고 보고 보디 1의 운동은 관성좌표계로 직접표시할 수 있다고 근사화 한다. 즉,

$$\omega_1 = \omega_x i + \omega_y j + \omega_z k \tag{1}$$

식 (1)은 여기서 보디 1을 진동하는 물체로 간주하고 있음을 의미한다.

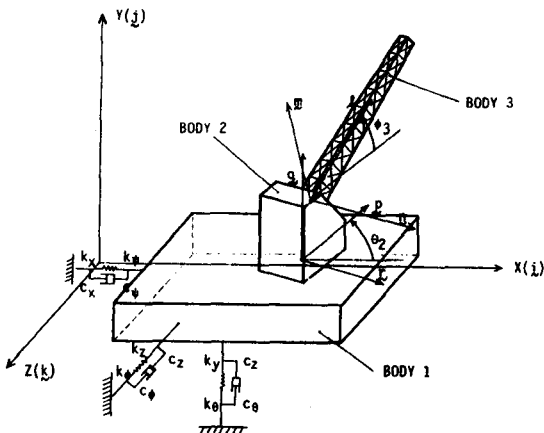
보디 2의 좌표계는 편의상 회전중심과 보디 1과 2를 연결하는 접속평면이 만나는 점에 두었으며 보디 3 좌표계는 지지점에 두었다. 보디 3의 굽힘 운동은 첫번째 모우드만을 고려하고 두 횡방향에 대한 뿔모우드의 일반화된 좌표를 각각 $q_m(t)$, $q_n(t)$ 로 표시하기로 한다. 식의 구성을 위해서는 절대좌표계와 상대좌표계를 동시에 사용하였는데 요약하면 Table 1과 같다. 여기서 절대좌표와 같은 관성좌표계를 의미하며 상대좌표계는 Fig. 1에 보인바와 같이 물체에 고정된 좌표계를 의미한다.

보디 1의 각속도와 자가속도는 식 (1)을 이용하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\omega_1 = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z] \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} \tag{2}$$

$$\alpha_1 = \dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_1 = [\dot{\omega}_x \ \dot{\omega}_y \ \dot{\omega}_z] \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} \tag{3}$$

보디 2는 보디 1에 대해 방위각 방향으로 θ_2 만큼 회전한 상태이므로 각속도 및 자가속도를 다음과 같이 쓸 수 있다.



(i, j, k) : Inertial reference frame
 (p, q, r) : Coordinates fixed on body 2
 (l, m, n) : Coordinates fixed on body 3

Fig. 1 Configuration of a heavy industrial vehicle and coordinates system

Table 1 Coordinates and symbols

Body	Coordinates unit vectors	Absolute velocity of C.G.	Absolute angular velocity of C.G.	Angular velocity w.r.t. each reference frame	Coordinates of C.G. in each reference frame
1	—	$v_x v_y v_z$	$\omega_x \omega_y \omega_z$	—	$x y z$
2	$p q r$	$v_p v_q v_r$	$\omega_p \omega_q \omega_r$	$\psi_2 \theta_2 \phi_2$	$a_p a_q a_r$
3	$l m n$	$v_l v_m v_n$	$\omega_l \omega_m \omega_n$	$\psi_3 \theta_3 \phi_3$	$a_l a_m a_n$

* Inertial frame coordinates $x y z$

* Inertial frame unit vectors $i j k$

* Generalized coordinates for flexible modes $q_n q_n$

$$\omega_2 = [\omega_x \omega_y + \dot{\theta}_2 \omega_z] \begin{Bmatrix} i \\ 1 \\ k \end{Bmatrix} = [\omega_x \omega_y + \dot{\theta}_2 \omega_z] \Gamma^{12} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\alpha_2 = [\dot{\omega}_x \dot{\omega}_y + \ddot{\theta}_2 \dot{\omega}_z] \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} = [\dot{\omega}_x \dot{\omega}_y + \ddot{\theta}_2 \dot{\omega}_z] \Gamma^{12} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서 Γ^{12} 는 보더 2 좌표계에서 관성좌표계로의 변환을 위한 행렬로서 보더 1의 각변위가 작다고 가정하였으므로 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\Gamma^{12} = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & 0 & \sin\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_2 & 0 & \cos\theta_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

또한 보더 3는 보더 2에 대해 양각방향으로 ϕ_3 만큼 회전된 상태이므로 그 각속도 및 각가속도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\omega_3 = \omega_2 + \dot{\phi}_3 r = [\omega_p \omega_q \omega_r + \dot{\phi}_3] \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\alpha_3 = \dot{\omega}_3 = [\dot{\omega}_p \dot{\omega}_q \dot{\omega}_r + \ddot{\phi}_3] \Gamma^{23} \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix} + [\omega_p \omega_q \omega_r + \dot{\phi}_3] \dot{\Gamma}^{12} \Gamma^{13} \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서 Γ^{23} 는 보더 3 좌표계에서 보더 2 좌표계로의 변환을 위한 행렬로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Gamma^{23} = \begin{pmatrix} \cos\phi_3 & -\sin\phi_3 & 0 \\ \sin\phi_3 & \cos\phi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

또한 Γ^{13} 는 보더 3 좌표계에서 보더 1 좌표계로의 변환을 위한 행렬로서 식 (6), (9)를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Gamma^{13} = \Gamma^{12} \Gamma^{23} \quad (10)$$

각 요소의 무게중심의 속도와 가속도에 대한 관계식은 다음과 같이 구할 수 있다. 먼저 보더 1의 경우에는

$$V_1 = [\dot{x} \dot{y} \dot{z}] \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} \quad (11)$$

$$A_1 = [\ddot{x} \ddot{y} \ddot{z}] \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} \quad (12)$$

이고, 보더 2의 경우에는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_2 = V_1 + \omega_1 \times s_1 + \omega_2 \times a_2 \quad (13)$$

$$A_2 = V_2 \quad (14)$$

여기서 s_1 : 보더 1 원점에서 보더 2 원점까지의 위치 벡터

a_2 : 보더 2 원점에서 보더 2 무게중심까지의 위치 벡터

비슷한 방법으로 보더 3의 속도, 가속도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_3 = V_2 + \omega_2 \times s_2 + \omega_3 \times a_3 \quad (15)$$

$$A_3 = V_3 \quad (16)$$

여기서 s_2 : 보더 2 원점에서 보더 3 원점까지의 위치 벡터

a_3 : 보더 3 원점에서 보더 3 무게중심까지의 위치 벡터

지금까지 유도한 각요소들의 기구학적 관계식은 앞으로 세울 동역학적 모델 구성을 위한 기초 자료가 된다.

2.2 동역학적 모델식의 유도

보더 1

구동체계의 동적 모델의 유도를 위해서는 각 요소별 혹은 요소사이에 기본가정이 필요하다. 보더 1은 외란을 감소시키기 위해 현가장치를 통해 지표면과 연결

되는데 여기서는 단순화하여 보디 1의 무게중심을 관통하는 세 직교좌표축선상에 스프링과 감쇠기가 있는 것으로 보고 등가 강성계수와 감쇠계수를 병진 및 회전운동에 대하여 Fig. 1과 같이 고려하였다. 여기서 (k_x, k_y, k_z) 는 병진운동, $(k_\phi, k_\theta, k_\psi)$ 는 회전운동에 대한 강성계수이고, (c_x, c_y, c_z) 는 병진운동 $(c_\phi, c_\theta, c_\psi)$ 는 회전운동에 대한 감쇠계수이다. 보디 1은 강제이므로 운동에너지는

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} (\omega_x H_x + \omega_y H_y + \omega_z H_z) \quad (17)$$

여기서

$$\begin{Bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ & I_{yy} & -I_{yz} \\ & & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \quad (18)$$

으로 표현되고 탄성에너지는 현가장치의 탄성변형에 기인하므로 다음과 같이 표시된다.

$$V_1 = \frac{1}{2} \{ k_x (x - x_e)^2 + k_y (y - y_e)^2 + k_z (z - z_e)^2 + k_\phi (\Omega_x - \phi_e)^2 + k_\theta (\Omega_y - \theta_e)^2 + k_\psi (\Omega_z - \psi_e)^2 \} \quad (19)$$

여기서 x_e, y_e, z_e : 지표면의 병진운동 외란

ϕ_e, θ_e, ψ_e : 지표면의 회전운동 외란

이때 초기변형에 의한 효과는 보디 2 및 3의 움직임이 전체무게 중심에 큰 영향을 주지 않는다는 가정하에 제외시켰다. 마찬가지로 감쇠에너지는

$$D_1 = \frac{1}{2} \{ c_x (\dot{x} - \dot{x}_e)^2 + c_y (\dot{y} - \dot{y}_e)^2 + c_z (\dot{z} - \dot{z}_e)^2 + c_\phi (\omega_x - \dot{\phi}_e)^2 + c_\theta (\omega_y - \dot{\theta}_e)^2 + c_\psi (\omega_z - \dot{\psi}_e)^2 \} \quad (20)$$

으로 쓸 수 있다. 구해진 에너지식을 일반화된 라그랑지식 (generalized Lagrangian equation)에 대입하면 다음과 같은 6개의 운동방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} F_x &= m_1 (\ddot{x} - \omega_x \dot{y} + \omega_y \dot{z}) + k_x (x - x_e) + c_x (\dot{x} - \dot{x}_e) \\ F_y &= m_1 (\ddot{y} - \omega_x \dot{z} + \omega_z \dot{x}) + k_y (y - y_e) + c_y (\dot{y} - \dot{y}_e) \\ F_z &= m_1 (\ddot{z} - \omega_y \dot{x} + \omega_x \dot{y}) + k_z (z - z_e) + c_z (\dot{z} - \dot{z}_e) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} M_x &= \dot{H}_x - \omega_z H_y + \omega_y H_z + k_\phi (\Omega_x - \phi_e) + c_\phi (\omega_x - \dot{\phi}_e) \\ M_y &= \dot{H}_y - \omega_x H_z + \omega_z H_x + k_\theta (\Omega_y - \theta_e) + c_\theta (\omega_y - \dot{\theta}_e) \\ M_z &= \dot{H}_z - \omega_x H_x + \omega_x H_y + k_\psi (\Omega_z - \psi_e) + c_\psi (\omega_z - \dot{\psi}_e) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 (F_x, F_y, F_z) 및 (M_x, M_y, M_z) 는 각각 보디 2와의 접촉부에서 보디 1에 가해지는 외력 및 외부 토크를 관성좌표계에서 나타낸 것이다.

보디 2

보디 2는 완전강체이므로 운동에너지만 가지게 되며 아래와 같이 표현된다.

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 (v_s^2 + v_a^2 + v_r^2) + \frac{1}{2} (\omega_p H_p + \omega_q H_q + \omega_r H_r) \quad (23)$$

여기서

$$\begin{Bmatrix} H_p \\ H_q \\ H_r \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} I_{pp} & -I_{pq} & -I_{pr} \\ & I_{qq} & -I_{qr} \\ & & I_{rr} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_p \\ \omega_q \\ \omega_r \end{Bmatrix} \quad (24)$$

따라서 라그랑지식을 이용하면 다음식이 유도된다.

$$\begin{aligned} F_p &= m_2 (\dot{v}_p - \omega_r v_q + \omega_q v_r) \\ F_q &= m_2 (\dot{v}_q - \omega_p v_r + \omega_r v_p) \\ F_r &= m_2 (\dot{v}_r - \omega_q v_p + \omega_p v_q) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} M_p &= \dot{H}_p - \omega_r H_q + \omega_q H_r \\ M_q &= \dot{H}_q - \omega_p H_r + \omega_r H_p \\ M_r &= \dot{H}_r - \omega_q H_p + \omega_p H_q \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 (F_p, F_q, F_r) 및 (M_p, M_q, M_r) 는 보디 1 및 보디 3와의 접촉부를 통해 보디 2에 가해지는 외력 및 토크를 보디 2 좌표계에서 나타낸 것이다.

보디 3

보디 3는 휨운동을 가지므로 이를 기술하기 위해 다음과 같은 새로운 매개변수를 도입하였다.

$$b_n(l, t) = \phi_n(l) q_n(t), \quad b_n(l, t) = \phi_n(l) q_n(t)$$

여기서 b_n 과 b_n 은 각각 m, n 방향의 휨으로서 l, m, n 좌표계의 원점으로부터 l 방향을 따라 모우드 형상 함수 ϕ_m, ϕ_n 과 시간함수인 일반화된 좌표 q_m, q_n 에 의해 구성된다.

식 전개상의 편의를 위하여 다음과 같은 매개변수를 정의하였다.

$$M_{nm} = \int_0^L \rho \phi_m^2 dl, \quad M_{nn} = \int_0^L \rho \phi_n^2 dl$$

$$M_{mn} = M_{nm} = \int_0^L \rho \phi_m \phi_n dl, \quad M_m = \int_0^L \rho \phi_m dl$$

$$M_n = \int_0^L \rho \phi_n dl$$

$$S_{nm} = - \int_0^L \rho \phi_m \cdot m dl, \quad S_{nn} = - \int_0^L \rho \phi_n \cdot n dl$$

$$S_{mn} = - \int_0^L \rho \phi_m \cdot m dl, \quad S_{nn} = - \int_0^L \rho \phi_n \cdot n dl$$

$$S_{in} = - \int_0^L \rho \phi_n \cdot l dl, \quad S_{im} = - \int_0^L \rho \phi_m \cdot l dl$$

이와 같은 매개변수들을 이용하여 강제운동과 휨운동을 고려한 운동에너지와 위치에너지를 구하고 이를 역시 라그랑지식에 대입하면 8개의 운동방정식을 얻을 수 있다(부록 참조, 여기서는 지면관계상 결과식은 생략하고 에너지식만을 첨부하였음).

2.3 제한식의 설정

각 물체는 서로 인접한 요소와의 접촉부에서 힘과

모우멘트를 전달 받아 움직임이 제한되며 이는 각 접속 부분에서의 힘과 모우멘트에 관한 평형식으로 나타낼 수 있다.

보더 1과 2의 접속

보더 1, 2의 접속부에서 보더 1의 무게중심에 가해지는 외력은 식 (21)을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_1 = [F_x \ F, \ F_z] \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} = F_{1z} \quad (29)$$

여기서 F_{1z} : 보더 2에 의해 보더 1에 가해지는 외력 또한 보더 1, 2의 접속부에서 보더 1에 가해지는 모우멘트는 다음과 같은 항들을 고려하였다.

- (1) 유압 구동모우터 토오르크: T_m
- (2) 점성감쇠 토오르크: $C_v \theta_2$
- (3) 점성감쇠 토오르크: $C_{cv} \text{SGN}(\theta_2)$
- (4) 접속부에서의 힘과 무게중심까지의 거리에 의한 모우멘트: $a_2 \times F_{21}$
- (5) 접속부에서의 순수 모우멘트: M'_{21}

따라서 보더 1에 가해지는 모우멘트는 식 (22)를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M_1 = [M_x \ M, \ M_z] \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} = \{-T_m + C_v \theta_2 + C_{cv} \text{SGN}(\theta_2)\} j + s_1 \times F_1 + M'_{21} \quad (28)$$

접속부에서 보더 2로 가해지는 힘은 식 (27)과 식 (6)의 좌표변환을 이용하면 다음과 같이 얻어진다.

$$F_{21} = [F_x \ F_y \ F_z] \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} = -[F_x \ F, \ F_z] \Gamma^{12} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \quad (29)$$

접속부에서 보더 2에 가해지는 모우멘트는 식 (28)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M_{21} = -\{-T_m + C_v \theta_2 + C_{cv} \text{SGN}(\theta_2)\} v - M'_{21} + a_2 \times F_{21} \quad (30)$$

여기서 F_{21} : 보더 1에 의해 보더 2에 가해지는 외력

M_{21} : 보더 1과 2의 접속부에서 보더 2에 가해지는 모우멘트

보더 2와 3의 접속부분

앞에서와 마찬가지로 힘과 모우멘트에 관한 접속부에서의 관계식을 각각 다음과 같이 구할 수 있다. 먼저 접속부에서 보더 3에 미치는 힘은

$$F_3 = [F_l \ F_m \ F_n] \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix} \quad (31)$$

로 나타낼 수 있으며, 여기서 F_3 는 보더 2에서 보더 3에 미치는 일반화된 외력이다. 또한 모우멘트는 다음과 같은 항들을 고려한다.

- (1) 유압 구동 실린더 토오르크: T_a
- (2) 점성 감쇠 토오르크: $C_{va} \phi_3$
- (3) 마찰 감쇠 토오르크: $C_{ca} \text{SGN}(\phi_3)$
- (4) 접속부에서의 힘에 의한 토오르크: $a_3 \times F_3$
- (5) 접속부에서의 순수 모우멘트: M'_{32}

이들을 종합하여 하나의 식으로 표현하면 보더 3에 미치는 모우멘트는 다음과 같다.

$$M_3 = [M_l \ M_m \ M_n] \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix} = \{T_a - C_{va} \phi_3 - C_{ca} \text{SGN}(\phi_3)\} n + a_3 \times F_3 + M'_{32} \quad (32)$$

여기서 M_3 : 보더 3에 미치는 외부 모우멘트 따라서 접속부에서 보더 2에 미치는 힘과 모우멘트는 식 (31), 식 (32) 및 식 (9)을 이용하여 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$F_{23} = -F_3 = -[F_l \ F_m \ F_n] \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix} = -[F_l \ F_m \ F_n] \Gamma_{32} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \quad (33)$$

$$M_{23} = -\{T_a - C_{va} \phi_3 - C_{ca} \text{SGN}(\phi_3)\} n - M'_{32} + a_2 \times F_{23} \quad (34)$$

결국 두 접속부에서 보더 2 무게중심에 가해지는 전체 외력 및 외부 모우멘트는 식 (28), (32), (29), (33)를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_2 = F_{21} + F_{23} \quad (35)$$

$$M_2 = M_{21} + M_{23} \quad (26)$$

이상과 같이 유도된 힘과 모우멘트의 관계식들은 앞절에서 구해진 식들에 대한 제한식이 된다.

3. 제어용 모델의 유도^(5,6)

2절에서 유도한 동적모델식은 비선형성이 크고 자유도 또한 높아서 제어용 모델로는 적당치 않으므로 여기서는 간략화를 통해 선형인 동시에 관심있는 동특성을 중심으로 표현한 모델을 유도하고자 한다. 여기

서 유발되는 오차는 그 정도에 따라 적을 경우 경우에는 의란으로 두고 클 경우에는 모델을 보완하여 줄일 수 있다.

간략화를 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

- (1) 보디 3의 굽힘운동을 무시한다.
- (2) 각 보디의 위치변화로 파생되는 비선형영향을 제외한 모든 비선형영향을 무시한다.
- (3) 보디 3의 질량을 무시한다.
- (4) 각 보디의 교차관성모우멘트(product of inertia)를 무시한다.

1의 가정하에 계의 자유물체도는 Fig. 2와 같고 운동방정식은 다음의 6개의 벡터 미분방정식으로 표현된다.

$$F_3 = -F_{23} = m_3(\dot{v}_3 + \omega_3 \times v_3)$$

$$F_2 = F_{23} + F_{21} = m_2(\dot{v}_2 + \omega_2 \times v_2) \quad (37)$$

$$F_1 = -F_{21} = m_1(\dot{v}_1 + \omega_1 \times v_1) + K_{xyz}b + C_{xyz}\dot{b}$$

$$M_3 = I_3\dot{\phi}_3 + \omega_3 \times H_3$$

$$M_2 = I_2\dot{\omega}_2 + \omega_2 \times H_2 \quad (38)$$

$$M_1 = I_1\dot{\omega}_1 + \omega_1 \times H_1 + K_{\phi\phi}d + C_{\phi\phi}\dot{d}$$

여기서

$$K_{xyz}b = \begin{Bmatrix} k_x(x-x_e) \\ k_y(y-y_e) \\ k_z(z-z_e) \end{Bmatrix}, \quad C_{xyz}\dot{b} = \begin{Bmatrix} c_x(\dot{x}-\dot{x}_e) \\ c_y(\dot{y}-\dot{y}_e) \\ c_z(\dot{z}-\dot{z}_e) \end{Bmatrix}$$

$$K_{\phi\phi}d = \begin{Bmatrix} k_\phi(\Omega_x - \phi_e) \\ k_\theta(\Omega_y - \theta_e) \\ k_\psi(\Omega_z - \phi_e) \end{Bmatrix}, \quad C_{\phi\phi}\dot{d} = \begin{Bmatrix} c_\phi(\omega_x - \dot{\phi}_e) \\ c_\theta(\omega_y - \dot{\theta}_e) \\ c_\psi(\omega_z - \dot{\phi}_e) \end{Bmatrix}$$

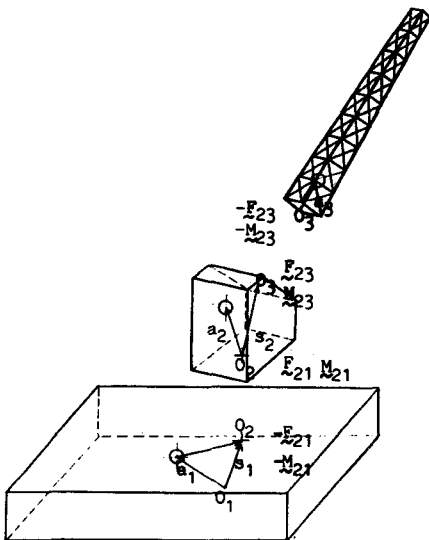


Fig. 2 Free body diagram

이같은 벡터식에 다시 나머지 가정을 적용하고 각각 구동계(유압실린더와 모우터) 토크에 대한 입출력 관계식을 유도한 후, 여기에 측정 가능한 변수들, 즉

$$\text{보디 1의 방위각속도: } \dot{\theta}_1 = \omega_r,$$

$$\text{보디 2의 경사각속도: } \dot{\phi}_2 = \omega_r,$$

$$\text{보디 3의 경사각속도: } \dot{\phi}_3 = \omega_r + \dot{\phi}_3$$

$$\text{보디 3의 방위각속도: } \dot{\theta}_3 = \omega_r + \theta_2$$

로 식을 치환하면 최종적인 입출력 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$T_a = I_n\ddot{\phi}_3 + C_{va}(\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2) + C_{ca}(\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2) \quad (39)$$

$$-T_a = \{I_r + (I_x \sin^2 \theta_2 + I_z \cos^2 \theta_2) + m_1(s_y^2 + s_x^2 \cos^2 \theta_2) + m_2(a_p^2 + a_q^2)\} \ddot{\phi}_2$$

$$-m_1 s_x s_y \sin \theta_2 \ddot{\theta}_1 + m_2 a_q a_r \ddot{\theta}_3 - C_{va}(\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2)$$

$$-C_{ca} \text{SGN}(\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2) + K_{e\phi}(\phi_2 - \phi_e) + C_{e\phi}(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_e) \quad (40)$$

$$T_m = (I_q + I_n \cos^2 \phi_3) \ddot{\theta}_3 + m_1 s_x (a_p \cos \theta_2 + a_r \sin \theta_2) \ddot{\theta}_1$$

$$-m_1 a_r s_y \ddot{\phi}_2 - C_{vr}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3) - C_{cr} \text{SGN}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3) \quad (41)$$

$$-T_m = (I_r + m_1 s_x^2) \ddot{\theta}_1 + m_1 s_x s_y \sin \theta_2 \ddot{\phi}_2 + C_{vr}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3)$$

$$+ C_{cr} \text{SGN}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3) + K_{e\theta}(\theta_1 - \theta_e) + C_{e\theta}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_e) \quad (42)$$

여기서

$$K_{e\phi} = k_\phi \sin^2 \theta + k_\theta \cos^2 \theta + 2k_\phi k_\theta \sin \theta_2 \cos \theta_2,$$

$$K_{e\theta} = k_\theta$$

$$C_{e\phi} = c_\phi \sin^2 \theta + c_\theta \cos^2 \theta + 2c_\phi c_\theta \sin \theta_2 \cos \theta_2,$$

$$C_{e\theta} = c_\theta$$

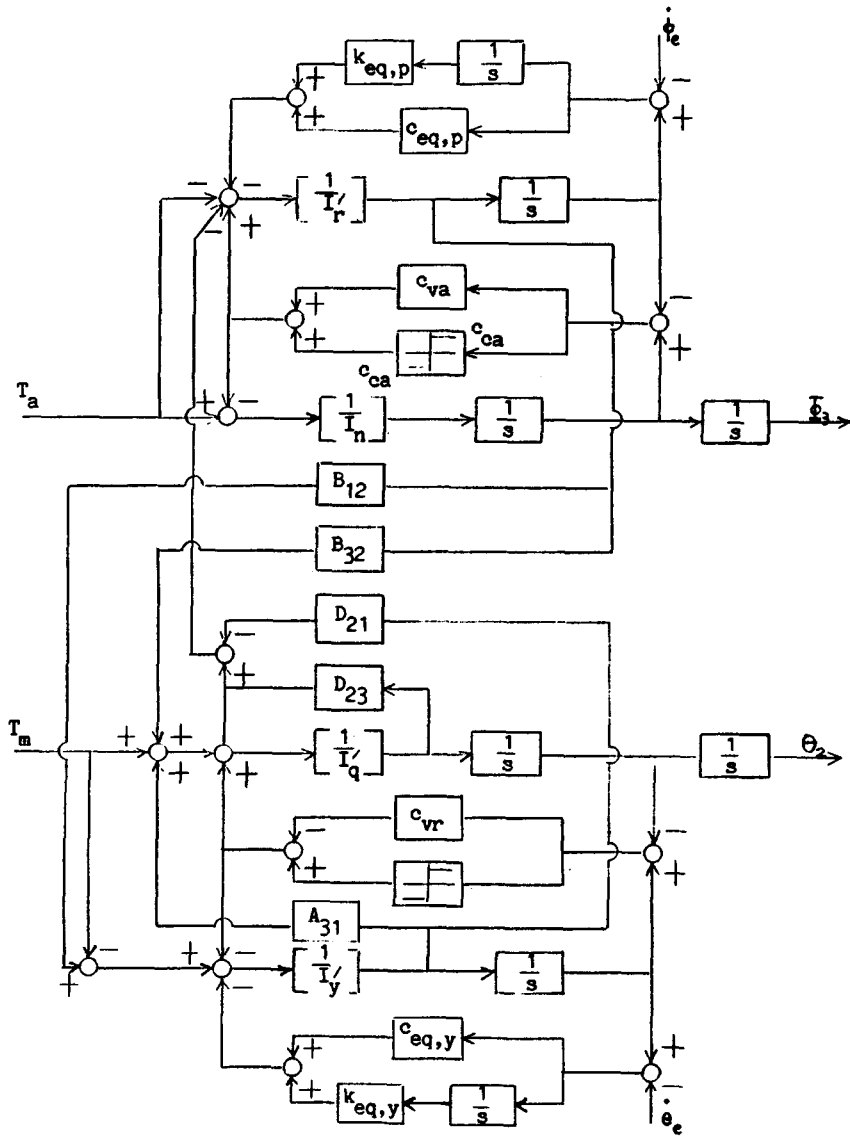
이 관계를 블록선도에서 표시하면 Fig. 3과 같다.

4. 비선형모델과 제어용모델의 비교

3절에서 유도한 제어용모델은 그 간략화 과정에서 여러가지 가정을 두었으므로 원래의 모델과는 차이가 있게 되며, 이러한 오차가 응답관계에 큰 영향을 준다면 제어용 모델을 재검토하여 오차를 줄일 수 있도록 수정, 보완할 필요가 있다. 따라서 본절에서는 제어용 모델의 적합성여부를 판정하기 위하여 비선형모델과 제어용모델의 시간응답을 비교하기로 한다.

제어용모델은 보디 2와 3 각각에 대한 구동토크와 센서출력에 관한 입출력식으로 구성되므로 몇가지 토크 입력에 대한 센서 출력을 구하여 비선형모델의 출력과 비교한다.

여기서는 초기조건을 모든 상태변수가 0인 경우로 두고 토크 입력이 계단형으로 가해졌을 때에 대한



$$A_{31} = m_1 s_x (a_p \cos \theta_2 + a_r \sin \theta_2), \quad B_{12} = -m_1 s_x s_y \sin \theta_2, \quad B_{32} = m_1 a_r s_y, \quad D_{21} = -m_1 s_x s_y \sin \theta_2, \\ D_{23} = m_2 a_r a_r, \quad I_r' = I_r + (I_x \sin^2 \theta_2 + I_x \cos^2 \theta_2) + m_1 (s_y^2 + s_x^2 \cos^2 \theta_2) + m_2 (a_p^2 + a_r^2), \quad I_r'' = I_r + I_x \cos^2 \theta_2, \quad I_r''' = I_r + m_1 s_x^2$$

Fig. 3 Block diagram of control model

결과를 고찰하였다. 시뮬레이션을 위한 기본제원은 Table 2와 같다.

다음과 같이 2가지 토크 입력을 가했을 때에 대해 시간응답을 구하였다.

(1) $T_a = 500 \text{ Nm}, T_m = 1000 \text{ Nm}$

(2) $T_a = 1000 \text{ Nm}, T_m = 3000 \text{ Nm}$

Fig. 4(a), (b), 5(a), (b)는 각 경우에 대한 결과를

보여 주고 있다. 응답은 4개의 센서출력을 취하였고 측정간격은 0.001 초로 2 초 동안 측정하였다.

실제 시스템에서는 보더 2와 3의 회전각에 제한이 있고 일정한 토크를 지속적으로 가할 수 없으므로 보더 2, 3 모두 각속도 증가에는 한계가 있다.

Fig. 4(a), 4(b)는 첫번째 경우의 결과로서 보더 1의 방위각속도는 보더 2에 가해진 계단형 입력에 의

Table 2 System parameters used for simulations

Mass and inertia data

Body	Mass (kg)	I_{xx} (kg m ²)	I_{yy} (Kg m ²)	I_{zz} (kg m ²)
1	29224	34762.01	196661.92	153137.99
2	14457	8658.65	22556.13	15397.97
3	2259	15.00	2739.58	2731.24

Body 3 mass parameters

M_{nn}	M_{nn}	M_{nn}	M_n	M_n (kg/m ³)	
607.25	607.25	607.25	953.99	953.99	
S_{nn}	S_{nn}	S_{nn}	S_{nn}	S_{in}	S_{in} (kg/m ²)
0.	0.	0.	0.	-2020.	-2020.

Suspension data (stiffness, N/m; N/m/rad)

k_x	k_y	k_z	k_ϕ	k_θ	k_ψ
24166629.9	24166629.9	7249889.7	5596914.9	96352234.0	8250523.0

Suspension data (damping, Ns/m; Nms/rad)

c_x	c_y	c_z	c_ϕ	c_θ	c_ψ
248298.0	248298.0	600000.0	575058.2	381175.4	204266.5

Interface data

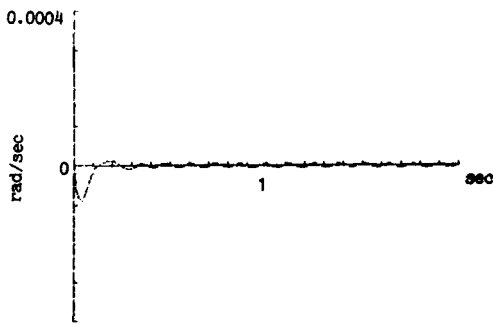
	Friction damping(Nm)	Viscous damping(N ms)
Pin joint	271.2	0.
Ring gear	135.6	0.

Coordinate data (m)

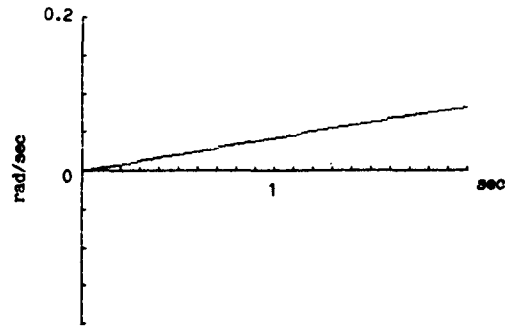
	x	y	z
Body 2 origin in body 1 coor.	0.8039	0.5133	0.
Body 3 origin in body 2 coor.	1.1557	0.3523	0.

C.G. Location data(m)

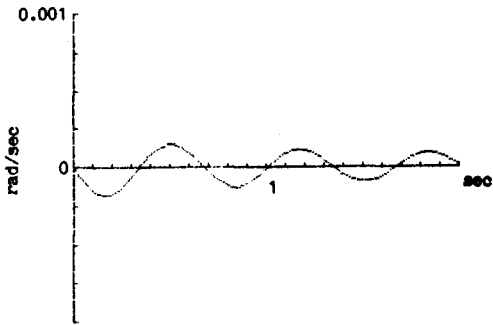
	x	y	z
Body 1	0.	0.	0.
Body 2	0.1798	0.2801	0.0429
Body 3	0.	0.	0.



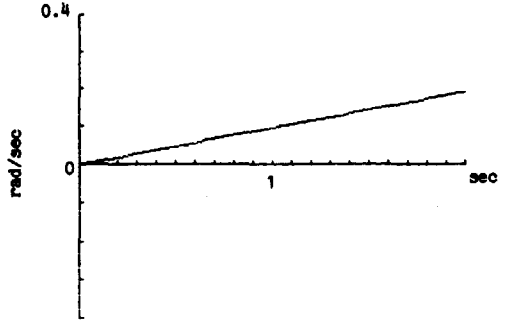
(a) body 1 angular azimuth rate



(c) body 3 angular azimuth rate

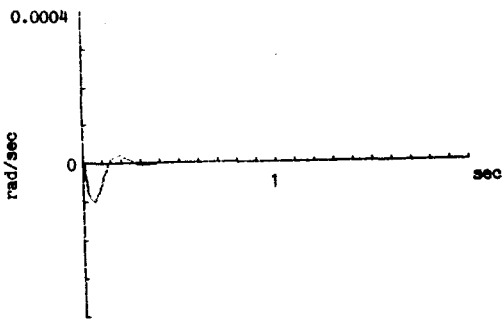


(b) body 2 angular pitch rate

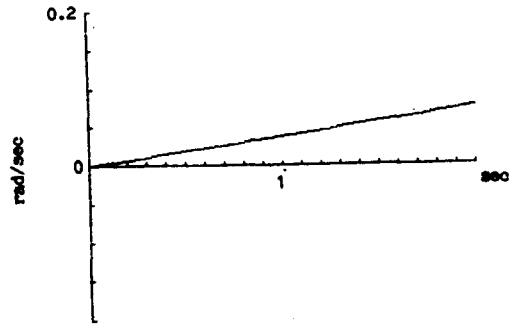


(d) body 3 angular pitch rate

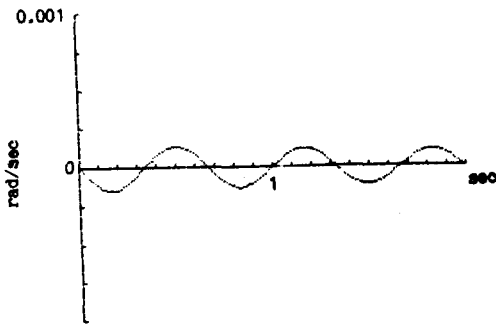
Fig. 4(a) Time responses of nonlinear model ($T_s=500\text{Nm}$, $T_n=1000\text{Nm}$)



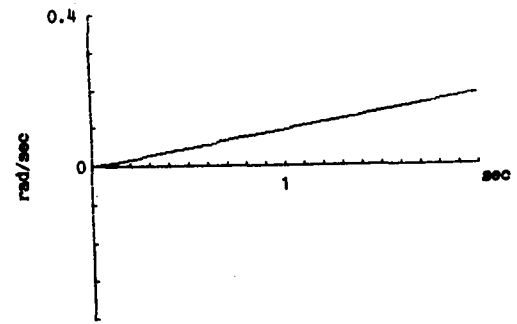
(a) body 1 angular azimuth rate



(c) body 3 angular azimuth rate

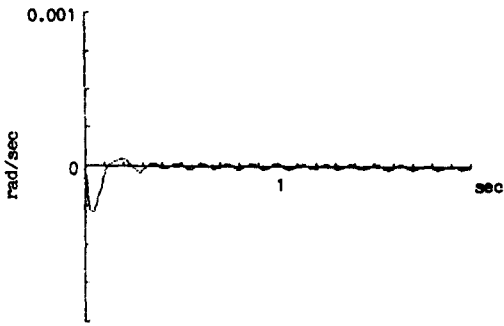


(b) body 2 angular pitch rate

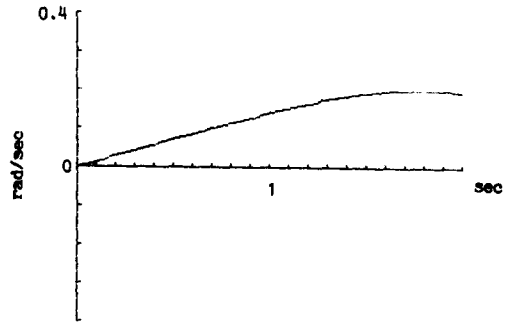


(d) body 3 angular pitch rate

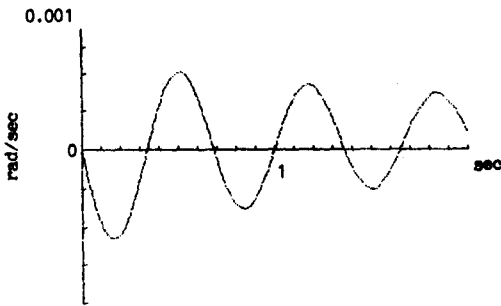
Fig. 4(b) Time responses of control model ($T_s=500\text{Nm}$, $T_n=1000\text{Nm}$)



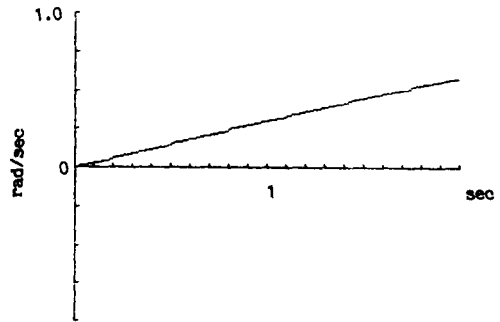
(a) body 1 angular azimuth rate



(c) body 3 angular azimuth rate

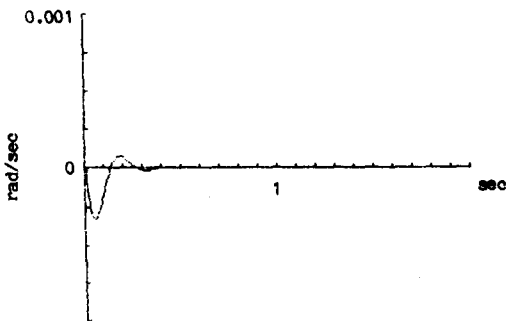


(b) body 2 angular pitch rate

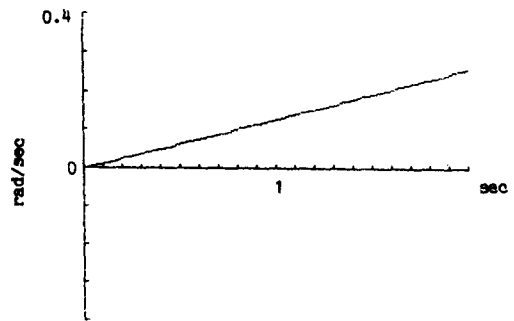


(d) body 3 angular pitch rate

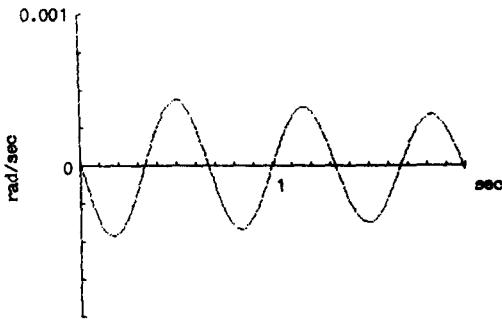
Fig. 5(a) Time responses of nonlinear model ($T_a=1000\text{Nm}$, $T_w=3000\text{Nm}$)



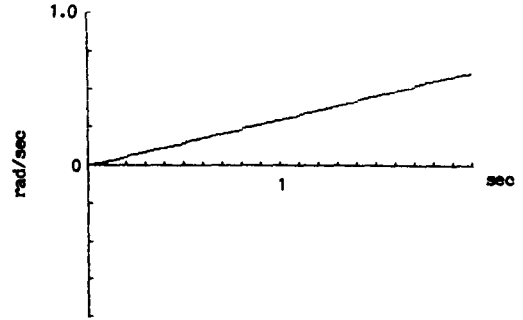
(a) body 1 angular azimuth rate



(c) body 3 angular azimuth rate



(b) body 2 angular pitch rate



(d) body 3 angular pitch rate

Fig. 5(b) Time responses of control model ($T_a=1000\text{Nm}$, $T_w=3000\text{Nm}$)

한 반작용이 천이운동으로 관측되고 있으며 이때 비선형 모델에서는 제어용 모델과 달리 미소한 응답이 고주파 성분으로 남아있게 되는데 이는 보더 3의 횡운동에 의한 영향인 것으로 보인다. 보더 2의 경사각속도 역시 보더 3에 가해진 계단형 입력 토오크에 의해 천이 운동이 나타나다가 점차 감소하는 특성을 보이고 있다. 보더 3의 방위각속도 및 경사각속도에 있어서는 두 모델이 잘 부합함을 알 수 있다. 이와 같은 4개의 응답곡선을 비교하면 보더 1 방위각속도와 보더 2 경사각속도는 그 크기가 매우 적어 보더 3의 방위각 및 경사속도에 비할 때 무시할 수 있음을 알 수 있으며 비선형 모델과 제어용 모델간의 차이가 적다는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 5(a), (b)는 두번째 경우의 결과로서 T_m , T_r 를 크게한 경우인데 이때는 보더 3의 방위각속도가 증가하여 미소하지만 보더 3의 경사각속도 증가를 제한하는 현상을 보이고 있어, 응답곡선의 끝부분에서는 경사각속도의 증가폭이 둔감해지고 있다. 이는 방위각속도가 커져 보더 3에 미치는 원심력이 커짐에 따라 경사각 발생을 막는 모우멘트가 발생하기 때문인 것으로 풀이할 수 있으며 시간이 흐를수록 더욱 큰 영향을 준다. 제어용 모델에서는 원심력항이 무시되었으므로 이러한 현상이 나타나지 않고 있다.

또한 앞의 결과에 비해 보더 3의 양각변화 효과가 크게 나타나고 있다. 즉 제어용 모델에서 고려하지 않았던 보더 3의 양각변화에 따른 방위각속도 측정치의 변화 효과가 비선형 모델에서는 응답곡선의 끝부분에서 방위각속도가 줄어드는 현상으로 나타나고 있는데 실제 모델에서는 양각 변화에 제한이 따르므로 이같은 현상은 거의 관측되지 않는다. 따라서 실제 운전구간에서는 비선형 모델과 제어용 모델이 거의 일치한다고 볼 수 있다.

이상의 간단한 고찰을 통해 제어모델과 비선형모델의 차이점은 대체로 원심력과 양각변화 효과에 의해 나타나고 있음을 알았다. 그러나 실제 작동인 경우 이미 언급한 바와 같이 운전제에 제한이 있게 된다. 즉 보더 3의 양각 및 각속도는 모두 제한받게 되며 이같은 경우, 응답곡선의 초기부분에서 운전조건이 설정되며 이때는 이미 고찰한 바와 같이 두 모델이 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 실운전 영역에서는 제어용 모델과 비선형 모델 간의 차이가 적어 합리적인 모델임을 알 수 있다. 이같은 점을 이용하여 제어용모델이 비선형 모델과 잘 부합되는 구간을 운전영역으로 두고 제어모델로 활용하는 방안도 응용될 수 있다.

5. 제어기예의 응용

앞절에서 결정된 제어용모델은 토오크입력에 대한 응답의 관례로서 제어회로상의 시스템(혹은 load)을 구성한다. 그러나 이같은 모델을 실제 적용할 때 아직도 남아 있는 어려운 점은 두개의 입출력 모델간의 간접효과이며 이를 동시에 고려하기 위해서는 제어기가 매우 복잡해진다. 따라서 두 모델간의 간섭항을 무시하고 모델을 분리하여 구성함으로써 더욱 단순화시키고 이때 발생하는 오차에 의한 효과는 귀환루프상에서 적절한 제어방식을 선정하여 최소화 시킬 수 있다. 분리된 모델은 각각 Fig. 6(a), (b)에서 볼 수 있다.

이와같이 결정된 모델을 최종 제어모델로 선정하고

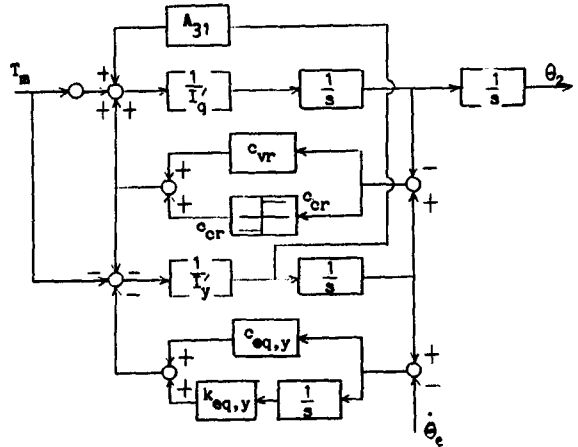


Fig. 6(a) Decoupled block diagram of body 2 actuating system

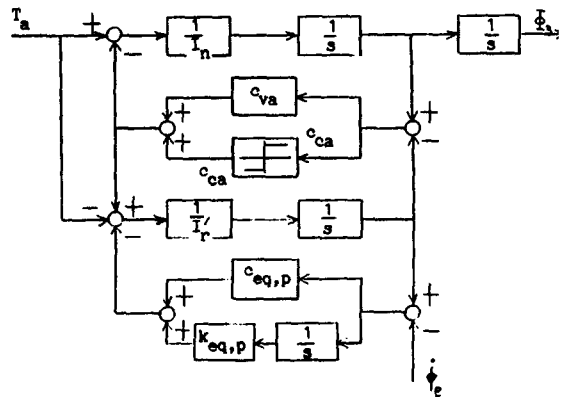


Fig. 6(b) Decoupled block diagram of body 3 actuating system

기타 유압구동기의 동특성 및 제어를 포함시킨 전체 시스템을 구성한 뒤 적절한 제어방식을 사용하면 필요한 동특성을 갖도록 제어할 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 중장비 구동체계의 모델연구를 통해 제어목적에 알맞는 모델을 선정하고 이의 적합함을 보이는 일련의 과정을 제시하였다. 그리고 이 과정을 한 일반적인 중장비 구동체계에 적용한 결과 제시한 단순화과정을 통해 유도된 모델로 실제적인 운전영역에서는 기존의 동적모델을 대신할 수 있는 적합한 제어모델임을 시뮬레이션을 통해 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Zhang, H.J. and Fang, U.P., "Modeling of the Dynamic Processes Excavators", The 4-th International Model Analysis Conf., Feb. 1985
- (2) 송원길, "비선형 대형 구조물에 대한 최적상수 PIDM 제어기 설계에 관한 연구", 한국과학기술원 석사논문, 전기 및 전자공학과, 1986
- (3) Haug, E. J., "Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical System", Vol. 1, Univ. of Iowa, 1985
- (4) Shinnars, S.M., Modern Control System Theory

and Application Second Edition, Addison-Wesley Publishing Co., 1979

- (5) Meriam, J.L., Dynamics, John Wiley and Sons, Inc.
- (6) 이병호, 동역학 특론, 민음사, 서울 1984

부 록

보디 3의 운동에너지와 위치에너지

운동에너지

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} \{ m_3(v_1^2 + v_m^2 + v_n^2) + I_{11}\omega_1^2 + I_{nn}\omega_n^2 + I_{nn}\omega_n^2 \\
 & - 2I_{1n}\omega_1\omega_n - 2I_{1m}\omega_1\omega_m - 2I_{nn}\omega_n\omega_n + M_{nn}(\omega_1^2 + \omega_n^2) \\
 & q_m^2 + M_{nn}(\omega_1^2 + \omega_n^2)q_n^2 - 2M_{nn}\omega_n\omega_nq_nq_n \\
 & + 2\{M_nv_n\omega_1 - M_nv_i\omega_n + (-M_na_m - S_{nn}) \\
 & (\omega_1^2 + \omega_n^2) + (M_na_i + S_{1n})\omega_1\omega_m + (M_na_n + S_{nn}) \\
 & \omega_m\omega_n\}q_m + 2\{-M_nv_m\omega_1 + (-M_na_n - S_{nn}) \\
 & (\omega_1^2 + \omega_n^2) + (-M_na_i - S_{1n}) \cdot \omega_1\omega_n + (M_na_n + S_{nn}) \\
 & \omega_n\omega_n\}q_n + 2\{M_nv_m + (M_na_n - s_{nn})\omega_1 \\
 & + (-M_na_i - S_{1n})\omega_nq_n + 2\{M_nv_n + (-M_na_n - S_{nn}) \\
 & \omega_1 + (-M_na_i - S_{1n})\omega_n\}q_m + 2\{M_nv_n \\
 & + (-M_na_n - S_{nn})\omega_1 + (M_na_i + S_{1n}) \cdot \omega_n\}q_n \\
 & - 2M_{nn}\omega_1q_nq_n + 2M_{nn}\omega_1q_nq_n + M_{nn}q_n^2 + M_{nn}q_n^2 \}
 \end{aligned}$$

위치에너지

$$U = \frac{1}{2} \{ M_{nn}\omega_n^2q_n^2 + M_{nn}\omega_n^2q_n^2 \}$$