

<論 文>

개선된 박리 모델을 이용한 원통 주위 유동장 계산

최 도 형*·신 승 용**

(1987년 6월 3일 접수)

**Calculation of the Mean Flow Past Circular Cylinders Using
an Improved Separation Model**

D.H. Choi and S.Y. Shin

Key Words: Two Dimensional(2차원), Inviscid(비점성), Separation Model(후류모델), Circular Cylinder(원통)

Abstract

A new improved inviscid separation model to calculate the mean flow past circular cylinders is proposed. The wake region is modeled by a pair of vortex sheets which emerge from the separation points and are allowed to move freely with the local stream. The vortex strength assumes a constant value for some initial distance which is related to the pressure drag and gradually decreases to zero as the sheet moves farther away from the body. This vorticity distribution automatically takes care of the length parameter which has been one of the deficiencies in the existing models. The procedure is tested against various experimental data and the agreement is quite good for both sub and super-critical regimes. The comparision with an existing model is also given.

기호설명 C_D : 항력계수 C_P : 암력계수 s : 호(arc)의 길이 U : 속도 u_d : Defect velocity x_0 : 와동의 세기가 일정한 부분의 길이 γ : 와동의 세기 θ : x축과 이루는 각**첨자** s : 박리점에서의 값을 표시 w : 후류면에서의 값을 표시 ∞ : 자유유동(free stream)의 양을 표시**1. 서론**

큰 박리 영역을 갖는 2차원 부푼단면형상의 물체(bluff body) 주위 유동장을 해석하는 것은 공학적으로 매우 유용한 일이다. 실속(stall) 전후의 비행기 날개 주위 유동이나 해양구조물의 지지봉 또는 굴뚝, 냉각탑 등의 주위 유동장이 이 범주에 속한다고 볼 수 있으며

* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

** 한국과학기술원

그 중요도는 긴 설명이 따로 필요없을 것이다. 이런 유동장은 실험적으로도 연구가 가능하나 Reynolds 수가 실험가능범위를 넘어선다거나, 아니면 실험이 가능한 경우라도 손쉽게 유동을 예측할 수 있는 방법이 있다면, 많은 시간과 자원을 절약할 수 있어 그 의의는 크다고 생각된다.

이론적인 방법중 Navier Stokes 방정식을 완전히 또는 준타원형으로 단순화시켜 해를 구하는 것도 생각해 볼 수 있으나 아직 낮은 Reynolds 수의 층류유동 해석에 그치고 있을 뿐이고 Reynolds 수가 큰 난류유동의 경우는 시간 평균을 취한 Navier-Stokes 방정식을 사용한다 하더라도 계산시간이 과다하게 많이 걸리고, 특히 박리영역내에서 난류모델의 불확정성으로 인하여 계산이 실용적이라 보기 어렵다. 따라서 단순히 물체에 작용하는 힘을 구하고자 할 때는, 비점성후류모델을 이용한 유동해석방법이 공학적으로 더 실용적이라고 볼 수 있다. 이는 실제유동에 존재하는 박리영역을 비점성후류모델로 대체하여 유동해를 구하는 방법인데 계산이 간편하고 비교적 정확하게 표면압력분포를 얻을 수 있어 오래전부터 사용되어 왔다.

이 기법의 원조는 등각사상을 이용한 호도그래프(hodograph) 방법이라고도 볼 수 있는데 본 논문에서 다루고자 하는 것은 보다 최근에 개발된 방법으로서, 후류경계면을 와도(vorticity)가 분포된 자유유연으로 나타내어 계산하는 방법이다^(1~4). 이 계산에 필요한 임력변수(parameter)로 후류의 시작점인 박리점과 후류 영역의 길이를 꼽을 수 있는데 박리점은 경계층해법의 발달로 어려움없이 구할 수 있으나 후류의 길이는 아직 실험에 의한 경험치에 의존하고 있는 형편이다. 예를들면 Dvorak^(1,2)등은 후류길이를 후류폭의 함수로 나타내어 그 비(ratio)를 2로 고정하여 익형주변유동을 계산하였으며 Celik 등⁽³⁾은 후류길이를 실험에서 얻은 압력분포의 최소치가 예측되며 적절히 조절하여 원통주위유동장을 계산하였다. 두 방법 모두 초기 후류형상은 가정하였고 반복계산과정을 통해 이 형상이 국부속도를 따라 자유롭게 변할 수 있게 했다. 가장 대표적이라 볼 수 있는 위의 두 방법은 모두 경험적인 면이 내포되어 있다는 것이 아쉬운 점이며 그 중 예측 기능을 수행하기에는 Dvorak 등^(1,2)의 방법이 더 적합하다고 생각된다.

본 논문에서는 이러한 경험적인 면이 최소화되고 물리적 의미가 부여된 후류모델을 제시하여 일반적인 형상에 대한 계산에 앞서 Celik⁽³⁾등의 경우와 같이 원통주위유동장을 먼저 다루어 보고자 한다. 다른 방법들

과는 달리 후류면의 길이를 조절하지 않고 후류면에서의 와도분포를 점차 감소시켜 후류영향이 자연적으로 감소되게 하였는데, 이는 물체에서 떨어져 나간 와류(vortex)가 확산에 의해 점차 소멸해가는 점을 모델링 한 것이다. 본 계산은 경계층배제두께의 영향을 무시하고 후류모델에 필요한 박리점은 실험치를 사용하여 수행하였다. 박리점의 예측은 기존의 경계층해법을 도입하면 쉽게 해결할 수 있어 큰 문제가 아니라고 생각하며 다만 배제두께 영향은 Reynolds 수에 따라 계산 결과에 다소 영향을 미칠 수 있게 되는데 이는 뒤에 다시 다루기로 한다.

2. 계산과정

2.1 후류모델

원통주위의 실제 유동장은 개략적으로 그림 1(a)와 같이 표시할 수 있다. 이 유동장은 그림에서 볼 수 있듯이 물체에서 멀리 떨어져 점성의 효과를 거의 받지 않는 비회전유동영역(I), 물체 표면에 근접하여 점성 영향을 크게 받는 얇은 경계층영역(II) 그리고 이 경계층의 밖에 생기는 후류영역(III) 등 크게 세으로 분류할 수 있다. 영역(II)은 결국 물체에서 떨어져 나가 영역(III)과 함께 자유전단류로 발달하게 되는데 후류모델은 이 점성이 지배하는 영역을 비점성모델로 표시하려는 것이다. 이 모델에서는, 실험적으로도 볼

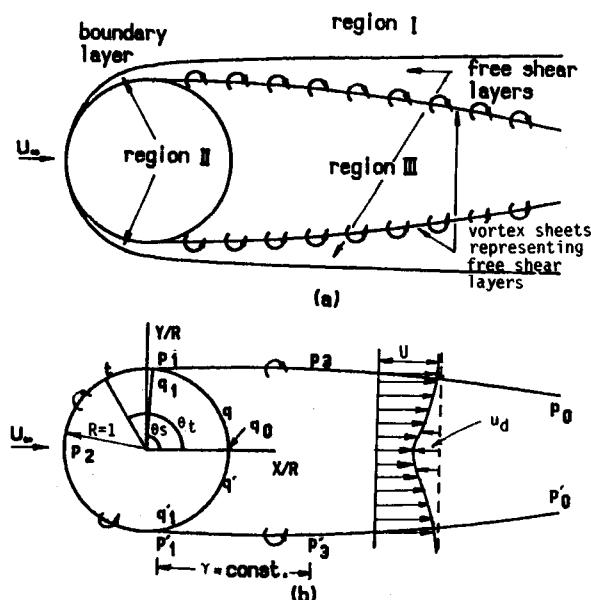


Fig. 1 Inviscid flow model

수 있듯이⁽⁶⁾, 자유전단층의 두께가 비교적 얕아 와동이 밀접되어 있다고 가정할 수 있는데⁽⁶⁾ 이를 외면(vortex sheet)으로 표시해 계산을 하는 것이다(Fig. 1). 종래의 모델들은 이 외면의 와도(vorticity)의 크기가 일정하게 유지된다고 가정하고 그 질이를 조절하며 계산하였지만 본 논문에서는 후류가 일정거리를 지난 후부터 상사속도분포(similarity velocity profile)를 만족한다는 가정하에 와도의 세기를 변화시켜 와도의 영향을 점차 줄여 가고자 한다.

상사속도분포를 만족할 경우 난류모델로 Prandtl의 혼합거리모델을 사용하면 속도분포는 다음과 같이 주어진다⁽⁷⁾.

$$\frac{u_d}{U_\infty} = \frac{\sqrt{10}}{18\beta} \left(\frac{x}{C_D \cdot d} \right)^{-\frac{1}{2}} \left[1 - \left(\frac{y}{b} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2 \quad (1)$$

여기서 $u_d = U_\infty - U$, C_D 는 저항계수, d 는 원통의 직경, b 는 후류폭의 $\frac{1}{2}$ 을 각각 나타낸다. β 는 실험적으로 구해지는 상수(0.18)인데, Schlichting⁽⁷⁾에서 볼 수 있는 바와 같이 실험사포(experimental scatter)가 거의 없어 종전 방법에 비해 불확정성은 훨씬 줄어든다고 할 수 있다.

윗 식에 의하면 한 단면 상반면에서의 와도의 합 γ_s 는

$$\gamma_s = - \int_0^b \frac{\partial u_d}{\partial y} dy = -u_d \Big|_0^b = U_d \quad (2)$$

여기서 U_d 는 후류의 중심선을 따라서의 값을 나타낸다. 즉 식(1)과 (2)로부터

$$\gamma_s = \frac{\sqrt{10}}{18\beta} \left(\frac{x}{C_D \cdot d} \right)^{-\frac{1}{2}} U_\infty \quad (3)$$

이제 후류 속도분포에 의한 와도의 값 γ_s 와 비접성후류모델의 와도값 γ 가 같다고 놓으면

$$\gamma \sim \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (4)$$

의 관계식을 얻을 수 있다.

식 (4)가 본 논문에서 사용한 와도의 세기를 나타낸 식이나 x 의 가장 원점위치는 정해주어야 할 변수이고 어느 위치에서부터 윗식을 사용할 것인가 또한 미지의 사항이다.

본 논문에서는 다음과 같은 방법을 택하여 후류모델을 완성하였다. 먼저 x 의 시작점은 물리적으로 가장 합리적이라 생각되는 박리점(Fig. 1 참조)을 취하였고 후류경계면와동의 초기세기는 어느 절이 x_0 까지 일정하게 ($\gamma = \gamma_s$) 유지된다고 가정하였다. 그후 x_0 의 위치는 식(3)과 (4)로부터 $\gamma_s = \gamma$ 가 되어야 한다는 조건으로부터 구할 수 있고, x_0 를 구한 후 이를 새 절이 척도로 삼아 식(4)의 x 를 표준화(normalize) 시켜 $\gamma \sim$

$\frac{1}{\sqrt{x/x_0}}$ 사용하였다. 단 이 과정에서 저항계수 C_D 값을 이미 아는 것으로 가정하였는데 이는 반복계산의 일환으로 먼저 계산시의 원통표면 압력분포를 적분하여 구하게 된다.

2.2 지배방정식 및 해

원통표면과 후류경계면에 세기가 γ 인 와도를 분포시켜 원통내부의 유체가 정지상태라는 조건을 사용하면 제 2종 Fredholm 적분방정식이 만들어진다.

$$-\gamma(t) + \frac{1}{\pi} \int_{x_0}^{x_1} \gamma(q) [G(q,t) - G(q',t)] d\theta_q + \frac{1}{\pi} \int_{x_0}^{x_1} \gamma(p) [G(p,t) - G(p',t)] ds_p - 2 \sin \theta_t = 0 \quad (5)$$

여기서 $G(p,t) = \frac{\partial \ln(r_{tp})}{\partial r_t}$ 이고, p' 는 p 점의 대칭점이다. 이 적분방정식은 Celik 등⁽⁸⁾이 사용한 것이라 자세한 과정은 생략하기로 하고 그 결과를 빌리면 원통표면에서의 속도 U 는 다음과 같이 주어진다.

$$U = -2 \sin \theta_t - \frac{2 \sin \theta_t}{\pi - Q} Q \quad (6)$$

여기서 Q 는 후류의 영향을 나타내는 함수로

$$Q(\theta_t) = \int_{x_0}^{x_1} [G(p,t) - G(p',t)] ds_p + \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{\frac{x_0}{x}} [G(p,t) - G(p',t)] ds_p \quad (7)$$

2.3 후류의 형상과 반복계산과정

후류경계면의 형상은 처음엔 가정하여 계산하고 다음 반복계산부터는 후류경계면이 국부속도를 따라 자유롭게 흘러가게 하여 새 형상을 구하게 된다. 다시 말해 경계면은 분할유선(dividing streamline)으로 나타내지게 되며 이것은 이 경계면 양쪽에서의 정압력이 같아 어떠한 힘도 작용하지 않는다는 조건에 기인하는 것이다. 가정한 후류형상 및 와도분포 그리고 식(6)을 사용하면 원통표면에서의 속도 또는 압력분포를 얻을 수 있으며, 이 압력분포를 적분하면 새로운 C_D 값이 구해지고 따라서 x_0 도 새 값을 취하게 된다. 또 이 표면 와도분포로부터 유동장내 어떤 점에서의 속도도 구할 수 있는데 이 속도를 박리점으로부터 적분해 새 후류형상을 얻게 된다. 이것으로 한 계산주기를 마치고 다음 반복계산에 들어가게 되는데 자세한 과정은 Fig. 2에 표시되어 있다.

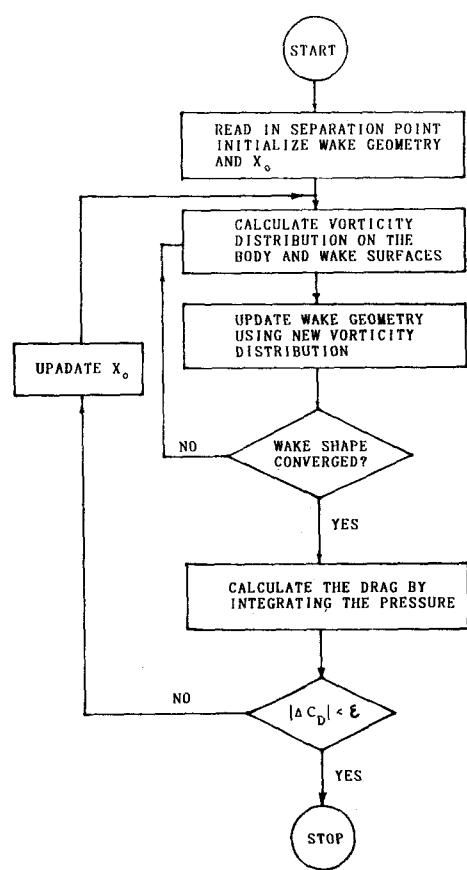


Fig. 2 Calculation procedure

이 계산은 수렴조건을 만족시킬 때까지 반복하게 되며 본 계산에서는 C_D 의 변화가 0.1% 이내에 들 때까지 수행하였다. 또 이 큰 계산주기내에 후류형상을 구하기 위한 반복계산주기가 있는데 후류형상의 수렴여부는 후류경계면의 와도분포가 박리점에 미치는 영향의 변화량이 1% 이내에 있도록 하였다.

3. 계산결과 및 고찰

정체점으로부터 박리점까지의 물체 표면을 34 개의 패널(panel)로 나누고 후류구역에서는 와동의 세기가 일정한 구간까지는 30 개, 그 이후에 30 개의 패널을 각각 분포시켰다. 따라서 패널의 크기가 하류로 가면서 더 커지게 되지만 점차 와도의 크기가 작아지고 또

한 물체에서 멀어질수록 영향력도 작아져 계산결과에는 큰 영향을 미치지 못할 것으로 예상된다. 패널이 거점으로 인하여 후류형상을 구하는 적분과정에서 약간의 오차가 발생할 수 있을 것이다. 위와 같은 이유로 해에는 큰 영향이 없을 것이다. 다만 패널수 및 그 분포는 임의로 정한 것이라 최적분포라고는 볼 수 없으며 좀 더 수치실험을 거친다면 패널수도 많이 줄일 수 있을 것으로 생각되지만 본 논문에서는 이를 다루지 않았다. 실제로 원통형처럼 특수한 형상이 아닌 물체(예: 날개)에 이 방법을 적용할 경우 적분방정식(5)를 수치적으로 풀어야 되는데 이 경우 패널수를 줄이는 것은 계산시간을 단축하기 위해 매우 중요한 일인 것이다.

기존의 박리모델은 후류의 질이를 임의로 고정하였기 때문에 반복계산하는 과정은 후류형상에 대한 것밖에 없으나, 본 논문에서는 이 반복계산뿐만 아니라 물체표면의 압력분포에서 계산되는 항력계수와 식(3), (4)에 의한 반복계산이 추가되므로 계산시간은 증가하게 된다. 반복계산횟수는 x_0 의 초기치에 따라 다르지만, 대략 3~6 회의 반복계산을 거쳐 수렴하였다. 후류길이를 조절하기 위해 필요한 반복계산은 후류길이를 고정한 Dvorak⁽¹⁾등의 모델에는 없는 과정이므로 본 모델은 그 부분만큼 시간이 더 걸리게 되는 단점이 있지만, 자연스럽게 후류길이를 조절하여 물리적인 의미가 더 있다는 점이 이를 상쇄하고 있으며, 최소압력($C_{D,\infty}$)을 맞춰주기 위해 역시 후류길이의 조절이 필요한 Celik⁽³⁾등의 모델과 비교하면, 계산시간은 거의 같고 수렴과정은 더 안정될 것으로 믿는다. Celik 등⁽³⁾에서도 언급된 바와 같이 실제 박리점에서 멀리 떨어진 점에서 시작된 후류모델로(박리점을 경계층유동해로부터 구해 점성/비점성 반복계산을 할 경우), 실험치인 최소압력($C_{D,\infty}$)을 맞추려고 너무 인위적으로 후류길이를 조절하면 해가 수렴하지 않는 경우가 생기게 되기 때문이다.

이 모델을 사용해 아임계유동장($Re \sim 10^5$)부터 Reynolds 수를 3.6×10^6 까지 증가시켜가며 계산을 하였는데 모든 계산에서 후류길이 L 은, 수렴된 후류형상을 나타낸 Fig. 3에서 보인 바와 같이 $L/d = 4$ 가 되게끔 했다. L/d 보다는 후류모델의 길이 최도인 x_0 을 사용한 L/x_0 을 일정하게끔 하여 주는 것이 더 적절할 것이지만 프로그래밍을 간단히 하기 위해 L/d 를 이용하였다. 그 이후의 무시된 후류면($L < x < \infty$)의 와동분포가 원통표면에 미치는 영향은 간단한 계산으로부터 U_∞ 의 1% 이하임을 알 수 있고 따라서 후류길이는

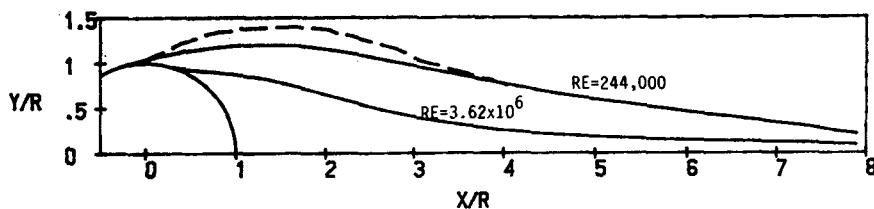
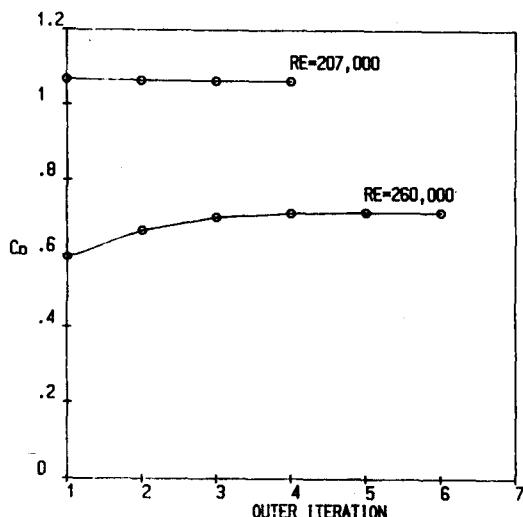
Fig. 3 Converged wake shapes. prediction, measurement⁽⁸⁾

Fig. 4 Convergence history of drag coefficient

충분히 걸다고 보겠다. Fig. 3에서 보는 바와 같이 초임계유동의 경우 후류길이는 아임계유동의 경우보다 훨씬 짧아져, $L/d=2.5$ 정도까지만 해 주어도 충분할 것이며 계산시간은 더욱 단축될 수 있을 것이다. 또 아임계유동의 경우 계산치를 실험적으로 관찰된⁽⁸⁾ 후류경계면과 비교하였는데 대체로 잘 맞는다고 볼 수 있겠고 다소 차이가 발생하는 원인은 뒤에서 다시 다루기로 한다.

Fig. 4는 대표적인 계산의 수렴과정을 표시한 것이다. 매 계산주기마다 저항계수 C_d 를 도시하였는데 수렴이 늦는 초임계유동의 경우 약 5회 정도의 계산을 하면 수렴되는 것을 볼 수 있다. 또 아임계유동의 경우가 초임계유동에 비해 수렴이 빠른 것을 볼 수 있는데 이는 x 에 관한 초기값이 우연히 잘 맞아서인 것 같기도 하나 비슷한 현상이 Celik 등⁽³⁾의 경우에도 관찰된 것을 보면 그 원인은 분명치 않다. 원통면에서의 압력분포를 Fig. 5와 6에 아임계유동과 초임계유동 각각의 경우에 대해 실험치와 계산결과를 비교해 놓았다^(9~11). Reynolds 수가 큰 유동일수록 더 잘 맞는 것을 관찰할 수 있는데 이는 경계층 두께가 점차 얇아져

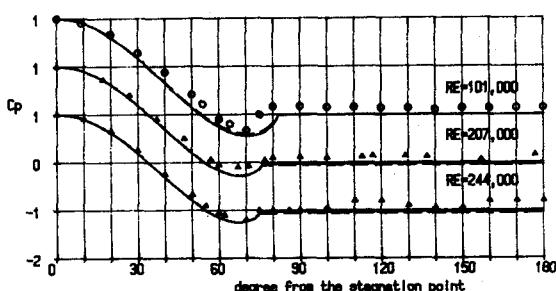


Fig. 5 Pressure distribution(Subcritical regime).

Experiments: ▲ Guven et al.⁽⁹⁾,○ Achenbach⁽¹⁰⁾;

Calculation: — Present,

- - - Maskew and Dvorak

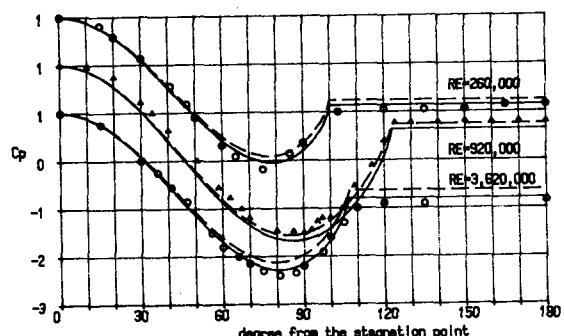


Fig. 6 Pressure distribution(Supercritical regime).

Experiments: ○ Achenbach⁽¹⁰⁾,▲ James et al.⁽¹¹⁾;

Calculation: — Present,

- - - Maskew and Dvorak

배제두께 효과를 무시할 수 있기 때문일 것으로 보인다. Dvorak 등⁽¹⁾의 모델을 사용하여 계산한 결과도 함께 비교하였는데, 큰 차이는 나지 않지만 초임계유동장에서 본 모델이 더 정확한 예측을 하고 있음을 알 수 있다. 여기서 Dvorak 등의 모델을 이용한 계산은 본 연구 진행중에 수행한 것이다. 특히 두 계산에서 모두 경계층배제두께의 영향을 고려하지 않았는데 이를 고려할 경우 최소압력(C_{min})이 더 작아지는 쪽으로 압력이 변한다는 것을 감안하면 현재 더 큰 C_s 를 예측하고 있는 본 모델이 Dvorak 등⁽¹⁾의 모델보다 더 정확할 것이라는 것은 확실하다. 아임계유동의 경우 두 계산의 결과가 거의 일치하는데 이는 이 경우의 계산이 후류모델에 멀리 민감하다는 것을 보여주는 것이라 생각되며 위에 언급한 빠른 수렴속도 또한 이것으로부터 설명될 수도 있다고 보여진다.

Fig. 6에 비교된 세경우중 가장 만족스럽지 못한 $Re=9.2\times10^5$ 의 경우는 저항이 가장 작아지는 데이며 (Critical Reynolds 수), 실험산포도가 제일 큰 영역이기도 하다. 층류박리와 난류재부착 그리고 난류박리로 설명할 수 있는 이 유동영역의 자세한 현상은 아직 잘 알려져 있지 않다. 간단한 모델로 이같이 복잡한 유동을 예측하고자 하는 것이 무리일지도 모르나 굳이 그 원인을 찾는다면 비교적 긴 천이과정의 영향이 아닐까 생각된다. 실험치와 거의 일치하는 초임계유동계산에 비해 아임계유동의 경우 다소 예측이 부정확함을 볼 수 있는데 이는 앞에 한번 설명한 후류형상이 잘 맞지 않는 것과도 일치한다고 보겠다. 확실한 이유는 알 수 없지만 다음의 두 가능성은 생각해 볼 수 있다. 먼저 경계층배제두께 영향을 무시한 것을 들 수 있다. 그림에 나와 있는 세 경우 모두, 배제두께 영향을 고려하면 위에 설명한 바와 같이 압력이 더 잘맞는 방향으로 잘 것이기 때문이다. 둘째로는 후류모델을 유도할 때 완전한 난류영역임을 가정하였는데 아임계유동의 경우 층류박리후 난류로 변할 때까지 약간의 층류영역이 존재하는 것이 다소의 영향을 미쳤다고 생각할 수 있겠다. 이 경우라면 초임계유동의 경우와 아임계유동의 경우에 각각 별개의 모델을 사용해야 되며, Reynolds 수의 영향까지 고려해 주어야 할 것이기에 매우 복잡한 문제가 될 것이다.

4. 결 론

지금까지 개발된 비점성박리모델은 베이스압력(base pressure) 또는 최소압력(C_{min})등과 같은 실험치들을 이

용하거나 후류질이를 고정시킨 상태에서 계산하여 순수예측기능을 다하지 못했다. 본 논문에서는 그러한 실험치들에 대한 의존도를 많이 줄이고 후류구역에서의 와도분포가 점진적으로 감소되는, 즉 좀 더 물리적 의미가 부여된 후류모델을 제시하여, 아임계유동으로부터 초임계유동에 이르는 넓은 영역에서 실험결과와 비교하여 압력분포가 비교적 잘 맞고 후류형상도 잘 예측하여 기준모델보다 개선되었음을 보일 수 있었다. 앞으로 경계층해석방법과 결합하여 박리점을 구하고 경계층의 배제두께효과까지 고려하면 완전한 예측방법이 될 것으로 보며 원통이외의 다른 물체에 적용해 같은 정확도의 결과를 얻을 수 있다면 매우 응용도가 큰 효과적인 방법이 될 것이다.

참 고 문 헌

- (1) Dvorak, F.A., and Maskew, B., 1978, "The Prediction of C_{min} Using a Separated Flow Model", Journal of the American Helicopter Society, April.
- (2) Dvorak, F.A., Maskew, B., and Rao, B.M., 1979, "An Investigation of Separation Models for the Prediction of C_{min} ", Final Technical Report, Contract DAAG 29-76-C-0019, Analytical Methods, Inc., Bellevue, Wash.
- (3) Celik, I., Patel, V.C., and Landweber, L., 1985, "Calculation of the Mean Flow Past Circular Cylinder by Viscous-Inviscid Interaction", Journal of Fluid Engineering, Vol. 107, No. 2, pp. 218~223.
- (4) Parkinson, G.Y., and Jandali, T., 1970, "A Wake Source Model for Bluff Body Potential Flow", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 40, pp. 577~594.
- (5) Chang, P.K., 1979, "Separation of Flow", KIST, Vol. 3, pp. 11~18.
- (6) Batchelor, G.K., 1967, "An Introduction to Fluid Dynamics", Cambridge University Press, pp. 264~266.
- (7) Schlichting, H., 1979, "Boundary Layer Theory", McGraw-Hill, 7th ed., pp. 729~755.
- (8) Cantwell, B., and Coles, D., 1983, "An Experimental Study of Entrainment and Transport in the Turbulent Near Wake of a Circular Cylinder", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 136, pp. 321~374.
- (9) Guven, O., Farrell, C., and Patel, V.C., 1980, "Surface Roughness Effects on the Mean Flow Past

Circular Cylinders", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 98, pp.673~701.

(10) Achenbach, E., 1968, "Distribution of Local Pressure and Skin Friction Around a Circular Cylinder in Cross Flow Up to $Re=5\times 10^6$ ", Journal

of Fluid Mechanics, Vol. 34, Part 4, pp.625~639.

(11) James, W.D., Paris, S.W., and Malcolm, G.N., 1980, "Study of Viscous Cross Flow Effects on Circular Cylinders at High Reynolds Numbers", AIAA Journal, Vol. 18, pp. 1066~1072.