

<論 文>

縮少次數 觀測器에 의한 位置制御 油壓 서어보시스템의 過度應答特性 改善

李 慶 洙* · 李 教 一**

(1987年 9月 21日 接受)

Improvement of Transient Response Characteristics of Hydraulic Servo System for Position Control by Reduced-Order Observer

Kyong Su Yi and Kyo Il Lee

Key Words: Reduced-Order Observer(축소차수 관측기), Observer-Controller(관측-제어기) Linearization(선형화), State Estimation(상태 변수 추정), Real Time Control(실시간 제어), Normalized Discrete State Equation(정규화된 이산화 상태방정식), Feedback Gain(피이드백 이득)

Abstract

The objective of this paper is to improve the transient response characteristics of hydraulic servosystem via a reduced-order observer which is modelled based upon the nonlinear hydraulic servosystem. The observer is a second order linear model and implemented using a 8 bit micro-computer. The performance of the observer-based hydraulic servosystem was investigated through the hybrid computer simulations and experiments. The result shows that the reduced-order observer can effectively improve the transient response characteristics of hydraulic servosystem.

기 호 설 명

A : 시스템 행렬
 A_p : 피스톤 유효면적
 B : 입력 행렬
 C : 출력 행렬
 C_d : 유량 계수
 F_c : 클롱마찰력
 i : 입력 전류
 K : 제어기 이득

K_a : 서어보증폭기 이득
 K_f : 피이드백 이득
 K_g : 유량 이득
 K_{g0} : 서어보밸브 이득
 K_c : 유량-압력 계수
 $K_{c0} : K_c + C_{i,p} + C_{e,p}/2$
 l_r : 관측기 이득
 M_p : 부하질량
 r : 원하는 상태
 r : 원하는 위치(기준입력)
 S : 라플라스 오퍼레이터

* 정회원, 서울대학교 대학원

** 정회원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과

- t : 시간
 T_s : 샘플링 시간
 T_v : 서어보밸브 시간상수
 V_s : 압력하 유체의 전체 체적
 X : 실제 상태변수
 \hat{x} : 관측된 상태변수
 x_v : 밸브스플의 변위
 x_p : 피스톤의 변위
 $x_{p,m}$: 피스톤의 최대 변위
 Y : 출력
 β : 유효 벌크 모듈러스
 θ : 데미 상태변수
 ρ : 유체의 밀도
 ω : 축적계수
 $*$: 정규화된 양

1. 서 론

유압제어 기술은 유연성 향상을 위하여 디지털 컴퓨터를 이용한 디지털 제어(digital control)로 발전하는 추세이며, 디지털 컴퓨터로 관측기를 실현하여 유압서어보 시스템을 제어하는 경우 디지털 컴퓨터의 연산시간에 의한 제한을 받고 있다. 그러므로 디지털 제어를 수행하는 경우 연산알고리즘을 단순화하여 연산시간을 줄이는 것이 중요한 문제가 된다.

유압시스템의 성능 개선을 위하여 유압서어보 시스템을 피스톤의 변위와 속도를 상태변수로 하는 이상화된 2차선형 시스템으로 모델링하고, Bertram, Bass, D.G. Luenberger 등에 의하여 발전된 선형 플랜트를 대상으로 한 관측기의 이론에 의한 전차수 관측기(full-order observer)를 애널로그 컴퓨터와 디지털 컴퓨터로 구성하여, 상태변수를 추정하고, 추정된 상태변수들을 피이드백 제어에 이용하여 동특성을 개선하는 연구가 수행되어 좋은 결과를 얻었다^(2,8,9).

본 연구에서는 유압 서어보 시스템을 유압 피스톤의 변위와 속도를 상태변수로 하는 2차 선형 시스템으로 모델링하여 변위는 측정된 출력으로부터 직접 구하고 속도는 B. Gopinath 와 D.G. Cumming 에 의해 발전된 축소차수 관측기(Reduced-order Observer)를 사용하여 추정하며 이를 피이드백 제어에 이용하였다.

8비트 마이크로 컴퓨터(micro computer)를 사용하여 구성한 축소차수 관측기와 제어기를 애널로그 컴퓨터로 구성된 플랜트에 연결하여 하이브리드(hybrid) 시뮬레이션을 수행하였고, 마이크로 컴퓨터를 실제의

유압 서어보 시스템에 연결하여 실험을 수행하여 축소차수 관측기에 의한 성능 향상 가능성을 검증하였다.

2. 유압 서어보시스템의 해석

본 논문의 연구대상인 유압시스템은 전기유압식 서어보밸브(electrohydraulic servovalve), 작동체(accumulator), 질량 부하로 구성되며, 위치 제어는 변위 측정기(position transducer)에서 피스톤 변위에 해당하는 전압을 계측하고, 서어보 제어기(servo controller)에서 기준 입력(reference input)과 피스톤 변위에 해당하는 전압과의 차이에 비례하는 전류를 2단 서어보밸브에 가한다.

실시간 제어(real time control)에 유리하도록 간단한 관측기를 구성하기 위해 서어보 밸브의 동특성을 비례 특성으로, 작동유체를 비압축성 유체로 이상화하고, 유량방정식을 스톨변위 영점(null point)과 부하압력 영점을 작동점으로 하고 선형화하며, 질량 부하만을 고려하면 피스톤 변위와 속도를 상태변수로 하는 2차 선형 상태방정식이 식 (1)로 표시된다^(1,8).

이때의 연속 시스템(continuous system)을 이산화하면 식 (2)로 표시된다.

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-A_p^2}{K_{c_s} \cdot M_p} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{K_v \cdot K_{s_v} \cdot K \cdot K_a \cdot A_p}{K_{c_s} \cdot M_p} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X = [\hat{x}_p \ x_p]^T$$

$$Y = CX$$

$$C = [0 \quad 1]$$

$$X(i+1) = \Phi(T)X(i) + \Gamma(T)U(i)$$

$$\Phi(T) = \begin{bmatrix} e^{a_1 T} & 0 \\ -\frac{a_2}{a_1}(1 - e^{a_1 T}) & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma(T) = \begin{bmatrix} b/a_1(e^{a_1 T} - 1) \\ -\frac{ba_2}{a_1} \left(T - \frac{1}{a_1}(e^{a_1 T} - 1) \right) \end{bmatrix}$$

$$Y = CX$$

$$C = [0 \quad 1]$$

$$a_1 = -\frac{A_p^2}{K_{c_s} \cdot M_p}$$

$$a_2 = w$$

$$b = \frac{K_v \cdot K_{s_v} \cdot K \cdot K_a \cdot A_p \cdot V_m}{w \cdot x_{p,m} \cdot K_{c_s} \cdot M_p} \quad (2)$$

3. 축소차수 관측기(Reduced-Order Observer)의 고찰

시스템의 상태변수(state variable)가 n 개일 때, 시스템의 출력(output)은 상태변수들의 선형적인 관계로 표시되므로 관측기의 차수(order of the observer)는 n 보다 작아질 수 있다.

시스템의 차수가 작을 때는 하나의 차수를 줄이는 것이 관측기 연산알고리즘을 단순화하는데 효과적이며 다중 출력 시스템(multioutput system)인 경우는 출력 수 만큼 관측기의 차수를 줄일 수 있다.

본 연구에서는 유압 서어보 시스템을 2차 선형 시스템으로 모델링하였으므로 축소 차수 관측기를 사용하는 경우 관측기의 차수가 1차로 되고, 관측기의 구조가 간단해지는 장점이 있고, 또한 실시간 디지털 제어(real time digital control)를 하는 경우 연산시간을 줄이는 효과적인 방법으로 사용될 수 있다.

유압 서어보 시스템을 2차 선형 시스템으로 모델링하고 축소 차수 관측기로 상태변수(속도)를 추정하여 피이드백하는 경우, 출력의 시간 변화율을 제어 입력으로 이용한다는 점에서는 $P-D$ 제어와 같다. 이 때 관측기를 이용하여 상태변수를 추정하는 경우 추정오차가 발생하는 단점이 있지만, 직접적인 미분을 하지 않고 미분 신호를 얻을 수 있으므로 잡음에 의한 영향을 덜 받는 장점이 있으며, $P-I-D$ 제어와 같은 직접적인 보상방법(cascade compensation)으로는 시스템의 모든 모우드(mode)를 제어할 수는 없으므로, 불안정한 모우드가 시스템 내에 존재할 수도 있다는 단점을 보상할 수 있다.⁽²⁾

4. 하이브리드(Hybrid) 시뮬레이션

유압 서어보 시스템을 비선형 요소들 고려하여 모델링한 후, 에널로그 컴퓨터(analog computer)로 구성된 유압 제어 시스템의 플랜트를 8비트 디지털 컴퓨터로 관측기-제어기를 실현하여 제어하는 시스템을 구성하여 성능을 검토하였다.

비선형 모델로부터 유압시스템을 피스톤 속도와 변위를 상태변수로 하는 2차 선형 시스템으로 모델링하는 경우, 정규화된 이산화 상태방정식(normalized discrete state equation)은 식 (3)과 같고, 본 연구에서는 상태변수들의 연산 오차와 연산 범위를 고려하여 피스톤의 최대 변위를 5 cm, 최대 속도를 2 m/sec로 하여 정규화 하였다.

$$X(i+1) = \Phi(T_s)X(i) + \Gamma(T_s)u(i)$$

$$Y(i) = x_p^*$$

$$X(i) = [\dot{x}_p^* x_p^*]^T$$

$$\Phi(T_s) = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ \alpha_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma(T_s) = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_1 = e^{a_1 T_s}$$

$$\alpha_2 = -\frac{a_2}{a_1}(1 - e^{a_1 T_s})$$

$$\beta_1 = b/a_1(e^{a_1 T_s} - 1)$$

$$\beta_2 = -\frac{ba_2}{a_1} \left(T_s - \frac{1}{a_1}(e^{a_1 T_s} - 1) \right) \quad (3)$$

유압 시스템을 2차 시스템으로 모델링하였고, 변위는 측정된 출력으로부터 직접 구할 수 있으므로 피스톤 속도만을 축소 차수 관측기를 써서 추정한다. 피스톤의 속도는 다음과 같은 변수 변환을 이용하여 구한다.

$$\theta(i+1) = (\alpha_1 - l, \alpha_2)\theta(i)$$

$$+ (\alpha_1 l - \alpha_2 l^2 - l, \alpha_2) Y(i)$$

$$+ (\beta_1 - l, \beta_2) u(i)$$

$$\dot{x}_p(i) = \theta(i) + l Y(i) \quad (4)$$

4.1 상태변수 피이드백 이득

시스템의 최대 가속도와 최대 속도로 오우버슈트(overshoot)없이 원하는 위치에 도달할 수 있고, 시스템이 안정한 범위에서 작동되게 하는 제어 입력 U 를 구하기 위해 성능 지표 J 를 다음과 같이 정의한다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T \{ [x-r]^T Q [x-r] + U^T R U \} dt$$

이때

$$Q \geq 0, R > 0 \quad (5)$$

식 (2)와 식 (5)로부터 최적 제어 입력과 최적 피이드백 이득은 식 (6)으로 표시된다.⁽³⁾

$$U(t) = -R^{-1} B^* K(t) x(t) - R^{-1} B^{*T} S(t)$$

$$\dot{K}(t) = -K(t) A^* - A^{*T} K(t) - Q(t)$$

$$+ K(t) B^* R^{-1} B^* K(t)$$

$$\dot{S}(t) = -[A^{*T} - K(t) B^* (t) R^{-1} B^{*T}] S(t)$$

$$+ Q(t) r(t)$$

이때

$$K(T) = 0, S(T) = 0 \quad (6)$$

식 (6)에 의해 제어입력 U 는 식 (7)과 같이 표시된다.

$$U(t) = K_2 r(t) - K_1 \cdot \dot{x}_1^*(t) - K_2 \cdot x_2^*(t) \quad (7)$$

관측기에 의한 추정 상태변수들이 이용했을 때의 U 는 식 (8)과 같다.

$$U(t) = K_2 r(t) - K_1 \cdot \hat{\dot{x}}_1^*(t) - K_2 \cdot x_2^*(t) \quad (8)$$

4.2 관측기 이득

관측기에서 추정된 상태변수의 오차는 식 (9)로 표시된다.

$$\begin{aligned} \tilde{e}(i+1) &= x_r(i+1) - \hat{x}_r(i+1) \\ &= (A_r - l_r c_r) \tilde{e}(i) \end{aligned} \quad (9)$$

관측기의 이득 l_r 이 작을 때에는 연산 중, 주로 끝셈에서 생기는 결사(truncation) 또는 반올림(round-off)에 의해 오차가 발생할 수 있으며, l_r 이 클 때에는 관측기와 상태변수 오차(\tilde{e})가 이론상 0에 빨리 수렴하지만 측정오차에 대한 민감도(sensitivity)가 커지는 단점이 있고, 연산중에 변수의 값이 연산범위를 벗어남으로써 오차가 발생할 수 있다.

본 연구에서는 관측기의 이득 l_r 을 변화시키면서 응답특성을 검토하였다.

4.3 샘플링 시간(Sampling Time)의 결정

연속 시스템(continuous system)을 대상으로 하여 디지털 제어(digital control)을 수행하는 경우.

- (1) 샘플링 시간이 길어지면 제어 입력이 급격하게 변하므로 시스템의 상태변수의 변화율의 변화(roughness)가 심해진다⁽¹¹⁾.
- (2) 샘플링 시간이 길어지면 모델링 오차(modelling error)의 영향이 커진다. 즉 관측기에서 선형적인 모델로부터 구한 상태 변수와 플란트의 상태변수간의 오차가 커진다.

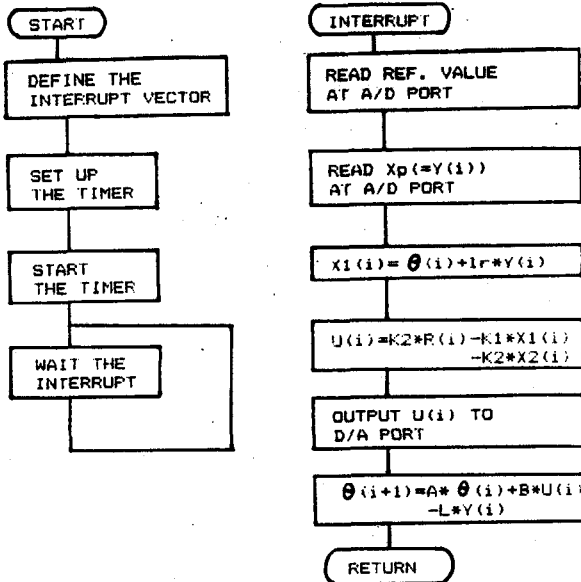


Fig. 1 Flow chart of reduced-order observer-controller algorithm

(3) 샘플링 시간은 bit 와 시스템의 시간상수(time constant)에 관련된다⁽¹¹⁾.

(4) 계단 입력을 가하는 경우 샘플링 시간이 짧을수록 더 좋은 응답 특성을 얻을 수 있다⁽¹²⁾.

그러므로 샘플링 시간이 짧을수록 제어특성은 좋아질 수 있고, 축소차수 관측기-제어기 알고리즘을 수행하는 경우 연산시간은 2.1 msec 이므로 샘플링 시간은 2.1 msec 로 하였다.

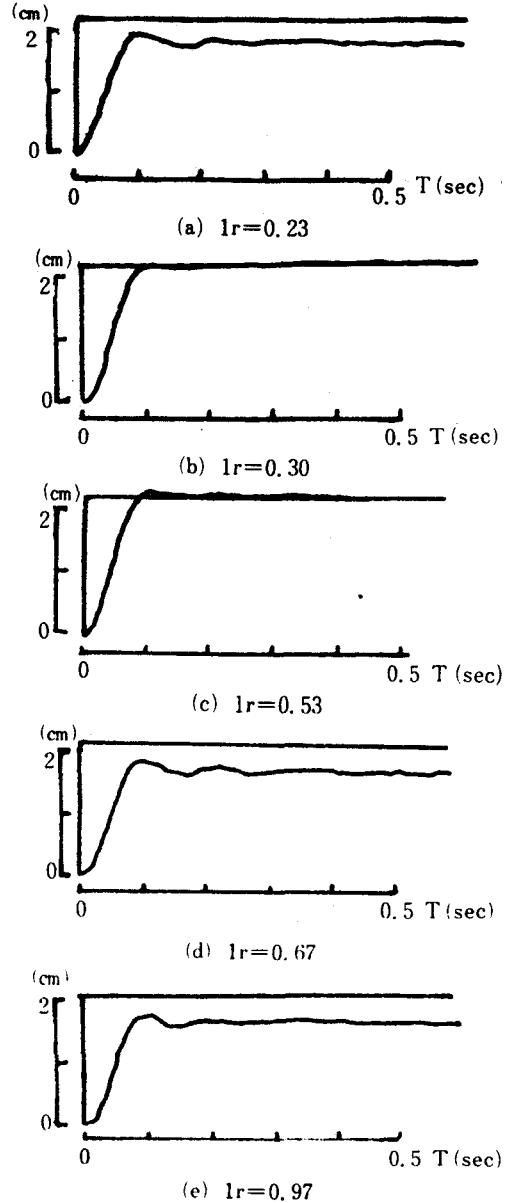


Fig. 2 Response to a step input with state feedback by reduced-order observer, $K=5$, $K_f=(1.011)$

4.4 시뮬레이션 결과

축소차수 관측기로 추정한 상태변수(속도)와 출력으로부터 구한 상태변수(변위)를 피드백하여 비선형 유압 서어보시스템을 제어하였다.

제어기 이득 (K)와 상태변수 피드백 이득 (K_f)을 일정하게 하고, 관측기 이득을 변화시켰을 때의 응답 특성이 Fig. 2에 표시되어 있다. 관측기의 이득 l_r 이 0.3 이하일 때와 0.55 이상일 때는 정상상태 오차(steady state error)가 발생하였고, 0.3과 0.55 사이에서는 정상상태 오차도 적고 단순비례 제어를 했을 때의 출발 최대 속도를 유지하면서 오버슈트도 거의 나타나지 않는 좋은 응답특성을 얻을 수 있었다.

비선형 시스템을 선형시스템으로 모델링하여 구성된 선형 관측기에 의해 추정한 상태변수를 피드백하여

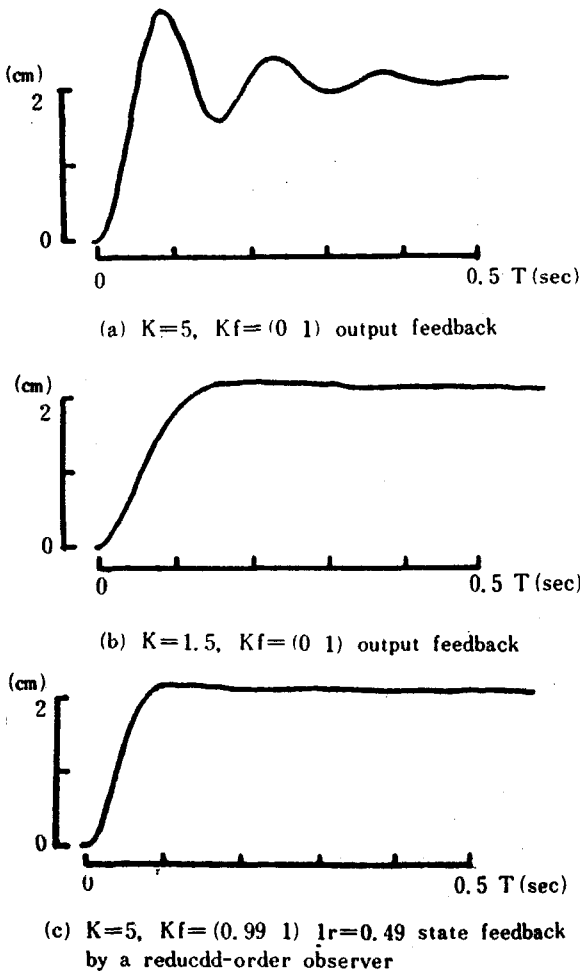


Fig. 3 Comparison of response to a step input, $M_s=98kg$

제어하므로, 비선형 시스템과 선형관측기와의 차이에 의해 정상상태 오차가 발생할 수 있으며, 또 최대 변위를 5 cm, 최대 속도를 2 m/sec로 하여 정규화하고 8 비트 마이크로 컴퓨터로 연산하는 경우도, l_r 이 0.3 이하일 때는 곱셈 연산중의 절사오차와 반올림오차에 의해 정상상태 오차가 발생할 수 있으며, l_r 이 2 이상일 때는 상태변수의 연산범위가 정규화 범위를 벗어남으로써 정상상태 오차가 발생할 수 있으며, 시뮬레이션 결과를 고찰하여 볼 때 관측기 이득이 작을 때에는 추정 상태변수의 수렴속도가 느리고 연산시의 오차에 의해 정상상태 오차가 발생하였고, 관측기 이득이 0.55 이상일 때는 식 (9)에서 알 수 있듯이 추정변수의 수

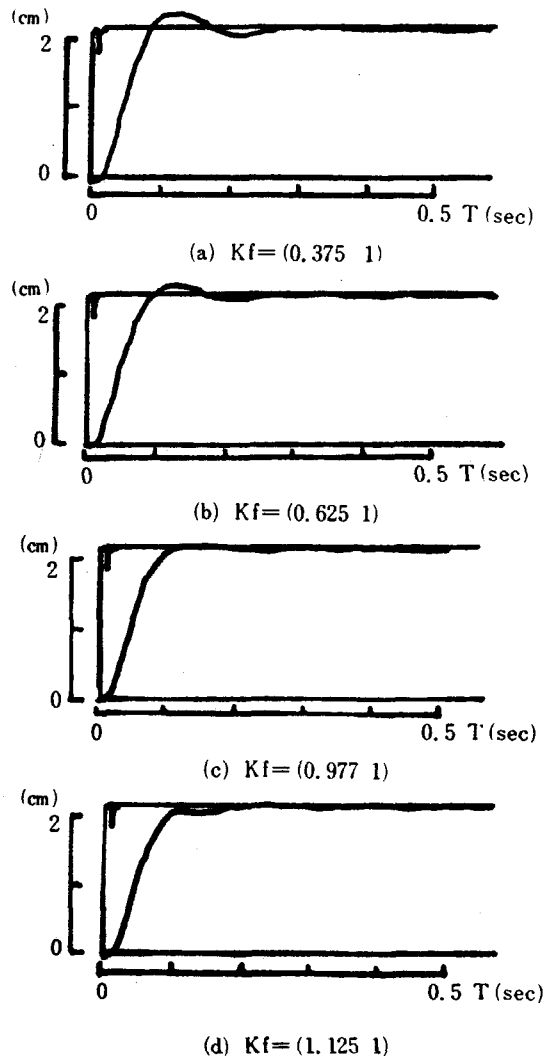


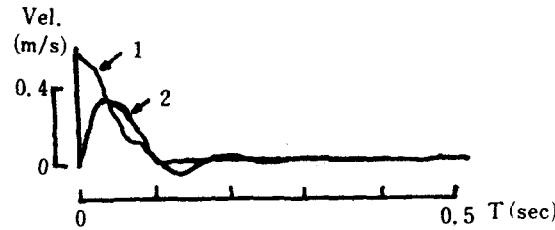
Fig. 4 Responses to a step input with state feedback by a reduced-order observer, $K=5, l_r=0.49$

럼 속도는 빠르나 출력에 크게 영향을 받게 되며 정상 상태 오차가 발생하였다.

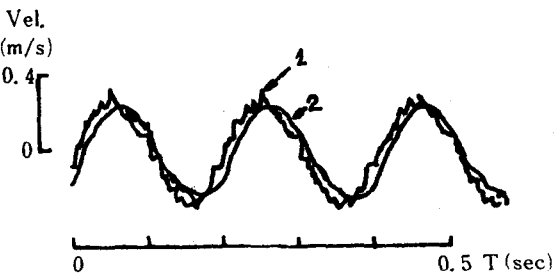
출력(변위)만 피이드백할 때와 상태변수(변위와 속도)를 피이드백 할 때의 응답 특성의 비교가 Fig. 3에 표시되어 있다. 상태변수를 피이드백하는 경우 출발 최대 속도를 그대로 유지하면서 오우버슈트도 생기지 않는 빠르고 안정한 응답을 얻었다. 변위만을 피이드백하는 경우 작은 이득 값에서는 반응 속도가 늦어지고, 큰 이득 값에서는 오우버슈트가 커지고 안정 시간이 길어지는 경향을 잘 보여 주고 있다.

관측기 이득을 일정하게 하고 상태변수 피이드백 이득을 변화시켰을 때의 응답이 Fig. 4에 표시되어 있다. 성능지표의 Q행렬과 상태변수 피이드백 이득과의 관계를 고려해 보면, Q행렬에서 속도에 대한 가중치를 작게 할 때는 피이드백 이득이 작아져서 오우버슈트가 크게 발생하고, 가중치를 크게 하면 피이드백 이득이 커지고 오우버슈트는 발생하지 않지만 응답이 느려지는 단점이 있다.

축소차수 관측기의 상태변수 추정성능이 Fig. 5에 표시되어 있다. 계단 입력을 가하는 경우 초기의 오차가 시간이 지남에 따라 0으로 수렴하고 있고, 정현파 입력인 경우도 일정한 오차 범위를 벗어 나지 않고 수렴하는 특성을 보여주고 있다.



(a) Step input
1. Estimated state variable
2. Real state variable



(b) Sinusoidal input, 5Hz

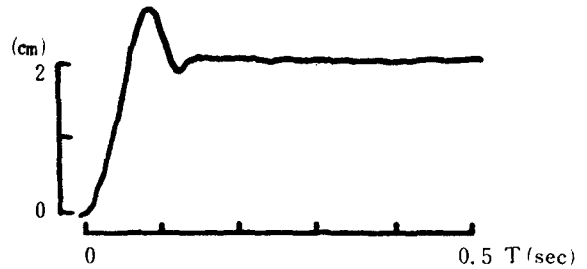
Fig. 5 Comparison of real state X , and estimated state \hat{X} , $K=5$, $K_r=(1.01 \ 1)$, $l_r=0.3$

5. 실험

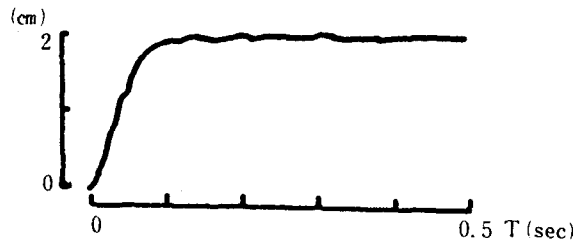
본 연구의 제어 대상 시스템은 유압 펌프, 서어보 밸브, 유압실린더, 질량부하로 구성되어 있고, 8비트 마이크로 컴퓨터를 축소 차수 관측기 및 제어기로 사용하였다.

Fig. 6은 변위만 피이드백 할 때의 응답특성을 나타내고 있으며, 상태변수를 피이드백 하는 경우 출발 속도를 그대로 유지하면서 오우버슈트가 크게 감소한 빠른 응답을 얻었다.

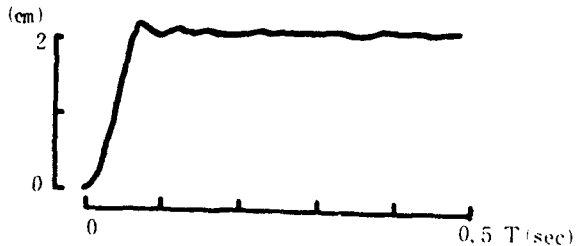
상태변수 피이드백 이득과 제어기 이득을 일정하게 하고 관측기 이득 l_r 을 변화시켰을 때의 응답특성이 Fig. 7에 표시되어 있다. 하이브리드 시뮬레이션과 같이 Fig. 7로부터 관측기 이득을 적절히 선택하면 정



(a) $K=5$, $K_f=(0 \ 1)$ output feedback

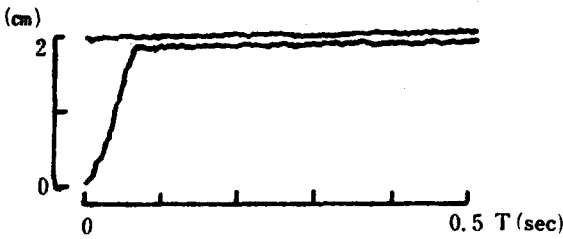


(b) $K=1.5$, $K_f=(0 \ 1)$ output feedback

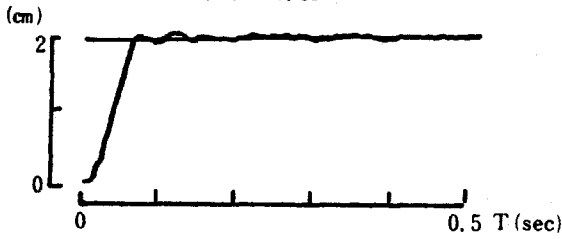


(c) $K=5$, $K_f=(0.99 \ 1)$, $l_r=0.3$
state feedback by a reduced-order observer

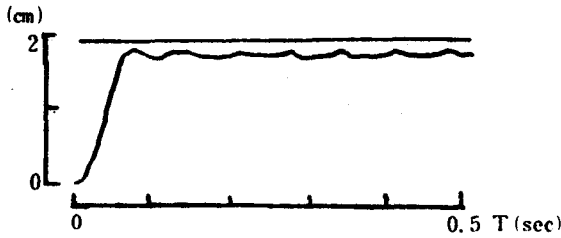
Fig. 6 Comparison of response to a step input



(a) $lr=0.10$



(b) $lr=0.30$



(c) $lr=0.71$

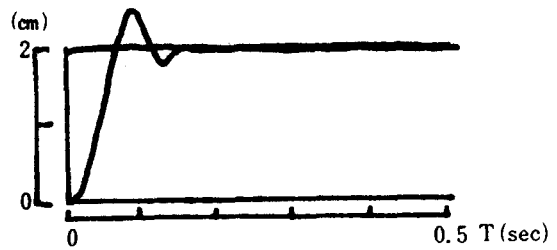
Fig. 7 Response to a step input with state feedback by a reduced order observer, $K=5$, $K_f=(0.99 \ 1)$

상상태 오차가 없는 빠르고 안정한 응답을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

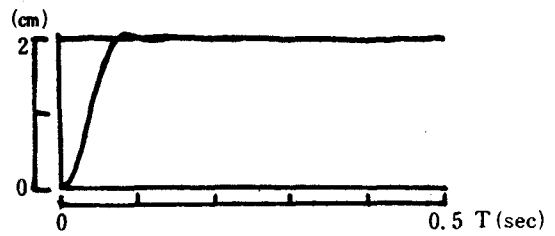
Fig. 8은 관측기 이득을 일정하게 하고 기준 입력의 크기를 다르게 했을 때의 응답을 표시하고 있으며, 비선형성에 의한 정상상태 오차는 발생하지 않는다.

변위 변환기와 dynamic strain amplifier로 구한 변위 신호를 아날로그 미분기(analog differentiator)로 미분하여 구한 속도와 축소차수 관측기로 추정된 속도의 비교가 Fig. 9에 표시되어 있다.

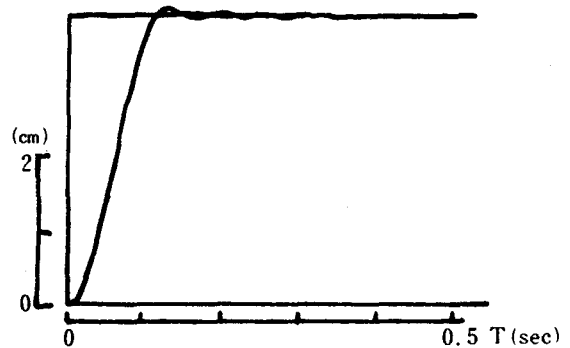
계단입력을 가하는 경우 추정된 속도는 초기의 큰 오차가 시간이 지남에 따라 0으로 수렴하는 특성을 보였으며, 정현파 입력을 가하는 경우에는 정상상태에 도달하면 일정한 오차범위 내에서 수렴하는 특성을 보였다.



(a) $K_f=(0 \ 1)$ output feedback



(b) $K_f=(1.01 \ 1)$ state feedback by a reduced-order observer



(c) $K_f=(1.01 \ 1)$ state feedback by a reduced-order observer

Fig. 8 Comparison of response to a step input $K=5$, $l_r=0.49$

6. 결 론

유압 서어보 시스템을 2차 선형 시스템으로 모델링하고, 8비트 마이크로 컴퓨터를 사용하여 선형 모델로부터 축소차수 관측기와 제어기를 구성한 경우 유압 서어보 시스템의 과도 응답특성을 개선하는 것이 가능하다.

실험과 에널로그 시뮬레이션을 수행한 결과, 추정 속도와 실제 변위를 피드백시켰을 때, 변위만을 피드백하여 비제어하였을 때의 출발 최대속도와 가

한 응답특성을 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

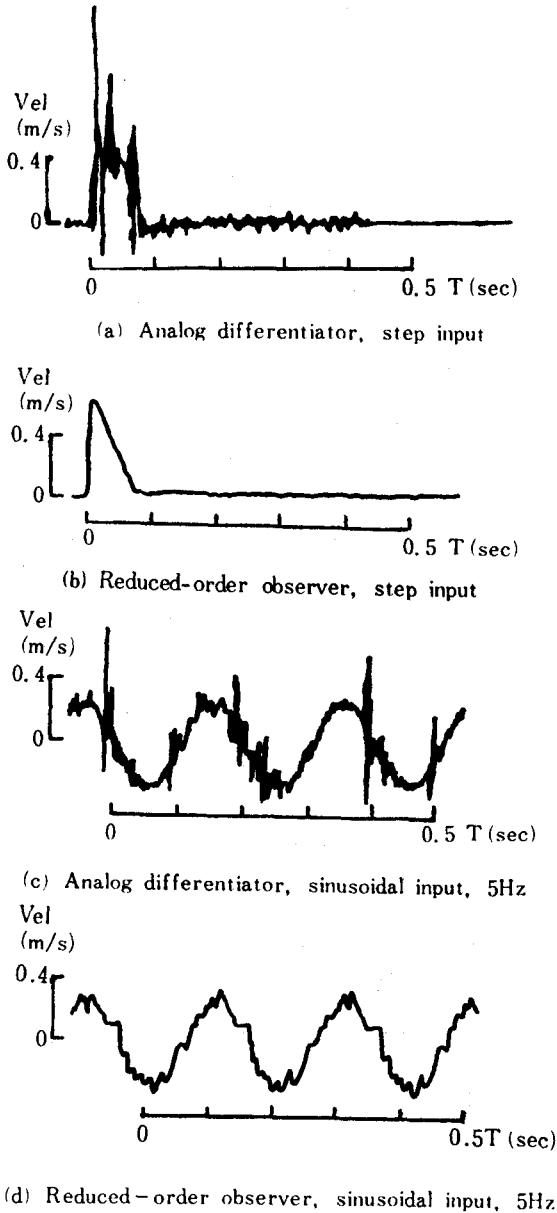


Fig. 9 Comparison of piston velocity

속도를 유지하면서 정상상태에 급속히 수렴하는 응답 특성을 얻었다.

성능지수의 속도에 대한 가중치가 작을 때는 응답에 진동현상이 나타나며, 가중치가 클 때에는 응답이 느려진다. 본 연구에서는 변위에 대한 가중치를 1로 하고, 속도에 대한 가중치를 3으로 할 때 빠르고 안정

- (1) Merrit, H.E., 1967, "Hydraulic Control systems", John Wiley & Sons, New York.
- (2) Kailath, T., 1980, "Linear System", Prentice-Hall, New Jersey.
- (3) Kirk, D.E., 1970, "Optimal Control Theory", Prentice-Hall, New Jersey.
- (4) Lee, K.I., 1977, "Dynamisches Verhalten der Steurkette Servoventil Motor Last", Dissertation, TH Aachen.
- (5) Bell, R. and de Pennington, A., 1969, "Active Compensation of Electrohydraulic Cylinder Drive Using Derivative Signals", Proc. instn Mech Engrs., Vol. 198, It. 1, No. 4.
- (6) Thayer, W.J., 1965, "Transfer Functions for Moog Servo-Valves", Moog Technical Bulletin 103, Servo Controls Inc.
- (7) Geyer, L.H., 1972, "Controlled Damping Through Dynamic Pressure Feedback", Moog Technical Bulletin 101, Moog Inc., Control Division.
- (8) 조승호, 1986, "관측기의 상태변수 피드백을 이용한 유압 서어보 시스템의 위치제어", 서울대학교, 박사학위논문.
- (9) 이동권, 1986, "유압 서어보 시스템의 위치 제어를 이용한 관측-제어기의 실현화 연구", 서울대학교, 석사학위논문.
- (10) Luenberger, D.G., 1971, "An Introduction to Observers", IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-16, pp. 596~603.
- (11) Katz, P., 1981, "Digital Control Using Microprocessor", Prentice-Hall, New Jersey.
- (12) 권원태, 1983, "유압 시스템의 관측자를 이용한 전산기 제어", 서울대학교, 석사학위논문.
- (13) Zaks, R., 1983, "Programing the 6502", SYBEX Inc., Berkeley, CA.
- (14) "Apple II Reference Manual", Apple Computer Inc., CA.
- (15) Lee, E.H., 1985, "Microcomputer Control of Electrohydraulic Servo System", MS Thesis, S.N.U.