

표면조도가 윤활효과에 미치는 영향에 관한 연구

尹在福* · 尹文哲**

* 송실대학교 기계공학과

** 서울대학교 대학원 기계설계학과

(1987. 2. 24. 접수)

A Study on the Lubrication effects of surface roughness

Jaebok Yoon* and Moonchul Yoon**

* Dept of Mechanical Engineering Soongsil University

** Graduate Student, Seoul National University

(Received February 24, 1987)

ABSTRACT

The influence of one sided striated surface roughness on load carrying capacity of a slider bearing is analyzed for very low clearance films.

A Reynolds equation appropriate for slider bearing is derived and analyzed by the method of finite difference method.

For a slider bearing with several simple roughness form, the pressure, load capacity and other parameters can be revealed and also this results can be stored in sequential data file. After all, their distribution can be displayed easily by using the CADG(Computer Aided Design and Graphics) program. Also exact solutions with this numerical method are compared with those of the theory attributed to Tonder and White. The results reported here should find application in the computer peripherals where computer aided design and graphic package is needed.

기 호 설 명

B	: 슬라이더베어링의 폭	q_x, q_y	: x, y 방향 유량
h	: 유막두께	s	: 베어링 폭 / 베어링 길이의 비
h_1	: 베어링 입구부 유막두께	U	: 베어링 수행면의 속도
h_0	: 베어링 출구부 유막두께	ω	: 베어링의 부하용량
H, H_1	: $h/h_0, h_1/h_0$	W	: 무차원 부하용량 = $\frac{wh_0^2}{6U\mu BL^2}$
K	: $(h_1 - h_0)/h_0$	X, Y	: $x/L, x/B$
L	: 슬라이더베어링의 길이	α	: 조도높이와 최소베어링유막 두께의 비 = δ/h_0
m	: 베어링의 경사	β	: 조도의 위상
n	: 조도의 산수	δ	: 조도의 높이
N_x, N_y	: x, y 방향 격자점의 수	μ	: 점성계수
p, p_a	: 압력, 대기압	Λ	: 베어링정수 : $6\mu UB/p_a h_0^2$
P	: p/p_a		

1. 서 론

과거에는 베어링표면에 조도가 있다는 것을 알고 있으면서도 대부분이 이를 무시하여 해석하였으나 최근들어 베어링 간극이 감소함에 따라 표면조도가 윤활효과에 미치는 영향에 대하여 관심이 급속히 증가하고 있으며 이와 더불어 표면조도의 최적설계에 많은 관심을 갖게 되었다.

1970년대에 들어 H. Christensen¹⁾은 조도의 형상을 가정하여 유막두께 및 압력을 평균화한 값을 고려한 레이놀즈 편미분방정식을 유도하여 통계학적으로 해석하였고 Chow와 Saibel²⁾은 1차원 랜덤조도(random roughness)가 부하용량(Load carrying capacity)에 미치는 효과에 대하여 연구하였고 이후 Tonder는 유한폭 베어링에서 이를 해석하였다. 그러나 이는 줄무늬 방향으로 압력분포 및 베어링 조도간격의 확률분포에 대한 가정이 필요하며 실험적으로나 해석적으로 일치하는 지는 미지수이다. 또 Patir와 Cheng³⁾은 전단유동인자(shear flow factor)를 고려한 2차원조도 영향에 대하여 연구하였다. 이후 Teale와 Lebeck⁴⁾은 유동인자가 일정하지 않다는 것을 밝혔다. 최근에는 White⁵⁾가 앙상블 평균윤활방정식(ensemble average Lubrication equation)을 가정하여 이를 해석하여 얇은 유막인경우 부하용량에 있어서 방향과 크기가 Christensen과 Tonder의 이론결과가 다른 것을 발표하였다. 조도형상에서 있어서도 톱날형, 정현파형, 사각파형 및 랜덤파형으로 가정하여 이를 Fourier series로 전개하여 해석을 한 것이 있다. 그러나 이런 연구의 문제점은 실제 계산상의 곤란성으로서 레이놀즈 편미분방정식을 적분하는데 있다.

본 연구에서는 조도의 형상을 성현파로 가정하여 이 조도가 윤활효과에 미치는 영향에 대하여 연구하고자 한다. 사용한 수치해석방법으로는 유한차분법(Finite Difference Method)인 SOR(successive over relaxation)법을 사용하여 수치해석 프로그램을 작성하였고, 이 결과를 쉽게 해석하기 위해 전산원용설계그래픽CADG(computer aided design and graphics)pa-

ckage를 작성하여 이를 쉽게 해석 할 수 있도록 하였다.

이때 수치해석결과인 유막형상, 압력분포, 유량, 전단력을 각 x, y 위치에서 쉽게 입체형상으로 볼 수 있도록 하였고, 이런 수치값은 sequential data file로 저장하여 해석할 수 있다.

2. 이론 및 수치해석연구

2-1 지배방정식

Fig. 1은 정지상태의 슬라이드면에만 파형의 조도(roughness)가 있고 수행면에는 조도가 없는 평활한 경우로 작동윤활유가 등온이고 점성의 변화가 없는 비압축성유체라고 가정하면 레이놀즈 편미분방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

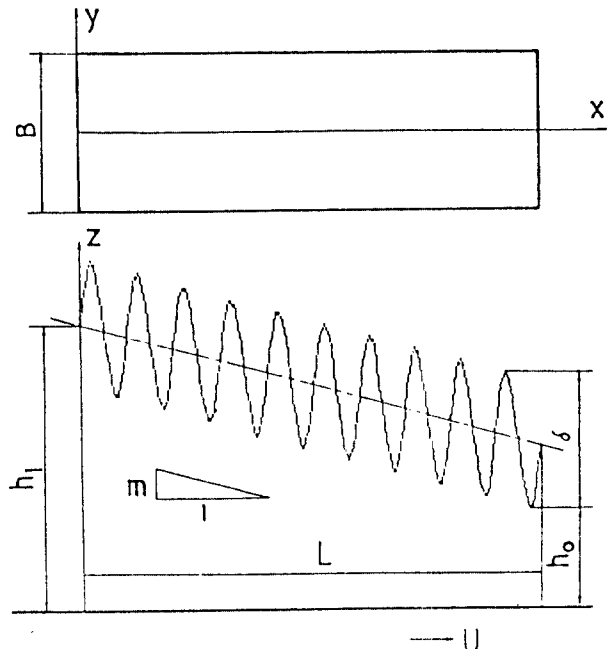


Fig. 1. Configuration of roughness pattern.

또 squeeze 유막효과 및 스토크스조도 (stokes roughness)의 영향이 없다고 보고 레이놀즈조도 (reynolds roughness)라고 가정하면 무차원 레이놀즈방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{B^2}{L^2} \frac{\partial}{\partial Y} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda \frac{\partial H}{\partial X} \quad (2)$$

단, $P = p/p_a$, $H = h/h_0$

$$X = x/L, \quad Y = y/B, \quad \Lambda = 6 \mu UB / p_a h_0^2$$

일반적으로 슬라이더베어링의 주변경계 조건은 $P = 1$ 로 한다. 베어링 부하요량은 압력평균치를 전체면적으로 나눈 값으로하면

$$W_{avr} = \frac{1}{LB} \int_0^L \int_0^B p dx dy \quad (3)$$

주행방향의 유량 q_x 는

$$q_x = \frac{1}{2} U h - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4)$$

주행방향과 수직인 방향의 유량 q_y 는

$$q_y = - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (5)$$

주행방향으로의 전단응력 τ 는

$$\tau = \frac{1}{2} h \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \mu U/h \quad (6)$$

평균마찰력은

$$F = \frac{1}{LB} \int_0^L \int_0^B \tau dx dy \quad (7)$$

2 - 2. 표면조도의 기본특성

본 연구에서 적용한 조도의 형태는 직교조도 및 수직조도 두가지로 한다.

(a) 직교조도 (transverse roughness)

슬라이더 주행방향과 수직인 방향으로 줄무늬가 나있는 형태의 표면조도로서 베어링위의 임의의 점에서의 무차원 유막두께식은 다음과 같다.

$$H = H_0 + m(1-x) + \frac{\alpha}{2} \cdot \sin(2n\pi x + \beta) \quad (8)$$

(b) 수평조도 (longitudinal roughness)

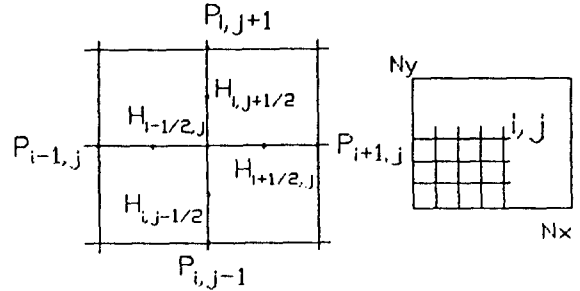


Fig. 2. Grid elements for computer solution

슬라이더 주행방향과 평행한 방향으로 줄무늬가 난 형태로서 이때의 무차원 유막두께식은 다음과 같이 표현된다.

$$H = H_0 + m(1-x) + \frac{\alpha}{2} \cdot \sin(2n\pi y) \quad (9)$$

2 - 3 유한차분식

레이놀즈 편미분방정식의 해를 구하기 위해 유한차분형 방정식을 Truncation error가 Δx 및 Δy 의 2차인 중앙차분법 (central difference scheme)으로 표시한다.

Fig. 2와 같이 질점을 택하면 무차원 레이놀즈방정식(2)의 각각의 항은

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) = \frac{1}{\Delta X} \left(H_{i+1/2,j}^3 \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta X} - H_{i-1/2,j}^3 \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta X} \right) \quad (10)$$

$$\frac{B^2}{L^2} \frac{\partial}{\partial Y} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \frac{1}{\Delta Y} \left(H_{i,j+1/2}^3 \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta Y} - H_{i,j-1/2}^3 \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta Y} \right) \frac{B^2}{L^2} \quad (11)$$

$$\frac{\partial H}{\partial X} = \frac{H_{i+1/2,j} - H_{i-1/2,j}}{\Delta X} \quad (12)$$

식(2)에 대입하여 $P_{i,j}$ 에 대하여 풀면

$$P_{i,j} = a_0 + a_1 P_{i+1,j} + a_2 P_{i-1,j} + a_3 P_{i,j+1} + a_4 P_{i,j-1} + \dots \quad (13)$$

여기서 a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 는 절점 (i, j) 에서의 식 (12)로부터 주어진 상수이다. N_x 와 N_y 점이 있는 경우 $N_x \times N_y$ 개의 연립방정식이 유도되고 이 방정식은 반복법(iterative method)에 의하여 반복 수행하여 풀 수 있다. 반복계산은 오차가 주어진 값 ϵ 보다 작아질 때까지 수행하며 만족하는 조건은 다음과 같다.

$$\frac{\sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i=1}^{N_x} |(P_{i,j})^k - (P_{i,j})^{k-1}|}{\sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i=1}^{N_x} (P_{i,j})^k} < \epsilon \quad (14)$$

여기서 k 는 반복횟수이다.

2 - 4. SOR법

유한차분형의 불연속 방정식은 SOR(successive over relaxation)법을 사용하여 푼다.

$$P_{i,j}^k = P_{i,j}^{k-1} + \omega (a_0 + a_1 p_{i+1,j}^{k-1} + a_2 p_{i-1,j}^{k-1} + a_3 p_{i,j+1}^{k-1} + a_4 p_{i,j-1}^{k-1} - p_{i,j}^{k-1}) \quad (15)$$

여기서 ω 는 relaxation factor이며 수렴을 빠르게 하는 적절한 값을 선정하였다.⁶⁻¹⁰

2 - 5. 3차원 그래픽의 수학적 기초

본 연구에서 수치해석으로 구한 유막형상, 압력분포, 유량, 전단력등을 3차원 기하학적 변환을 통하여 오른손좌표계 및 직교좌표계를 써서 볼 수 있게 하였으며, 이때 필요한 기본사항은 다음과 같다.

- 1) 이동(translation)
- 2) 배율(scaling)
- 3) 회전(rotation)
- 4) VIEWING

일반좌표 (x, y, z) , 스크린좌표 (x_s, y_s, z_s) 및 눈좌표 (x_e, y_e, z_e) 사이에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$(x_e, y_e, z_e) = (x, y, z) T \quad (16)$$

여기서 T 는 viewing 변환 매트릭스로 다음과 같다.

$$T = \begin{pmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \cdot \cos \phi & -\cos \theta \cdot \sin \phi & 0 \\ \cos \theta & -\sin \theta \cdot \cos \phi & -\sin \theta \cdot \sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & -\cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x_s &= d/S(x_e/z_e) \\ y_s &= d/S(y_e/z_e) \end{aligned} \quad (17)$$

단, $-1 < x_s, y_s < 1$

S : 스크린 크기, d : 스크린과 viewpoint 사이 거리

viewport mapping

$$\begin{aligned} x_s &= SCF((d/S)(x_e/z_e)U_x + L) \\ y_s &= -(d/S)(y_e/z_e)V_y + M \end{aligned} \quad (18)$$

단, SCF는 스크린배율 조정인자이며 viewport는 (L, M) 에 중심을 두고 폭 \times 높이는 $2U_x \times 2V_y$ 이다.

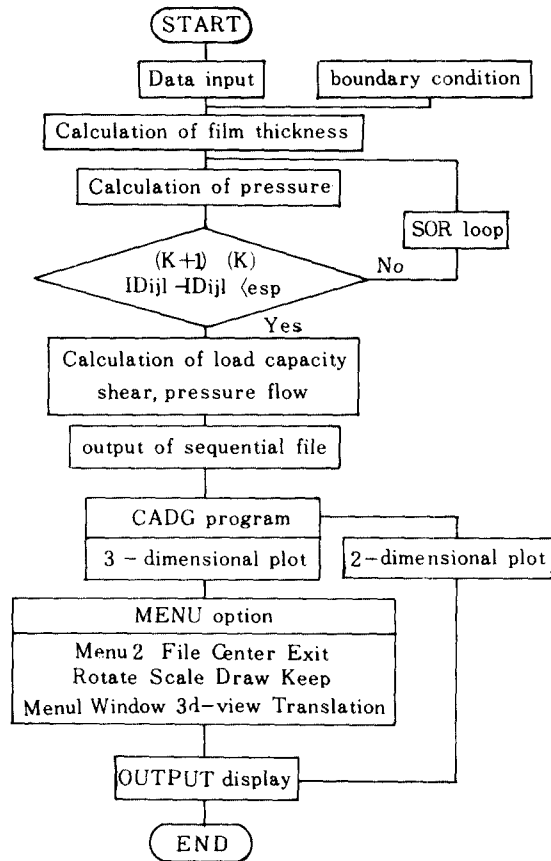


Fig. 3. Flow chart for the developed program.

5) CLIPPING

window 경계밖의 좌표는 그려지지 않게하며 일반좌표와 경계좌표를 비교하여 경계밖의 범위를 절단하게 된다.

본 연구에서 표면조도를 고려한 평판 슬라이더에서의 윤활효과를 유한차분법으로 풀고 이를 그래픽화하여 해석하기 쉽게 개발한 전산원용 설계 프로그램의 흐름도는 Fig. 3과 같다.

3. 수치해석결과 및 고찰

수치해석을 한 결과 표면조도에 의한 압력 및 부하용량등의 거동 상태를 Fig. 4 ~ Fig. 10에 나타냈다.

Fig. 4는 무한폭 및 유한폭슬라이더 베어링의 압력분포 형상을 3차원 CADG Program을

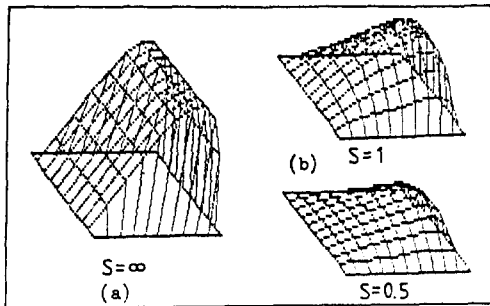


Fig. 4. Pressure distribution for infinite and finite slider bearing

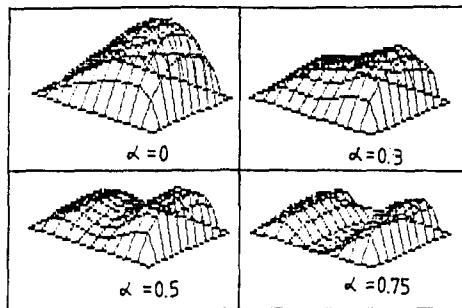


Fig. 5. Pressure distribution for finite slider bearing with transverse roughness

사용하여 스크린상에 나타낸 것이다. $s = \infty$ 인 경우, 즉 무한평판인 경우 압력분포는 (a)와 같고 유한평판인 경우는 (b)와 같다. 무한평판의 경우가 무차원 압력분포량이 크게 나타났고, 크기의 정도는 각 조건의 경우 다르나 그 모양은 비슷하다.

Fig. 5는 $s = 1$ 인 유한평판의 경우 $K = 1$, $n = 1$, $\beta = 180^\circ$ 일 때의 α 값에 따른 중심부분의 압력분포를 나타내고 있다. 실제로 n 이 작은

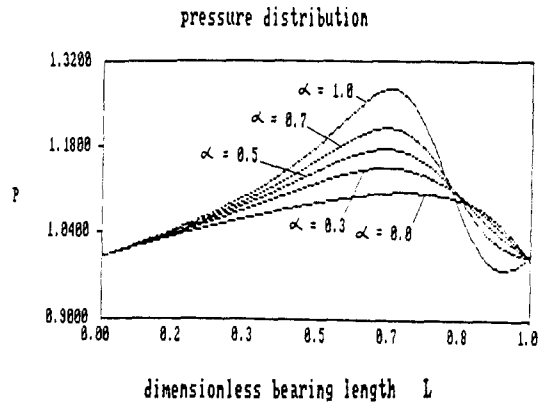


Fig. 6. Center line pressure distribution for slider bearing with different amplitude of transverse roughness

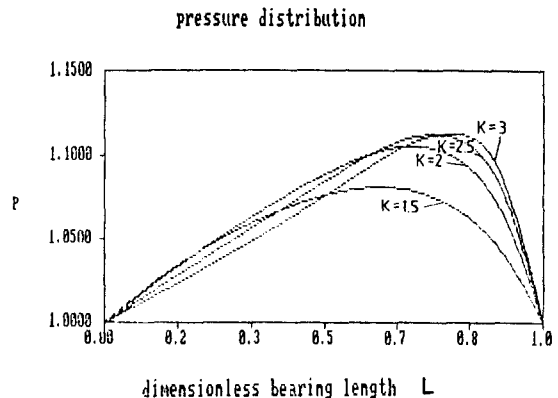


Fig. 7. Pressure distribution for different K-value bearing with transverse roughness

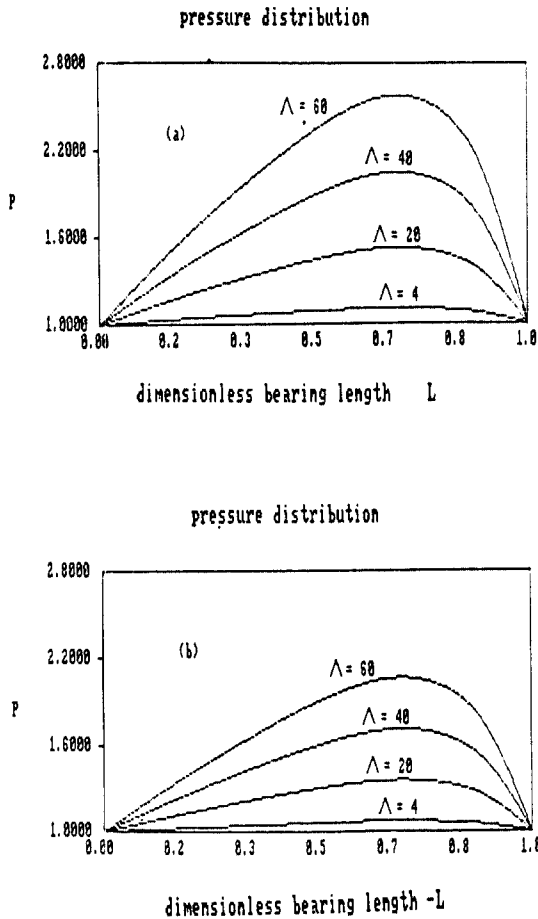


Fig. 8. Pressure distribution for transverse roughness(a) and longitudinal roughness (b) with different bearing number

경우는 압력분포는 직교조도가 없는 경우가 가장 크게 나타났으나 n 이 커질수록 조도가 있는 경우가 압력분포가 커진다. 즉 $\alpha = 0$ 인 경우보다 큰 분포를 한 모양을 하고 n 이 커질수록 α 가 작을수록 섭동량은 줄어들어 작은 섭동을 하게 된다.

Fig. 6은 $\beta = 0^\circ$ 일 때의 직교조도의 크기에 따른 압력분포 형태를 나타내고 있다. α 가 커질수록 대기압보다 작아졌으나 일반적으로 $n > 100$ 이므로 이 경우는 특수한 경우의 해석결과이다.

Fig. 7은 $n = 10$, $\alpha = 2$ 일 때의 경사면의 경

사에 따른 압력분포를 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 경사가 급해질수록 최대압력 발생 부분은 오른쪽으로 치우치고 있으며, 실지로 10개의 섭동이 있으나 이는 눈에 띄지 않을 정도로 되어 조도가 없는 경우처럼 분포하며 부드러운 곡선으로 나타났다. 그러나 즉 직교조도의 경우 n 이 커지면 부하용량이 조도가 없는 경우보다 증가하고 있으며, 그 섭동은 눈에 나타나지 않을 정도로 작게 나타난다. 또 그림에서 알 수 있듯이 곡선 압력분포 이하의 면적이 최대가 되는 경사 K_{opt} 가 존재 할 수 있으며 그림에서는 4개의 경우중 $K = 2.5$ 의 경우 최대 부하용량을 얻을 수 있다.

Fig. 8은 베어링정수를 변화시켰을 때의 직교조도 및 평행조도를 갖는 슬라이더 베어링에서의 압력분포를 각각 나타내고 있다. $K = 1$, $n = 10$, $\alpha = 1$, $s = 1$ 로 하였을 때의 압력분포는 베어링상수가 커질수록, 즉 주행면의 속도가 커질수록 압력분포가 커지며 직교조도는 같은 베어링 정수인 경우보다 압력분포가 전체적으로 낮게 나타났다.

(a)는 직교조도를 갖는 베어링의 압력분포를 베어링정수에 따라 변화하는 것을 나타내고 있다. 실지로 조도가 있는 경우 직교조도에 의해 섭동이 있으나 그 섭동값은 주위의 값에 비해 상대적으로 작기 때문에 그림에서는 나타나 있지 않다.

(b)는 평행조도의 경우로 이때는 섭동량이 없었고, 압력은 평행조도의 경우가 직교조도의 경우보다 낮은 압력을 유지하여 결국 직교조도보다 낮은 부하용량을 얻었다.

이때 베어링의 형상은 Tonder와 White의 적용경우와 같은 조건으로 $(h - h_0) / h_0 = 1$ 의 경우로 하였고, 각 경우에 슬라이더베어링의 표면 조도의 크기로서 $\delta = h_0$ 를 택하였다. 요소의 갯수는 x 방향으로 $N_x = 40$, y 방향으로 $N_y = 40$ 로 하였고, 계산은 double precision을 사용하여 계산 오차를 줄였다. 특히 직교조도인 경우는 $N_x = 150$, $N_y = 10$ 으로 하여 x 방향으로 조도의 간격을 줄여서 계산하였다.

직교조도의 과형을 갖는 무한평판 슬라이더

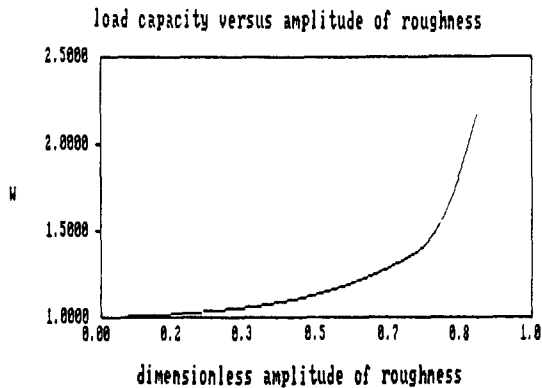


Fig. 9. Load capacity versus amplitude of roughness

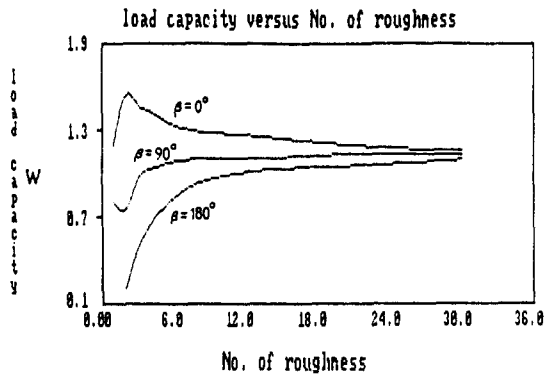


Fig. 10. Relationship between dimensionless load capacity and number of roughness

베어링의 경우는 거의 일차원적이며 이때 $N_x = 150$, $N_y = 3$ 으로 하여 표면조도의 파형을 나타낼때에 에일리어징(aliasing) 효과가 나타나지 않도록 하였다.

Fig. 9는 베어링 폭비 $s = \infty$, $n = 30$ 일때의 무한폭 슬라이더 베어링의 무차원 부하용량을 정현파형을 갖는 직교조도의 경우 파형 크기에 따른 부하용량의 변화를 나타낸 것이다. 즉, 정현파형이 커질수록 부하용량은 증가함을 보이고 있다.

Fig. 10은 베어링폭비 $s = 1$, 상대조도 $\alpha = 2$ 일때 직교조도가 부하용량에 미치는 영향을 나타낸 것이다. 조도의 산수가 증가할수록 무차원 부하용량은 수렴값이 $W_{n=\infty} = 1.15$ 로 되었다.

또 조도의 위상은 조도의 산수가 증가할수록 부하용량에 큰영향을 미치지 못한다. 평행조도인 경우는 $s = 1$, $\alpha = 2$ 일 때 $W_{n=\infty} = 0.44$ 로 되었다.

4. 결 론

본 연구에서는 직교조도 및 평행조도 등의 표면조도가 있는 슬라이더 베어링을 유한차분법을 이용하여 해석하고 그 결과를 쉽게 볼 수 있도록 하는 전산원용설계그래픽 프로그램을 개발하였으며 본 프로그램을 이용하여 연구한 결과는 다음과 같다.

1. 직교조도는 무한평판의 경우 상대조도 α 가 증가할수록 Tonder의 이론결과와 달리 부하용량을 증가시키나 유한평판의 경우는 오히려 y축 방향으로 윤활유를 누설하여 부하용량을 감소시킨다.

2. 평행조도인 경우는 매우 좁은폭의 베어링에서는 부하용량이 조도가 없는 경우의 베어링보다 증가하며 무한폭의 베어링에서는 부하용량을 감소시킨다.

3. 상대조도 α 가 작아지고 직교조도의 산수 n 이 증가하면 직교조도에 의한 압력분포는 국부적인 섭동효과를 갖는 분포를 하며, 평행조도인 경우는 표면조도가 없는 경우처럼 분포한다.

4. 베어링정수가 증가할수록 최고압력이 발생하는 지점은, 평판의 x방향은 출구부근으로 y방향은 평판의 중심으로 이동한다.

5. Tonder의 이론에서 제안된 레이놀즈방정식은, 표면조도에 의한 부하용량 계산에 있어서는 그 적용에 한계가 있으며, y 방향의 압력구배를 고려한 본연구의 결과가 더 타당성이 있다.

6. 표면조도를 고려한 평판베어링의 해석프로그램인 전산원용설계 및 그래픽 패키지를 개발하였고, 이것은 저어널베어링의 전산원용설계에도 응용할 수 있다.

REFERENCE

1) Christensen, H., and Tonder, K., "The Hydrodynamic Lubrication of Rough

- Bearing Surfaces of Finite width," ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 93, No. 3, July, 1971, pp. 344.
- 2) Chow, P. L., Saibel, E. A., "On the Roughness Effect in Hydrodynamic Lubrication," ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 100, Apr. 1978, pp. 176 - 179.
 - 3) Patir, N., and Cheng, H. S., "An Average Flow Model for Determining Effects of Three Dimensional Roughness on partial Hydrodynamic Lubrication", ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 100, No. 1, Jan. 1978, pp. 12 - 17.
 - 4) Teale, J. L., Lebeck, A. O., "An Evaluation of the Average Flow Model for Surface Roughness Effects in Lubrication," ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 102, July, 1980, pp. 360 - 367.
 - 5) White, J. W., "Surface Roughness Effects on the Load Carrying Capacity of very Thin Compressible Lubricating Films", ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 102, Oct. 1980, pp. 445 - 451.
 - 6) Elrod, H. G., "A General Theory for laminar Lubrication with Reynolds Roughness," ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 101, 1979, pp. 8 - 14.
 - 7) Burton, R. A., "Effects of Two-dimensional, Sinusoidal Roughness on the Load Support Characteristics of a Lubricant Film," Journal of Basic Engineering, Trans. ASME, Series D. Vol. 84. June 1963, pp. 258 - 264.
 - 8) Elrod, H. G., "Thin-Film Lubrication Theory for Newtonian Fluids with Surfaces possessing Striated Roughness or Grooving," ASME Journal of Lubrication Technology, Oct. 1973, pp. 484 - 489.
 - 9) Rhow, S. K., and Elrod, H. G., "The Effects on Bearing Load-Carrying Capacity of Two-Sided Striated Roughness," ASME Journal of Lubrication Technology, Oct. 1974, pp. 554 - 560.
 - 10) Anno, J. N., Walowit, J. A., and Allen, C. M., "Microasperity Lubrication." Journal of Lubrication Technology, Trans ASME, Series F, Vol. 90, No. 2, Apr. 1968, pp. 351 - 355.