

액상 계면층을 이용한 저 레이놀즈수 단일강구의 운동연구*

金 時 榮

釜山水産大學
(1987년 6월 30일 수리)

A Study on Motion of Single Ball with Low Reynolds Number at Performed Interface Layers

Si-Yonug KIM

National Fisheries University of Pusan
(Received June 30, 1987)

The author has analysed profile of flow in rear of motion with single ball with low Reynolds number performed interface layers. For each system whose viscosity of the lower phase is as large as or large that of the upper phase, the profile has based on the thickness of the ball in the lower phase is nearly independent of both the ball single and the physical properties of the upper phase of the solution.

The examine of the characteristics between Darwin's total displacement of the fluid and data obtained in this study, the averaged volume of each cases was corrected by the viscosity in the lower phase. when the viscosity in the lower phase is less than that of the upper phase, the volume based on the displacement of the fluid in rear region of ball are influenced by both ball size and the viscosity ratio of the upper phase to the lower phase. In the range of the Reynolds number less than a constant values, the volume ratio is influenced by both Reynolds number and Moltion number but mainly Reynolds. In range of Reynolds number over than the value, the volume ratio is independent of Reynolds number, but influenced by Moltion number.

익형 및 유체기계의 임펠러 표면에 발생하는 공동 현상, 저어널베어링의 윤활유막과피동, 모든 원인은 작동유체중에 기포핵의 존재가 가장 근본적인 원인이 된다. 기포핵은 여러가지 형태로서 발생하지만 유체중에 유동하는 미소입자들에 의하여 기포핵 발생의 큰 원인이 된다고 보고되어 있다. 입자유체역학은⁽¹⁾ 0.01~100 μm 정도 크기의 입자군을 포함하는 유체계를 유체역학적 운동, 브라운 운동, 전기 및 자기적 작용 등으로 취급되지만 그 기본은 유체중 미소입자에 대한 저 레이놀즈수로서의 운동이 문제가 된다. 이러한 문제로서는 유동의 가시화를 위해 유체중에 혼입시키고 있는 유체와 서로 다른 형광물질,

윤활유의 계면활성제, 특성향상을 위한 첨가제, 디립자 고물형, 열화에 의한 금속 미립자 찌꺼기, 익형 및 유체기계에 혼입되는 모래등의 이물질 모두가 기포핵 발생원인이 되어 캐비테이션 발생을 돕게 된다. 이러한 문제를 취급하는 저 레이놀즈수의 유체역학에서는 취급을 간단히 하기 위해 스토크스 가정⁽²⁾ 하에 구가 유체중에서 연직방향으로 하강할때 크기가 같은 두개의 구가 동시에 그리고 또 한개의 구가 등속운동을 할 경우에는 그 상호작용에 의해 서로 다른 유동형상을 생성하기 때문에 그것을 그대로 적용하기에는 모순이 있다. 그래서 이러한 경우에 대해서 불용성 계면층을 이루고 있는 유체계면층을 지

* 본 연구는 1986년도 문교부 학술연구 조성비에 의하여 연구 되었음.

나는 단일구가 유체내 운동을 할때 후류유동 형상에 의하여 케비티 발생에 어떠한 영향을 주는가를 규명하는 것이 중요한 문제로 된다. 그러므로 액상과 기상이 접하는 기액계면, 액상과 고체액을 이루는 고액계면, 액체계면을 구가 통과할때의 주위 유체가 동현상 및 후류현상 등을 토대로 냉동기유, 윤활유, 유체 기계등에 혼입되는 계면활성제, 미립자 고형물, 불순물등이 불용성 포집 액체 계면층을 통과할때에 미립자 후방에 생기는 후류유동형상에 의하여 케비티이션 발생을 일으키는 기포핵을 규명하는 것이 중요하다. 그래서 본연구에서는 서로 다른 불용성 유체 포집 경계층을 만들고 이계면층을 통과하는 금속구의 운동에 관하여 이동구 후연의 유체이동현상을 통해 최종속도와 후연형상 및 기포체적 등의 케비테이션 핵발생에 미치는 영향 등을 이론 및 실험으로 파악, 분석하였다.

이 론

1. 구 주위의 유체 이동

정지 유체속을 고체구가 강하 하면 고체구 주위의 유체는 구가 지나간 후에 처음의 위치보다 운동 방향 쪽으로 약간 이동하는 경향을 Darwin⁽³⁾은 고찰 하였고 그 후에 Lighthill⁽⁴⁾은 흐름에 수직인 면을 고체구가 통과한 후에 이동되어지는 유체면의 함수를 다음과 같이 구하였다.

$$dt = \frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z} \quad (1)$$

$$x \rightarrow \infty, \quad t - \frac{x}{V} \rightarrow 0 \quad (2)$$

그리고 고체구를 지나는 비회전 유동의 유탄수는

$$\psi = \frac{Va^2}{2} \left(\frac{r^2}{a^2} - \frac{a}{r} \right) \sin^2 \theta \quad (3)$$

로 주어진다. 유탄수 ψ 와 $S_0 = \lim_{x \rightarrow \infty} (s)$ 와의 관계로서

$$\psi = \frac{1}{2} VS_0^2 \quad (4)$$

로 쓸수 있고

$$S_0^2 = r^2 \sin^2 \theta \left\{ 1 - \left(\frac{a}{r} \right)^3 \right\} \quad (5)$$

의 관계가 성립한다. 식(5)와 유체면 이동은 식(1)부터

$$dt = \frac{dr}{v_r} = \frac{dr}{V(1-a^3/r^3) \cos \theta}$$

$$dt = \frac{rd\theta}{v_\theta} = - \frac{rd\theta}{V(1+a^3/2r^3) \sin \theta} \quad (6)$$

이 된다. $s/a < 1.357$ 인 경우 Lighthill에 의하면

$$r = \frac{s_0}{\sin \theta} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{a^3}{s_0^3} \sin^3 \theta - \frac{3}{8} \frac{a^6}{s_0^6} \sin^6 \theta + \dots \right) \quad (7)$$

가 되므로

$$Vdt = - \frac{S_0 d\theta (1-a^3/r^3)^{-0.5}}{\sin^2 \theta (1+a^3/2r^3)}$$

$$= - \frac{s_0 d\theta}{\sin^3 \theta} \left\{ 1 + \frac{3a^6/8r^6 + 5a^9/16r^9 + 35a^{12}/128r^{12} \dots}{1+a^3/2r^3} \right\}$$

$$= - \frac{s_0 d\theta}{\sin^2 \theta} \left\{ 1 + (3a^6/8s_0^6) \sin^3 \theta - (a^9/s_0^9) \sin^6 \theta + (315a^{12}/128s_0^{12}) \sin^{12} \theta + \dots \right\} \quad (8)$$

이 된다. 그리고

$$Vt = s_0 \cot \theta + (3a^6/8s_0^6)(3\pi/8) - (a^9/s_0^9)(32/35) + (315a^{12}/128s_0^{12})(63\pi/256) + \dots$$

$$= s_0 \cot \theta + 0.442(a^6/s_0^6) - 0.914(a^{12}/s_0^{12}) \quad (9)$$

이고, θ 가 π 보다 작은 값일 경우는

$$Vt = -r + \frac{1}{6} \frac{\rho_0 r^3}{r^3 - a^3} - \frac{1}{3} a \left(1 + \frac{\rho_0^2}{3a^2} \right) \log \frac{r-a}{\sqrt{r^2+ar+a^2}}$$

$$- (a/\sqrt{3})(1-s_0^2/3a^2) \tan^{-1}(a\sqrt{3}/a+2r) \quad (10)$$

이 되고 θ 가 π 보다 큰 값일 경우는

$$\frac{r}{1+a^3/2r^3} = 2a/3 + 4(r-a)/3$$

$$= 2a/3 + (4s_0^2/9a) \operatorname{cosec}^2 \theta \quad (11)$$

이므로

$$Vt = \frac{1}{2} \times (s_0) + \frac{2}{3} a \left(1 + \frac{s_0^2}{3a^2} \right) \log \cot \frac{1}{2} \theta$$

$$+ (2s_0^2/9a) \cot \theta \operatorname{cosec} \theta \quad (12)$$

이 된다. 여기서

$$x(s_0) = \frac{4}{3} a \left(1 + \frac{s_0^2}{3a^2} \right) \log \frac{3^{0.75}(2a)}{s_0}$$

$$- \left(2 + \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \right) a + \left(\frac{\pi}{3} - 1 \right) \frac{s_0^2}{9a} \quad (13)$$

이다.

식(10) 및 (12)의 계산결과로부터 유체 내부불구가 지날때의 주위 유체 이동량을 알 수 있고 S 와 $X(s_0)$ 의 눈금을 같게 해두면 유체 이동면의 실제량을 알 수 있다.

2. 구의 최종 속도

낙하 하는 구의 최종 속도와 그 형상에 관하여 Grace⁽⁵⁾는 Johnson과 Braida⁽⁶⁾가 제안한 식들의 데이터 오차가 거의 없음을 확인하고 그식의 경계 값을 수정하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$J = 0.94H^{0.75} \quad ; 2 < H < 59.3 \quad (14)$$

$$J = 3.42H^{0.441} \quad ; H > 59.3 \quad (15)$$

여기서

$$H = 43E_0M_0^{-0.149}(\mu/\mu_w)^{-0.14} \quad (16)$$

$$J = R_eM_0^{0.149} + 0.857 \quad (17)$$

$$E_0 = g\Delta\rho de^2/\sigma \quad (18)$$

$$M_0 = g\mu^4/\rho\sigma^3 \quad (19)$$

$$\mu_w = 0.0098 C \cdot P \quad (20)$$

이다.

위의 식들로부터 최종속도는 식(17)과 다음 식으로 구할 수 있다.

$$V = \mu/de M_0^{-0.149}(J - 0.857) \quad (21)$$

그리고 Tadaki⁽⁷⁾는 계면에서 강하하는 단일구의 거동을 조사하여 구후류의 유동 형상을 $R_eM_0^{0.23}$ 의 값에 따라 다음의 4가지로 나눌 수 있다고 하였다.

$$de/a = 1 \quad R_eM_0^{0.23} < 2 \quad (22)$$

$$de/a = 1.14(R_eM_0^{0.23})^{-0.176} \quad 2 < R_eM_0^{0.23} < 6 \quad (23)$$

$$de/a = 1.36(R_eM_0^{0.23})^{-0.28} \quad 6 < R_eM_0^{0.23} < 16.5 \quad (24)$$

$$de/a = 0.62 \quad 1.65 < R_eM_0^{0.23} \quad (25)$$

그리고 Takahasi⁽⁸⁾는 글리세린 수용액으로 행한 실험의 데이터와 Tadaki의 결과식과 잘 일치하므로 (21)식으로부터 최종속도를 구하고 이것에 (22)~(25)식을 적용시켜서 구운동 뒤를 따르는 유동형상을 추적할 수 있다.

3. 구의 후류형상

구가 유체중을 강하하는 동안에 그뒤의 유체가 불가피하게 구의 운동방향으로 이동하게 되는데 이 현상은 R_e 수에 따라 변화하고 층류, 천이 및 난류의 형태로 구분할 수 있다. 그런데 이들에 대한 연구들을 살펴보면 Subranian⁽⁹⁾은 R_e 수가 500 이하의 범위에서 실험으로 구한 구부피에 대한 후류 체적형상의 부피비는 약 1.4 정도가 된다고 하였고, Kojima는 R_e 수가 2000 이상의 범위에서 4.7 근방이라 하였고, Yebe와 Parlange⁽¹⁰⁾는 그 값이 R_e 수의 함수가 된다고 하였고, Komasaawa⁽¹¹⁾는 R_e 수가 200 이하에서는 R_e 수의 0.66 승으로 나타날 수 있다고 하였으며 200 이상에서는 그 평균값이 2.6 이라 하였다. 그리고 Coppus는 R_e 수가 90에서 부터 200까지의 범위에서 그 값이 18에서 부터 22까지 변화한다고 하였다. 그리고 Takahashi는 Hendrix의 실험기법으로 17종의 글리세린 수용액 및 글리세린-에탄올액중에 단일구를 운동시켜 기포부피에 대한 후류 체적부피를 구하여 de/a 가 일정해지는 점, 즉 $R_eM_0^{0.23}$ 의 값이 12인 점을 경계값으로 하여 다음과 같은 실험식을 구하

였다.

$$V_w/V_b = 2.67 \times 10^{-3} R_e^{2.57} M_0^{0.38} ; R_e M_0^{0.23} \geq 12 \quad (26)$$

$$V_w/V_b = 1.10 \times 10^{-2} R_e^2 M_0^{0.25} ; R_e M_0^{0.23} < 12 \quad (27)$$

이상의 관찰로부터 기포 또는 구의 체적에 대한 후류의 체적비는 일정하거나 R_e 수만의 함수이기 보다는도 R_e 수와 수용액의 물성치 모두에 관계 되는 것으로 보는 것이 타당하고 수용액의 물성치보다는 R_e 수에 더욱 지배적인 영향을 받는다고 생각된다.

실 험

1. 장치 및 방법

본 실험에 사용한 장치는 Fig. 1과 같다. 실험조건은 Maxworthy⁽¹²⁾의 것과 비교하여 <표 1>에 나타내었다. 유체로서는 정제 글리세린수용액과 사염화탄소수 용액을 사용하였고 실험구로서는 진구도를 고려하여 직경이 $(3\sim 5) \times 10^{-5}mm$ 의 축베어링용 강구를 사용하였다. 저레이놀즈 실험에서는 점도의 측정이 중요하므로 글리세린 및 사염화탄소용액의 점도는 상온가까이의 온도 변화에 민감하므로 그림 1에서와 같이 온도제어 가능한 정온수(3)에 의해 시험조(1, 2)의 주위를 상온수조(4)에 일정온도의 물을 순환시켜

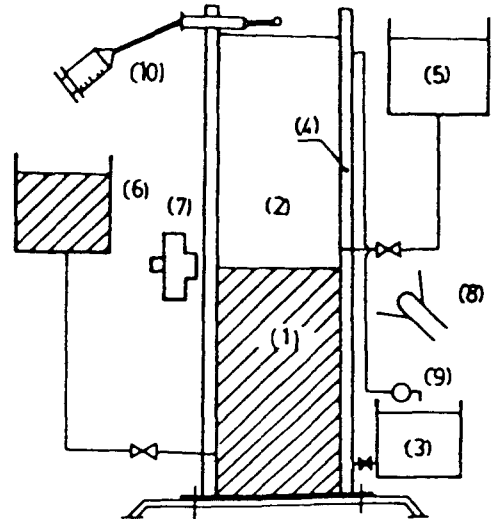


Fig. 1. Experimental apparatus

(1) lower phase (2) upper phase (3) constant water tank (4) circulating water tank (5) upper phase storage tank (6) lower phase storage tank (7) camera (8) stroboscope (9) circulating tank (10) syringe

Table 1. Condition of experiments

Items	Gumagai (Ref.5)	Author
size (m)	rectangular cyl. 0.5×0.5×1.0	rectangular cyl. 0.6×0.6×1.2
viscosity (m ² /s)	glycerine (1.0~3.0)×10 ⁻³	(1) glycerine (2) korsone etc. (1.16~1300)×10 ⁻³
ball dia. (mm)	sapphier 1.0~3.0	ball bearing 3.5~50

서 시험조(1,2)의 시험수용액의 온도가 일정히 유지 되도록 하였다. 또 시험조에는 온도제어 가능한 가열기와 두경을 만들어 두었고 유선형상의 측정용 위하여 수조는 투명 아크릴로 제작하여 보강하였고, 크기는 가로 120 mm, 세로 120 mm, 높이 1200 mm의 크기로서 중앙의 측면에 눈금을 표시하고, 하부와 중앙에 액을 유입시킬 수 있는 코크를 각각 달아두고 Ueno의 연구결과를 참고하여 벽의 영향이 거의 없도록 충분히 제작하였다. 그리고 저항측정에 필요한 데이터로서 실험변수의 측정법을 <표 2>에 나타내었다. 온도측정에는 최소눈금 0.1°C의 수은온도계를 사용하였고, 시험수조내의 미소한 온도변화 측정에 최소 눈금 0.01°C의 베크만 온도계를 사용하였다. 글리세린 및 사염화탄소의 점도 측정에는 오스왈드식 점도계를 사용하였다. 낙구장치는 주사기를 2개 조합하여 만들었다. 그리고 시험(1,2) 조내 상부의 글리세린내에 고정된 주사기 선단에 시험구를 얹혀 놓고 비닐튜브로서 접속한 외부측 주사기 피스톤을 늘리는 것에 의해 시험구를 조용히 낙하시킬 수가 있도록 하였다. 이 수법에 의해 측정위치에서 시험구주위 글리세린점도와 낙구시의 시험구 주위의 것과 같게 되도록 하고 낙구시 시험구에 주어지는 진동등을 제거하도록 노력하였다. 그리고 구의 주위

에 눈금을 표시하여 낙하시에 비회전 상태가 되는지의 관찰에 세심한 주의를 기울였다. 그리고 계면을 지나는 구의 상태를 알기 위하여 계면위치에 모타드라이브를 부착한 카메라와 조명장치를 설치하였다. 조명은 1 kw의 할로겐램프 두개를 칼럼전면에 설치하고 500V의 램프 1개를 칼럼 뒷쪽하부에 설치하였다. 먼저 아랫쪽 코크를 통해 착색한 사염화탄소 수용액은 유입시켜 60cm 높이까지 채우고 아래쪽 코크를 닫고 상부용 코크를 통해 용액과 비중을 같게 한 글리세린 수용액을 계면이 흔들리지 않게 하면서 높이가 55cm가 될 때까지 천천히 유입시켰다. 이 거리는 Sundell의 연구결과에 의해 충분히 최종속도에 도달할 수 있는 거리이고 글리세린수용액의 유입이 끝난후 다시 아랫쪽 코크를 열어 사염화탄소용액을 조금 유입시키면 두액의 불용성 계면층이 명백히 나타난다. 이렇게하여 구를 조용히 낙하시킨다. 구가 하강하여 계면을 지날때 카메라로서 구와 계면의 유동체적 상태를 촬영한다. 같은 실험을 10회 반복하여 그 실험치를 오차 분석하여 수정하였다.

2. 실험 용액의 제조

Darwin 이 구주위의 유체 이동현상은 비압축성이고 점성이 없는 이상유체에 대한 것이므로 점도의 영향을 고찰하기 위하여 계의 다른 물성치는 일정하고 점도만을 변화시켰다. 먼저 4종의 실험용수용액(비중이 각각 1.25, 1.20, 1.16 1.12을 각각 만들고 수용성 흑색염료(Black nigrosin)를 일정량(약 5l 당 0.5g 비율)을 첨가하여 착색하여 상층액으로 사용하였다.

하층액은 아마인유, Kersone, n-hexame, benzene 등의 유기물질을 사염화탄소와 혼합하여 상층액의 비중과 같게하여 사용하였다. 용액의 비중은 Baume 비중계로 측정하고 점도는 Ostwald 점도계로, 표면장

Table 2. Experimental variables, method and errors

experimental variables	Maxyworthy(Ref. 12)		Author		
	method	accuracy	method	accuracy	errors
temperature T°C	temperature gauge	T ± 0.01	Beckman temp. gauge	T ± 0.01	W _T /T = ± 1 × 10 ⁻³
ball density ρ _s g/cm ³	analytical balance	ρ _s (1 ± 10 ⁻⁴)	analytical balance	ρ _s (1 ± 10 ⁻⁴)	(W _s /S) _s = 1 × 10 ⁻⁴
fluid density ρ _f g/cm ³	"	ρ _f (1 ± 10 ⁻⁴)	"	ρ _f + (1 ± 10 ⁻⁴)	(W _s /S) _f = 1 × 10 ⁻⁴
fluid viscosity μ, mpa/s	Ostwald viscosity meter	μ(1 ± 0.001)	Ostwald viscosity meter	μ(1 ± 5 × 10 ⁻³)	W _μ /μ = ± 4 × 10 ⁻³
ball velocity V	distance/time				
distance L _m	scale	0.4	scale	L(1 ± 10 ⁻²)	W _L /L = ± 1 × 10 ⁻³
time N _s	stopwatch	N _s ± 1/W	stroboscope	N _s (1 ± 10 ⁻⁵)	W _N /N = ± 1 × 10 ⁻⁴

액상 계면층을 이용한 저 레이놀즈수 단일장구의 운동연구

력은 *Dunouy* 표면 장력계로 각각 측정하였다. 이렇게 하여 측정된 용액의 물성치는 <표 2>와 같고 여기에 나타난 계의 대부분은 상층액 및 하층액의 비중을 같게 하고 점도만 차이를 두었다. 하층액의 점도는 최소 1.12 *C.P.* 에서 최고 1330 *C.P.* 로 하고 표면장력의 변화는 오차해석에 의해 그 값을 고려하였다.

3. 오차 분석⁽¹²⁾

구의 저항, 저항계수 및 레이놀즈수를 측정할 때 생기는 오차를 다음과 같이 분석하였다. 측정치 *R*을 실험변수 $V_1, V_2, V_3 \dots V_n$ 값들에 의하여 그 오차값을 각각 $W_R, W_1, W_2 \dots W_n$ 라 하면

$$W_R = \frac{\partial R}{\partial V_1} W_1 + \frac{\partial R}{\partial V_2} W_2 + \dots + \frac{\partial R}{\partial V_n} W_n \quad (28)$$

로 구할 수 있다. 또 그 오차가 정규분포하고 있을 경우에 그 오차의 변화 값은

$$|W_R| = \left\{ \left(\frac{\partial R}{\partial V_1} W_1 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial V_n} W_n \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (29)$$

로 구할 수 있다. 장구의 유체저항에 대한 오차변화 값 $|W_R|$ 는

$$|W_R| = \left\{ \left(\frac{\partial x}{\partial \mu} W_\mu \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial V} W_V \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial g} W_g \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \rho} W_\rho \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial d} W_d \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (30)$$

으로 부터 구할 수 있다. 그리고 식(30)에서 실험의 측정결과 최대항의 크기 값에 대한 각항의 비가 20% 미만인 것은 무시하고 <표 2>를 참고하여 오차변화 값의 비를 다음 식에 의해 계산하였다.

$$\frac{W_x}{X} = \pm \left\{ \left(\frac{W_\mu}{\mu} \right)^2 + \left(\frac{W_V}{V} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (31)$$

그리고 점도계 교유의 오차를 $(W_\mu/\mu)_1$, 점도의 오차를 $(W_\mu/\mu)_2$, 시험조 내부의 온도분포에 의한 오차를 $(W_\mu/\mu)_3$ 가 존재할 것으로 생각하고 벽등의 영향에 의한 실험장치 교유의 오차는 이하의 식에 의해 보정하기 위해 폭이 R_0 의 시험조 내부의 반경이 a 인 구가 운동하는 경우에는

$$\left(\frac{C_D}{C_{DS}} \right)_1 = \frac{1 - 0.7587(a/R_0)^7}{1 - 2.1050(a/R_0) + 2.0865(a/R_0)^5 + 0.72603(a/R_0)^6 + \dots} \quad (32)$$

이고 저면으로 부터 h 떨어진 위치에서 반경 a 의 구가 저면쪽으로 향하여 운동하는 경우는

$$\left(\frac{C_D}{C_{DS}} \right)_2 = \frac{1}{1 - 9(a/h)/8 + (a/h)^3/2 + \dots} \quad (33)$$

이고 자유표면으로 부터 h 떨어진 위치에서 반경 a 의 구가 자유표면에 직교하여 운동하는 경우는

$$\left(\frac{C_D}{C_{DS}} \right)_3 = 1 + \frac{3}{4}(a/h) + \frac{9}{16}(a/h)^2 + \frac{19}{64}(a/h)^3 + \dots \quad (34)$$

이다. 그래서 벽등의 실험오차를 없애기 위해서는 Fig.1의 크기와 같이 제작하였지만 더욱 크게 할 경우 시험조내의 온도를 균일하게 분포시키는 비약적인 기술이 필요하므로 충분히 주의가 있어야 한다고 본다. 그리고 저항계수 C_D 에 대한 오차의 변화값은

$$\frac{W_C}{C_D} = \pm \left\{ \left(\frac{W_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{W_g}{g} \right)^2 + \left(\frac{W_\rho}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{W_V}{V} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (35)$$

이므로 <표 2>의 값등을 넣어서 그 크기를 구하였으며 R_0 수에 대한 오차는

$$\frac{W_R}{R_0} = \pm \left\{ \left(\frac{W_\rho}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{W_V}{V} \right)^2 + \left(\frac{W_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{W_\mu}{\mu} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (36)$$

가 되므로 이 값으로 부터 각각 구하여 <표 3>에 표시하고 그값으로 부터 각각 보정하였다.

결과 및 고찰

1. 구주위 유체 이동궤적

10회 연속 촬영한 사진들로부터 구의 낙하에 대한 유체이동 궤적을 기둥의 눈금으로부터 실험의 크기로 확대하여 구하였다. 사진으로부터 구 이동에 대한 상층액의 표면으로 부터 하층액 쪽으로 취

Table 3. Results of error analysis

Variables	error factor	error variables	experimental error	total errors
viscosity	1. Ostwald viscometer	$(W_\mu/\mu)_1 = \pm 5 \times 10^{-3}$		$W_x/X = 1.3\%$
	2. temperature measurement	$(W_\mu/\mu)_2 = \pm 3 \times 10^{-3}$	$W_\mu/\mu = \pm 1.2\%$	
	3. temperature distribution	$(W_\mu/\mu)_3 = \pm 3 \times 10^{-3}$		
ball velocity	1. tank size	$(W_V/V)_1 = \pm 1 \times 10^{-2}$	$W_V/V = \pm 1.5\%$	
	2. light cycle	$(W_V/V)_2 = \pm 1 \times 10^{-2}$		

한 축에 대하여 유체이동의 좌표값들을 실측한 구의 반경으로 나누어 무차원화하고 Darwin 이 얻은것과 같은 형태의 유체이동계적 형상을 구하였다. Grace 와 Tadaki 의 식을 이용하여 하층액내의 구이동에 대한 유체 이동계적 형상을 구하여 계산하고 상층액의 점도가 같은 것만을 도시하였다. 그리고 궤적에 대한 부피는 사진에서 나타난 후에 궤적형상으로 부터 시험조의 하부로 부터 수직방향의 거리를 X , X 축에 수직방향으로의 거리를 y , 궤적부피의 수직방향 길이를 x 로 하여 그 형상을 $y^2 = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ 이 식으로 최소 자승화하여 근사시킨 후 이를 다음식으로 적분 하여 구하였다.

$$V_w = \int_0^l y^2 dx \quad (37)$$

그리고 같은 조건의 실험값에 대해 반복 궤적의 체적 부피를 계산하고 이 값들을 평균하여 그값을 궤적의 부피로 하였다. 또 후연 궤적 체적은 구의 글리세린 수용액에 대한 용해도를 무시할 수 있으므로 구의 체적에 대한 후연 체적비를 계산하였다.

2. 상층액 내의 유체 이동계적

상층액 내부의 유체 이동계적에 대한 계산값을 Fig. 2, 3, 4에 도시하였다.

Fig. 2를 보면 상층액에서의 유체 이동계적은 구의 이동 축방향에 따라 각각 다르게 나타났으며 이 현

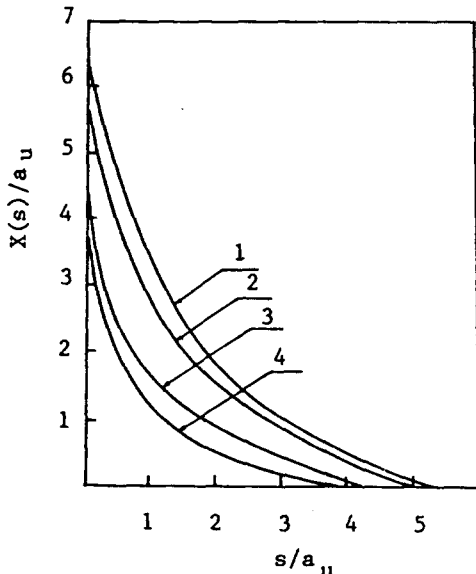


Fig. 2. Trace profile of ball in upper phase with $\mu_u = 5.64$ c. p., $\mu_l = 1330$ c. p.
(1: $a_u = 0.32$ cm, 2: $a_u = 0.36$ cm, 3: $a_u = 0.51$ cm, 4: $a_u = 0.64$ cm)

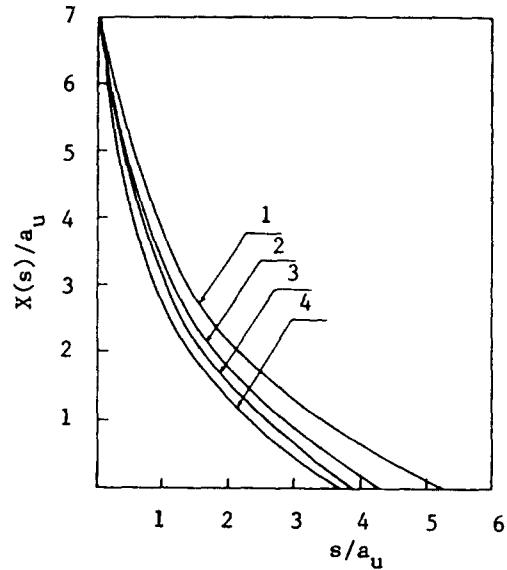


Fig. 3. Trace profile of ball in upper phase with $\mu_u = 12$ c. p. and $\mu_l = 12$ c. p.
(1: $a_u = 0.17$ cm, 2: $a_u = 0.20$ cm, 3: $a_u = 0.24$ cm, 4: $a_u = 0.27$ cm)

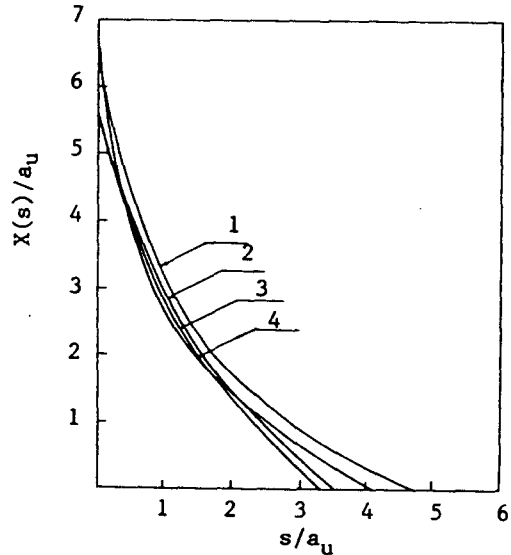


Fig. 4. Averaged trace profile of ball of upper phase for $\mu_u = 11.70$ c. p.
(1: n-hexane, 2: kersone, 3: linsed oil, 4: benzene)

상은 상층액과 하층액의 점도가 같은것을 제외하고는 모든 계에서 같은 경향을 나타냈다. 이는 $X(s)/a_u$

와 S/a 로 표시한 유체이동계적은 반경에 무관하다고 가정한 Darwin이나 Toei의 결과와는 다르나 Fig. 3에서 도시한 것처럼 상층액과 하층액의 점도가 같은 경우에는 그 궤적이 구의 축방향에 영향을 받지 않고 일정하게 나타났다.

그리고 동일한 하층액에 대한 상층액의 영향을 보면 Fig. 4에서 구의 운동방향은 그 두께가 일정할 경우 상층액이 바뀌어도 그 궤적은 영향을 받지 않는다는 것을 알수 있어 그 궤적은 주로 상층액을 바치고 있는 하층액의 물질현상에 의하여 지배된다는 것을 추정할 수 있다. 이러한 뒷받침에 따라 하층액에 대한 것을 다시 구하였다.

3. 하층액 내의 유체 이동계적

하층액에서 유체 이동계적은 하층액의 착색에 의하여 실측이 어려우므로 Grace 식 및 Tadaki의 식을 이용하여 구할 수 있다. 그리하여 그 궤적의 값들을 Fig. 5, 6, 7에 나타내었다. 하층액의 점도가 상층액의 점도와 같거나 큰계에서 수행한 실험군에서는 그 궤적이 구의 이동계적에 영향을 받지 않는 것으로 나타났고(Fig. 5, 6) 그 외의 실험군에서는 구의 이동계적에 의해 그 유체 이동계적이 다르게 나타났다(Fig. 10). 하층액의 점도가 상층액의 점도와 같거나 큰계

의 그 궤적은 구의 축방향 유체 두께의 영향을 받지 않는다는 점에서는 Darwin의 실험 결과와 같은 방향을 보이거나 그 값은 약간 크게 나타났다. 또 Darwin의 궤적은 점성이 없고 이상유체의 흐름에서 비회전 운동에 의하여 구한 것으로므로 약간의 차이가 있을 것으로 예측된다. 따라서 본 실험의 데이터와 Darwin의 유체 이동계적의 타당성 여부를 조사하기 위하여 유체 이동계적이 구의 운동방향과 유체 두께의 영향을 받지 않는 각계의 평균 궤적을 구하고 이를 하층액 점도를 변수로 하여 Fig. 8에 도시하였다. Fig. 8에 의하면 그 궤적은 하층액 점도가 11.75 C.P. 이상에서는 점도의 영향이 거의 없고 그 이하에서는 점도가 감소하면 그 궤적의 체적도 감소하여 결국 Darwin의 전체 평균 궤적에 접근함을 알 수 있었다. 이 관계의 특성을 정량적으로 규명하기 위하여 각 불용성 계면층에 대한 전체 궤적평균을 구하고 그 이동계적과 하층액의 점도관계를 Fig. 9에 나타내었다. 먼저 각 계면층의 유체 이동계적은 최소 자승법으로 $y^2 = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ 에 근사시키고 y 축에 대한 회전체의 부피를 구해서 이를 유체 이동량의 체적으로 하였다. 여기서 y 는 이동된 길이이고 x 는 s/a 의 방향 길이이다. 하층액 점도와 이동계적 체적과의 관계를 얻기 위해서 이들 데이터를 Taneda의 축착

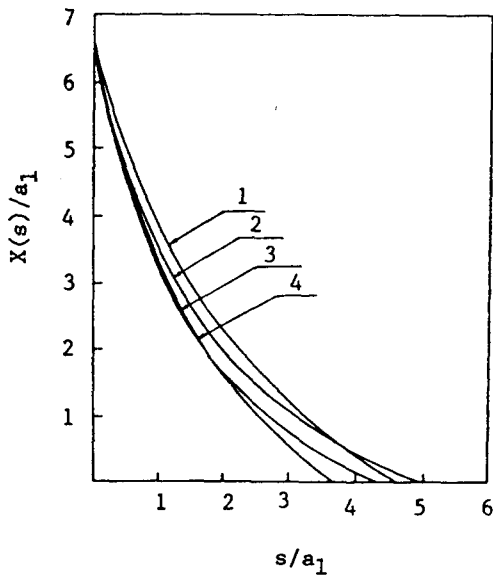


Fig. 5. Trace profile of ball in lower phase for $\mu_n = 5.5$ c. p. and $\mu_n = 1330$ c. p. (1: $a_1 = 0.30$ cm, 2: $a_1 = 0.35$, 3: $a_1 = 0.40$ cm, 4: $a_1 = 0.45$ cm)

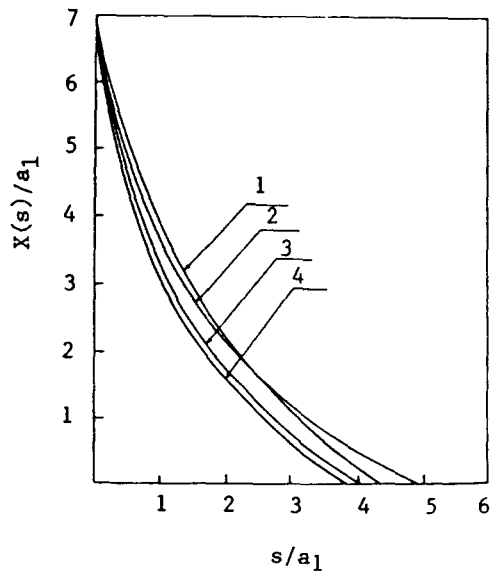


Fig. 6. Trace profile of ball in lower phase for $\mu_n = \mu_1 = 15$ c. p. (1: $a_1 = 0.14$ cm, 2: $a_1 = 0.20$ cm, 3: $a_1 = 0.28$ cm, 4: $a_1 = 0.34$ cm)

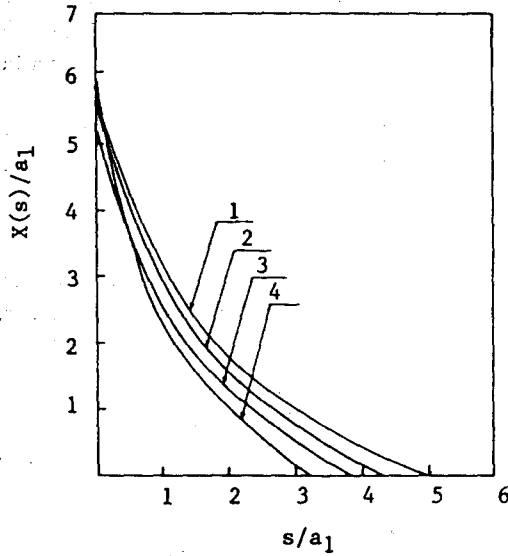


Fig. 7. Trace profile of ball in the lower phase for μ_u/μ_l .
(1: $a_l=0.21$ cm, 2: $a_l=0.24$ cm. 3: $a_l=0.27$ cm, 4: $a_l=0.30$ cm)

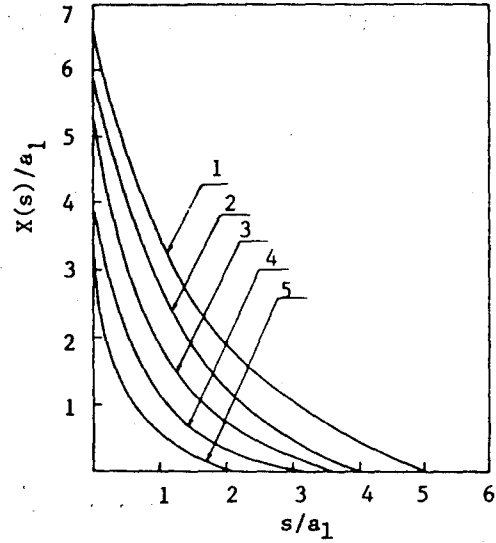


Fig. 8. Averaged trace profile of ball in lower phase with $\mu_u=39.5$ c.p.
(1: $\mu_l=1.16$ c.p. 2: $\mu_l=2.55$ c.p., 3: $\mu_l=4.29$ c.p., 4: $\mu_l=11.75$ c.p., 5: $\mu_l=16.75$ c.p.)

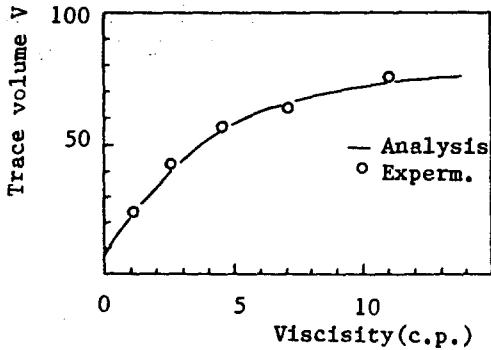


Fig. 9. Plot of trace volume versus viscosity of lower phase.

등근식 $\frac{1}{S-A} = B + C\mu_l^{-1} + D\mu_l^{-2}$ 형의 방정식에 근사시켜 다음의 관계를 얻었다.

$$\frac{1}{V-2.35} = 0.014 + 0.038\mu_l^{-1} + 0.028\mu_l^{-2} \quad (38)$$

식(38)에서 점도는 0으로 외삽한 유체이동계적 체적의 값은 2.35로서 Darwin의 전체 이동계적에서 구한 값 2.28의 것과 거의 비슷함을 알 수 있다. 그리고 Fig. 10에 의하면 하층액의 점도가 상층액의 점도보다 작은 경우의 계에 대하여 유체 이동계적은 하층액의 점도뿐만 아니라 구의 연직방향 유체층 두께의 영향을 받는 것으로 나타났다. 이러한 현상은 구의 이

동이 점도가 작은 용액에서 큰 점도의 용액으로 진입할 때가 계면의 영향을 크게 받는 것으로 추정된다. 이 경우 유체이동 계적에 미치는 점성의 영향을 고찰하기 위하여 상·하층액의 점도비를 매개변수로 하여 구의 이동에 대한 유체이동계적의 체적과 기포 생성의 관계를 Fig. 10에 나타내었다. 이것에 의하면 유체이동계적은 이동층의 증가와 점도의 증가에 따

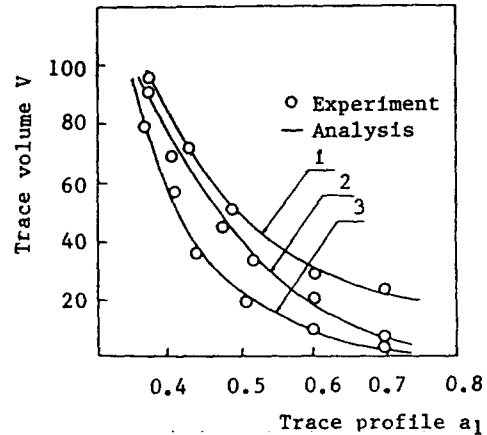


Fig. 10. Plot of trace volume versus ball trace profile of a_l for
(1: $\mu_u/\mu_l=4.59$, 2: $\mu_u/\mu_l=12.13$, 3: $\mu_u/\mu_l=33.19$)

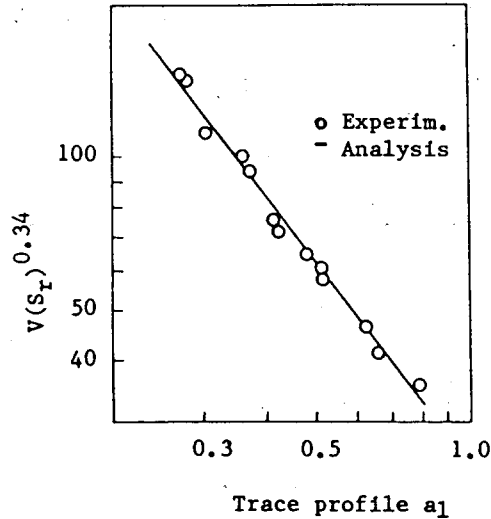


Fig. 11 Plot of $V(Sr)^{0.34}$ versus ball trace profile a_1 .

라 그양은 감소하는 것으로 나타났다. 이들 사이의 정량적인 관계를 Fig. 11로부터 중회귀법을 이용하여 다음의 식을 얻었다.

$$V(Sr)^{0.34} = 7.86a^{-2.08} \quad (39)$$

4. 구의 후연 기포 생성체적

앞에서 제시한 방법으로 유체이동 궤적식을 얻고 이를 적분해서 구한 후류 기포생성체적을 구의 체적으로 나누어서 그비를 구하여, 이체적비를 레이놀즈수, 모울튼수의 함수로 나타내었다. 총류 영역과 난류 영역간의 경계를 알기 위하여 Komazawa와 Taneda가 고체구에 의한 후류체적의 안정성 및 교란에 의한 결과에 따라 레이놀즈수가 100까지는 총류, 300까지는 난류로 전제하여 레이놀즈수가 100이하인 범위에서 이들 데이터를 다중 회귀시켜 Fig. 12로부터 다음의 식을 구하였다.

$$(V_w/V_b)M_0^{-0.22} = 0.012R_1^{1.53} \quad (40)$$

Fig. 12에서 보면 실험결과는 레이놀즈수가 300까지는 식(40)에 잘 일치하고 100의 범위에서는 그 값이 분산되어 있으므로 이 범위에서 다시 실험치의 결과로부터 상관관계를 다음식과 같이 구하였다.

$$(V_w/V_b)M_0^{-0.22} = 62.5 \quad (41)$$

식(40)식과 식(41)에 의하면 총류영역에서는 R_1 수 지수가 M 의 지수보다 훨씬커서 구의 운동이 용액의 물성치 보다 후류기포형성에 그 영향이 커다는 것을 알수있고 식(41)에서 난류 영역에 대한 R_1 수 영향

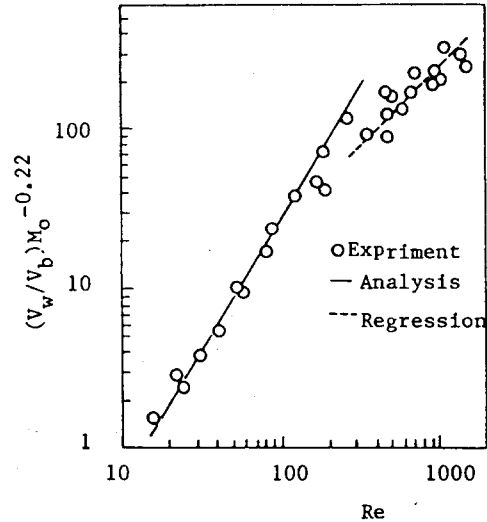


Fig. 12. Plot of $(V_w/V_b)M_0^{-0.22}$ versus Re in the range of $Re < 100$.

은 거의 없어지고 후류체적은 용액의 물성치에 거의 의존하는 것으로 나타났다.

요 약

본 연구에서는 작동 유체중에 포집되어 있는 불용성 포집 계면층을 통과하는 금속입자 운동에 대한 특성을 조사하기 위하여 상호 불용인 착색 글리세린수 용액과 사염화탄소 등의 계면층을 만들고 단일강구를 하강시켜 이 계면을 통과 할때의 계면의 변화에 의한 유체 이동의 궤적과 그 후연에 생기는 기포체적에 관한 이론해석 및 실험분석을 통하여 다음의 결론을 얻었다.

1. 상층액 내에서의 강구 하강에 의한 유체 이동체적은 상층액과 하층액의 비중 및 점도가 모두 같은 경우를 제외하고는 상층액의 두께에 영향을 받는다.
2. 하층액의 점도가 상층액의 점도와 같거나 큰경우의 불용성 계면에서는 용액의 물성치에 관계 없이 그궤적 형상이 일정하고, 하층액의 점도에 의해 지배적이며 그궤적의 형상은 다음과 같다.

$$\frac{1}{V-2.35} = 0.014 + 0.038\mu l^{-1} + 0.028\mu l^{-2}$$

3. 하층액의 점도가 상층액의 것보다 큰 경우의 유체 이동체적의 체적은 구의 하강거리와 상층액의 점도비에 의해 다음과 같다.

$$V(Sr)^{0.34} = 7.86a^{-2.08}$$

金 時 榮

4. 후류기포생성체적의 비는 R_s 수가 100 이하에서 R_s 수에 의존하나 그 이상에서는 M_0 수의 영향이 지배적이며 그의 상관식은 다음과 같다.
 $(V_w/V_0)M_0^{-0.22} = 0.012R_s^{1.53}$; $R_s < 100$
 $(V_w/V_0)M_0^{-0.22} = 62.5$; $R_s > 100$

References

1. Batchelor. G. K.(1976): *Theoretical and Applied Mechanics*, 33. North-Holland.
2. Happel. J. and Brenner, H.(1965): *Low Reynolds Number Hydrodynamics* Prentice-Hall.
3. Darwin, C.G.(1953).: *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 49, 342.
4. Lighthill, M.J.(1956): *J. of Fluid Mech.*, 1, 31.
5. Grace, J.R., Wairegi, T., and Nguyen, T. H.(1976): *Trans. Instn. Chem. Engrs.* 54, 167.
6. Johnson, A.I. and Braidia, L.(1957): *Canada J. of Chem. Eng.*, 35, 165.
7. Tadaki, T., and Maeda. S.(1961): *Kagaku kogaku*, 25, 254.
8. Takahashi, T., Miyahara, T. and Izawa, H. (1976): *Kagaku Kogaku Rondunshu*, 2, 480.
9. Subramaian, G. and Tien, C.(1970): *Printings of the 5th Autumn Meeting of the AIC-HF*, I-43d, Chicago.
10. Parlange, J.Y.(1969): *J. of Fluid Mech.*, 37, 257.
11. Komasaawa, I., Otake, T. and Kamojima, M. (1980): *J. of Chem. Eng. of Japan*, 13, 104.
12. Maxworthy. T.(1965): *J. Fluid Mech.*, 23-2 369.