

# 밝기분포도를 이용한 영상영역화의 성능분석

## (Performance Analysis of the Image Segmentation Using an Intensity Histogram)

金 炘 洙,\* 李 商 郁\*

(Kyeong Soo Kim and Sang Uk Lee)

### 要 約

본 논문에서는 영상영역화 방법으로 밝기 분포도를 이용한 thresholding 방법을 전제로 3가지 변수, 즉 표적과 배경의 평균 밝기의 차, 화소의 분산치 및 표적이 차지하는 비율을 사용하여 영상이 갖추어야 할 성질에 관하여 연구하였다. 또한 검정이론을 적용하여 선택한 문턱값에 대한 thresholding 방법의 영상영역화의 성능을 error 확률을 계산하여 분석하였다. 밝기 분포도로부터 사전확률(배경과 표적의 비율)을 쉽게 구할 수 있으므로 최소 error 확률을 보장하는 Bayes 결정법칙이 minimax 결정법칙 보다 동작을 원등히 함을 알 수 있었다.

### Abstract

In this paper a characteristic of image which can be segmented based on the thresholding technique using a histogram was investigated employing 3 parameters : the variance of pixel value, the average mean difference between target and background and the target size. The threshold value for the histogram segmentation was determined by applying the hypothesis testing theory. The performance of the selected threshold was evaluated by computing a probability of error. Since a priori probability can be easily obtained from the histogram, it was found that the Bayes decision rule which theoretically guarantees the minimum probability of error works better than the minimax criterion rule.

### I. 序 論

영상해석(image analysis)에 있어 가장 중요한 문제 중의 하나가 영상영역화(image segmentation)이다. 지금까지 영상영역화를 위한 방법으로 다음의 3가지 방법이 알려져 있다: Edge 검출을 통한 방법<sup>1-4</sup>, 영역을 분리하거나 합치는 방법(region splitting and merging)<sup>5-7</sup>, 및 thresholding 방법.<sup>8-10</sup> Edge 검출을 이용한 방법은 서로 다른 성질을 갖는 영역의 접하는 경

계부분의 edge를 검출하여 영상영역화 하는 방법이다. 영역을 분리하거나 합치는 방법은 각 영역을 잇는 tree를 구성하여, 이들이 서로 공통성질을 가지면 합치고 아니면 분리하는 과정을 반복하여 영상영역화를 하는 방법을 말한다. 그러나 위의 두방법은 필요한 계산량이 방대하여 실시간동작을 고려할 때는 사용하지 못하는 어려움이 있다. 그러나 영상이 비교적 단순하면, 즉 표적과 배경의 2-class 영상이면, 실시간동작을 고려할 때 thresholding방법이 많이 사용되고 있다.

Thresholding 방법이란 각 영역의 밝기의 차이가 분명한 때, 이들 영역의 밝기를 구별할 수 있는 문턱값(threshold)을 정하여 이 값으로 thresholding하는 방법이다. 그러므로 thresholding 방법에서는 문턱값의

\*正會員, 서울大學校 制御計測工學科  
(Dept. of Control and Instrumentation Eng., Seoul Nat'l Univ.)  
接受日字: 1986年 9月 24日

결정이 매우 중요하다. 문턱값의 선정은 영상의 밝기 분포도(intensity histogram)가 2개의 비슷한 크기의 peak를 갖고, 이들 peak 사이에 뚜렷한 계곡(valley)이 존재하는 bimodal 형일 때는 비교적 쉽다.<sup>16)</sup> 그러나 밝기 분포도가 bimodal하지 않고 unimodal하면 문턱값 선정은 대단히 어려운 문제이다. Unimodal형의 밝기 분포도는 표적의 크기가 배경의 크기에 비해 너무 작거나 또는 배경과 표적의 gray level값의 차이가 적을 때 흔히 발생된다. 이런 문제점을 해결하기 위하여 밝기 분포도의 최적(optimum) 문턱값 선정을 위한 알고리즘들이 지금까지 많이 제안되고 있다.<sup>19-23)</sup> Weszka<sup>19)</sup> 등은 전체영상의 분포도 대신 표적과 배경이 접하는 경계부분에서만 분포도를 구하여 문턱값을 설정하였으며, Zucker<sup>10)</sup>는 spot 검출기를 정의하여 경계부분에서만 분포도를 구하는 알고리즘을 제안하였다. 이밖에도 분포도의 entropy를 이용하는 방법,<sup>14)</sup> moment-preserving 방법,<sup>12)</sup> 영상의 statistics를 이용하는 방법<sup>13)</sup> 등이 있다.

그러나 이 모든 알고리즘들은 경계검출이나 entropy를 계산하여야 하는 등 전처리 또는 후처리 과정이 필요하며 따라서 실시간구현을 고려할 때는 적절한 방법이라 할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 실시간구현을 전제로 전 또는 후처리 과정없이 단순히 영상분포도만 가지고 영상영역화가 가능한 영상의 성질에 대하여 고찰하고자 한다. 여기에서 영상의 성질은 표적의 크기, 표적과 배경의 밝기의 차이 및 화소들의 분산치를 의미한다. 밝기분포도에 의한 영상영역화를 위한 문턱값의 설정에는 표적과 배경의 화소들의 밝기분포가 Gaussian 밀도함수(density function)를 갖는다고 가정하여 고전적인 detection 이론인 가설검정(hypothesis testing) 이론을 적용하고자 한다. Gaussian 분포는 영상처리에서 흔히 쓰이는 가정이다.<sup>13,16)</sup> 설정된 문턱값에 대한 영상영역화 성능(performance)은 표적을 배경으로 잘못 결정할 확률, 배경을 표적으로 잘못 결정할 확률, 그리고 전체영상에 대하여 잘못 결정할 화소의 수의 비율을 정의하여 분석하고자 한다.

II. 가설검정 이론을 통한 문턱값의 결정

1. 문턱값의 설정

표적과 배경으로 구성된 영상에 대한 분포도를 계산하는 것은 다음의 2가지 가설을 입력으로 한다고 할 수 있다.

- H<sub>1</sub>= 배경 영역내의 화소
- H<sub>2</sub>= 표적 영역내의 화소

분포도에서 밝기의 정도 x와 문턱값 t를 비교하여

다음의 규칙(rule)을 통하여 2개의 가설중 하나를 선택할 수 있다:

$$x > t \text{ 이면 } H_1 \text{을 선택, 아니면 } H_2 \text{를 선택}$$

그러나 이 규칙을 적용하면 문턱값의 선택에 따라 다음의 4가지 확률을 생각할 수 있다.

$$P_r(T/T) = P_r(x < t/T) \tag{1a}$$

$$P_r(B/B) = P_r(x > t/B) \tag{1b}$$

$$P_r(B/T) = P_r(x > t/T) \tag{1c}$$

$$P_r(T/B) = P_r(x < t/B) \tag{1d}$$

이들 중 처음 2가지 경우는 바른 판별을 한 경우이고, 다음의 둘은 표적(T)을 배경(B)으로, 혹은 배경을 표적으로 잘못 판별한 경우의 확률을 나타낸다. 만일 표적과 배경의 발생빈도를 안다면, 즉 표적과 배경의 면적을 안다면, error가 일어날 확률, P<sub>r</sub>(error)을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$P_r(\text{error}) = P_r(T/B)P_r(B) + P_r(B/T)P_r(T) \tag{2}$$

Bayes decision rule에 의한 P<sub>r</sub>(error)를 최소화 하는 규칙(rule)은 다음과 같다.<sup>14)</sup>

$$\frac{P_r(x/T)}{P_r(x/B)} \underset{B}{\overset{T}{\geq}} \frac{P_r(B)}{P_r(T)} \tag{3}$$

위 식에서 P<sub>r</sub>(X/T)와 P<sub>r</sub>(X/B)는 조건부(conditional) 확률을 나타낸다. 분포도 h(x)는 표적영역을 구성하는 화소의 수를 N<sub>T</sub>, 배경영역을 구성하는 화소의 수를 N<sub>B</sub>라 할 때

$$h(x) = N_T P_r(x/T) + N_B P_r(x/B) \tag{4}$$

로 쓸 수 있다. 여기서 만일 N<sub>T</sub>=N<sub>B</sub>=N이면

$$P_r(x) = P_r(x/T) + P_r(x/B) = \frac{h(x)}{N} \tag{5}$$

가 되고, P<sub>r</sub>(T)=P<sub>r</sub>(B)가 되어 식(3)에 의하여 문턱값은 조건부 확률 P<sub>r</sub>(x/T)와 P<sub>r</sub>(x/B)의 교차점이 된다.

한편 위의 과정을 일반화하여 식(2)에 4개의 cost를 부가하면 error 확률 P<sub>r</sub>(error)는

$$\begin{aligned} P_r(\text{error}) = & C(T/T)P_r(T/T)P_r(T) \\ & + C(B/B)P_r(B/B)P_r(B) \\ & + C(T/B)P_r(T/B)P_r(B) \\ & + C(B/T)P_r(B/T)P_r(T) \end{aligned} \tag{6}$$

로 된다. 이 경우 P<sub>r</sub>(error)를 최소화 하는 규칙은

$$\frac{P_r(X/T)}{P_r(X/B)} \underset{B}{\overset{T}{\geq}} \frac{C(T/B) - C(B/B)}{C(B/T) - C(T/T)} \cdot \frac{P_r(B)}{P_r(T)} \tag{7}$$

로 일반적인 Bayes decision rule을 구할 수 있다.<sup>14)</sup>

위 식을 등식으로 하여 풀면, 표적과 배경을 분리하는 문턱값  $t$ 를 구할 수 있다.

Bayes 경우는 표적과 배경의 발생빈도를 아는 것으로, 즉 사전 확률(priori probability)을 아는 것으로 가정하였으나 일반적으로 이것을 미리 아는 것은 불가능하다. 이런 경우는 Bayes방법으로는 문턱값을 결정할 수 없고, minimax나 Neyman-Pearson criterion<sup>14)</sup>을 사용하여 decision rule을 구해야 한다. Neyman-Pearson criterion은 잘못 판별할 확률  $P_r(T/B)$ 를 고정하고 표적을 잃을 확률  $P_r(B/T)$ 가 최소가 되도록 문턱값  $t$ 를 정하는 방법이다. 이 경우  $t$ 에 대한 해는

$$P_r(T/B) = \int_{-\infty}^t P_r(x/B) dx \quad (8)$$

로 주어진다.

Minimax criterion은 최대한의 가능한 error(maximum possible error)를 최소로 하는  $t$ 를 구하는 것이다. 이 criterion은 각자 다른 영상에서  $P_r(T/B)$ 가 변할 수 없으므로 Neyman-Pearson에서 이 값을 고정시킨 것에 대한 보완책이라 할 수 있다.

$$P_r(T/B) = P_r(B/T) \quad (9a)$$

혹은

$$\int_{-\infty}^t P_r(x/B) dx = \int_t^{\infty} P_r(x/T) dx \quad (9b)$$

그러므로 문턱값은 표적과 배경의 밝기 분포도를 다음과 같이 Gaussian 밀도 분포로 가정하면 쉽게 구할 수 있다.

$$P_r(x/T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_T} \exp\left[-\frac{(x-m_T)^2}{2\sigma_T^2}\right] \quad (10)$$

$$P_r(x/B) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_B} \exp\left[-\frac{(x-m_B)^2}{2\sigma_B^2}\right] \quad (11)$$

여기에서  $m_T, m_B$  및  $\sigma_T^2, \sigma_B^2$ 는 표적과 배경의 평균값 및 분산(variance)을 의미한다. Bayes criterion인 경우 cost값  $C(B/B)$  및  $C(T/T)$ 를 0으로 두고  $C(B/T)$  및  $C(T/B)$ 를 같다고 두면 문턱값  $t$ 는 다음 식에서 구할 수 있다.<sup>15)</sup>

$$\frac{(t-m_B)^2}{\sigma_B^2} - \frac{(t-m_T)^2}{\sigma_T^2} = \theta_n \frac{\sigma_T(1-\theta)}{\sigma_B\theta} \quad (12)$$

식 (12)에서  $\theta$ 는 전체 화면에 대한 표적의 비율을 의미한다. 만일 여기에서  $\sigma_T = \sigma_B = \sigma$ 라면 문턱값  $t$ 는

$$t = \frac{m_T + m_B}{2} + \frac{\sigma^2}{m_B - m_T} \theta_n \frac{\theta}{1-\theta} \quad (13)$$

와 같다. 물론 이들의 분산정도가 다를 경우에도 식

(14)를 통하여 문턱값을 구할 수 있으나, 분산값이 같은 것으로 가정하여도 이들 분산값에 대한 화면의 성질을 조사하기에 충분하다. Minimax criterion의 경우 decision rule 식 (9b)에 식 (10), (11)을 대입하면 식 (14)를 얻을 수 있다.

$$\int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_B} \exp\left[-\frac{(x-m_B)^2}{2\sigma_B^2}\right] dx = \int_t^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_T} \exp\left[-\frac{(x-m_T)^2}{2\sigma_T^2}\right] dx \quad (14)$$

이 경우 역시  $\sigma_B = \sigma_T$ 로 하면,

$$t = \frac{m_T + m_B}{2} \quad (15)$$

로써 분산값에는 관계없이 표적과 배경의 밝기의 평균으로 주어진다. 식 (15)는 Bayes 경우에서  $P_r(T)$ 와  $P_r(B)$ 를 같이(즉 equally probable)한 경우의 해와 같음을 볼 수 있다.

Neyman-Pearson criterion 경우는 Gaussian으로 근사화하여도, 식 (8)을  $t$ 에 대한 명확한 수식으로 구할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 문턱값의 선택에 따른 분석을 할 때 이 방법을 고려하지 않았다.

### 2. 각 문턱값에 대한 성능 계산자

문턱값의 선택을 어떻게 하는가에 따라 영상영역화한 결과는 달라진다. 따라서 일단 문턱값을 선택하면, 선택한 문턱값에 대한 영상영역화 성능을 비교할 필요가 있다. 본 논문에서는 식 (1a), (1b)에 표시한 표적을 표적으로 정확히 검출할 확률  $P_r(T/T)$ , 배경을 표적으로 잘못 검출할 확률  $P_r(T/B)$ 의 계산을 통하여 선택한 문턱값에 대한 비교를 하였다.

Minimax 경우는 식 (12)와 같이 전체 화면에서 표적이 차지하는 비율,  $\theta$ 가 관여하지 않으나, Bayes 경우는  $\theta$ 에 따른 성능을 비교할 필요가 있다. 이때는  $P_r(T/B)$ ,  $P_r(T/T)$ 의 중요성이 서로 같지 않기 때문에 전체 화면에 대한 잘못 결정할 화소의 수의 비율  $P_e$ 를 성능 계산자로 사용하였다. 즉,

$$P_e = \theta P_r(B/T) + (1-\theta) P_r(T/B) \quad (16)$$

그러나 위 식은 식 (12)를 이용하면

$$P_e = P_r(T) P_r(B/T) + P_r(B) P_r(T/B) = P_r(\text{error}) \quad (17)$$

로 되어 식 (2)로 정의한 error 확률  $P_r(\text{error})$ 와 같아진다. 즉  $\theta$ 에 따른 성능의 비교는 error 확률  $P_r(\text{error})$ 를 통하여 가능함을 알 수 있다.

Ⅲ. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 및 결과고찰

우선 밝기분포도를 이용한 영상영역화가 가능한 영상의 성질에 대한 조건을 알아보기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션 하였다. 이때 고려한 영상의 성질로는 배경과 표적의 평균밝기의 차, MD(mean difference)와 표적이 전체화면에서 차지하는 비율  $\theta$  및 표준편차  $\sigma$ 이다. 시뮬레이션에 사용한 입력영상은 크기가  $256 \times 256$ 으로 Gaussian 난수 발생기를 사용하여 얻었다. 여기에서 영상영역화가 thresholding 방법으로 가능한 판단기준은 주어진 영상의 밝기분포도의 bimodality를 눈으로 결정하였다. 그림 1에  $\theta$ 가 주어졌을 때  $\sigma$ 에 대한 MD의 관계를 도시하였다. 그림에서  $\sigma$ 가 증가하면 이에 따라 MD의 값이 커져야 영상영역화가 가능함을 알 수 있는데 그 기울기가 대략 3 정도로 화면의 분산도가 커지면 그만큼 문턱값의 선택이 어려워짐을 알 수 있다. 또한 표적이 전체화면에서 약 7% 정도이면 밝기분포도를 이용한 영상영역화가 가능함을 알 수 있다. 이에 대한 밝기분포도의 예를 그림 2에 도시하였는데 그림 2 (b)에서  $\theta=0.0625, \sigma=6, MD=25$ 인 경우를 보면 밝기분포도가 bimodal함을 알 수 있다. 결국 그림 1의 그래프를 이용하면 thresholding 방법으로 영상영역화가 가능한 화면의 성질 ( $\theta, \sigma, MD$ )에 대한 한계치를 규정할 수 있다.

일단 분포도가 bimodal하면 이로부터 문턱값을 선택하여야 한다. 본 논문에서는 2장에서 설명한 Bayes와 Minimax criterion에 따라 선택한 문턱값의 영상영역화 성능을 비교하였다. 그림 3은 Bayes decision에 따라 선택한 문턱값의 성능을  $P_r(T/T), P_r(T/B)$ , 그리고  $P_r(\text{error}) (=P_e)$ 를 통하여 표시하였다. 검정이론

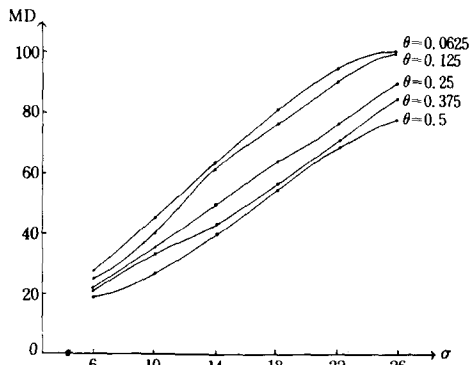


그림 1. Thresholding 방법으로 영상영역화가 가능한 영상의 성질  
 Fig. 1. A Characteristic of Image which can be Segmented using a Thresholding Technique.

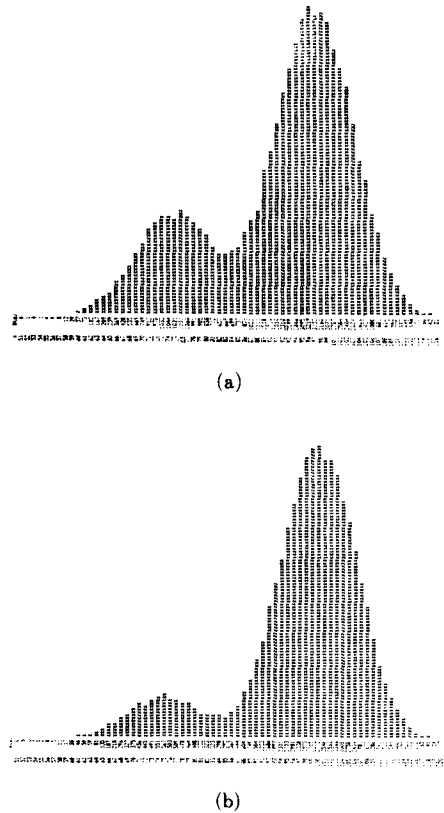


그림 2. 밝기분포도의 예  
 a)  $\theta=0.25, \sigma=6, MD=22$   
 b)  $\theta=0.0625, \sigma=6, MD=25$   
 Fig. 2. Example of Intensity Histogram.  
 a)  $\theta=0.25, \sigma=6, MD=22$ .  
 b)  $\theta=0.0625, \sigma=6, MD=25$ .

에서  $P_r(T/T)$ 는  $P_D$ (probability of detection),  $P_r(T/B)$ 는  $P_F$ (probability of false alarm)로 표현되는 것으로, 일반적으로  $P_D$ 는 클수록  $P_F$ 는 작을 수록 좋다고 할 수 있다. Minimax 경우는  $\theta=0.5$ 일 때의 Bayes 경우와 동일하므로 이들 확률값은 모든  $\theta$ 에 대하여 일정한 값 ( $\theta=0.5$ 일 때의 값)을 갖는다. 실제로  $\theta$ 는 0과 1사이의 값이나  $\theta < 0.5$ 일 때는 배경이 표적보다 커지는 경우로 배경과 표적을 바꾸어 생각해도 마찬가지이므로  $\theta=0.5$ 를 기준으로  $\theta \geq 0.5$ 일 때와 대칭이 된다. 따라서 그림은  $\theta$ 가 0에서 0.5까지의 그래프만 표시하였다. 그림 3 (a), (b)를 보면 MD가 증가하거나  $\sigma$ 가 감소하면,  $P_D$ 는 증가하고  $P_F$ 는 감소하여 예상대로 좋은 결과를 얻을 수 있다. 그러나  $\theta$ 가 증가하면  $P_D$ 는 증가하여 좋으나  $P_F$ 도 역시 증가하여 이들 확률만으로는 영상영역화 결과를 판단할 수 없다. 따라서 식 (17)에

서 정의한 전체화면에 대한 잘못 판단한 화소의 수의 비율  $P_e (= P_r(\text{error}))$ 를 사용하여야 한다. 그림 4는  $\theta$ 에 대한  $P_e$ 의 그래프로서, Bayes 경우는  $\theta$ 가 줄어들 때  $P_e$ 도 역시 작아짐을 볼 수 있다. 이는 Minimax 경우가  $\theta = 0.5$ 일 때의 값을 유지하는 것을 고려할 때, Bayes 경우가 Minimax 보다 더 좋은 결과를 주는 것

을 알 수 있다. 그러나 Bayes decision rule을 사용하려면 사전확률  $\theta$ 가 포함되므로 이를 구해야 하는 문제가 남는다. 실제로 밝기분포도에서 2개의 각 peak의 크기를 구하면, 이들 크기의 비율로써  $\theta$ 를 쉽게 구할 수 있으므로, Bayes decision rule을 사용할 수 있다. 물론 Minimax가 두 peak를 구하는 것만을 요구하는데

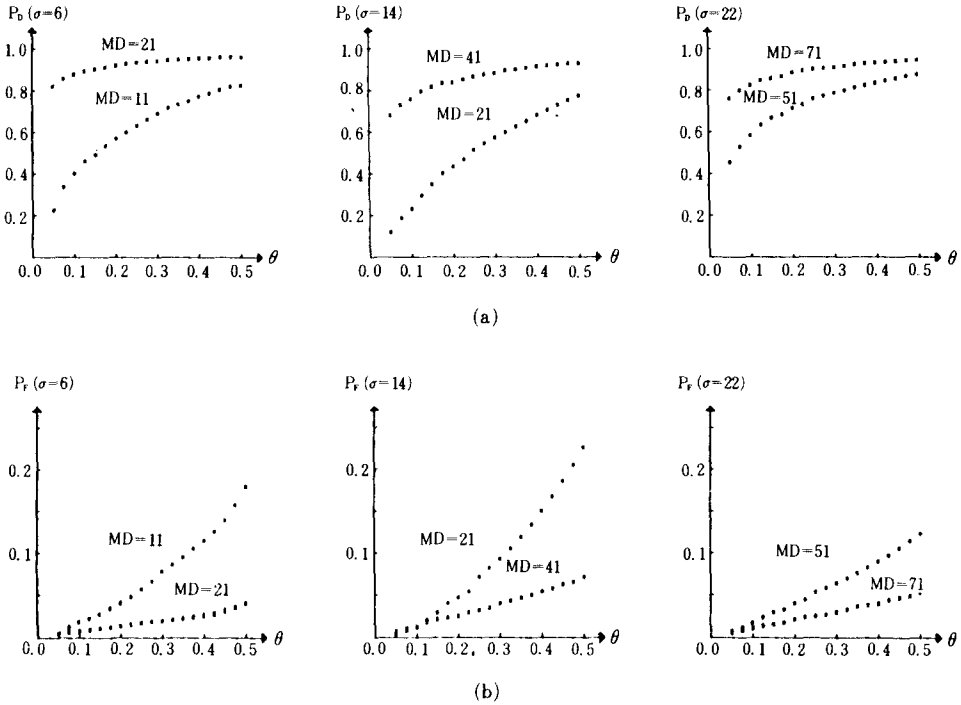


그림 3. Bayes 결정법칙에 따른 문턱값의 영상 영역화의 성능  
(a)  $\theta - P_D$  (b)  $\theta - P_F$

Fig. 3. Performance of the Image Semgenatation Using a Threshold Based on the Bayes Decision Rule.

(a)  $\theta - P_D$ . (b)  $\theta - P_F$ .

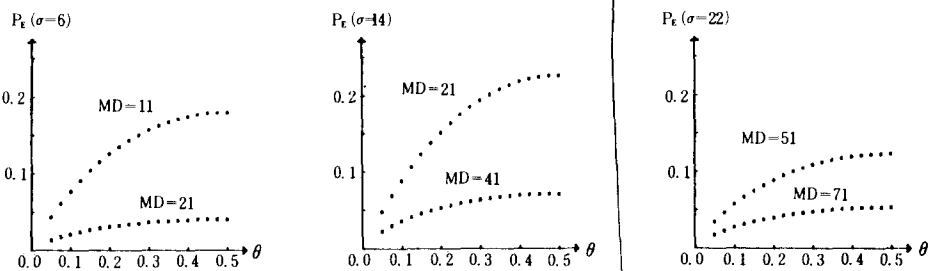


그림 4.  $\theta$ 와  $P_e$ 에 대한 그래프  
Fig. 4. A Graph of the  $\theta$  and  $P_e$ .

비하면, Bayes 경우는 이들 두 peak뿐만 아니라 표준 편차  $\sigma$ 를 구해야 하는 문제가 있으므로 계산은 다소 복잡해지는 단점이 있다.

#### IV. 結 論

본 논문에서는 밝기분포도를 통한 thresholding 방법이 가능한 화면의 성질에 대하여 표적과 배경의 평균 밝기의 차, 분산, 그리고 크기의 비율을 사용하여 고찰하였다.  $\theta$ ,  $\sigma$ , 그리고 MD에 대한 상대적인 값은 그림 1의 그래프로 제시하였다. 예로써 그래프에 의하면,  $\theta = 0.5$ ,  $\sigma = 10$ 일때 적어도 MD는 23이상 되어야 bimodal한 형태의 분포도를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 고전적인 decision 이론인 검정이론을 적용하여 주어진 분포도에서 문턱값을 선택하는 방법과, 선택한 문턱값에 대한 영상영역화 성능을 error 확률을 통하여 분석하였다. 분포도로부터 2개의 peak의 크기의 비율을 통하여 사전확률을 구할 수 있으므로, 최소 error 확률을 주는 Bayes decision rule에 의하여 문턱값을 구하는 것이 Minimax 보다 확률적인 측면에서는 동작을 잘하고 있음을 알 수 있다.

#### 參 考 文 獻

- [1] W. Frei & C.C. Chen, "Fast boundary detection : a generalization and a new algorithm," *IEEE Trans. Comput.* vol. C-26, no. 10, pp. 988-998, Oct. 1977.
- [2] C.J. Jacobus & R.T. Chien, "Two new edge detectors," *IEEE Trans. PAMI*, vol. PAMI-3, no. 5, pp. 581-592, Sep. 1981.
- [3] W.K. Pratt, *Digital Image Processing*, Wiley-Interscience, New York, 1978.
- [4] D.H. Ballard & C.M. Brown, *Computer Vision*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- [5] P.M. Narendra & M. Goldberg, "Image segmentation with directed trees," *IEEE Trans. PAMI*, vol. PAMI-2, no. 2, pp. 185-191, Mar. 1980.
- [6] S.L. Horowitz & T. Pavlidis, "Picture segmentation by a tree transversal algorithm," *J. Ass. Comput. Mads.*, vol. 23, pp. 368-388, 1976.
- [7] S.L. Horowitz & T. Pavlidis, "Picture segmentation by a directed split-and-merge procedure," *Proc. 2nd Int. Joint. Conf. on Pattern Recognition*, Aug. 13-15, pp. 424-433, 1974.
- [8] A. Rosenfeld & A.C. Kak, *Digital Picture Processing*, Academic Press, N.Y. 1976.
- [9] J.S. Weszka, R.N. Nagel, and A. Rosenfeld, "A threshold selection technique," *IEEE Trans. Comput.* vol. C-23, no. 12, pp. 1322-1326, Dec. 1974.
- [10] S.W. Zucker, A. Rosenfeld, and L.S. Davis, "Picture segmentation by texture discrimination." *IEEE Trans. Comput.* vol. C-24, no. 12, pp. 1228-1233, Dec. 1975.
- [11] J.K. Kapur, P.K. Sahoo and A.K. Wong, "A new method for gray-level thresholding using the entropy of histogram," *CGIP*, vol. 29, pp. 273-285, March 1985.
- [12] W.H. Tsai, "Moment preserving thresholding : a new approach," *CGIP*, vol. 29, pp. 377-393, March 1985.
- [13] J. Kittler, J. Illingworth, and J. Foglein, "Threshold selection based on a simple image statistics," *CGIP*, vol. 30, pp. 125-147, May 1985.
- [14] H.L. Van Tress, *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1968.
- [15] Ernest L. Hall, *Computer Image Processing and Recognition*, Academic Press, N.Y. 1979.