

임의 모양의 Microbending에 의한 다중모드 광섬유의 광손실에 관한 연구

(A Study of the Power Loss in the Multimode Optical Fiber Microbended into Arbitrary Shape)

李 庚 睦*, 曹 在 喆*, 崔 相 三*

(Kyung Mog Lee, Jae Cheol Jo and Sang Sam Choi)

要 約

Parabolic 굴절을 분포 다중모드 광섬유가 microbending force에 의해 축에 수직 방향으로 휘어지게 되면 도파 모드가 클레드 모드로 변하게 되어 도파 광전송 손실이 있게 된다.

발표된 광전송 손실 이론들은 모드 coupling 길이와 일치하는 특정한 bending 주기에서만 성립하고 있다.

본 논문에서는 graded 굴절을 분포 다중 모드 광섬유가 주기적으로 휘때 발생하는 광전송 손실 표현식을 유도하였다. 이 수식은 광섬유가 변위의 주기에 상관없이 임의의 모양으로 주기적으로 변위될 때 유효되는 광손실의 계산에 적용된다.

또한, 기계역학의 보 이론을 도입함으로써 광섬유를 주기적인 사다리꼴 형태로 변위시키는 외부 인가 힘에 대한 광섬유 변위의 표현식을 유도하였다. 그리고, 유도한 수식의 적용 가능성을 확인하기 위하여 광손실 정도와 광섬유에 인가된 force의 주기와 관계를 밝히는 실험을 하였으며 예측된 광전송 손실 값들과 실험결과 값들이 2mm~10mm 사이의 변위 주기에서 매우 잘 일치됨을 보았다.

Abstract

Guide modes in a graded index multimode optical fiber are turned into clad modes when the optical fiber was bended into a perpendicular direction to its optical axes by microbending forces, which causes the loss of the guiding optical power. The theories reported on this microbending power loss can be applied to calculation of the transmission power loss only when the bending period equals to the mode coupling length.

In this paper, we obtained the general expression of the optical power transmission loss in a graded index multimode fiber bended periodically. This can be applied to the calculation of the power loss of the periodically microbended fiber with an arbitrary bending shape and period.

Also, by using the beam theory in mechanics, we could derive the expression of the displacement of the optical fiber caused by the external force which bends the fiber into a periodic trapezoidal shape.

Experiments were carried out to determine the dependence of the power loss on the period of the microbending forces. Experimental results were in good agreement (in the same order of the magnitude) with theoretical values derived in our work within the bending period region of 2mm-10mm.

*正會員, 韓國科學技術院 研究部 應用光學研究室

(Applied Optics Lab., KAIST)

接受日字: 1987年 1月 20日

I. 序 論

Microbending 주기에 따른 다중 모드 광섬유의 광손실 변화에 대한 이론은 1973년 Marcuse¹⁾에 의하여

체계화 되었고, 그후 여러 논문들¹²⁻¹⁵⁾에서 실험 결과와 Marcuse 이론이 비교되었다. 그러나, Marcuse의 이론은 광섬유의 모드 coupling length와 같은 특정한 microbending 주기⁹⁾ ($\Lambda_c = 2 \cdot \pi / \Delta \beta$)에서만 광손실을 예측¹¹⁾한다. 이때 광섬유의 도파 광손실 정도는 광섬유 축방향에 수직으로 가해지는 압력에 의한 광섬유 변위의 주기와 변위의 크기에 의해 정해지며 이때 변위 정도는 광섬유의 재질과 코어반경, 클래드 반경, 광섬유에 가해지는 외부 작용힘에 의해 결정되며 보 이론(기계학의 beam theory)을 해석하여¹⁶⁻¹⁸⁾ 구한다. 해석에서 광섬유 변위가 클때 과대 처짐의 보상을 한다.

본 논문에서는 Marcuse 이론을 토대로 graded 굴절률 분포 다중 모드 광섬유가 변위의 주기에 상관없이 임의의 변위 모양으로 주기적으로 휨때 유효되는 도파 광손실 정도를 예측하는 새로운 이론식을 유도하였다.

유도된 수식 결과에 의해 microbending sensor용 광섬유나 bending에 loss가 적은 광섬유 제작이 가능할 것이 기대된다.

II. 理 論

1. Microbending에 의한 다중모드 광섬유의 광손실 변화

Microbending에 의한 parabolic-index profile 다중모드 광섬유의 광손실 이론¹¹⁾에서 광섬유가 x축과 z축 방향으로 f(z) 변위되며 인접한 모드 간의 coupling이 다른 모드간의 coupling 보다 클때 (p, q) 모드와 (p+1, q) 모드간의 wave coupling 계수 \hat{R} 은

$$\hat{R}_{p, q; p \pm 1, q} = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{n_1 \cdot k_0 \cdot \sqrt{\Delta}}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\sqrt{P \cdot \Delta}}{a} \cdot \frac{df(z)/dz}{(\beta_{p, q} - \beta_{p \pm 1, q})} \quad (1)$$

로 표시되었다. 여기서, a는 광섬유 코어 반경, n₁는코어 중심 굴절율, n₂는 클래드의 굴절율, $\beta_{p, q}$ 는 p, q 모드의 전파 상수, k₀는 진공중 빛의 전파 상수, P는 모드들에 의해 전송되는 power, $\Delta = (n_1^2 - n_2^2) / 2 \cdot n_1^2$ 이다. 변수 R을 다음과 같이 정의한다.

$$R_{p, q; p \pm 1, q} = \sqrt{2} \left(\frac{n_1 \cdot k_0 \cdot \sqrt{\Delta}}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\sqrt{\Delta \cdot P}}{a \cdot (\beta_{p, q} - \beta_{p \pm 1, q})} \quad (2)$$

(1) 식으로부터 wave coupling 계수 \hat{R} 는

$$\hat{R}_{p, q; p \pm 1, q} = R_{p, q; p \pm 1, q} \cdot \frac{df(z)}{dz} \quad (3)$$

으로 표시된다.

2 절에서 광섬유가 주기 ℓ 간격으로 외부 힘에 의해 변위될 때 변위식 f(z)를 구하였다. 과대 처짐이 없다고 하며 (18) 식의 f(z)를 z에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{df(z)}{dz} = \frac{2\pi}{\ell} \sum_{N=1}^{\infty} d_N \cdot N \cdot \sin \left(\frac{2\pi \cdot N}{\ell} \cdot z \right) \quad (4)$$

위 식으로부터 (18)식의 f(z)와 df(z)/dz가 상수 관계식으로 표시되지 않음을 볼 수가 있다. 즉, 임의 모양의 microbending에 대하여선 df(z)/dz = 상수 × f(z)로 표시할 수가 없다. 따라서 wave coupling 계수 식(3)에서 df(z)/dz를 대입하고서 수식을 전개하기로 한다.

(3)식과 coupling 파동 방정식에서부터^{10,11)} df(z)/dz의 power spectrum F는 광섬유 변위의 미분을 포함한 (1)식을 전체 변위 구간 L로 적분함으로써 다음과 같이 유도된다.

$$F(\beta_{p, q} - \beta_{p \pm 1, q}) = \left| \frac{1}{\sqrt{L}} \int_0^L \frac{df(z)}{dz} \cdot \exp \{ -i \cdot (\beta_{p, q} - \beta_{p \pm 1, q}) \cdot z \} dz \right| \quad (5)$$

(5)식의 power spectrum과 power coupling 계수와의 관계식을 유도하기로 한다.

먼저 광섬유 변위의 미분을

$$g(z) = \frac{df(z)}{dz} \quad (6)$$

라고 두면 g(z)의 power spectrum (5)식은 g(z)의 correlation 함수의 Fourier 변환과 다음의 관계로 표시된다.

$$\langle |F(\theta)|^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G(u) e^{-\theta u} du \quad (7)$$

이때 G(u) = G(-u) = $\langle g(z)g(z-u) \rangle$ 이며 g(z)의 auto-correlation 함수이다. 기호 $\langle \rangle$ 은 ensemble 평균을 나타낸다.

이렇게 유도된 coupled wave 방정식은 Marcuse 결과와 같은 수식이 된다. 이때 (2)식의 R은 유도된 coupled power 방정식에 의해 power coupling 계수 h와는 다음의 관계로 표시된다.

$$h_{p, q; p \pm 1, q} = |R_{p, q; p \pm 1, q}|^2 \langle |F(\beta_{p, q} - \beta_{p \pm 1, q})|^2 \rangle \quad (8)$$

(8)식의 power coupling 계수는 (p, q)모드에서 (p ± 1, q)모드로의 power coupling 정도를 결정지어으며 이 모드들의 coupled power 방정식은

$$\frac{dP_{p, q}}{dz} = -\alpha_{p, q} P_{p, q} + \sum_{\nu=1}^N h_{p, q; p \pm \nu, q} (P_{p \pm \nu, q} - P_{p, q}) \quad (9)$$

로 표시되고 $\alpha_{p,q}$ 는 자체 모드의 normal 광손실 계수이다.

(9)식의 해는

$$P_{p,q}(z) = P_{0,p,q} e^{-\alpha_{p,q} z + \sigma_{p,q} z} \quad (10)$$

이며 steady-state bending 손실 계수 $\sigma_{p,q}$ 는 식(8)에 의해

$$\sigma_{p,q} = \frac{1.023 \cdot n_1 \cdot k_0 \cdot \sqrt{\Delta}}{(n_1 \cdot k_0 \cdot a \cdot \sqrt{\Delta}) / 2 - q} \cdot a \cdot F(\beta_{p,q} - \beta_{p \pm 1}, q) \quad (11)$$

로 표시된다.

한평면 방향으로 bending이 있다는 가정은 실제 적용엔 의미가 없으므로, p, q 모드간의 모드 coupling이 있을 때 평균 광손실 계수를 구해야 한다. 평균 광손실 계수는 전체모드 광손실을 합한 다음 전체 모드 갯수로 평균을 취하여 표시해야 한다. 따라서, $p(z) = p_0 \cdot \exp\{-(\alpha + \bar{\sigma}) \cdot z\}$ 라고 할 때 평균 광전력 손실 계수 $\bar{\sigma}$ 는 앞에서 유도한 $F(\Delta\beta)$ 와

$$\bar{\sigma} = \frac{2.9}{a^2} \cdot F(\Delta\beta) \quad (12)$$

로 유도된다. 여기서 $\Delta\beta$ 는 근접모드 간의 광섬유 전파 상수 차이를 나타내며 parabolic index 분포 다중모드 광섬유에서 $\Delta\beta$ 는 광섬유 재질과 구조에 의해 결정되는 상수¹⁹⁾이다.

2절에서 구한 과대처짐 보상된 변위의 Fourier 변환 계수를 d_n 이라고 하고 $\lambda_c = 2 \cdot \pi \cdot a / \sqrt{2 \cdot \Delta}$ ¹⁹⁾이라고 할 때 평균 광전력 손실 계수 $\bar{\sigma}$ 는

$$\bar{\sigma} = \frac{2.9 \cdot \pi^2 \cdot L}{a^2 \cdot \ell^2} \left(\left[\sum_{N=1}^{\infty} N \cdot d_N \cdot \left(\frac{1 - \cos(2\pi \cdot (N/\ell + 1/\lambda_c)L)}{2\pi \cdot (N/\ell + 1/\lambda_c)} + \frac{1 - \cos(2\pi \cdot (N/\ell - 1/\lambda_c)L)}{2\pi \cdot (N/\ell - 1/\lambda_c)} \right) \right]^2 + \left[\frac{\sin(2\pi \cdot (N/\ell + 1/\lambda_c)L)}{2\pi \cdot (N/\ell + 1/\lambda_c)} - \frac{\sin(2\pi \cdot (N/\ell - 1/\lambda_c)L)}{2\pi \cdot (N/\ell - 1/\lambda_c)} \right]^2 \right) \quad (13)$$

이 된다.

Transmission power를 다음과 같이 표시하면 bending 주기 변화에 따른 도파 광전송 손실 측정 실험을 할 수가 있다.

$$\text{Transmission Power} = \left(1 - \frac{\text{Power in bended fiber}}{\text{Power in no bended fiber}} \right) \times 100 (\%) = (1 - e^{-\bar{\sigma} \cdot L}) \times 100 (\%) \quad (14)$$

2. 보(beam) 이론에 의한 광섬유 변위의 해석

임의의 모양으로 변위된 광섬유에 관한 광손실 이론을 앞절에서 유도했었다. 유도된 수식을 검토하기 위해 다음 그림 1과 같은 형태의 변형을 광섬유에 인가하고 이때 광섬유 변위를 보(beam) 이론에 따라서 해석을 한다.

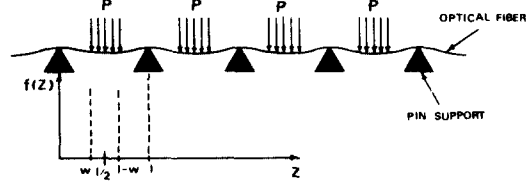


그림 1. 광섬유에 압력 p가 축에 수직 방향으로 가해질 때 생기는 광섬유 변위. 등간격 ℓ 로 z축 방향으로 배열되어 있는 핀지지대 위에 광섬유가 놓여 있다. p의 폭은 $(\ell - 2W)$ 이다.

Fig. 1. The Displacement of an Optical Fiber Caused by an Uniformly Distributed Force. The Fiber Lies on the Pin Supports Which are Arrayed Equally with Period ℓ in z Axis. The Width of Press p is $(\ell - 2W)$.

그림 1과 같이 압력 p가 광섬유에 주기적으로 가해지는 경우 하나의 보(beam)에서 광섬유 변위를 구하면 다른 보(beam)에서의 변위 함수는 동일하게 표시된다.

하나의 보에 대하여 임의 z점에서 변위 $f(z)$ 의 곡률 방정식¹⁸⁾은

$$-E \cdot I \cdot \frac{d^2 f(z)}{dz^2} = M(z) \quad (15)$$

이다. 여기서 E는 young율, I는 광섬유의 회전 관성 모멘텀, $M(z)$ 는 z점에서 광섬유의 bending 모멘텀이다. 외부에서 힘이 작용될 때 각 주기에 작용되는 압력을 구하기 위해, F는 외부에서 광섬유에 작용하는 전체 힘, L은 microbending을 받는 전체 광섬유 길이라고 하면 압력은 다음 식으로 표시된다.

$$\text{Press} = \frac{F}{L(1 - 2W/\ell)} \quad (16)$$

여기서 W와 ℓ 은 그림 1에서 보여 준다. $\bar{\text{Press}} = \text{Press} \cdot (\ell/2 - W)$ 로 두면 $0 \leq z \leq \ell/2$ 구간에서의 bending 모멘텀 $M(z)$ 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{cases} \text{(i)} & 0 \leq z \leq W : M(z) = \bar{\text{Press}} \cdot z - M_0 \\ \text{(ii)} & W \leq z \leq \ell/2 : M(z) = \bar{\text{Press}} \cdot z - M_0 - \text{Press} \cdot (z - W)^2 / 2 \end{cases} \quad (17)$$

여기서, M_0 는 $z=0$ 점에서 광섬유에 가해지는 bending 모멘텀이다.

(17)식의 결과를 (15)식에 대입하고 $z=0$ 와 $W, \ell/2$ 에서 경계조건¹⁾들을 사용하면 광섬유 변위 $f(z)$ 는 microbending 주기 ℓ 과 외부 작용힘의 함수로서 표시된다. 이렇게 구한 변위 함수를 z 에 대한 fourier series로 전개하며 microbending 주기 ℓ 함수로서 표기하면 임의의 z 점에서 변위 함수 $f(z)$ 를 구할 수 있다.

변위 $f(z)$ 는 그림 1에서 보듯이 $z=0$ 에 대하여 우함수이므로

$$f(z) = d_0 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \cos\left(\frac{2\pi n}{\ell} z\right) \tag{18}$$

로 표시된다. 변위 $f(z)$ 의 fourier series 일반항 계수 d_n 을 구하면 임의의 폭 W 에 대하여 성립하는 함수가 구해진다. 이렇게 구한 $f(z)$ 식에 본 논문 실험에 사용된 조건 $W = \ell/4$ 를 예로서 대입하면

$$d_n = \frac{(-1)^{n+1} \cdot \text{Press}}{E \cdot I} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot \sin(\pi \cdot N/2)}{\pi \cdot N}\right) \times \left(\frac{\ell}{2\pi \cdot N}\right)^4 \tag{19}$$

이 되었다. 이상의 보(beam) 정리에서는 변위에 의한 광섬유 늘어남에서 초래되는 축방향 힘의 영향을 무시하고 변위를 구하였다. 실제로는 축 방향의 힘은 광섬유 변위를 감소시키므로 변위가 어느 정도 커질때 이 힘을 무시할 수 없게 된다. 이 축방향의 힘은 변위에 의해 늘어난 광섬유 길이를 구하면 알 수가 있다.

그림 2에서 보(beam)가 변위되었을 때 광섬유의 늘어난 미소 길이 $d\ell$ 는

$$d\ell = ds - dz \approx \frac{1}{2} \left(\frac{df(z)}{dz}\right)^2 \cdot dz \tag{20}$$

이며 한 보(beam)에서 늘어난 길이 $\Delta\ell$ 은 (20)식을 한 구간 길이의 적분으로서 구할 수 있다.

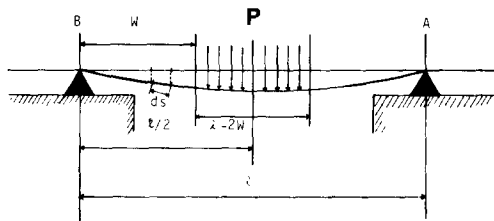


그림 2. 외부압력 p에 대한 광섬유의 인장 해석
Fig. 2. Analysis of the Elongation of an Optical Fiber Caused by an External Press p.

$$\Delta\ell = \int_0^l d\ell \tag{21}$$

(21)식과 축방향의 힘 S와의 관계는 다음 식으로 표시¹⁾된다.

$$S = \frac{E \cdot A \cdot \Delta\ell}{\ell} \tag{22}$$

여기서, E는 young율, A는 광섬유 단면적, ℓ 은 연속된 보(beam)의 주기이다.

변위 계산에서 외부 작용힘 F에 의해 변위가 생기면 이로 인해 축방향의 힘 S가 생기며 작용 힘 F와 축방향의 힘 S는 다음의 조건이 성립된다.

$$S \times \frac{L}{\ell} \leq F \tag{23}$$

여기서, ℓ 은 연속된 보의 주기이며, L은 전체 연속된 보의 길이이다.

광섬유의 변위가 커져서 (23)식 조건을 만족하지 못하는 경우를 과대 처짐이라고 한다. 이 경우엔 (23)식 조건을 만족하는 가상 외부의 인가 힘 F를 구하여 이에 의한 변위 함수를 구하면 과대 처짐 보상이 된 광섬유 변위 함수를 구할 수가 있다.

III. 實驗 및 結果

모든 도파 모드가 광섬유에 여기되도록 He-Ne 레이저 ($\lambda=6328 \text{ \AA}$, 2mW) 빛을 대물 렌즈($\times 10$, N. A. ≈ 0.25)를 사용하여 광섬유에 입사하고 5m를 통과 후 광섬유 변형기를 통과하기 전에 클래드 모드를 제거하면 도파 모드만 전파하게 된다. 그림 3과 같이 제작된 광섬유 변형기로 광섬유에 변위를 주게 되면 일부 도파 광전력은 클래드 광전력으로 변하게되므로 변형기 통과 후 클래드 모드를 제거하면 도파 광전력만을 측정할 수 있게 된다. 광검출에 사용된 detector은 광전력 calibration이 되어 있는 E. G. & G. 회사 제품의 Model-551 R/P-meter였다.

광섬유의 양쪽을 뿔뿔히 당겨 외부 작용력에 의해서

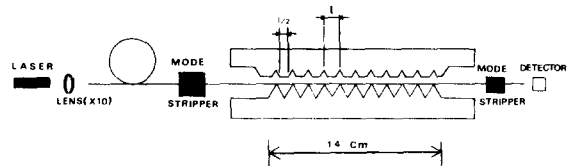


그림 3. 제작된 원판 광섬유 변형기와 실험장치. 압력면의 폭은 $\ell/2$ 이며 변형 부분의 길이는 14cm.

Fig. 3. Configuration for Modulating and Measuring the Bending Power Loss of an Optical Fiber. The Width of Applied Press is $\ell/2$. The Modulating Length is 14cm.

만 광섬유가 변위되게 한다. 변형기의 구조는 두쌍 원관의 한쪽 면에 삼각 톱니홈을 각각 2mm와 4mm: 주기로 하며 다른 한쪽 원관은 톱니폭이 1mm와 2mm가 되도록 한다. Bending 주기 간격을 조정하기 위해선 회전대 위에 원관을 올려 두고 각도를 맞추어 회전시키면 된다.

실험에서 사용된 다중 모드 광섬유는 KAIST에서 제조되었으며 그 광섬유의 세원과 실험에 사용된 광섬유 변형기의 제원은 다음과 같다.

a) Parabolic index profile 다중 모드 광섬유의 제원:
 클래드 굴절율: 1.456, 클래드 반경: 62 μm , 코어 반경: 32.5 μm , 굴절율 변위 Δ : 0.008, young율: $6.0 \times 10^{10} [\text{N}/\text{m}^2]$, coating material: silicon.

b) 광섬유 변형기의 제원:
 연속된 보의 주기: 2mm와 4mm, 작용 압력의 넓이: 1mm와 2mm, 전체 광섬유 변형면 길이 L: 14cm, 작용력 F: 1.2 Newton.

그림 4에서 측정결과를 점으로 표시한다. y축은 transmission 광전력 세기로서 앞의 (14)식으로 주어지며 x축은 microbending 변형 주기이다. 측정결과로부터 작용력이 매질 광전력 손실을 초래하므로 bending 주기에 무관하게 광전력 손실이 유기됨을 알 수 있다.

변형기의 변위주기 간격들이 정확히 일정(0.1mm 이내)하지 않으므로 주기 오차(0.1mm)에 대한 평균 광전력 손실을 ensemble 평균을 취하므로써 넓은 변위주기(2mm~10mm)에서 실험결과와 잘 일치되는 이론결과를 얻었다.

IV. 結 論

특정된 bending 주기에서만 성립하는 Marcuse의 광

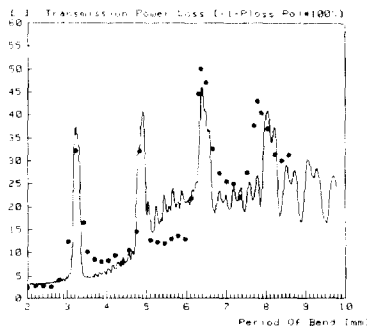


그림 4. 광섬유 변위 주기 2mm~10mm 내에서 광전송 손실의 실험 결과 (•)와 계산 값들(실선). 외부 작용 힘: 1.2 Newton.

Fig. 4. Experimental Data (•) and Calculated Values (Solid Line) for a Transmission Power Loss of the Optical Fiber in the bending Period Region of 2mm~10mm. External Force: 1.2 Newton.

섬유 광손실 이론 식에서 임의의 모양으로 변위된 광섬유에서도 성립하는 microbending 광섬유 광손실 이론 식을 유도하였고 과대 처짐 보 (beam) 이론을 도입하여 특정한 모양으로 변위된 광섬유 변위를 해석함으로써 외부 작용 힘과 microbending 주기에 의한 다중 모드 광섬유의 광손실 정도를 예측할 수가 있었다.

본 실험의 결과와 유도한 이론적 값은 넓은 microbending 주기(2mm~10mm)와 임의의 모양으로 변위된 광섬유에 대하여 잘 일치되고 있다.

參 考 文 獻

- [1] D. Marcuse, "Losses and impulse response of a parabolic index fiber with random bends," *B.S.T.J.*, vol.52, no.12, pp.1423-1437, Oct. 1973.
- [2] J.N. Fields, "Attenuation of a parabolic index fiber with periodic bends," *Appl. Phys. Lett.*, vol.36, no.10, pp.799-801, May 1980.
- [3] A.G.W.M. De Jongh, M.B.J. Diemeer, E.S. Trommel and A.H.E. Breuls, "Simple fiber-optic sensor for detecting water penetration into optical fiber cable," *Electronic Lett.*, vol.19, no.23, p.980, Nov.1983.
- [4] L.T. Wood and F. Romero-Boria, "Optical Attenuation by periodic microdistortions of a sensor fiber," *Opt. Lett.*, vol.10, pp.632-634, Dec. 1985.
- [5] M.B.J. Diemeer and E.S. Trommel, "Fiber-optic microbend sensors: sensitivity as a function of distortion wavelength," *J. Opt. Soc. Am.*, vol.9, no.6, pp.260-262, June. 1984.
- [6] A.C. Vgural, *Advanced Strength and Applied Elasticity*. D. Van Nostrand, New York, 1975.
- [7] Crandall, Dahl, Lardener, "An introduction to the mechanics of solids". *McGraw-Hill*, 1972.
- [8] S.P. Timoshenko, James M. Gere, *Mechanics of Materials*. D. Van Nostrand, New York, 1972.
- [9] D. Gloge and E.A.J. Harcatili, "Multimode theory of graded-core fibers," *B.S.T.J.*, vol.52, no.9, pp.1563-1578, Nov. 1973.
- [10] D. Marcuse, "Quantum electronics", *Academic Press*, New York, 1974.
- [11] D. Marcuse, "Derivation of coupled power equations," *B.S.T.J.*, vol.51, no.1, pp.229-237, Jan. 1972. *