

격자형 노치 필터를 이용한 정현파 검출기

(An Adaptive Line Enhancer Using Lattice Notch Filters)

趙 南 翊*, 崔 悰 鎬**, 李 商 郁**

(Nam Ik Cho, Chong Ho Choi and Sang Uk Lee)

要 約

본 논문에서는 잡음에 섞여 있는 정현파의 검출 및 복원을 위하여 격자 형태의 적응 IIR (infinite impulse response) 노치 (notch) 필터를 구성하고 이의 계수를 조절하는 방법을 제안하였다. 그리고 이 방법을 변형하여 적응 계수를 하나만 가지는 적응 필터의 알고리즘도 아울러 제안하였다. 이 방법들은 IIR 필터의 극점이 항상 단위원안에 있게하여 수렴후 필터가 안정하여야 할 조건을 만족하며 기존의 방법들 보다 계산량이 상당히 적다. 이 방법들의 수렴속도에 대한 특성을 알아보기 위하여 입력신호의 주파수, 입력 S/N비 등을 변화시키면서 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 이 방법들의 결과를 기존의 ALE 알고리즘들 중에 수렴속도가 비교적 빠른 것으로 알려진 Rao-Kung의 알고리즘에 대한 결과와 비교하여 보았는데, 본 논문에서 제안한 방법들이 여러가지 경우에 대한 변화가 적고 안정하게 수렴하였고, 수렴속도, 출력 S/N비의 결과도 더 좋은 것으로 나타났다.

Abstract

In this paper, an adaptive IIR (infinite impulse response) notch filter of lattice type is constructed and its adaptation algorithm is proposed for the detection and retrieval of a sine wave signal embedded in noise. A modified method which adapts only one coefficient of the filter is also suggested. All these methods adapt the coefficients while keeping the poles of the filter inside the unit circle on z-plane, and thus they satisfy the condition on the stability of the IIR filter after it has converged. To investigate the convergence characteristics of these methods such as convergence speed and output S/N ratio, intensive computer simulation has been performed by varying the frequency of the sine wave and the input S/N ratio. And the results of the simulation have been compared to those of Rao and Kung's which shows relatively fast convergence speed. The methods proposed here, especially the second one, shows faster convergence speed and higher output S/N ratio than the Rao and Kung's.

*準會員, **正會員, 서울대학교 制御計測工學科

(Dept. of Control and Instrumentation Eng., Seoul Nat'l Univ.)

接受日: 1987年 1月 20日

(* 본 연구는 한국과학재단의 연구비 지원으로 이루어진 것입니다.)

I. 서 론

어떤 신호에 잡음이 섞여 있을 때 적응필터 (adaptive filter)를 사용하여 잡음을 제거함으로써 신호의 S/N비를 높일 수 있다. 이러한 목적으로 사용되는 적응필터를 적응 잡음제거기 (adaptive noise canceller)라고 하며 입력신호가 정현파일 때를 특히 ALE (adaptive

line enhancer)라고 한다. 즉 ALE는 잡음에 섞인 정현파를 찾아내는 적응 필터라 할 수 있다.

최초의 ALE는 Widrow¹¹⁾ 등이 제안한 것으로서 여기에서는 TDL형태(tapped delayed line 형태=direct 형태)의 FIR(finite impulse response) 적응필터를 사용하였다. 그런데 FIR 필터가 원하는 주파수 특성을 갖게 하려면 그 차수가 상당히 높아야 하므로 FIR 필터를 적응 필터로 사용하면 적응시켜야 할 계수가 많아져서 계산량이 많아지고 근사화 방법인 LMS(least mean square) 알고리즘을 사용하므로 계산속도가 상당히 느리다는 단점이 있다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여 적응필터로서 IIR(infinite impulse response) 필터를 사용하는 방법,^{12,13)} 격자형(lattice) 필터를 사용하는 방법^{14,15)} 등이 다양하게 제시되었다.

IIR 필터를 적응필터로 사용하는 경우에는 FIR 필터를 적응필터로 사용한 경우보다 필터의 차수가 낮아지므로 계산량은 줄어드나 적응 과정에서 필터의 극점이 z-평면의 단위원 밖으로 나가는 경우가 생겨서 필터가 불안하게 될 수도 있다는 단점이 있다.¹¹⁾ 격자형 FIR 필터를 적응 필터로 사용하면 TDL 형태의 필터를 사용하였을 때 보다 FWL(finite word length) 효과의 영향을 적게 받는다는 잇점이 있으나,¹⁶⁾ FIR 필터는 필터의 계수가 많아야 하므로 계산량이 크게 줄어들지는 않는다.

최근에는 LMS 알고리즘에서 고정된 계수인 스텝의 크기(step size)를 오차곡면(error surface)의 기울기의 부호에 따라 변화시켜서 수렴속도를 높이는 가변 스텝(variable step) 알고리즘¹⁷⁾이 제안되었다. 이러한 방법을 LMS 방법이 아닌 다른 방법에서도 사용하여 고정된 계수를 적응계수로 하면 수렴속도가 더 빠르게 될 수 있을 것으로 생각한다.

일반적인 신호가 아닌 정현파에서의 잡음제거 또는 일반적인 신호에 섞인 정현파를 제거할 때에는 적응필터의 주파수 특성이 노치(notch) 필터의 특성을 갖도록 하는 것이 바람직하다. 최근에 Rao와 Kung¹⁸⁾ 은 IIR 노치필터를 사용하여 두개의 계수만을 조절하여 정현파와 잡음이 섞인 신호에서 정현파만을 검출하는 방법을 제안하였다. 이와같은 IIR 노치필터를 적응필터로 사용하면 필터의 차수는 크게 낮아지나 이들이 사용한 Gauss-Newton 적응 알고리즘은 매우 복잡하고 초기치에 민감하다는 단점이 있다.

따라서 본 논문에서는 IIR 노치필터를 격자형태의필터로 구성하여 간단한 알고리즘으로 수렴속도를 개선하고 수렴과정중과 수렴후에 필터의 극점이 항상 단위원 안에 있도록 하는 적응 알고리즘을 제안하며 또

한 이것을 약간 변형하여 적응계수를 하나만으로 하고 수렴속도를 더욱 개선하는 적응 알고리즘을 아울러 제안한다.

논문의 순서는 II장에서 Rao와 Kung의 IIR 노치필터에 대하여 간략하게 알아보고 본 논문에서 제안하는 격자형 필터에 대한 설명을 하며 III장에서는 각 방법의 시뮬레이션 결과를, IV장에서는 결론을 제시하기로 한다.

II. 격자형 ALE

Rao와 Kung은 전달함수가 식(1)과 같은 노치필터를 적응필터로 사용하여 그림 1 과 같은 ALE를 구성하였다.¹⁸⁾

$$H(z) = \frac{(1 - re^{j\theta}z^{-1})(1 - re^{-j\theta}z^{-1})}{(1 - \alpha re^{j\theta}z^{-1})(1 - \alpha re^{-j\theta}z^{-1})} \quad (1)$$

이와 같은 필터는 그림 2에서와 같이 영점이 z-평면 상에서 $re^{j\theta}$ 에 있고 극점은 $\alpha re^{j\theta}$ 에 있다. $\alpha=0.95$ 이고, $r=1$ 인 경우에 주파수 특성은 그림 3의 (a)와 같이 나타난다. 따라서 이러한 필터에 정현파와 잡음이 섞인 입력신호를 통과시킬 때 각도 θ 가 입력 정현파의 주파수 f와 샘플링 주파수 f0 사이에 $\theta=2\pi f/f0$ 인 관계를 만족하면 필터의 출력은 정현파가 제거된 잡음이 된다. 따라서 그림 1에서 보는 바와 같이 이 신호를 필터의 입력에서 빼주면 출력은 정현파의 추정치가 된다.

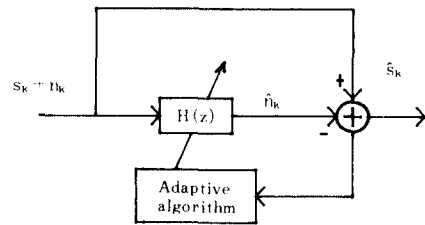


그림 1. 정현파 검출을 위한 적응필터
Fig. 1. Adaptive Filter for the Retrieval of Sinusoids in Noise.

일반적으로 입력 정현파의 주파수를 알고 있더라도 주파수가 시간에 따라 조금씩 변하는 경우, 입력 신호에 정현파의 존재 여부를 모르는 경우나 알더라도 그 주파수가 얼마인지를 모르는 경우에는 노치 필터의 극점의 각도 θ 를 상황에 따라 조절하여야 한다. 식(1)을 전개하면 식(2)와 같고 이는 식(3)과 같이 나타낼 수 있

$$H(z) = \frac{1 - 2r \cos\theta z^{-1} + r^2 z^{-2}}{1 - 2\alpha r \cos\theta z^{-1} + \alpha^2 r^2 z^{-2}} \quad (2)$$

$$= \frac{1 + w_1 z^{-1} + w_2 z^{-2}}{1 + \alpha w_1 z^{-1} + \alpha^2 w_2 z^{-2}} \quad (3)$$

Rao와 Kung의 notch ALE는 각 θ 를 조절하기 위하여 식(3)과 같은 필터에서 w_1 과 w_2 를 조절하는데 그 방법은 필터의 출력에 정현파가 제거되도록, 즉 필터의 출력 \hat{n}_k 의 평균 자승치 $E(\hat{n}_k^2)$ 이 최소화 되도록 하는 것이다. Rao와 Kung은 Gauss-Newton 적응 알고리즘을 사용하여 계수를 조절하였다.

다음은 본 논문에서 사용한 격자형 필터를 이용한 ALE에 대하여 알아본다.

격자형 필터는 TDL 형태의 필터보다 FWL 효과에 덜 민감하다는 장점이 있으며 이러한 장점은 필터의 차수가 높아질수록 현저하게 나타나는데 앞서와 같은 2차의 낮은 차수의 필터를 격자형으로 구성하는 경우에는 이에 대한 큰 효과를 기대할 수는 없다. 그러나 적응 필터를 격자형 필터로 구성하면 차수에 거의 관계없이 보통 형태의 필터를 사용하였을 때 보다 간단한 알고리즘과 빠른 수렴 시간을 얻을 수 있다.

표준형의 격자형 IIR 필터를 notch 필터로 구성하면 각 계수간의 관계식이 매우 복잡하게 되고 적응 알고리즘이 복잡하게 된다. 따라서 본 논문에서는 표준형의 격자형 IIR 필터를 사용하지 않고 그림 4와 같은 형태로 IIR 필터를 구성하였다. 이것은 격자형 all-pole 필터에 격자형 all-zero 필터를 연결한 것으로서 전달함수는 식(4)와 같다.

$$H(z) = \frac{1+k_0(1+k_1)z^{-1}+k_1z^{-2}}{1+a_0(1+a_1)z^{-1}+a_1z^{-2}} \quad (4)$$

식(4)가 식(3)과 같은 notch 필터의 전달함수이려면 각 계수간에는 식(5) 및 식(6)과 같은 관계식이 성립하여야 하며 따라서 식(6) 및 식(7)로 a_0 와 a_1 을 k_0 와 k_1 으로 나타낼 수 있다.

$$a_0(1+a_1) = \alpha k_0(1+k_1) \quad (5)$$

$$a_1 = \alpha^2 k_1 \quad (6)$$

$$a_0 = \frac{\alpha k_0(1+k_1)}{1+\alpha^2 k_1} \quad (7)$$

Rao와 Kung의 방법이 all-zero 부분의 계수 w_1, w_2 를 조절하고 이 값을 이용하여 all-pole 부분의 계수를 조절하는 것과 마찬가지로 여기서는 격자형 FIR 적응 알고리즘을 이용하여 k_0 와 k_1 을 조절하고 식(6)과 식(7)을 이용하여 a_0 와 a_1 을 조절한다. 이렇게 하면 필터의 극점과 영점의 위치는 Rao와 Kung이 사용한 notch 필터와 마찬가지로 그림 2와 같이 된다. 그런데 이와 같은 필터의 극점이 원점과 영점을 연결하는 직선상에서 옆으로 약간 벗어나 있어도 이 필터는 notch 필터의 특성을 가지므로 이러한 성질을 이용하여 a_0 와 a_1 을 조절하는 방법을 식(6)과 식(7)보다 간단하게 할 수 있는데 그 방법은 다음과 같다.

α 가 1에 가까우면 다음 두 식이 성립한다.

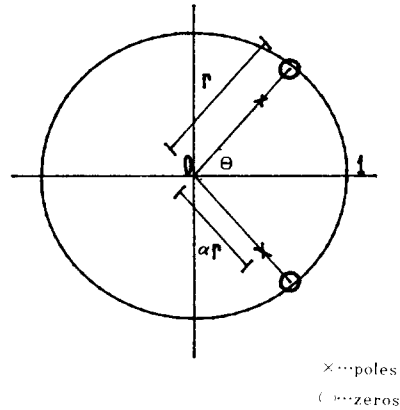


그림 2. notch 필터의 영점과 극점의 위치
Fig. 2. Pole-zero Pattern of the Notch Filter.

$$a_1 = \alpha^2 k_1 \cong \alpha k_1 \quad (8)$$

$$a_0(1+a_1) = \alpha k_0(1+k_1) \cong k_0(1+\alpha k_1) \quad (9)$$

따라서 식(10) 및 식(11)로 계수간의 관계식을 나타내어도 이 필터는 notch 필터의 특성을 갖는다.

$$a_1 = \alpha k_1 \quad (10)$$

$$a_0 = k_0 \quad (11)$$

그림 3의 (a)는 전달함수가 식(1)인 필터의 주파수 특성이므로 전달함수가 식(4)와 같고 계수간의 관계식이 식(6) 및 식(7)로 주어지는 필터의 주파수 특성과 같고 (b)는 전달함수가 식(4)와 같고 계수간의 관계식이 식(10) 및 식(11)로 주어지는 필터의 주파수 특성을 나타낸 것이다. 이들 특성을 비교하여 보면 큰 차이가 없으므로 계수간의 관계식으로 식(10)과 식(11)을 사용하는 것이 더 간단함을 알 수 있다.

따라서 본 논문에서는 식(10)과 식(11)을 계수간의 관계식으로 갖는 그림 4와 같은 notch 필터를 사용하여 ALE를 구성하는 방법 두가지를 제시한다

1. 방법 I

그림 4와 같은 격자형 필터가 안정한 필터일 조건은 $|a_0|$ 와 $|a_1|$ 이 1보다 작아야 한다는 것이다.^{11,6} 따라서 $|k_0|$ 와 $|k_1|$ 도 항상 1보다 작게 하여야 하는데, 적응과정에서 이러한 조건을 항상 만족시킬 수 있는 알고리즘이 Burg 알고리즘이다.^{11,12}

대부분의 격자형 FIR 적응 알고리즘은 필터계수 k_i 가 다음 단의 신호의 평균 자승치를 최소화 하도록 하는 것이다. 이와 마찬가지로 여기에서 제안한 그림 4와 같은 필터에서는 k_0 는 s_1 과 r_1 의 평균 자승치를, k_1 은 s_2 와 r_2 의 평균 자승치를 최소화 하도록 한다. Burg 알고리즘은 이러한 목적을 위하여 최소화할 목적함수의

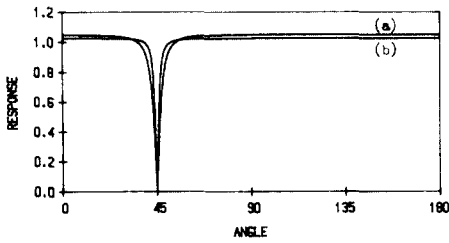


그림 3. $\alpha=0.95$, $r=1$ 일 때의 노치 필터의 주파수 특성
 (a) 전달함수가 식(1)과 같을 때
 (b) 전달함수가 식(4)와 같고 계수간의 관계식이 식(10), (11)일 때

Fig. 3. Frequency Response of the Notch Filter where $\alpha=0.95$, $r=1$.
 (a) Transfer Function is Given by (1).
 (b) Transfer Function is Given by (4) and the Relationships of the Coefficients Satisfy (10) and (11).

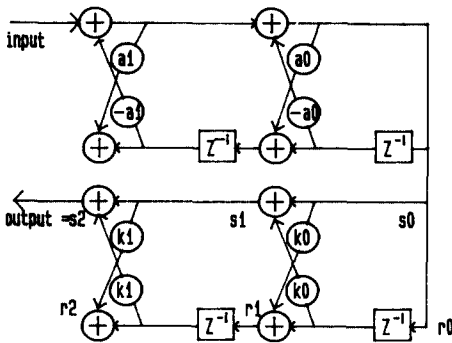


그림 4. 격자형 IIR 노치필터의 구조
 Fig. 4. The Structure of the Lattice IIR Filter.

형태를 다음과 같이 나타낼 것이다.

$$E_m(n) = \sum_{k=0}^n w(n-k) [0.5s_m^2(k) + 0.5r_m^2(k)] \quad (12)$$

$$w(n-k) = \lambda^{n-k}, \quad 0 < \lambda < 1$$

여기서 $w(n-k)$ 는 과거의 데이터에 비중을 적게 주는 함수로서 앞에서 보는 바와 같이 지수함수를 사용하며 λ 를 망각인자(forgetting factor)라 한다. 이때 그림 4에서 알 수 있는 바와 같이 $s_m(n)$, $r_m(n)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$s_m(n) = s_{m-1}(n) + k_{m-1}(n)r_{m-1}(n-1) \quad (13)$$

$$r_m(n) = k_{m-1}(n)s_{m-1}(n) + r_{m-1}(n-1) \quad (14)$$

목적함수 식(12)를 최소화하는 $k_{m-1}(n)$ 이 모든 $n=0, 1, 2, \dots$ 에 대하여 일정한 값 k_{m-1} 이라고 가정하고 식(13)과 (14)를 식(12)에 대입하면 $E_m(n)$ 은 k_{m-1} 에 관한 식

이 되므로 $E_m(n)$ 을 k_{m-1} 에 관하여 미분을 하고 이것을 0으로 하는 k_{m-1} 을 구하면 이 값이 $E_m(n)$ 을 최소로 하는 $k_{m-1}(n)$ 이 된다.

$$k_{m-1}(n) = - \frac{\sum_{k=0}^n w(n-k) s_{m-1}(k) r_{m-1}(k-1)}{\sum_{k=0}^n w(n-k) [0.5s_{m-1}^2(k) + 0.5r_{m-1}^2(k-1)]} \quad (15)$$

이러한 $k_m(n)$ 은 반복적인(recursive) 방법으로 구할 수 있는데, 초기 조건을 적절히 잡아줌으로써 $|k_m(n)| < 1$ 이 되도록 할 수 있으며 따라서 극점이 항상 단위원 안에 있게 할 수 있다.

2. 방법 II (방법 I의 변형)

특성이 좋은 노치필터는 영점이 z -평면의 단위원의 원주상에 있어야 하고 극점이 영점에 매우 가까운 것이다. 즉 식(1)에서 $r=1$ 이어야 하고 α 가 1에 가까울수록 노치필터의 특성이 좋아진다. 앞에서 제안한 적응필터의 경우에도 수렴후에는 영점이 단위원의 원주상에 있게 된다. 즉 계수 k_1 이 1로 수렴한다. 따라서 k_1 을 1로 고정시켜 놓고 k_0 만을 조절하여, 즉 영점이 항상 단위원의 원주상에 있도록 하고 그 각도만을 조절하여 ALE를 구성할 수 있다. 사용하는 필터는 그림 4의 구조를 갖는 필터로서 방법 I에서와 같고 a_0 및 a_1 과 k_0 및 k_1 과의 관계도 앞에서와 같다. 따라서 k_1 이 1로 고정된 상태이므로 a_1 은 α 로 고정된 상태가 된다. k_1 이 고정상수이므로 이제는 k_0 가 필터의 최종 출력인 $s_2(n)$ 과 $r_2(n)$ 의 평균 자승치를 최소화하도록 조절되어야 한다. 그런데 식(13)과 식(14)로부터 식(16) 및 식(17)이 성립함을 쉽게 알 수 있다.

$$s_2(n) = r_1(n-1) + s_1(n) \quad (16)$$

$$r_2(n) = s_1(n) + r_1(n-1) \quad (17)$$

따라서 $s_2(n)$ 과 $r_2(n)$ 은 같은 값을 가지게 되므로 적응방법은 $k_0(n)$ 가 $E\{s_2^2(n)\}$ 을 최소화 하도록 하면 된다. 식(13)과 식(14)를 이용하여 식(16)을 k_0 에 관하여 나타내면 다음과 같다.

$$s_2(n) = r_1(n-1) + s_0(n) + k_0(n)r_0(n-1) \\ = k_0(n-1)s_0(n-1) + r_0(n-2) + s_0(n) + k_0(n)r_0(n-1) \quad (18)$$

방법 I에서와 마찬가지로 $k_0(n)$ 이 그동안 일정한 값 k_0 라고 가정하고 $A(n)$ 과 $B(n)$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$A(n) = s_0(n-1) + r_0(n-1) \quad (19)$$

$$B(n) = r_0(n-2) + s_0(n) \quad (20)$$

그러면 최소화 할 목적함수 $E(n)$ 은 다음과 같다.

$$E(n) = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} s_2^2(k) \\ = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} (A(k)k_0 + B(k))^2 \quad (21)$$

따라서 E(n)을 최소화 하는 k_0 는 방법 I 에서와 같은 방법으로 다음과 같이 나타낼 수 있으며 반복적인 (recursive) 계산이 가능하다.

$$k_0(n) = - \frac{\sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} A(k) B(k)}{\sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} A^2(k)} = - \frac{D(n)}{C(n)} \quad (22)$$

$$D(n) = \lambda D(n-1) + A(n) B(n) \quad (23)$$

$$C(n) = \lambda C(n-1) + A^2(n) \quad (24)$$

앞의 방법 I 과는 달리 항상 $|k_0(n)| < 1$ 이 성립하지는 않으므로 필터의 극점이 단위원 밖으로 나갈 수도 있다. 따라서 극점이 단위원 밖으로 나가지 않도록 $k_0(n)$ 가 1 보다 크면 1로 -1 보다 작으면 -1로 clipping을 한다. 또한 $k_0(n)$ 이 초기에 변동이 심할 수도 있으므로 $k_0(n)$ 을 식(25)와 같은 저주파 필터에 통과시킨 값 $k'_0(n)$ 을 필터계수로 사용한다.

$$k'_0(n) = (1-\gamma) k'_0(n-1) + \gamma k_0(n) \quad (25)$$

($\gamma=0.5$)

III. 시뮬레이션 결과 및 비교

시뮬레이션은 입력 정현파의 주파수와 입력 S/N 비를 변화시키며 여러가지 경우에 대하여 수행하였다.¹³⁾ 백색 가우시안 잡음을 발생시키는 프로그램에는 seed 번호를 입력시켜야 하는데 이 값에 따라 발생하는 잡음의 성질이 상당히 변한다. 따라서 시뮬레이션은 seed번호 30개를 선택하여서 프로그램을 30회 수행한 후 각 결과의 평균값을 결과로 하였다.

샘플링 주파수는 20Hz로 하고 입력 신호의 주파수를 0, 2, 4, 6, 8Hz로 변화시키면서 각 경우에 대하여 S/N비도 변화시켜 수행하였다. 이와 같은 조건으로 입력잡음이 유색인 경우에 대하여도 시뮬레이션을 하였는데 유색잡음은 앞에서 발생시킨 백색잡음을 식(26)과 같은 전달함수를 갖는 저주파 필터에 통과시켜 얻은 신호로 하였다.¹³⁾

$$H(z) = \frac{1 - e^{-2w_0T}z^{-1}}{1 - e^{-w_0T}z^{-1}} \quad (26)$$

(T : 샘플링주기, w_0 : cut-off 각속도)

방법 II 의 경우에는 극점과 영점이 처음부터 원하는 원주상에 있으므로 그 각도의 위치만으로 수렴판정을 할 수 있다. 따라서 방법 II 의 수렴여부의 판정은 영점의 최근 10개의 평균값과 원하는 각도와와의 차이가 0.5도 이하일 때 수렴한 것으로 한다. 방법 I 과 Rao-Kung방법에서는 극점과 영점의 각도뿐만이 아니라 원점으로 부터의 거리도 변하여 나가므로 수렴판정 조건에 각도와 거리를 모두 포함시켰다. 즉, 위와 같은 각도에 의한 수렴조건을 만족하는 동시에 극점의 원점으로 부터의 거리가 0.8이상 1 이하일 조건을 만족할 때

수렴한 것으로 판정한다.

표 1 ~ 6 이 각 알고리즘들에 대한 결과들인데 여기서 F는 입력정현파의 주파수를 나타내며 "SNR"은 입력의 신호대 잡음비를 나타낸다. 그리고 각 표에는 그때 사용된 α 와 λ 의 값이 표시되어 있고 입력잡음이 백색인 경우 유색인 경우가 표시되어 있다. 각 표에서의 결과는 30회의 시뮬레이션 결과중 1000스텝 이내에 수렴한 경우의 값들을 이용하여 계산한 평균값과 표준 편차의 값인데, 여기에서 "C. AVE"는 평균 수렴시간을 나타

표 1. 백색잡음일 때 입력 S/N비에 따른 방법 I 의 수렴시간

Table 1. The Average Time Taken by Method I before Convergence has Occurred for Inputs with Different S/N Ratio (input noise: white) (ALPHA=0.9025, LAMBDA=0.99, INITIAL KO=0.0).

SNR \ F		F				
		0	2	4	6	8
-6	C.AVE	794	511	403	502	560
	C.STD	169	233	236	322	234
	DIVRG	28	7	6	5	9
-3	C.AVE	480	262	218	245	251
	C.STD	193	184	154	218	140
	DIVRG	3	2	2	1	2
0	C.AVE	245	162	139	151	166
	C.STD	129	109	115	136	125
	DIVRG	0	0	0	0	0

표 2. 유색잡음일 때 입력 S/N비에 따른 방법 I 의 수렴시간

Table 2. The Average Time Taken by Method I before Convergence has Occurred for Inputs with Different S/N Ratio. (input noise: colored) (ALPHA=0.9025, LAMBDA=0.99, INITIAL KO=0.0)

SNR \ F		F				
		0	2	4	6	8
-6	C.AVE	517	447	359	569	0
	C.STD	221	308	334	***	***
	DIVRG	1	20	28	29	30
-3	C.AVE	299	258	328	208	547
	C.STD	158	165	234	208	281
	DIVRG	0	1	7	11	14
0	C.AVE	198	135	142	112	173
	C.STD	61	47	124	35	73
	DIVRG	0	0	0	2	2

표 3. 백색 잡음일 때 입력 S/N비에 따른 방법 II의 수렴시간

Table 3. The Average Time Taken by Method II before Convergence has Occurred for Inputs with Different S/N Ratio. (input noise:white) (ALPHA=0.9025, LAMBDA=0.9, INITIAL KO=0.0)

SNR \ F		F				
		0	2	4	6	8
-6	C.AVE	523	392	230	163	259
	C.STD	230	194	182	135	170
	DIVRG	7	3	1	0	0
-3	C.AVE	332	231	119	100	143
	C.STD	220	175	72	52	99
	DIVRG	1	0	0	0	0
0	C.AVE	119	132	63	71	85
	C.STD	77	69	33	27	45
	DIVRG	0	0	0	0	0

표 4. 유색잡음일 때 입력 S/N비에 따른 방법 II의 수렴시간

Table 4. The Average Time Taken by Method II before Convergence has Occurred for Inputs with Different S/N Ratio (input noise:colored) (ALPHA=0.9025, LAMBDA=0.95, INITIAL KO=0.0)

SNR \ F		F				
		0	2	4	6	8
-6	C.AVE	257	262	204	122	101
	C.STD	121	162	160	92	43
	DIVRG	0	6	4	10	19
-3	C.AVE	207	176	112	122	137
	C.STD	104	86	86	159	101
	DIVRG	0	0	0	0	2
0	C.AVE	102	108	71	72	89
	C.STD	63	50	33	41	71
	DIVRG	0	0	0	0	0

내며 "C. STD"는 수렴시간의 표준편차(sampled standard deviation)를 나타낸다. 30회 수행하는 동안 1000 스텝 이내에 수렴조건을 만족하지 않은 경우의 횟수는 "DIVRG"로 표시하였다. 1000스텝이 될 때까지 수렴조건을 만족하지 않았다는 것은 꼭 발산을 한다는 의미는 아니고 그 이후에도 수렴할 수는 있다는 것이다.

이러한 방법으로 시뮬레이션을 하여 방법 I의 백색 잡음에 대한 결과를 표 1에, 유색잡음에 대한 결과를 표 2에 나타내었다. 그리고 방법 II에 대하여 입력잡음

표 5. 백색잡음일 때 입력 S/N비에 따른 Rao-Kung 방법의 수렴시간

Table 5. The Average Time Taken by Rao-Kung's Method before Convergence has Occured for Inputs with Different S/N Ratio. (input noise:white) (ALPHA=0.95, INITIAL PO=1.0)

SNR \ F		F				
		0	2	4	6	8
3	C.AVE	242	326	233	244	372
	C.STD	291	295	245	251	260
	DIVRG	18	15	10	11	17
0	C.AVE	201	183	141	182	174
	C.STD	226	125	59	114	92
	DIVRG	19	6	3	5	7
3	C.AVE	327	211	239	226	233
	C.STD	295	103	165	157	78
	DIVRG	18	1	0	3	3

표 6. 유색잡음일 때 입력 S/N비에 따른 Rao-Kung 방법의 수렴시간

Table 6. The Average Time Taken by Rao-Kung's Method before Convergence has Occurred for Inputs with Different S/N Ratio. (input noise:colored) (ALPHA=0.95, INITIAL PO=1.0)

SNR \ F		F				
		0	2	4	6	8
-3	C.AVE	207	263	144	214	100
	C.STD	198	211	88	199	62
	DIVRG	17	15	16	14	26
0	C.AVE	239	214	208	174	261
	C.STD	231	155	178	167	259
	DIVRG	20	6	4	3	6
3	C.AVE	326	247	227	178	253
	C.STD	323	134	154	83	128
	DIVRG	20	1	2	3	3

이 백색인 경우는 표 3에, 유색인 경우는 표 4에, Rao와 Kung의 알고리즘의 결과중 입력잡음이 백색일 때의 결과는 표 5에, 유색일 때의 결과는 표 6에 정리하였다.

각 방법에 대한 시뮬레이션을 같은 조건에서 하기 위하여 방법 I, II에서는 α 를 0.9025로, Rao-Kung의 방법에서는 α 를 0.95로 하였다. 그 이유는 각 방법에서 영점의 원점으로부터의 거리가 r로서 같다고 할 때

Rao-Kung의 노치필터의 경우에는 식(1)에서 보는 바와 같이 극점의 거리는 αr 이고 방법 I, II의 경우에는 식(4)와 식(10)으로부터 극점의 거리는 $\sqrt{\alpha} r$ 이기 때문이다. 즉, 두 경우 모두 극점의 원점으로부터의 거리가 0.95r이라면 Rao-Kung의 방법에서는 $\alpha=0.95$, 방법 I, II에서는 $\sqrt{\alpha}=0.95$, $\alpha=0.9025$ 가 된다.

방법 I, II의 결과인 표 1~4에는 초기치가 모두 $k_0=0$ 으로 되어 있다. 즉 방법 I의 경우에는 $k_0(0)=k_1(0)=0$ 으로, 방법 II의 경우에는 $k_0(0)=0$ 으로 하여 시뮬레이션을 하였다. Rao-Kung의 방법에서는 초기치가 p_0^{10} 인데 이 방법은 이 값에 매우 예민하며 같은 p_0 에 대하여 주파수 별로 큰 차이를 보였다. 몇가지의 p_0 를 초기치로 사용하여 본 결과 이것이 1일 때 전체적으로 비교적 좋은 결과를 보여 $p_0=1$ 을 사용하여 결과를 정리하였다.

각 결과를 비교하여 보면 입력 S/N비가 0dB나 -3dB일 때 방법 I, II의 경우에는 대부분 1000스텝 이내에 수렴한 반면에 Rao와 Kung의 방법은 입력 잡음의 성질에 민감하다는 것을 알 수 있다.

수렴시간의 평균값과 표준편차들을 비교하여 보면 전반적으로 방법 II, 방법 I, Rao-Kung 방법 순서로 커짐을 알 수 있다. 특히 방법 II는 잡음의 종류, 입력 S/N비, 입력신호의 주파수 등에 관계없이 대부분의 경우에 다른 두 방법들 보다 수렴시간이 작게 나타나서 가장 좋은 결과를 보였다.

신호에 백색잡음이 섞인 경우에 대하여 시간에 따른 평균 오차의 변화과정을 보기 위하여 앞에서와 같은 조건하에서 방법 I, II와 Rao-Kung의 방법에 대한 learning curve를 그린 것이 그림5, 6, 7에 나타나 있다. 여기서의 그림은 $F=4\text{Hz}$, 입력 S/N비는 0dB인 경우에 대한 것이다. 각 결과를 비교하여 보면 표 1~6의 결과들로 비교한 것과 마찬가지로 방법 II의 수렴속도가 가장 빠르다는 것을 알 수 있다. 그림 7의 결과는 p_0 를 표 5의 경우에서와는 달리 0.5로 한 것인데 그 이유는 $F=4\text{Hz}$ 인 경우에 $p_0=1.0$ 에 대한 learning curve가 초반에는 매우 불안하여 오차의 평균 자승치가 2 이상을 넘어가기 때문이다. Rao-Kung 방법은 이와 같이 초기조건 p_0 와 주파수에 따라 수렴특성이 매우 크게 변하는 단점이 있다. 이와 같은 결과들은 앞의 표에서 얻은 결과들과 일치함을 알 수 있다.

방법 II가 다른 방법들 보다 좋은 결과를 주는 이유는 다음과 같다. 모든 방법들이 궁극적으로 적응 필터가 좋은 노치필터의 특성을 갖게 하는데 필터의 영점이 단위원상에 있는 경우가 가장 특성이 좋다. 방법 I과 Rao-Kung 방법은 필터의 영점이 단위원상에 존재하여야 한다는 사전지식을 고려하지 않고 r 와 θ 를

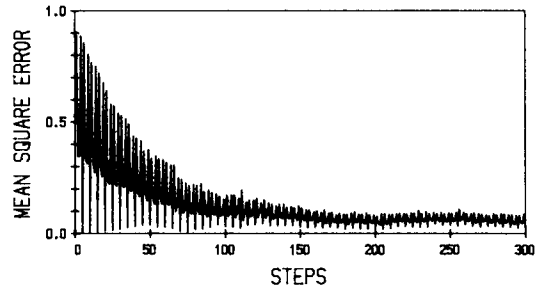


그림 5. 방법 I에 대한 Learning Curve
Fig. 5. Learning Curve for Method I.

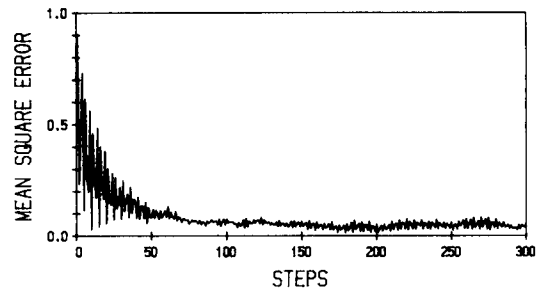


그림 6. 방법 II에 대한 Learning Curve.
Fig. 6. Learning Curve for Method II.

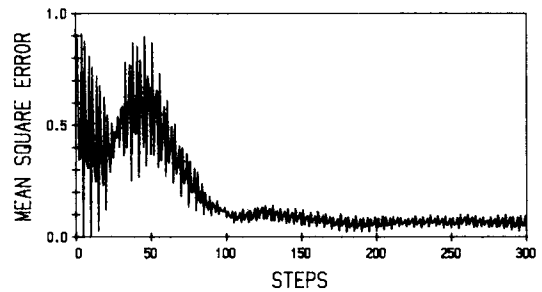


그림 7. Rao-Kung 방법에 대한 Learning Curve
Fig. 7. Learning Curve for Rao and Kung's Method.

동시에 구하는데 반하여 방법 II는 r 을 1로 놓고, 즉 영점을 미리 단위원 상에 놓고 θ 만을 구함으로써 θ 의 참값을 보다 빨리 찾을 수 있기 때문이다.

IV. 결 론

본 논문에서는 격자형 all-pole 필터와 격자형 all-zero 필터를 직렬로 연결하여 격자형 IIR 노치필터를 구성하고, all-zero 부분만의 계수를 조절하여 정현파

를 검출하고 복원하는 ALE를 제안하였다. 여기에서 제안한 알고리즘들은 all-pole 부분의 계수들이 IIR 필터가 안정하게 되는 조건을 만족하므로 수렴후에 필터가 불안하게 되는 경우가 없고 안정한 IIR 필터가 된다.

수렴 특성을 알아본 시뮬레이션 결과들로부터 이 방법들이 비교적 성능이 좋다고 알려진 Rao-Kung의 방법보다 수렴시간의 표준편차가 작아서 잡음의 성질이나 입력 S/N비에 대한 영향을 더 작게 받음을 알 수 있었으며, 그 외에 평균 수렴시간, 출력 S/N비 등과 같은 수렴 특성들도 좋게 나타났다. 특히 방법Ⅱ의 경우에는 1000스텝 이내에 수렴하지 못하는 경우가 거의 없었고, 거의 모든 경우에 다른 방법들보다 수렴 특성이 좋은 것으로 나타났다. 그리고 이 방법들의 계산량은 매우 적으므로 이들을 실시간 동작(real-time implementation)시키는 데에도 큰 문제가 없을 것으로 생각한다.

이 방법들에서 고정계수인 α, λ, γ 등을 앞에서 설명한 가변스텝 방법을 이용하여 적응계수로 하면 더욱 좋은 결과를 얻을 수 있으리라 생각한다. 실제로 이러한 가변스텝 방법과 적응관측자(adaptive observer)를 이용한 ALE에 대한 연구결과는 [13] 다음 기회에 소개 하겠다.

參 考 文 獻

- [1] B. Widrown, S.D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985.
- [2] P.I. Feintuch, "An adaptive recursive LMS filter," *Proc. IEEE*, vol. 64, no. 11, pp. 1622-1624, Nov. 1976.
- [3] M.G. Larimore, J.R. Treichler, C.R. Johnson, Jr., "SHARF: An algorithm for adaptive IIR digital filters," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-28, no. 4, pp. 428-440, Aug. 1980.
- [4] B. Friedlander, "A recursive maximum likelihood algorithm for ARMA line enhancement," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-30, no. 4, pp. 651-657, Aug. 1982.
- [5] D. Parikh, N. Ahmed, S.D. Stearns, "An adaptive lattice algorithm for recursive filters," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-28, no. 1, pp. 110-111, Feb. 1980.
- [6] B. Friedlander, "Lattice filters for adaptive processing," *Proc. IEEE*, vol. 70, no. 8, pp. 829-867, Aug. 1982.
- [7] N. Ahmed and D.H. Youn, "On a realization and related algorithm for adaptive prediction," *IEEE Trans. ASSP*, vol. ASSP-28, no. 5, pp. 493-497, Oct. 1980.
- [8] A.H. Gray, Jr., J.D. Markel, "Digital lattice and ladder filter synthesis," *IEEE Trans. on AU*, vol. AU-21, no. 6, pp. 491-500, Dec. 1973.
- [9] R.W. Harris, M. Chabries, F.A. Bishop, "A variable step (VS) adaptive filter algorithm," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-34, no. 2, pp. 309-316, Apr. 1986.
- [10] D.V. Rao, S.Y. Kung, "Adaptive notch filtering for the retrieval of sinusoids in noise," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-32, no. 4, pp. 791-802, Aug. 1984.
- [11] J. Makhoul, "Stable and efficient methods for linear prediction," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-25, no. 5, pp. 423-428, Oct. 1977.
- [12] J. Makhoul, L.K. Cosell, "Adaptive lattice analysis of speech," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-29, no. 3, pp. 654-658, June 1981.
- [13] 최종호, "적응필터(ALE)에 관한 연구" 한국과학재단연구보고서, 1986년 10월.