

Lyapunov 설계에 입각한 로봇트 매니플레이터의 적응제어 (Adaptive Control of Robot Manipulators Using Lyapunov Design)

柳 鎔*, 南 相 愚*, 金 柄 演*, 朴 殷 瑛*

(Joon Lyou, Sang Woo Nam, Byung Yeun Kim and Eun Young Park)

要 約

본 논문에서는, 매니플레이터가 원하는 경로로부터 벗어남을 조정하기 위한 적응제어 방식이 제시되었다. 이 방식은 새로운 적응제어와 매니플레이터를 경로부근까지 가져가는 기존의 nominal 제어를 결합한 형태이다. 제안된 적응제어는 원하는 경로에 대하여 선형화된 미소변화 방정식을 토대로 Lyapunov 설계법에 의해 이루어졌으며, 이는 미소변화량을 지수적으로 감소시키고 기존의 것에 비해 계산량 부담이 적다.

Abstract

This paper presents an adaptive control scheme which adjusts any deviations of the manipulator from a desired trajectory. The scheme combines a new adaptive control and the conventional nominal control which drives the manipulator to the neighborhood of the trajectory. The proposed adaptive control is developed based on the linearized perturbation equations in the vicinity of the trajectory and the Lyapunov design method, which makes the perturbations exponentially decay and has less computational requirements than the existing ones.

I. 서 론

로봇트 매니플레이터는 널리 사용되고 있으며, 대개는 비교적 간단한 제어시스템을 갖추고 있다. 이러한 제어시스템은 경우에 따라서 적절한 것으로 판명되었으나, 매니플레이터의 성능에 대한 요구가 증대됨에 따라 보다 개선된 형태의 제어기법에 대한 필요성이 대두되었다.

일반적으로 매니플레이터의 운동방정식은 비선형적이고, 조인트(joint)들의 운동이 서로 연관되어 있는 형태로 묘사되어 제어하기가 상당히 어려운 것으로 알려져 있다. 그동안의 많은 연구가 운동방정식의 근사화, 실시간 계산 및 상호결합의 보상에 중점을 둔 것도 이에 연유된다.

매니플레이터의 제어에 있어 빠른 동작, 넓은 범위의 운동 및 부하(payload) 하중의 변화에 대한 성능 저하는 근래에 와서 적응기법의 도입에 관심을 불러일으켰다. Dubowsky^[1]는 간단한 적응법칙을 통하여 각 조인트를 독립제어함으로써 각 조인트의 운동이 규정된 기준모형을 따라 갈 수 있음을 보였고, Koivo^[2]는 자기순환(autoregressive) 모델에 임출력 데이터를 적합화시킨 자기동조(Self-Tuning) 제어기를 적용함으로써

*正會員, 忠南大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Chungnam Nat'l Univ.)
接受日字: 1987年 3月 10日
(※ 본 논문은 1985년도 후반기 과학재단 연구비 지원에 의하여 이루어진 것임.)

써 매니플레이터가 주어진 경로 (trajectory)를 잘 추적할 수 있음을 보였다. Lee⁹⁾와 Choi¹⁰⁾는 제어입력을 nominal 제어와 variational 제어의 두가지 성분으로 나누어 구성하였다. 여기서 nominal 제어는 원하는 경로를 따라 매니플레이터의 비선형성과 상호결합성을 보상하기 위한 부분으로 nominal 로봇 모델로부터 직접 계산되며, variational 제어는 부하하중이나 링크 파라미터들의 불확실성등에 의해 주어진 경로로부터 벗어나는 미소변화량 (perturbation)을 보상하기 위한 부분으로서¹¹⁾에서는 자기동조 방식으로,¹²⁾에서는 Lyapunov 설계에 의한 적응제어 방식으로 구현되었다. 또한 Lim¹³⁾은 Lyapunov 설계에 있어 과도특성 (추종오차의 감속특성)을 개선하기 위한 시도로서 보조입력을 도입하였다.

본 연구는 매니플레이터가 주어진 경로를 가능하면 근접되게 따라가도록 하기 위하여 Lyapunov 설계에 입각한 또 다른 형태의 적응제어 방식을 제시한다. 이 방식은¹⁴⁾의 nominal 제어와 새로운 적응제어를 결합한 형태이다. 제안된 적응제어는 원하는 경로에 대하여 선형화된 동적방정식을 토대로 규정 안정도 (prespecified degree of stability)를 갖는 Lyapunov 실제법¹⁵⁾에 의해 이루어졌으며, 이는 미소변화량을 지속적으로 감소시키고 기존의 것¹⁴⁾에 비해 계산량 부담이 적다. 참고로¹⁶⁾의 경우는 제시된 variational 제어를 행하는데 있어 역행렬을 구하는 등 계산량 부담이 크고, 또한 과도특성을 규정하지 못하는 단점을 가진다.¹⁶⁾의 경우는 과도특성의 개선이 있었지만, 보조입력의 도입에 따라 본 경우의 적응제어측에 비해 계산량이 상대적으로 많이 든다.

II. 문제기술

일반적으로 n개의 자유도를 갖는 매니플레이터의 Lagrange-Euler 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.¹⁷⁾

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)q = \tau \tag{1}$$

여기서 q는 조인트들의 위치, \dot{q} 은 속도, \ddot{q} 은 가속도를 나타내는 n차원의 벡터이다. τ 는 조인트에 가해줄 토크 (torque)나 힘 (force)이며, G(q)q는 중력항, C(q, \dot{q}) \dot{q} 은 Coriolis 힘과 원심력항으로서 모두 n차원의 벡터이다. D(q)는 가속도에 관련된 n×n 관성 행성 행렬이다. 식(1)은 상태벡터를 $z = [q^T, \dot{q}^T]^T$ 로 정의하여 다음의 상태방정식으로 변환될 수 있다.

$$\dot{z} = F(z)z + H(z)\tau \tag{2}$$

여기서 F와 H는 아래와 같이 주어진다.

$$F(z) = \begin{bmatrix} \overset{n}{\bar{O}_n} & \overset{n}{\bar{I}_n} \\ \dots & \dots \\ -D^{-1}G & -D^{-1}C \end{bmatrix} \Bigg\} n, \quad H(z) = \begin{bmatrix} \bar{O}_n \\ \dots \\ D^{-1} \end{bmatrix} \Bigg\} n \tag{2a}$$

(2a)식에서 \bar{O}_n 과 \bar{I}_n 은 각각 n 차원의 영행렬 및 단위행렬을 나타낸다.

원하는 경로가 주어졌을 때, 이에 대응하는 nominal 상태 $z_{no} = [q_{no}^T, \dot{q}_{no}^T]^T$ 와 nominal 토크 τ_{no} 를 정의하자. z_{no} 와 \dot{z}_{no} 는 원하는 경로의 위치, 속도, 가속도 정보에 해당하고 τ_{no} 는 z_{no} 와 \dot{z}_{no} 를 nominal 로봇 모델에 대입하여 얻어지는 토크이다. 주어진 경로에 대하여 (2)식을 선형화하면 (Taylor 급수로 전개하고 1 차항만을 취하면) 다음과 같은 선형 동적방정식을 얻게 된다.

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u \tag{3}$$

여기서 x와 u는 각각 실제값과 nominal 값의 차이로써

$$x = z - z_{no}, \quad u = \tau - \tau_{no} \tag{4}$$

x는 실제 경로가 nominal 모델의 부정확성으로 인하여 원하는 경로와 일치하지 않음으로써 생기는 미소변화량이고, u는 이를 줄이기 위한 variational 토크이다. 아울러 A와 B는 순간위치 및 속도에 의존하는 time varying 행렬로서 아래와 같이 주어진다.

$$A(t) = \begin{bmatrix} \bar{O}_n & \bar{I}_n \\ \dots & \dots \\ -\bar{A}_1(t) & -\bar{A}_2(t) \end{bmatrix}$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} \bar{O}_n \\ \dots \\ D^{-1}(q_{no}) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \bar{O}_n \\ \dots \\ \bar{B}(t) \end{bmatrix} \tag{5}$$

(5)식에서 (A, B)쌍은 completely controllable 하고 \bar{B} 는 관성행렬 D(q)가 symmetric positive definite (spd)하므로 역시 spd하다.

이제 문제는 (3)식의 미소변화량 x를 가능하면 작게 줄이기 위한 variational 제어 u를 결정하는 일인데, 이를 위하여 lyapunov 설계법¹⁸⁾에 의해 적응제어기를 설계하는 방법을 제시한다. 참고로 조인트에 실제 가해주는 토크 τ 는 nominal 토크 τ_{no} 와 적응제어기로부터 계산되는 variational 토크 u를 합성하여 이루어진다. τ_{no} 는 주어진 경로에 대해 off line으로 미리 계산되거나, Newton-Euler 방법¹⁹⁾에 의해 계산될 수 있으며, (2)식의 상태벡터 z는 위치 Encoder 나 속도 Tachometer로부터 측정 가능하다.

III. 적응제어기의 설계

제어 update 속도가 파라미터의 변화에 비해 충분히

높다면, 식(3)은 어느 일정한 구간마다 미지의(unknown) 시불변 시스템으로 간주될 수 있다.¹⁴⁾

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (6)$$

여기서 A와 B는 식(5)의 A(t)와 B(t)에서 t를 빼미지의 상수행렬이다. (6)식에 내재된 기준모델을 부과하면 다음과 같이 변형된다.

$$\dot{x} = A_M x + Bu + (A - A_M)x \quad (7)$$

여기서 A_M 은 임의의 안정한 행렬로서 A와 같은 구조를 갖도록 한다.

$$A_M = \begin{bmatrix} O_n & I_n \\ \dots & \dots \\ \bar{A}_{M1} & \bar{A}_{M2} \end{bmatrix} \quad (7a)$$

(7a)식에서 \bar{A}_{M1} 와 \bar{A}_{M2} 를 대각행렬로 선택하게 되면, A_M 의 고유치는 이들을 통하여 쉽게 지정될 수 있다.

이제 (7)식의 x를 0으로 보내는 제어형태를 다음과 같이 정하자.

$$u = K(t)x \quad (8)$$

여기서 K(t)는 조정변수로써 이를 어떻게 결정하느냐가 중요한 문제로 남게 된다. (8)식의 제어를 (7)식에 인가하면 다음의 케루프 시스템을 얻는다.

$$\dot{x} = A_M x + [A - A_M + BK(t)]x \quad (9)$$

그리고 (9)식의 미소변화량 x를 지속적으로 감소시키는 파라미터 조정법칙은 다음의 정리를 통하여 유도된다.

[정리 1]

(8)식의 K(t)가 다음의 적응법칙에 의해 발생된다면

$$\dot{K} = -\exp(2\alpha t) \Gamma J P x x^T \quad (10)$$

케루프 형태의 미소변화 시스템(9)은 지속적으로 안정하다. 여기서 P는 임의의 symmetric positive definite (spd) 행렬 Q에 대해 다음 방정식을 만족하는

$$P A_M + A_M^T P + 2\alpha P = -Q \quad (10a)$$

유일한 해이고 spd하다. (10a)식에서 양의 실수 α 는 A_M 의 모든 고유치의 실수부가 $-\alpha$ 보다 작도록 선정되어야 한다. 즉

$$\max_i \{\text{Re}(\lambda_i(A_M))\} \leq -\alpha \quad (10b)$$

그리고 (10)식에서 weighting 행렬 Γ 는 spd하게 선택되며, J는 다음과 같이 정의된다.

$$J = [O_n : I_n] \quad (10c)$$

(증명)

(9)식의 오른쪽 두번째 항에서 다음의 matching 조건을 만족하는

$$A - A_M + BK^* = 0 \quad (11)$$

상수행렬 K^* 가 존재함을 A, A_M 및 B의 구조로부터 쉽게 알 수 있다. 편의상 파라미터 오차행렬 $\Phi(t)$ 를 다음과 같이 정의하여

$$\Phi(t) = K(t) - K^* \quad (12)$$

(9)식을 다시쓰면 다음과 같다.

$$\dot{x} = A_M x + B \Phi(t)x \quad (13)$$

다음과 같이 지수함수가 첨가된¹⁵⁾ Lyapunov 함수를 도입하자.

$$V(x, \Phi) = \exp(2\alpha t) x^T P x + \text{Tr}(\Phi^T J B \Gamma^{-1} \Phi) \quad (14)$$

여기서 기호 Tr 은 행렬의 trace를 의미하고, JB는 (5)식의 \bar{B} (t는 빠짐)로서 spd하다. (14)식의 V를 t에 대해 미분하고 (13)식과 (10a)식에 따라 평가하면 다음과 같이 간략화 된다.

$$\dot{V}(x, \Phi) = -\exp(2\alpha t) x^T Q x + 2 \text{Tr} \{ \Phi^T J B (\Gamma^{-1} \dot{\Phi} + \exp(2\alpha t) J P x x^T) \} \quad (15)$$

그런데 (12)식으로부터 $\dot{\Phi} = \dot{K}$ 이므로, (15)식의 오른쪽 두번째 항에서 $\dot{\Phi}$ 을 (10)식처럼 취하면 이 항은 없어지게 된다. 즉 (15)식은 negative semidefinite한 첫 항만 남게 된다. 이상에서 $V > 0$, $\dot{V} < 0$, when $x \neq 0$ 이므로, Lyapunov 안정이론에 의하여 유한한 초기치 $x(0)$ 및 $\Phi(0)$ 와 모든 t에 대하여 $x(t)$ 와 $\Phi(t)$ 는 유한하고, 더구나 $\exp(\alpha t) x(t) \rightarrow 0$, as $t \rightarrow \infty$ 임을 알 수 있다.¹⁶⁾ 이것은 $x(t)$ 가 지속적으로 감소함을 의미한다.

(증명 끝)

본 적응제어 시스템의 구성은 그림 1과 같다. (8)과 (10)식으로 구성된 적응제어기는¹⁴⁾의 것과 비교하여, 역행렬을 계산하는 부분이 없어 구조가 간단하며 미소변화량이 지속적으로 감소함을 규정할 수 있어 성능이 우수하다. 참고로 본 논문과¹⁴⁾의 경우에 대한 제어측 계산량을 대략적으로 비교하기로 하자.

두 경우에 있어 적응법칙의 계산량은 거의 비슷하기 때문에 상태제어 제어를 수행하는 데(본 논문에서는 (8)식, ¹⁴⁾의 경우는 (11)식으로 주어짐) 필요한 계산량만을 비교하기로 한다.¹⁴⁾의 경우는 역행렬 계산으로 인하여 n^3 order의 스칼라 곱 및 더하기 횟수가 필요하나, 반면에 본 논문의 경우는 $2n$ order의 횟수가 요구된다. 또한 ¹⁵⁾의 경우는 본 논문의 경우와 마찬가지로 과도특성을 개선할 수 있으나, 적응제어측 계산량만을 비교하여 보면¹⁵⁾의 경우가 보조입력을 발생하는 부분^{(15)의 (14)식으로 주어짐)} 만큼의 계산이 더 필요하다.

IV. 컴퓨터 모사

3개의 자유도를 갖는 PUMA 560 매니플레이터를 대상으로 제안된 적응제어기의 성능 평가가 VAX 11/780 컴퓨터에서 FORTRAN 77 언어를 사용하여 수행되었다. 아울러 기존의 computed torque 기법에 입각한 비례·미분(PD) 제어기¹⁷⁾와의 성능 비교가 이루어졌다.

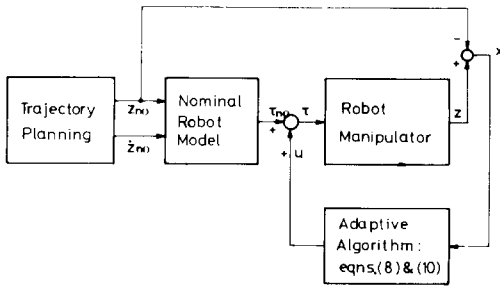


그림 1. 본 적응제어 시스템의 구성도
 Fig. 1. Block diagram of the adaptive control system.

설계변수로서 (7a)식의 \bar{A}_{M1} 및 \bar{A}_{M2} , (10)식의 Γ , (10 a)식의 Q , (10c)식의 α 를 다음과 같이 정하였다.

$$\bar{A}_{M1} = \bar{A}_{M2} = \text{diag}[-5 \ -5 \ -10]$$

$$\Gamma = 5000I_3$$

$$Q = \text{diag} \begin{bmatrix} 1000 & 2000 & 1000 \\ & 100 & 1000 & 100 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = 1.1$$

참고로 위의 \bar{A}_{M1} 와 \bar{A}_{M2} 를 갖는 행렬 A_M 은 안정하며 최대 고유치가 -1.13 으로 주어지므로, (10b) 식으로부터 α 는 $0 \leq \alpha \leq 1.13$ 의 범위내에서 선정되었다. 아울러 PD제어기에 있어 충분히 성능이 좋도록 비례이득(K_P) 및 미분이득(K_V)를 다음과 같이 정하였다.¹⁷⁾

$$K_P = \text{diag} [300 \ 500 \ 1000]$$

$$K_V = \text{diag} [20 \ 50 \ 50]$$

원하는 경로는 4-3-4 방법¹⁷⁾을 사용하여 출발점 $q_1 = [0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]^T$ 로 부터 도착점 $q_r = [60^\circ \ -60^\circ \ 50^\circ]^T$ 까지 1초 동안에 움직이도록 하였다. 그리고 부하조건으로는 다음의 두가지 경우를 고려 하였다.

경우A: 부하가 없고, 관성 tensor 행렬에 10% 오차가 있는 경우

경우B: 최대부하인 2.3kg을 들고 관성 tensor 행렬에 10% 오차가 있는 경우

본 적응제어기와 상수이득을 갖는 PD 제어기의 성능이 표 1을 통하여 비교되었다. 경우 A나 B에 대해서도 제안된 적응제어기가 기존의 PD제어기에 비해 경로 추적상의 최대오차나 최종오차를 훨씬 줄일 수 있음을 알 수 있다. 경우B에 있어 두 제어기에 대한 각 조인트의 위치오차를 그림 2-4에 걸쳐 도시하였다. 그리고 두 제어기로 부터 계산되어 조인트 2에 실제 가해질 토오크를 그림 5에 보였다. 그림에서 보는 바와 같이 본 적응제어기에 있어서도 $\alpha = 1.1$ 일 때가 $\alpha = 0$ 일 때 보다 성능이 우수함을 알 수 있다. 이는 $\alpha = 0$ 인 경우¹⁶⁾에서와 마찬가지로 오차의 감소특성을 규정하지 못하기 때문이다.

V. 결 론

로봇 매니퓰레이터의 비선형성, 상호결합성, 링크 파라미터나 부하하중의 불확실성을 보상하기 위한 적응제어 방식이 제시되었다. 본 방식은 로봇 nominal 모델로 부터 계산되는 nominal 제어와 원하는 경로에 대하여 선형화된 모델을 기반으로 Lyapunov 설계를 이용한 적응제어로 구성된다.

선형모델의 파라미터가 천천히 변한다는 가정 및 간단한 제어기의 구조 아래서 적절한 Lyapunov 함수를 선정하여 적응법칙을 유도한 결과, 기존의 방법¹⁶⁾에 비해 계산량을 적게 들이면서 추종오차가 지수적으로 감소할 수 있음을 보였다. 아울러 PUMA 매니퓰레이터를 대상으로 컴퓨터 모사를 통하여 본 방식이 기존의

표 1. PD와 적응제어기의 비교

Table 1. Comparisons of the PD and the adaptive controller.

Loading Condition	Joint	PD Controller		Adaptive Controller ($\alpha = 1.1$)	
		Trajectory Tracking		Trajectory Tracking	
		Max-error (deg)	Final Position error (deg)	Max. error (deg)	Final Position error (deg)
No load and 10% error in inertia tensor	1	0.151	0.092	0.023	0.008
	2	0.151	0.017	0.015	0.001
	3	0.333	0.058	0.001	0.000
Max. load and 10% error in inertia tensor	1	0.954	0.954	0.144	0.007
	2	0.818	0.245	0.363	0.311
	3	0.334	0.040	0.011	0.001

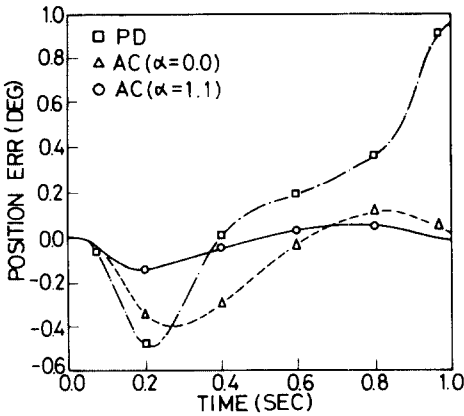


그림 2. 경우 B: 두 제어기를 사용한 조인트 1의 위치 오차
 Fig. 2. CaseB: Joint one position error using both controllers.

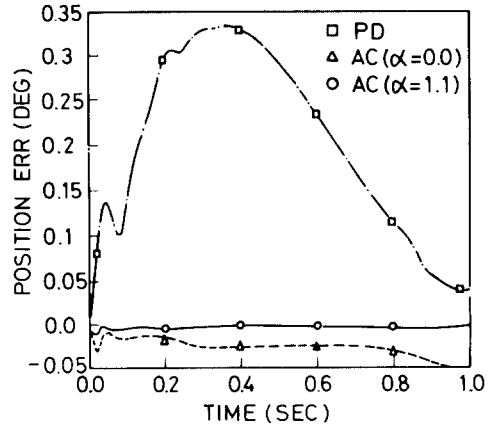


그림 5. 경우 B: 두 제어기로 부터 계산된 조인트 2의 실제토크
 Fig. 5. CaseB: Applied torques computed from both controllers to joint two.

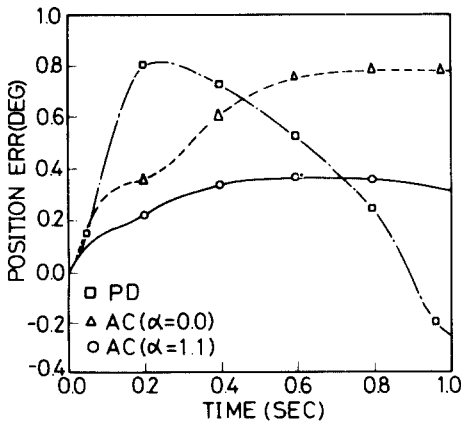


그림 3. 경우 B: 두 제어기를 사용한 조인트 2의 위치 오차
 Fig. 3. CaseB: Joint two position error using both controllers.

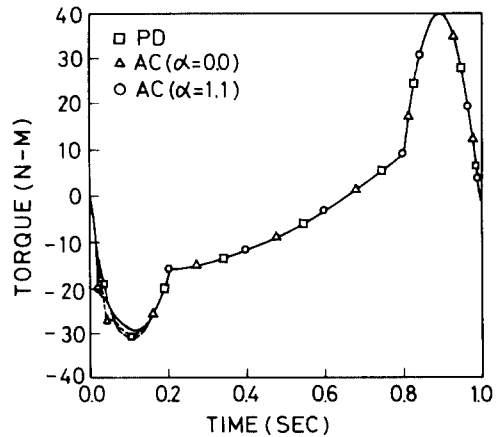


그림 4. 경우 B: 두 제어기를 사용한 조인트 3의 위치 오차
 Fig. 4. CaseB: Joint three position error using both controllers.

PD제어기나 적응제어 방식에 비해 성능이 우수함을 확인할 수 있었다.

본 논문에서는 연속시간에 대해서만 다루었으나 앞으로 이산시간 제어기법에 대한 연구가 수행될 예정이다.

参 考 文 献

[1] S. Dubowsky and D.T. Desforbes, "The Application of MRAS to Robotic Manipulators," *ASME Jour. of DSME*, vol. 101, pp. 193-200, 1979.

[2] A.J. Koivo and T.H. Guo, "Adaptive Linear Controller for Robotic Manipulators *IEEE Trans. Auto. Contr.*, vol. 28, pp. 162-171, 1983.

[3] C.S.G. Lee and M.J. Chung, "An Adaptive Control Strategy for Mechanical Manipulators," *IEEE Trans. Auto. Contr.*, vol. 29, pp. 837-840, 1984.

[4] Y.K. Choi, M.J. Chung and Z. Bien, "An Adaptive Control Scheme for Robot Manipulators," *Int. Jour. of Contr.*, vol. 44, pp. 1185-1191, 1986.

- [5] K.Y. Lim and M. Eslami, "Adaptive Controller Designs for Robot Manipulator Systems Using Lyapunov Direct Method," *IEEE Trans. Auto. Contr.*, vol. 30, pp. 1229-1233, 1985.
- [6] J.Y.S. Luh, M.W. Walker and R.P. Paul, "On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators," *ASME J. of DSME*, vol. 102, pp. 69-76, 1980.
- [7] R.P. Paul, "Modelling, Trajectory Calculation and Servicing of a Computer-Controlled Arm," Ph.D. Dissertation, Stanford University, 1972.
- [8] K.S. Narendra and L.S. Valavani, "Stable Adaptive Controller Design-Direct Control," *IEEE Trans. Auto. Contr.*, vol. 23, pp. 570-582, 1978.
- [9] 김영석, 변증남, "Exponentially Stable Continuous Time MRAC", 1985년도 대한전기학회계측제어 연구회 추계 학술회의 논문집, pp. 10-12.