

히스토그램의 양방향 분포함수를 이용한 영상분할

(Image Segmentation Using Bi-directional Distribution Functions of Histogram)

南 允 錫*, 河 永 浩**, 金 秀 重**
(Yoon Seok Nam, Yeong Ho Ha and Soo Joong Kim)

要 約

모드(mode)에 관한 정보를 갖지 못한 영상의 히스토그램으로 부터 양방향 분포함수의 곡률을 이용한 영상분할 방법을 제안하였다. 곡률은 진동함수로서 다항식물로 근사화될 수 있다. Chebyshev 다항식을 사용한 곡률의 근사화는 최소자승법을 이용하였고 가우스제거 방법으로 비동차선형방정식을 푼다. 제안된 알고리즘은 한 방향으로만 히스토그램 분포함수를 이용할 때 고려되지 않을 수도 있는 임계점들을 다른 방향의 히스토그램으로 부터 보강하도록 하여 효과적인 영상분할을 하였다.

Abstract

Image segmentation based on the curvature of bi-directional distribution functions of histogram with no mode informations is proposed. The curvature is an oscillating function and can be approximated to a polynomial form with a least square method using the Chebyshev basis. Nonhomogeneous linear equations are solved by Gauss-elimination method. In the proposed algorithm, critical points of the curvature are obtained on each direction to compensate the segmentation parameters, which can be ignored in only one-directional histogram.

I. 서 론

영상분할은 주어진 영상으로부터 관심있는 정보를 얻기 위하여 영상을 의미있는 영역으로 분할하는 과정이다.

영상의 히스토그램을 이용하여 영상분할을 행하는 경우에는 n 개의 mode를 갖고 있는 히스토그램을 n 개의 가우스곡선이 합하여진 것으로 해석한다.^{1,2} 히스토그램이 어떠한 mode도 나타내지 못 하면 모

든 기법들에^{3,4} 의하여 영상분할이 이루어져야 하며 히스토그램을 이용할 때 보다 수행시간이 훨씬 길다. 또한 히스토그램의 곡률⁵ (curvature)을 이용한 영상분할도 가능하며 최근에는 히스토그램 분포함수의 곡률을 이용한 영상분할 방법⁶이 제안되었다.

본 논문에서는 히스토그램 분포함수의 곡률을 양방향으로부터 구한 임계점들을 서로 보완하여 영상분할에 필요한 각 영역의 새로운 문턱값을 얻는 방법을 제안하였다.

*正會員, 韓國電子通信研究所
(Electronics and Telecommunications Research Institute)

**正會員, 慶北大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Kyungpook Nat'l Univ.)
接受日字: 1987年 5月 20日

II. 제안된 영상분할 알고리즘

1. 히스토그램 분포함수의 곡률

영상의 히스토그램 H(k)는 명암도 k를 갖는 화소의 수이며, 히스토그램의 합을 단위 1로 표준화한 H(k)는 영상에 대한 k의 확률분포가 된다. 즉

$$\sum_{k=0}^{2^l-1} H(k) = 1 \quad (1)$$

여기서 l 은 bit 수를 나타낸다. 히스토그램 분포함수 $F(k)$ 는 명암도가 k 이하인 화소들의 좌률이다. 즉,

$$F(k) = \sum_{i=0}^k H(i) \quad (2)$$

$F(k)$ 는 단조증가 함수이며 히스토그램이 갖는 정보를 모두 가지므로 히스토그램과 마찬가지로 영상분할에 이용될 수 있다.

분포함수의 곡률 $C(k)$ 는 분포함수 $F(k)$ 로부터 다음과 같이 표현된다.

$$C(k) = F''(k) / [1 + (F'(k))^2]^{1.5} \quad (3)$$

여기서 $F'(k)$ 와 $F''(k)$ 는 다음과 같다.

$$F'(k) = \frac{1}{2m} [F(k+m) - F(k-m)] \quad (4)$$

$$F''(k) = \frac{1}{2n} [F'(k+n) - F'(k-n)] \quad (5)$$

식(4)와 (5)의 m 과 n 은 smoothing의 정도를 나타낸다.

2. 곡률의 해석

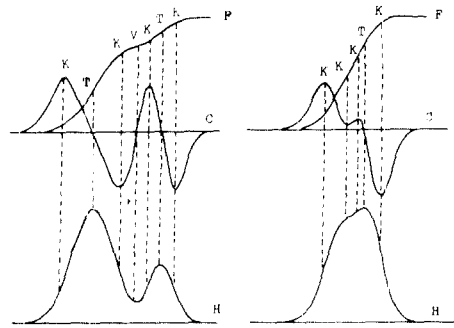
두개의 가우스함수가 합여진 이상적인 히스토그램 $H(x)$ 는 다음 식으로 표현된다.

$$H(x) = \text{EXP}[-(x-a)^2/2\sigma^2] + r \cdot \text{EXP}[-(x-b)^2/2s^2] \quad (6)$$

여기서 x 는 구간[1, 1]의 독립변수, a 및 b 는 각mode의 평균이고 σ 및 s 는 각 mode의 표준편차 그리고, r 은 두 mode의 가중비(weighting ratio)를 나타낸다. 그림 1은 식(6)으로부터 만들어진 이상적인 히스토그램과 그의 분포함수 그리고 분포함수의 곡률을 나타낸다.

식(3)의 곡률에는 영상분할에 유용한 몇몇 임계점들(영점 및 극점들)이 존재한다. 그림 1을 살펴보면, 곡률의 부호가 바뀔 때 분포함수의 기울기는 더 작아지거나(그림 1, 점T) 더 커지며(그림 1, 점V) 점T와 점V는 단일 mode를 가지는 히스토그램을 영상분할에 이용하기 위하여 $(n-1)$ 개의 문턱값을 각 mode의 계곡 부분에 해당하는 값으로 대치시키는 것과 관련지으면 점V는 특히 중요하다. 또 다른 임계점(극소점, 극대점) K는 점V 또는 점T가 뚜렷하지 못할 때 유용하다.

그림 1 (a)에서 임계점들의 순서는 K-T-K-V-K-T-K이며 히스토그램과 비교하여 두 mode를 분리하기 위한 문턱값으로 V가 적당함을 알 수 있다. 그림1(b)에서 임계점들의 순서는 K-K-K-T-K이다. 여기서 곡률의 두 인접한 극점은 그림 1 (a)와 달리 곡률의 영교차(zero crossing) 점 V 또는 T에 의하여 분리되어 있지 아니하므로 인접한 극점들 사이에 새로운 영교차점을 만들어 문턱값을 구할 수 있다.



(a) $a=0.5, b=0.3, \gamma=0.5$, (b) $a=0.5, b=0.325, \gamma=1, \sigma=0.06, s=0.036, \sigma=0.095, s=0.076$

그림 1. 이상적인 히스토그램, 그의 분포 함수와 곡률
H: 히스토그램
F: 분포 함수
C: 분포 함수의 곡률

Fig 1. Ideal histograms, their distribution functions, and curvatures.
H: histogram.
F: distribution function.
C: the curvature.

그림 2에서 새로운 영교차점은 다음과 같이 구한다.

$$X_{zero} = X_1 + \frac{X_2 - X_1}{2} \left[1 - \frac{C_2 - C_1}{C_2 + C_1} \right] \quad (7)$$

식(7)에서 C_1 (또는 C_2)이 zero일 때 $X_{zero} = X_1$ (또는 X_2)이다. 새로운 영교차점은 T 또는 V일 수 있으며 그림 2에서는 V가 만들어 진다.

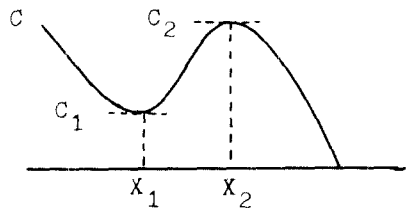


그림 2. 영점들로 고립되지 않은 극점을 갖는 곡률의 예

Fig. 2. Example of a curvature with the extreme which are not separated by zeros.

식(3)과 그림 1을 비교하면 $F'(k)$ 는 히스토그램의 smoothing된 함수이며 $F''(k)$ 는 $F'(k)$ 의 도함수이므로 곡률 $C(k)$ 의 부호는 smoothing된 히스토그램의 도함수와 같다. 따라서 곡률 $C(k)$ 의 부호가 음에서 양으로 변하는 점이 히스토그램의 계곡부분 V와 일치하므로 영상분할을 위한 문턱값이 될 수 있다.

3. 곡률의 근사화

실제 영상에서 구한 히스토그램 $H(k)$ 는 이상적인 연속함수가 아니므로 곡률 $C(k)$ 로부터 임계점을 구하기 위하여 곡률 함수를 근사화 할 필요가 있다. 본 논문에서는 가중된 제 1종 Chebyshev 다항식을 이용하여 최소자승법(least square method)으로 근사화 한다.

$$C'(k) = \sum_{n=0}^M A_n T_n(k) \tag{8}$$

$$E^2 = \sum_{k=k_{min}}^{k_{max}} [C(k) - C'(k)]^2 \tag{9}$$

여기서 $C'(k)$ 는 근사화된 곡률, M 은 근사화 최고차수, A_n 은 근사화계수, $T_n(k)$ 는 가중된 제 1종 Chebyshev 다항식이며 E^2 은 오차의 제곱의 합, k_{min} 및 k_{max} 는 근사화구간을 나타낸다. Chebyshev 다항식은 독립변수가 $[-1, 1]$ 구간에 존재해야 하므로 먼저 명암도 $[0, 2^n - 1]$ 구간을 $[-1, 1]$ 구간으로 변환한다. 식(9)의 오차를 최소로 하는 근사화계수 $A_0 \sim A_M$ 을 구하기 위하여 가우스제거(Gauss elimination) 방법을 사용하였다.

4. 히스토그램의 양방향분포함수를 이용한 영상분할

실제 영상의 히스토그램은 이상적이지 못하므로 진동하는 곡률을 근사화하는 과정에서 오차가 발생하여 서로 일치하는 결과를 얻기 어렵다.

본 논문에서는 이러한 결점들을 보완하기 위하여 그림 3에서와 같이 각 근사화 차수에서 히스토그램을 반

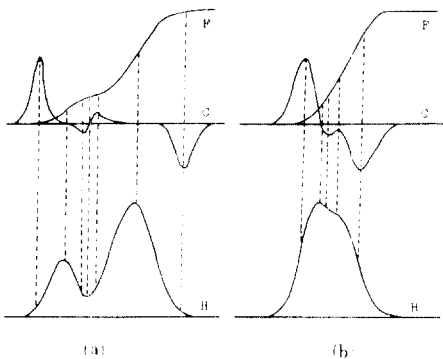


그림 3. 그림 1의 반전된 히스토그램, 그들의 분포함수 및 곡률

(a) 그림 1(a)의 반전된 히스토그램
(b) 그림 1 (b)의 반전된 히스토그램

Fig. 3. The reversed histograms of Fig. 1(a), their distribution functions and curvature.

(a) Reversed histogram of Fig. 1(a).
(b) Reversed histogram of Fig. 1(b).

전시켜 고려하였다. 명암도(0(black)~255(white)) 배열의 히스토그램을 순방향(forward), [255~0] 배열의 히스토그램을 역방향(backward)으로 둔다.

각 방향의 히스토그램으로부터 구한 임계점들은 서로 유사하거나 또는 한 결과에만 나타날 수 있으며, 서로 유사한 임계점은 그 평균을 새로운 임계점으로 하고 한 방향에만 나타나는 임계점은 그 점을 새로운 임계점으로 한다.

또한 근사화 과정에서 많은 의미없는 영역이 특히 분포함수의 평편한 부분에서 많이 발생하며, 이러한 의미없는 영역들은 인접한 영역으로 합성시켜 영상분할이 의미있는 영역들 만으로 이루어지게 한다. 여기에 대한 판단으로 분포함수를 이용하여 가장 밝은 영역과 가장 어두운 영역에 대하여서는 0.5% (256×256 영상에서 327개의 화소), 나머지 영역들에 대하여서는 1% (256×256영상에서 655개의 화소)의 분포값을 주이 어떤 영역이 이 분포값을 넘지 못할 때 의미없는 영역으로 해석하여 인접한 영역으로 합성하였다. 0.5% 및 1%는 4~7 개의 영역으로 영상분할 되는 실험 결과의 의미있는 영역과 비교하여 충분히 작은 값으로 영역합성의 분포값으로 타당하다.

III. 결과 및 고찰

1. 시뮬레이션 및 결과

명암도 256을 갖는 256×256 크기의 영상들인 COIN-PLATE, 그리고 PLANT에 대하여 본 알고리즘을 적용하였다. 시뮬레이션 순서는 다음과 같다.

- [단계1] 영상의 히스토그램을 구한다.
- [단계2] 순방향 히스토그램과 역방향 히스토그램에 대한 각각의 분포함수를 구한다.
- [단계3] 순방향 및 역방향 히스토그램에 대한 곡률을 구하여 근사화 한다.
- [단계4] [단계3]의 결과로부터 새로운 분포값을 구한다.
- [단계5] 분포함수를 이용하여 의미없는 영역을 인접한 영역으로 합성한다.
- [단계6] 히스토그램을 이용하여 각 영역의 평균값을 구한다.
- [단계7] - [단계5]와 [단계6]의 결과를 이용하여 영상분할을 한다.

일반적으로 낮은 근사화 차수에서는 곡률의 임계점들이 히스토그램의 특성을 충분히 나타내지 못하므로 영상분할된 결과는 원래 영상의 각 영역을 잘 표현하지 못하였다. 높은 근사화 차수에서는 차수에 따라 약간의 차이를 보이나 히스토그램의 특성을 유사하게 잘

나타내었다. 그러나 곡물의 근사화에 요구되는 연산량은 차수가 높아질수록 많아진다. 따라서 적절한 차수의 선택이 요구되어지며 각 영상에 대하여 근사화 차수를 8 차에서 18 차까지 실험하였다.

표 1 은 COUPLE 영상, 표 2 는 PLANT 영상에 대한 결과이며 10 차 이상의 근사화 차수에서 대개 4~7 의 영역을 가졌다. 순방향 히스토그램의 결과는 F(forward), 역방향은 B(backward)로 나타내었으며, 두 결과로 부터 얻어진 새로운 결과를 영역합성한 후 얻어진 최종 결과는 N(new)으로 나타내었다. 각 영역에 대한 명암도의 대표값으로는 영역의 평균명암도를 사용하였으며 표에서 A(average)로 나타내었다.

표 1. COUPLE 영상의 결과
Table 1. Results of COUPLE image.

Order		Gray level
16	F	0, 9, 36, 64, 111, 149, 189, 224, 245, 255
	B	0, 10, 37, 154, 189, 224, 244, 255
	N	0, 9, 36, 64, 111, 151, 255
	A	3, 21, 49, 80, 126, 161
17	F	0, 9, 39, 96, 137, 178, 213, 238, 250, 255
	B	0, 10, 37, 139, 188, 222, 244, 255
	N	0, 9, 38, 96, 138, 255
	A	3, 21, 61, 110, 153

표 2. PLANT 영상의 결과
Table 2. Results of PLANT image.

Order		Gray level
16	F	0, 6, 14, 51, 93, 189, 223, 243, 255
	B	0, 5, 14, 54, 92, 190, 224, 244, 255
	N	0, 52, 92, 189, 223, 255
	A	39, 70, 125, 204, 242
17	F	0, 6, 15, 47, 89, 137, 183, 239, 252, 255
	B	0, 5, 15, 50, 89, 184, 214, 237, 255
	N	0, 48, 89, 137, 183, 214, 255
	A	36, 67, 112, 151, 196, 237

그림 4 는 원래의 COUPLE 영상과 PLANT 영상들을 나타내며 그림 5 는 제안된 방법과 단지 역방향 히스토그램 분포함수에 의해서 영상분할된 결과들을 보여준다.

제안된 방법에 의한 영상분할(그림5(a) 및 (c))에 비하여 한방향 히스토그램 분포함수만을 이용한 영상분할(그림5(b) 및 (d))에서 분턱값의 누락에 따른 영역들의 부정확한 합병현상을 볼 수 있다.

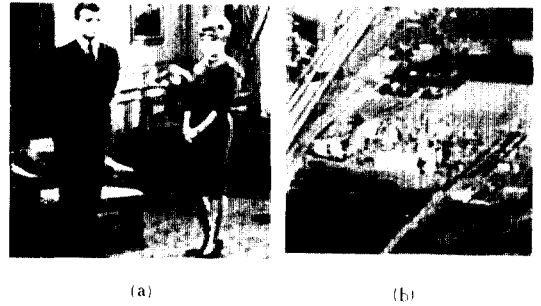


그림 4. 원래 COUPLE 영상과 PLANT 영상
(a) 원래 COUPLE 영상
(b) 원래 PLANT 영상
Fig. 4. Original COUPLE and PLANT images.
(a) COUPLE image
(b) PLANT image.

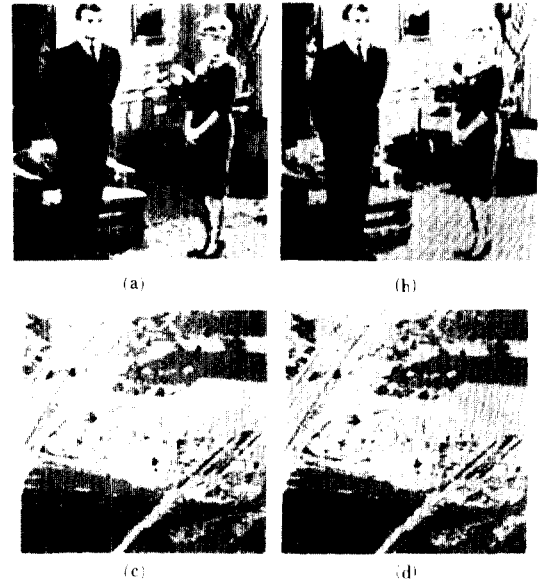


그림 5. 영상 분할된 COUPLE 영상과 PLANT 영상
(a) 분할된 COUPLE 영상(근사화 차수=16)
(b) 역방향 히스토그램에 의해 분할된 COUPLE 영상
(c) 분할된 PLANT 영상(근사화 차수=17)
(d) 역방향 히스토그램에 의해 분할된 PLANT 영상

Fig. 5. Segmented COUPLE and PLANT images.
(a) Segmented COUPLE image (approximation order : 16).
(b) Segmented COUPLE image by only backward histogram.
(c) Segmented PLANT image (approximation order : 17).
(d) Segmented PLANT image by only backward histogram.

2. 수행시간

본 알고리즘을 FORTRAN 프로그램으로 수행할 때 요구되는 곱셈과 나눗셈의 수를 계산하므로써 대략적인 수행시간을 비교한다.

$$N = k_{max} - k_{min} + 1$$

로 가정하고, 가중된 제 1 종 Chebyshev 다항식으로 곡률을 M 개까지 최소자승기법으로 근사화할 때의 곱셈과 나눗셈의 수를 계산한다. 중요한 3 개의 부분프로그램의 연산량은 다음과 같다.

부분프로그램 1 - 각 점에 대한 Chebyshev 다항식의 값을 M 개까지 계산한다; $N(M + 1)$

부분프로그램 2 - 최소자승기법을 사용하기 위하여 $(M + 1)$ 개의 미지수와 $(M + 1)$ 개의 방정식을 갖는 비동차 선형계의 계수를 계산한다;

$$[M(M + 1)/2 + M] \cdot N$$

부분프로그램 3 - 가우스제거법을 사용하여 비동차선형 방정식을 푼다; $(M + 1)(M - 2)(2M - 3)/6$

이다. 따라서 전체 연산의 수는 약, $M^2(N + M)$ 이다.

IV. 결 론

본 논문은 mode에 관한 정보를 갖지 못한 일반적인 영상에서 히스토그램을 영상분할에 이용하는 한 방법을 제안하였다. 즉 제안된 알고리즘은 한 방향 히스토그램을 이용할 때 고려되지 않을 수도 있는 곡률의 임계점을 다른 방향의 히스토그램으로 부터 찾아내어 영상분할에 필요한 각 영역의 새로운 문턱값을 구하여 효과적인 영상분할을 얻도록 하였으며 또한 양방향 히스토그램으로 부터 서로 일치하지 아니하는 문턱치에 대한 오차를 줄였다.

본 알고리즘의 적용으로 근사화 차수에 따라서 영상분할의 결과가 거의 유사하게 되어 근사화 과정에 따른 오차를 줄였다.

참 고 문 헌

- [1] A. Rosenfeld and A.C. Kak, *Digital Picture Processing*, Academic Press, New York, pp. 55-190, 1982.
- [2] W.K. Pratt, *Digital Image Processing*, John Wiley, New York, pp. 514-550, 1978.
- [3] R.M. Haralick and L.G. Shapiro, "Image segmentation techniques," *Comput. Graphics and Image Process.* 29, pp. 100-132, 1985.
- [4] G.B. Coleman and H.C. Andrews, "Image segmentation by clustering," *Processings of the IEEE*, vol. 67, no. 5, pp. 773-785, May 1979.
- [5] H.J. Gay, *Analytic Geometry and Calculus*. McGraw-Hill, New York, pp. 261-268. 1950
- [6] W.A. Perkins, "Area segmentation of images using edge points," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. PAMI-2, no. 1, Jan. 1980.
- [7] S. Boukharouba, J.M. Rebordao and P.L. Wendel, "An amplitude segmentation method based on the distribution function of an image," *Comput. Graphics and Image Process.* 29, pp. 47-59, 1985.