

句股述要圖解·無異解·九章術解(解題)

—한국 과학기술사 자료 대계에서—

한양대학교 이 창 구

1. 유씨구고술요도해(劉氏句股述要圖解)(全史字本一冊, 서울대도서관 소장)

서문에 의하면 저자 남 병길(南秉吉)(1820~1886)이 증인 산학자인 이 상혁(李尙赫)을 통하여 이 책의 원본을 보게 되었다고 하는데, 이 상혁이 어떤 집에서 발견한 이 책의 처음 편자(編者)는 유씨(劉氏)로 되어 있다. 남병길은 그 유씨가 구일집(九一集)의 저자인 홍정하(洪正夏)(1684~?)와 함께 1713년 5월 29일 조선에 와있던 당시 중국의 저명한 산학자인 사력 하국주(司歷何國柱)와 수학을 논한 바 있는 유수석(劉壽錫)이라는 추측을 한다. 이때 유씨는 산학(算學)에 관한 문답을 하는 중 하국주(何國柱)에게 구고술(句股術)의 문제 400여개를 갖고 있다고 시사한 바 있다. 이 책이 단순히 구고술이 아니라 유씨라는 이름을 덧붙인 것은 이러한 내력 때문일 것이다. 저자 남병길은 유씨의 이 원본에 그림을 첨가하여 용이하게 이해할 수 있도록 만들어 출간했다.

이 책의 내용은 직각삼각형에 관한 문제와 그 풀이인데 모두 224문제이다. 피타고

라스의 직각삼각형에 관한 정리는 일반적으로 $a^2+b^2+c^2$ 의 형태로 알려져 있다. a 는 밑변, b 는 높이, c 는 빗변이다. 전통적으로 동양에서는 밑변을 구(句), 높이는 고(股), 그리고 빗변을 현(弦)이라 부른다, 거의 모든 고대문명 국가에서는 직각삼각형의 성질로서 $3^2+2^2=5^2$ 이라는 사실을 알고 있었는데, 특히 고대중국의 산서(算書)인 주비산경(周髀算經)에서는 그 내용을 그림으로 증명하고 있다. 이 증명법은 a, b, c 가 임의의 수일때에도 성립할 수 있는 일반적인 것이다. 그러나 중국의 산서는 전통적으로 $a=3, b=4, c=5$ 의 문제로 다룬 것이다.

중국수학의 전통은 원래 기하학적인 문제에 관해서도 도형을 사용하지 않는 것이 보통이다. 이 책의 특징은 종래의 전통을 탈피하여 적극적으로 도형을 사용하고 있는 점이다. 문제의 내용을 분류하여 보면 다음과 같다.

- 1) 밑변과 높이의 길이를 알고 빗변의 길이를 구하는 것.
- 2) 높이와 빗변의 길이를 알고 밑변의 길이를 구하는 것.
- 3) 빗변과 밑변의 길이를 알고 높이의 길이

- 를 구하는 것.
- 4) 밑변의 길이와 빗변과 높이의 길이의 합을 알고 높이와 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 5) 빗변의 길이와 밑변과 높이의 길이의 합을 알고 밑변과 높이의 길이를 구하는 것.
 - 6) 밑변의 길이와 높이와 빗변의 길이의 차를 알고 높이와 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 7) 높이의 길이와 밑변과 빗변의 길이의 차를 알고 밑변과 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 8) 빗변의 길이와 밑변과 높이의 길이의 차를 알고 밑변과 높이의 길이를 구하는 것.
 - 9) 밑변의 길이와 높이와 빗변의 길이의 곱을 알고 높이와 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 10) 높이의 길이와 밑변과 빗변의 길이의 곱을 알고 밑변과 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 11) 빗변의 길이와 밑변과 높이의 길의 곱을 알고 밑변과 높이의 길이를 구하는 것.
 - 12) 밑변의 길이와 높이와 빗변의 길이의 차 또는 빗변과 높이의 차를 알고 높이와 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 13) 높이의 길이와 밑변과 빗변의 길이의 차 또는 빗변과 밑변의 차를 알고 밑변과 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 14) 빗변의 길이와 밑변과 높이의 길이의 차 또는 높이와 밑변의 차를 알고 밑변과 높이의 길이를 구하는 것.
 - 15) 밑변과 빗변의 길이의 합과 높이와 빗변의 길이의 합을 알고 밑변 · 높이 · 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 16) 밑변과 빗변의 길이의 합과 밑변과 높이의 길이의 차를 알고 밑변 · 높이 · 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 17) 밑변과 높이의 길이의 합과 밑변과 빗변의 길이의 곱을 알고 밑변 · 높이 · 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 18) 밑변과 높이의 길이의 합과 밑변과 빗변의 길이의 차에서 밑변 · 높이 · 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 19) 밑변과 높이의 길이의 차와 밑변과 빗변의 길이의 곱에서 밑변 · 높이 · 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 20) 밑변과 높이의 길이의 차와 밑변과 빗변의 길이의 차에서 밑변 · 높이 · 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 21) 높이와 밑변의 길이의 곱과 밑변과 빗변의 길이의 곱에서 밑변 · 높이 · 빗변을 구하는 것.
 - 22) 높이와 밑변의 길이의 곱과 밑변과 빗변의 길이의 차를 알고 밑변 · 높이 · 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 23) 밑변의 길이의 제곱과 빗변의 길이의 제곱의 합, 그리고 밑변과 빗변의 길이의 차를 알고 밑변 · 높이 · 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 24) 밑변의 길이의 제곱과 빗변의 길이의 제곱의 차, 그리고 높이와 빗변의 길이의 곱을 알고 밑변 · 높이 · 빗변의 길이를 구하는 것.
 - 25) 높이와 빗변의 길이의 합의 제곱에서 밑변의 길이의 제곱을 뺀 값과 높이의 길이를 알고 밑변 · 높이 · 빗변의 길이를 구하는 것.
- 이상의 분류중에서 수학상 동일한 계통을 묶으면 (1)~(3), (4)(5), (6)~(8), (9)~(11), (12)~(14), (15)~(25)로 나눌 수 있다. 결국 이들 문제는 모두 $a^2+b^2+c^2$ 라는

성질을 이용하여 2차방정식을 푸는 문제가 된다. 문제의 배열 순서는 난이도를 감안하여 적절히 학습하기 쉽게 하였고, 특히 설명이 명쾌하다.

2. 무이해(無異解) (全史字本一冊, 국립도서관소장)

저자 남병길(南秉吉)(1820~1869)은 조정의 현직(顯職)에 있으면서 천문학·산학연구에 힘썼으며, 특히 중인산학자인 이상혁과의 공동연구로 한국수학사에 큰 공적을 남겼다. 그의 산학저술로는 양도의도설(量度儀圖說)·측량도해(測量圖解)·유씨구고술요도해(劉氏句股述要圖解)·산학정의(算學正義)·구장술해(九章術解)·집고연단(緝古演段)·옥경세장상해(玉鏡細草詳解)등이 있다.

명말(明末)에 중국에 온 야소회(耶蘇會) 선교사들이 서양식 수학을 전하자 중국 전통수학과 비교연구가 일어났다. 특히 대수방정식의 풀이에 관해서는 그 본질적인 차이점에 대해서 논의가 있었다. 이 책은 그러한 흐름속에서 남병길 자신의 견해를 발표한 것이다. 따라서 저서라기 보다는 논문이라고 할 수 있으며, 그러한 입장에서 본다면 한국 수학사상 최초의 수학논문이라 할 수 있다.

무이해라는 제목은 서로 다른 것이 없음이라는 뜻이며, 표면상의 차이는 있을지언정 근본적인 해법은 똑같다는 뜻이다. 방정식연구로 이름이 높던 청나라의 이에(李銳)(1773~1817)가 차근법(借根法)은 천원술

(天元術)에서 나온 것이긴 하지만 상소법(相消法)에 있어서는 다르다고 한 주장을 논박한 글이다. 즉 이에(李銳)는 차근법(借根法)에서는 등호의 양변에 합이 있지만 천원술에서는 한쪽에만 합이 모인다는 점에서 차이가 있다고 하였는데 남병길은 두 방법이 그 내용상으로 같다고 주장한다. 천원술에서는 음근을 취급하지 않는다는 이태의 설에 대해 그 반대의 예를 들고 있으며, 또 서로 소거하는 방법이 같은 이유를 설명하고 있다.

원래 이에(李銳)는 원나라 이치(李治)의 측원해경(測圓海鏡)과 익고연단(益古演段)의 해법이 다름이 있다고 주장한 것이다. 남병길은 이태의 주장을 반박하기 위해 익고연단에서 4문제, 그리고 측원해경에서 3문제를 뽑아서 논하고 있다.

그러나 이러한 논문형식의 산학책(算學冊)이 출간된 이유는 단순히 동양 산학에서 자생적으로 생긴 것으로는 생각할 수 없다. 서양수학을 의식하여 동양 산학자의 연구태도에 변화가 나타난 것으로 보아야 할 것이다

3. 구장술해(九章術解) (全史字本 九卷二冊, 서울대도서관소장)

저자는 남병길(南秉吉)(1820~1869, 字元號 之一齊·晚香劑)이다. 이 책은 구장산술(九章算術) 위(魏)·유취주(劉徽注)의 주해서(註解書)이다. 원래 구장산술은 중국산학의 기본서이며 동양산학의 원류이다. 서양수학에 유클리드기하학이 절대적인 영향을 준 것처럼 이 책은 동양산학의 기둥이며, 기

하학과 수론에서 회랍수학에 뒤지기는 하지
 단 산술·대수에 관해서는 세계적인 가치가
 있다. 한국수학사에서는 일적 신라와 고려
 산학제도의 기본교과서로 채택되었다.

아홉계장(章)으로 구성되어 있는 이 책에
 는 방전 38문(方田三十八問), 울미 46문(粟
 米四十六問), 쇠분 20문(衰分二十問), 소광
 24문(少廣二十四問), 상공 28문(商功二十八
 問), 균수 28문(均輸二十八問), 영부족 20
 문(盈不足二十問), 방정 18문(方程十八問),
 구고 24문(句股二十四問), 총 246개의 문제
 가 실려 있다.

제 1 장 방전장(方田章)은 주로 전답(田畓)
 의 넓이계산이며, 땅의 형태는 직사각형·
 삼각형·사각형·원·활꼴·원환형 등이다.
 여기에는 넓이계산과 아울러 분수계산이 취
 급되어 있으며, 특히 양분에 관해서는 유크
 리드의 방법과 같다.

제 2 장 울미장(粟米章)은 주로 곡물의 교
 환에 관한 문제를 취급한다. 처음은 울(粟)
 을 기준으로 하였고, 다음에 여러종류의 곡
 물과의 교환율과 이들과의 교환에 관한 문
 제가 있다.

제 3 장 쇠분장(衰分章)에서는 안분비례
 (按分比例)에 관한 문제가 취급되어 있다.
 대표적인 문제로서는 다음과 같은 것을 들
 수 있다. 여자 직공이 매일 배씩 능률을 올
 리며 일한다. 5일에 다섯자를 만들어 낸다
 면 매일 하는 일의 양은 얼마나? 즉 공비2,
 항수 5인 기하급수의 합이 5일 때 각항의 값
 을 계산하는 문제이다.

제 4 장 소광장(少廣章)은 방전장(方田章)
 의 산법을 거꾸로 하는 문제들이다. 즉 ‘직

사각형의 넓이와 일변의 길이가 주어졌을
 때, 다른 변의 길이를 구하는 문제, 또는 원
 넓이를 알고 원둘레를 구하는 문제’ 등이다.

제 5 장 상공장(商功章)은 여러 토목공사
 에 관한 문제이다. 가령 수로공사를 하는데
 소요되는 일의 양, 그리고 인부수등을 계산
 한다. 대체로 여기에 취급되는 부피계산은
 모기둥·모뿔·원기둥·원뿔이 등이며, 하
 루당 노동량은 4계절마다 다른 것으로 되어
 있다.

제 6 장 균수장(均輸章)은 세곡을 수집하
 고 운반하는 문제이다. 가령 “양곡을 수송하
 는데 갑현(甲縣)은 일만호(一萬號)로, 목적
 지까지 가는데 8일이 걸리고, 을현(乙縣)은
 9600호이며 목적지까지 10일이 걸린다. 병
 현(丙縣)은 12350호이며 목적지까지는 13일,
 정현(丁縣)은 12200호이며 목적지까지 20일
 걸린다. 4현에서 사람을 동원하여 250000석
 과 10000대의 수레를 모으려 한다. 목적지
 까지의 거리와 호수(戶數)에 비례하여 동원
 하는 사람수, 양곡의 양을 구하라”는 문제
 이다.

제 7 장 영부족장(盈不足章)은 과부족셈
 에 관한 것으로 복가정법(復假定法)(method
 of double false position)의 문제이며, 2원
 1차연립방정식의 문제로 귀착되는 것들이다.

제 8 장 방정장(方程章)은 2원 또는 3원
 1차연립방정식으로 풀 수 있는 문제들이다.
 이들 문제는 산목을 배열해서 푼다. 이 배
 열하는 방식이 정(程)이며 모양은 방(方)(사
 각형)이다. 이들을 비교 계산하는 데서 방
 정(方程)의 이름이 나왔다. 현재의 방정식
 의 명칭도 여기서 얻은 것이다. 특히 여기

句股述要圖解·無異解·九章術解(解題)

서는 양음술(正負術)의 이듬으로 양수·음수 사이의 가감법칙이 설명되어 있다.

제 9장인 구고장(句股章)은 주로 측량에 관한 문제이며 수학적으로는 직각삼각형에 관한 피타고라스 정리의 응용이다.

이 책의 특색은 실용적인 성격을 가졌다는데 있으며 행정·회계에는 필수적 지식들이 거의 포함되어 있다. 동양수학 특히 한국수학의 특색이 관영적(官營的)인 성격을 갖는다고 한다면 구장산술도 어김없이 이러한 요구에 적응하는 것이다. 매우 중요한 산서(算書)임에도 불구하고 이 책은 조

선조 중기에는 망실되어 있었다. (최석정은 “구수탄”에서 이 책이 이 나라에 없음을 가탄하고 있다.)

남병길은 이 책에서 종래 대수학적으로 취급되어 왔던 것들을 기하학적으로 취급하려고 시도하고 있으며, 특히 원주율의 문제에 관해서는 원을 수많은 등변 3각형으로 세분하여 그 합의 극한치로써 원의 넓이를 구하고 있다. 남병길은 유씨구고술요도해(劉氏句股述要圖解)에서 구고술(句股術)을 도해(圖解)하고 있는데, 그 지식을 그대로 이 책에 반영하고 있다.