

體系信賴性 方法에 基礎한 R.C. 道路橋 上部構造의 近似的 信賴性解析 模型

Approximate Reliability Analysis Model for R.C. Bridge Superstructures
based on Systems Reliability Methods

趙 孝 男*
Cho, Hyo Nam
具 本 性**
Koo, Bon Sung

Abstract

This study is intended to propose a system reliability analysis model for R.C. bridge superstructures based on the systems reliability theory.

Approximately assuming that the ultimate capacity of the superstructures is reached, when two adjacent girders fail subsequently, a practical system reliability model is proposed, which is based on a point estimate for Level II parallel-series system modelling.

The sensitivity analysis of system reliabilities for the variation of the coefficients of correlations between the failure modes is performed by applying the proposed model for R.C. T beam bridges. It is observed that the point estimate method for the proposed model corresponds to the average value of the Ditlevsen's bound, and the system reliability index, β_s , varies quite sensitively according to the variation of the coefficients of correlations.

Systems reliabilities of a few existing T beam bridges are analyzed by applying the proposed practical system reliability method of this study, and, in addition, the preferable direction of the development of the reliability-based code calibration using the system target reliability index concept are suggested.

要 旨

本 研究는 體系信賴性方法에 基礎하여 R.C. 道路橋 上部構造의 體系信賴性 模型을 提案하는데 主要한 點을 두고 있다.

R.C. T 桁橋에서 두개의 인접거더가 파괴될 때 上部構造가 極限耐荷力狀態에 도달된다는 假定하에 Level 2 體系模型化시켜 並直列(parallel-series)體系的 破壞確率을 求하는 點推定 解法을 實用的인 體系信賴性 解法으로 提案하였다.

提案된 體系信賴性模型을 實際 既存橋梁에 適用하여 各 破壞要素 및 破壞모드間 相關係數의

* 正會員 · 陸軍士官學校 教授

** 正會員 · 韓南大學校 工科學 專任講師, 土木工學科

變化에 따른 體系信賴性的 銳敏度 分析을 行하였으며 要素信賴性和 體系信賴性的 關係도 考察하였다.

本 研究에서 提示하는 點推定方法에 의한 體系信賴性은 Ditlevsen 區間解의 平均值에 해당하는 安全側解를 나타내었다. 또한 體系信賴性 β ,는 各 破壞要素 및 破壞모드間 相關係數의 變化에 대단히 銳敏하게 變化하는 것을 알수 있었다.

本 研究에서 提案한 體系信賴性 模型에 의한 近似解法으로 實際 既存橋梁의 體系信賴性을 解析하고 要素信賴性과의 差異를 比較하였으며, 아울러 體系目標信賴性 개념에 基礎한 信賴性規準의 檢定方向을 提示하였다.

1. 序 論

橋梁 또는 海洋構造와 같은 大型土木構造物에서는 各種 確率載荷(random loading) 活荷重에 의한 構造物의 破壞 또는 崩壞모드는 매우 복잡하게 나타나며, 高次不靜定 構造가 될수록 構造系 全體의 지배적인 破壞모드는 예측하기 어렵게 되고, 취취약부재가 어떤 破壞모드에 對應하는 限界狀態에 도달한다고 하여 構造系 全體가 破壞狀態에 도달하는 것이 아님은 自明하다. 따라서 이러한 種類의 構造物의 信賴性問題를 해결하는데는 既存의 部材信賴性 觀點보다는 構造시스템 觀點으로부터 고려하는 것이 當연하다. 즉, 엄밀한 意味의 構造物의 安全性 및 信賴度는 개개 部材의 信賴度보다는 構造系 全體의 各種 破壞모드에 대한 體系信賴性和 安全을 意味한다.

특히 R.C. 橋梁 上部構造와 같이 일체로 設計施工되는 橋梁에 대해서는 體系信賴性에 基礎하여 橋梁의 信賴性을 評價하는 것이 바람직하다고 判斷된다. 橋梁과 같은 構造에서는 理論적으로는 確率載荷 및 非線形解析에 의한 simulation 方法으로 體系信賴性을 推定해야하지만 많은 時間과 努力을 必要로할 뿐만아니라 非效率의이기 때문에 本 研究에서는 安全側이고 近似的 方法으로 點推定(point estimate) 方法에 의한 實用的인 體系信賴性 解析模型을 提案하므로써 區間(bound) 解法과 함께 이 方法의 適用可能性을 檢討 分析하였다.

最近에 와서 歐美各國에서는 體系信賴性方法에 관련된 研究가 활발하게 進行되고 있다. Gorman⁽¹⁰⁾은 構造시스템 破壞모드에 대한 一般

的인 定義 및 要素信賴性和 體系信賴性的 關係를 考察하였고, Bennett⁽⁹⁾는 SCA(stable configuration approach)法에 의해 脆性材料로 된 構造시스템 破壞確率을 考察하였으며, 第1階 確率理論에 의한 構造시스템 破壞確率計算 및 信賴性解析에 관한 研究가 Ma⁽¹⁴⁾, Rackwitz⁽¹³⁾, Grigoriu⁽¹¹⁾, Ang⁽¹²⁾ 등에 의해 發表되었으며, Ditlevsen^(5,6)은 安全餘裕가 線形이고 또 正規分布일때 近似的이면서도 상당히 높은 正確度를 갖는 區間破壞確率解法을 提案하여 實用化하였을 뿐만아니라 構造體系信賴性을 中心으로 最近 10여년간의 構造信賴性理論의 發展狀態를 要約 發表하였다. 이외에도 現在 많은 體系信賴性에 관한 研究가 進行되고 있으나, 橋梁構造의 體系信賴性解析에 관한 研究는 별로 찾아볼수 없다. 즉, Bennett & Ang⁽⁹⁾은 ICOSSAR conference에서 鋼거더橋의 피로 파괴(fatigue failure) 限界狀態에 대한 體系信賴性을 近似的인 SCA法을 사용하여 解析하였으며, Nowak⁽¹⁷⁾은 I桁橋, 목재橋 및 PC橋에 대하여 確率載荷를 고려한 simulation 方法에 의해 體系信賴性 解析을 하였으나 橋梁에 대한 實用的이고 체계적인 研究結果는 아직 발표되지 않고 있다.

本 研究에서는 前述한 바와 같이 實用的인 體系信賴性 模型을 提案하고 이에 따라 近似的 點推定解와 Ditlevsen 區間解를 比較檢討하였으며 各 破壞要素 및 破壞모드間 相關係數의 變化에 따른 體系信賴性的 銳敏度를 分析하였다. 그리고 本 研究에서 提案된 體系信賴性 模型을 既設 橋梁에 적용시켜 既設橋梁 上部構造 體系信賴性水準을 檢討하였으며, 現行 R.C. 道路橋 設計方書의 WSD規準과 AASHTO의 LFD(Load

Factor Design)規準의 體系信賴性水準을 檢討하고, 體系信賴性에 基礎한 信賴性 設計規準의 檢定方法을 提示하였다.

2. 體系 信賴性 理論

2.1 概 說

確率的 觀點에서 取扱되는 構造系는 直列體系(series system)와 並列體系(parallel system)로 形成되는데 直列體系는 構造系를 형성하는 各 要素中 어느 한 要素가 破壞되면 시스템破壞狀態에 도달하는 構造시스템을 말하며, 列並體系에서는 모든 要素들이 破壞되었을때 비로소 構造시스템이 破壞된다. 이와 같은 基本體系로 形成되는 構造시스템의 破壞確率을 推定하는 方法으로는 크게 FMA(failure mode approach)法과 SCA 法으로 大別되는 一般解法^(3,19)과 近似解法인 區間解法⁽⁵⁾ 그리고 branch-and-bound 方法⁽¹⁶⁾ β -unzipping 方法⁽²⁰⁾ 등의 破壞모드 確認(identification)方法이 있고, Hohenbichler 近似技法⁽¹³⁾, Benchmark 技法⁽¹²⁾ 등 다양한 方法이 있으나, 여기서는 區間解法, FMA 法 및 SCA 法에 대해서만 簡략히 記述하고자 한다.

2.2 區間 解法

區間 破壞確率을 求하는 方法으로는 第1階區間(first order bound) 및 第2階區間(second order bound)解法이 있으며 文獻 2, 5, 15, 18, 19 등에 이들에 대해 상세히 言及되어있으므로 여기서는 結果式만을 위의 文獻에서 인용하고자 한다.

1) 第1階 區間(또는 單純區間)

破壞要素 i 의 破壞가 發生하는 事象이 F_i 로 定義되는 n 개의 破壞要素 F_1, \dots, F_n 을 갖는 直列體系 S 를 고려하면 S 의 單純區間 破壞確率 P_{f_s} 의 범위는 다음과 같이 표시된다.

$$\max_{i=1}^n P(F_i) \leq P_{f_s} \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(F_i)) \quad (1)$$

위의 式에서 모든 要素들이 完全依存이면(모든 i, j 에 대해 $\rho_{ij}=1$) P_{f_s} 는 精確한 下限值를 나타내며, 모든 要素들이 相互獨立이면($\rho_{ij}=0, i \neq j$) 上限值를 나타낸다. 그런데 單純區間解의 범위는 너무 광범위하므로 實地는 거의 사용되지 않고, 이를 더 보완해서 보다 엄밀한 구간해 를 구하려는 研究가 Ditlevsen⁽⁵⁾, Murotsu⁽¹⁶⁾,

Hohenbichler⁽¹³⁾ 등에 의해 發表되었다. 一般적으로 쉽게 計算되며 近似技法으로서는 대단히 精度가 높은 Ditlevsen 區間에 대해서만 言及하고자 한다.

2) 第2階 區間(또는 Ditlevsen 區間)

前述한 바와 같은 n 개의 破壞要素를 갖는 直列體系 S 에 대한 破壞確率의 區間解를 Ditlevsen⁽⁵⁾은 다음과 같이 提案했다.

$$P_{f_s} \leq \sum_{i=1}^n P(F_i) - \sum_{i=2, j < i}^n \max P(F_i \cap F_j) \quad (2a)$$

$$P_{f_s} \geq P(F_1) + \sum_{i=2}^n \max [P(F_i) - \sum_{j=1}^{i-1} P(F_i \cap F_j), 0] \quad (2b)$$

式(2a, b)의 區間폭은 前述한 式(1)의 폭보다 일반적으로 대단히 작다. 그렇지만 위의 式(2a, b)를 解決하기 위해서는 變數 i, j 의 結合破壞確率 $P(F_i \cap F_j)$ 를 計算하여야 하는데 이는 그렇게 간단한 문제가 아니다. 즉 平均值가 0인 두變量의 正規分布函數 $\phi_2(x_1, x_2; \rho)$ 는 다음과 같은 一般式으로 나타내어진다.

$$\phi_2(x_1, x_2; \rho) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \phi_2(t_1, t_2; \rho) dt_1 dt_2 \quad (3)$$

여기서 ρ 는 x_1, x_2 의 相關係數이며 ϕ_2 는 平均值가 0인 두變量의 正規分布密度函數로서 다음式(4)와 같다.

$$\phi_2(t_1, t_2; \rho) = \frac{1}{2\pi \sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(t_1^2 + t_2^2 - 2\rho t_1 t_2)\right) \quad (4)$$

따라서 式(3)을 풀기 위해서는 數值積分을 行하여야 가능하다. 그런데 파괴요소 F_i 와 F_j 에 대한 安全餘裕가 線形이고 또 正規分布일 때는 Ditlevsen⁽⁵⁾에 의해 提案된 Gaussian 變量에 대한 結合確率 $\phi_2(-\beta_i, -\beta_j; \rho)$ 를 이용하면 다음과 같은 관계식으로부터 쉽게 計算될 수 있다.

$$P(F_i \cap F_j) = \phi_2(-\beta_i, -\beta_j; \rho) \quad (5)$$

즉 $\rho > 0$ 일때 ϕ_2 의 上下限値는

$$\max(P_1, P_2) \leq \phi_2(-\beta_i, -\beta_j; \rho) \leq P_1 + P_2 \quad (6)$$

이며 確率面積 P_1, P_2 는 다음式(7a, b)와 같다.

$$P_1 = \phi(-\beta_i) \phi(-\gamma_2) \quad (7a)$$

$$P_2 = \phi(-\beta_j) \phi(-\gamma_1) \quad (7b)$$

여기서

$$r_2 = \frac{\beta_j - \rho\beta_i}{\sqrt{1-\rho^2}} \quad (8a)$$

$$r_1 = \frac{\beta_i - \rho\beta_j}{\sqrt{1-\rho^2}} \quad (8b)$$

2.3 一般 解法

構造體系의 破壞確率을 推定하는데는 FMA 法과 SCA 法으로 크게 大別할 수 있는데 이들 方法을 相關文獻^(3,19)에서 要約하면 다음과 같다.

1) FMA 法

不靜定構造物에서는 破壞모드가 발생하기전에 다수의 要素들이 연속적으로 파괴될 것이다. 따라서 이와같은 構造體系의 破壞確率은 다음과 같이 表現된다.

$$P_f = P[M_1 \cup M_2 \cup \dots \cup M_n] \quad (9)$$

여기서 M_i 는 i 번째 模드의 破壞이다. 模드 i 의 파괴확률은

$$P[M_i] = P[B_{i1} B_{i2} \dots B_{im}] \quad (10)$$

이며, B_{ij} 는 i 번째 破壞모드에 있는 j 번째 要素의 破壞를 말한다. 또한

$$P[B_{ij}] = P[(g_{ij}(\bar{X}) < 0) \cap (\bar{X} \in F_{ij})] \quad (11)$$

이다. 여기서 \bar{X} 는 基本確率變數의 벡터이며, $g_{ij}(\bar{X})$ 는 해당요소에 대한 限界狀態函數로서 $g(\bar{X}) < 0$ 은 破壞를 의미한다. 그리고 F_{ij} 는 構造物이 破壞될 때 같이 破壞될 수 있는 確率變數의 集合이다. 따라서 構造物이 破壞될 때 模드 i 의 發生確率은 다음式(12)와 같다.

$$P[\bar{X} \in F_i] = P\left[\bigcap_{j=1}^m (\bar{X} \in F_{ij})\right] \quad (12)$$

만일 構造物이 파괴된다면 단지 하나의 模드를 통하여 破壞가 일어날 것이므로 式(9)의 象들은 相互獨立이므로 破壞確率은 다음과 같이 된다.

$$P_f = P[M_1] + P[M_2] + \dots + P[M_n] \quad (13)$$

2) SCA 法

SCA 法은 構造物이 荷重을 견딜 수 있는 方法의 調査에 기초를 두는 方法으로서 FMA 法과는 서로 二元的(dual) 形狀을 나타낸다. 모든 破壞經路(path)로부터 각 하나씩의 支線(branch)만을 함유하는 支線들의 集合을 切斷(cut)이라하면 構造物의 生存確率은 發生可能한 모든 cut 을 고

려하므로서 求할 수 있다. 만일 모든 cut 중에 어느 하나의 cut 이 發生하지 않는다면 構造物은 生存한다. 따라서 構造物의 生存確率은

$$P_s = P(C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_n) \quad (14)$$

이며 C 는 cut 의 여사상을 나타낸다. C 가 發生할 確率은 다음과 같다.

$$P[C_i] = P[B_{i1} B_{i2} \dots B_{im}] \quad (15)$$

여기서 B_{ij} 는 i 번째 cut 에서 j 번째 支線의 여사상이다. 또한

$$P[B_{ij}] = P[(g_{ij}(\bar{X}) > 0) \cup (\bar{X} \notin F_{ij})] \quad (16)$$

式(14)에 de Morgan 法則을 적용하면 다음式(17)이 되며, 같은 方法으로 式(15)와 式(16)에 de Morgan 法則을 적용하면 각각 다음式(18)과 前述한 式(11)이 된다.

$$P_f = P[C_1 C_2 \dots C_n] \quad (17)$$

$$P[C_i] = P[B_{i1} \cup B_{i2} \cup \dots \cup B_{im}] \quad (18)$$

以上の FMA 法과 SCA 法の 關係를 要約하면 다음과 같다. FMA 法은 構造物이 破壞될 수 있는 方法에 基礎를 두지만 SCA 法은 構造物이 生存할 수 있는 方法에 基礎를 두고 있으므로 集合의 分配特性을 利用하면 하나의 接近方法을 다른 接近方法으로부터 구할 수도 있다. 또한 FMA 法은 破壞要素의 交集(intersection)으로 구성되는 破壞모드들의 合集合(union)으로부터 破壞確率을 求하는 것이며, SCA 法은 破壞要素의 合集合으로 구성되는 각 破壞모드의 交集으로부터 破壞確率을 求하는 方法으로서 FMA 法과 SCA 法은 서로 여사상이 된다.

本 研究에서는 FMA 法에 基礎하여 近似的인 體系모델링方法에 의한 R.C. 橋梁上部構造의 體系信賴性 解析模型을 提案하므로서 近似的이면서도 安全側解를 주는 點推定方法에 의해 信賴性水準을 推定하고, 前述한 Ditlevsen 區間解法에 의해 이를 檢査한다.

3. R.C. 道路橋 上部構造의 體系信賴性 解析模型

3.1 概 說

構造信賴性解析에서는 實際 構造物에 대한 가장 重要한 破壞모드를 반영하도록 신중히 模型을 선택하여야 한다. 즉 要素別로 지배적인 몇 개의 破壞모드를 決定한 다음 이들의 組合으로 이루어지는 主要한 構造시스템 破壞모드를 모두

고려하므로써 構造體系의 信賴性이 충분히 正確하게 推定될수 있는 모델링을 사용해야 할 것이다.

R.C. T 桁橋와 같이 上部構造가 일체로 設計 施工된 橋梁의 경우는 上部構造시스템이 갖는 安全餘裕를 고려하는 것이 타당하다고 판단되므로 安全側面을 고려하여 安全側解를 주는 近似的 體系信賴性 解析模型을 提案하였다.

3.2 限界狀態模型

一般的으로 構造物의 信賴性은 抵抗 R 과 荷重效果 S 에 의해 정의되는 安全餘裕 $M=R-S$ 에 따른 破壞基準 $M=R-S<0$ 으로부터 구한 破壞確率 $P_f=P(M<0)=P(R<S)$ 에 기초를 두고 있다⁽⁸⁾. 荷重效果 S 는 여러성분(死荷重, 活荷重, 충격, 풍하중, 지진하중 등)의 效果를 組合한 것이고, 抵抗 R 은 여러개의 變量(재료강도, 단면형상 등)에 依存하므로 構造物의 安全餘裕로 나타내는 限界狀態函數는 一般的으로 $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 으로 表示된다. 抵抗을 部分抵抗結果變數의 組合으로 나타내면 限界狀態函數 $g(X)$ 는 結果變數 R, S 의 線形函數로서 $g(R_i, S_i)=\sum R_i - \sum S_i$ 로 표시되며, 全體抵抗結果變數로 나타내면 $g(X)$ 는 $g(R, S_i)=R - \sum S_i$ 로 表示된다.

本 研究에서는 極限限界狀態만을 고려하였으며, 一般 R.C. 橋梁은 樞 파괴모드에 의해 지배되므로 樞 파괴모드에 대한 全體抵抗結果變數를 사용하는 抵抗模型과 특히 단시간교량의 主荷重은 死荷重과 活荷重이므로 $D+L$ 荷重組合만을 고려하여 Moses⁽⁹⁾의 확률트럭荷重模型 實用公式를 사용하였다. 상세한 내용은 이미 文獻 21, 22, 23 등에 發表된바 있으므로 관계식은 省略하였다.

3.3 近似的인 體系信賴性 模型化(modelling)

現在까지 國內에서는 주로 要素信賴性 方法에 依存하여 R.C 및 鋼道路橋 上部構造, 그리고 一般 R.C. 構造의 各 要素에 대한 信賴性解析 및 設計規準에 관한 研究가 이루어져 왔다. 그런데 실제 構造物은 대단히 복잡하기 때문에 要素信賴性方法에 의해서는 이러한 橋梁의 信賴性問題를 다루는데 限界가 있다. 특히 本 研究에서 取扱하고자 하는 R.C. 橋梁과 같은 橋梁上部構造

는 여러개의 보와 슬래브 그리고 기타 그밖의 要素들이 서로 복합적으로 작용하는 즉 外部荷重에 대해 構造體系로 舉動한다고 할수 있다. 이와 같은 橋梁上部構造를 正確히 解析하기 위해서는 前述한바와 같이 活荷重의 確率載荷를 고려한 非線形解析에 의한 simulation 方法으로 解析해야하지만 時間이 많이 소요될 뿐아니라 非效率의이기 때문에 本 研究에서는 연속적인 두개 또는 세개의 거더가 同時에 破壞되면 上部構造가 破壞된다고 假定하므로써 다음 그림 1 과 같은 Level 2 또는 Level 3 시스템모델링⁽¹⁰⁾을 사용하는 近似的인 方法에 의해 上部構造의 體系信賴性指數 β , 에 대한 近似的이며 安全側解를 주는 點推定方法을 提案하였다.

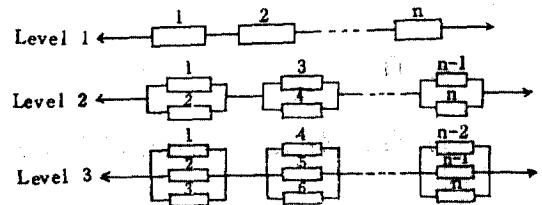


그림 1. 시스템 모델링

그림 1의 各 體系모델링의 體系破壞要素 E_i 는 다음과 같이 定義될 수 있다.

$$\text{Level 1: } E_i = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n \quad (19a)$$

$$\text{Level 2: } E_i = (E_1 \cap E_2) \cup (E_3 \cap E_4) \cup \dots \cup (E_{n-1} \cap E_n) \quad (19b)$$

$$\text{Level 3: } E_i = (E_1 \cap E_2 \cap E_3) \cup (E_4 \cap E_5 \cap E_6) \cup \dots \cup (E_{n-2} \cap E_{n-1} \cap E_n) \quad (19c)$$

그런데 式(19b, c)와 같이 두개씩 또는 세개씩의 破壞要素들이 並列體系로 이루어진 各 破壞모드가 直列體系인 Level 2 또는 Level 3 體系모델링을 解析하려면 먼저 各 破壞要素들사이의 相關度를 고려하여 各 並列體系의 破壞確率을 計算하므로써 그림 1(a)와 같은 Level 1 體系모델링에 의해 各 破壞모드間 相關度를 적용하면 直列體系의 破壞確率을 計算할 수 있으며 이에 관해서는 後述될 것이다.

3.4 體系信賴性 解析

體系信賴性 解析方法은 前述한 바와 같이 다양

한 技法이 發表되었으나 여기서는 文獻 5, 15, 18, 19 등으로부터 基本方法만 拔萃하여 要約記述하였다.

前節의 그림 1(a)와 같은 n 개의 要素를 갖는 直列體系에서 要素 i 에 대한 安全餘裕를 다음式 (20)과 같이 定義하면

$$M_i = g_i(\bar{X}), \quad i=1, 2, \dots, n \quad (20)$$

여기서

$\bar{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$; 基本變數

$g_i, i=1, 2, \dots, n$; 非線形函數

基本變數 \bar{X} 를 獨立標準正規變數 Z 로 變換시키고 또 各要素에 대한 設計點上의 限界狀態函數 h_i 를 線形化시키므로서 體系破壞確率 P_f 는 近似的으로 다음과 같이 求해진다. (19)

$$\begin{aligned} P_f &= P\left(\bigcap_{i=1}^n \{M_i \leq 0\}\right) = P\left(\bigcap_{i=1}^n \{g_i(\bar{X}) \leq 0\}\right) \\ &= P\left(\bigcap_{i=1}^n \{g_i(\bar{T}^{-1}(Z)) \leq 0\}\right) \\ &= P\left(\bigcap_{i=1}^n \{h_i(Z) \leq 0\}\right) \approx P\left(\bigcap_{i=1}^n \{\bar{\alpha}_i^T Z + \beta_i \leq 0\}\right) \\ &= P\left(\bigcap_{i=1}^n \{\bar{\alpha}_i^T Z \leq -\beta_i\}\right) \\ &= 1 - P\left(\bigcup_{i=1}^n \{\bar{\alpha}_i^T Z > -\beta_i\}\right) \\ &= 1 - P\left(\bigcup_{i=1}^n \{-\bar{\alpha}_i^T Z < \beta_i\}\right) = 1 - \Phi_n(\bar{\beta}; \rho) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 $\bar{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ 이고, $\bar{\rho} = [\rho_{ij}]$ 는 線形化한 安全餘裕에 대한 相關매트릭스로서 $\rho_{ij} = \bar{\alpha}_i^T \bar{\alpha}_j$ 이다. 그리고 Φ_n 은 n 次元標準化 正規分佈 函數로서 다음式과 같이 定義된다.

$$\begin{aligned} \Phi_n(\bar{x}; \bar{c}) &= \int_{-\infty}^{x_1} \dots \int_{-\infty}^{x_n} \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \frac{1}{|\bar{c}|^{1/2}} \\ &\exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n x_i^T M_{ij} x_j\right) dx_1 \dots dx_n \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$, $\bar{M} = \bar{c}^{-1}$ 이며 \bar{c} 는 共分散매트릭스이다. \bar{c} 와 等價의인 相關매트릭스 $\bar{\rho}$ 를 다음과 같이 定義하면 Φ_n 은 $\Phi_n(\bar{x}; \bar{\rho})$ 와 같이 $\bar{\rho}$ 의 函數로 表現된다.

$$\bar{\rho} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

Duunnett & Sobel(7)은 各要素間 相關係數가 같을때 즉 $\rho_{ij} = \rho \geq 0$ 일때 $\Phi_n(\bar{x}; \bar{\rho})$ 를 다음式과 같이 유도하였다.

$$\Phi_n(\bar{x}; \bar{\rho}) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) \prod_{i=1}^n \Phi\left(\frac{x_i - \sqrt{\rho} t}{\sqrt{1-\rho}}\right) dt \quad (24)$$

또한 모든 파괴요소가 같은 信賴性指數 β_i 즉 $\beta_i = \beta, i=1, 2, \dots, n$ 을 갖는 경우式(24)는 다음과 같이 單純化될수 있다.

$$\begin{aligned} P_f &= 1 - \Phi_n(\bar{\beta}; \bar{\rho}) \\ &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) \left[\Phi\left(\frac{\beta - \sqrt{\rho} t}{\sqrt{1-\rho}}\right) \right]^n dt \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 $\bar{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ 은 단일파괴요소에 대한 신뢰성지수이며 $\varphi(\cdot)$ 는 標準正規確率密度函數이다. 따라서 直列體系에 대한 信賴性指數 β_i 는 다음과 같은 關係式으로부터 計算할 수 있다

$$P_f = \Phi(-\beta_s) \Leftrightarrow \beta_s = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (26)$$

並列體系에 대해서도 위와 같은 方法을 적용하면 n 개의 破壞要素를 갖는 並列體系의 破壞確率 P_{fp} 는 다음과 같이 된다.

$$P_{fp} \approx \Phi_n(-\bar{\beta}; \bar{\rho}) \quad (27)$$

그리고 $\beta_i = \beta$ 즉 모든 파괴요소가 같은 信賴性을 갖는다면 P_{fp} 는

$$P_{fp} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) \left[\Phi\left(\frac{-\beta - \sqrt{\rho} t}{\sqrt{1-\rho}}\right) \right]^n dt \quad (28)$$

이 된다. 따라서 並列體系의 信賴性指數 β_p 는 다음 關係式으로부터 計算된다.

$$\beta_p = -\Phi^{-1}(P_{fp}) \quad (29)$$

本 研究에서 提案된 近似的 體系信賴性 模型에 의한 信賴性 解析過程은 다음과 같다.

1. 要素信賴性指數 β_i 計算(既發表文獻 22 參照).
2. 各破壞要素間 相關度를 고려하여式(24) 또는式(28)로부터 P_{fp} 를 計算하여式(29)로부터 β_p 계산.
3. 各破壞모드間 相關度를 고려하여式(24) 또는式(25)에 β_i 대신 β_p 를 대입하여 P_f 計算後式(26)으로부터 β_i 計算.

4. 適用例 및 分析 檢討

4.1 概 說

本 研究에서 提示된 近似的이며 實用的인 體

系信賴性 模型을 理想化(idealized)시킨 典型的인 R.C. T 桁橋에 대한 體系信賴性을 近似的인 點推定方法으로 解析하였다. 各 破壞要素 및 破壞모드間 相關係數의 變化에 따른 銳敏度 分析을 行하였으며, 既存 橋梁에 대한 體系信賴性 解析을 行하였다. 또한, 現行 設計示方書의 R.C. 橋梁 上部構造의 WSD 規準 및 AASHTO 示方書의 LFD(load factor design)規準의 體系信賴性水準을 檢討하므로써 本 研究에서 提示하는 體系信賴性 解析模型의 타당성 및 向後 우리나라 R.C. 橋梁의 信賴性設計規準 도입시 本 研究에서 提示하는 體系信賴性 模型에 따른 方法의 適用可能性을 分析 檢討하였다.

4.2 點推定解와 區間解의 比較

다음 表 1은 本 研究에서 提案된 體系信賴性 模型을 다음 그림 2와 같이 各 主桁의 形狀, 치수, 特性 그리고 主桁間 間격 등은 모두 같게 理想化한 R.C. T 桁橋의 上部構造에 대하여 연속적인 두 개의 거더가 同時에 破壞되면 上部構造 시스템破壞로 假定하는 近似的 Level 2 시스템모델링으로부터 實用的 點推定 方法과 Ditlevsen 區間解에 의해 要素信賴性指數 $\beta_e = 3.0$ 일 때 各 破壞要素間 相關係數 ρ_e 및 各 破壞모드間

表 1. 體系 信賴性 β ,

| ρ_m | 技法 | ρ_e | | | | |
|----------|-------|----------|-------|-------|-------|-------|
| | | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 0.6 | Bound | 3.217 | 3.076 | 2.935 | 2.78 | 2.51 |
| | Point | 3.20 | 3.08 | 2.94 | 2.80 | 2.54 |
| 0.7 | Bound | 3.24 | 3.101 | 2.963 | 2.814 | 2.57 |
| | Point | 3.23 | 3.10 | 2.97 | 2.84 | 2.57 |
| 0.8 | Bound | 3.28 | 3.148 | 3.022 | 2.871 | 2.64 |
| | Point | 3.26 | 3.14 | 3.01 | 2.88 | 2.62 |
| 0.9 | Bound | 3.38 | 3.251 | 3.123 | 2.991 | 2.775 |
| | Point | 3.34 | 3.22 | 3.09 | 2.96 | 2.705 |
| 1.0 | Bound | 3.63 | 3.50 | 3.37 | 3.23 | 3.0 |
| | Point | 3.63 | 3.50 | 3.37 | 3.23 | 3.0 |

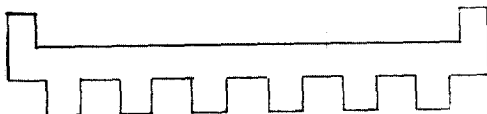


그림 2. 이상화 한 R.C. T형 단면

相關係數 ρ_m 의 變化에 따른 上部構造시스템의 體系信賴性指數 β 의 數值解析 結果를 나타낸 것이다.

表 1에서 Ditlevsen 區間의 β 値는 各 前所述한 式(2a, b)에 의해 計算된 體系破壞確率 P_f 의 上下限値의 平均値에 대하여 前所述한 式(2b)로부터 計算된 것이다. 表 1에 나타난 바와같이 點推定에 의한 β 値와 Ditlevsen 區間에 의한 β 値는 各 相關係數의 變化에 관계없이 거의 일치하므로 本 研究에서 提示하는 近似的인 點推定 方法은 Ditlevsen 區間의 上下限 平均値에 해당하며, 本 研究에서의 點推定 方法이 Ditlevsen 方法보다 비교적 단순하고 체계 신뢰해석에서 구간해보다는 實용적인 해로 點推定이 바람직하므로 本 研究에서 提案한 點推定 近似技法이 β 에 대한 上限解를 주는 實用的인 方法임을 알 수 있다.

4.3 既存 橋梁의 體系信賴性 解析

다음 그림 3은 건설부에서 行한 既存橋梁의 耐荷力調査 보고서⁽²⁴⁾에서 대표적 R.C. T 桁橋를 선정하여 本 研究에서 提案한 體系信賴性 模型에 의해 體系信賴性水準을 檢討하기 위해 各 相關係數 ρ_e 와 ρ_m 의 變化에 따른 β 의 銳敏度를 圖示한 것이다. 本 研究에서 取한 橋梁의 調査結果値는 다음 表 2에 나타나 있다. 그림 3에서 보면 體系信賴性 β 는 ρ_e 와 ρ_m 의 變化에 상 당히 민감하게 변화하는 것을 알 수 있다. 또한 ρ_e 가 증가함에 따라 β 는 감소하는데 反하여 ρ_m

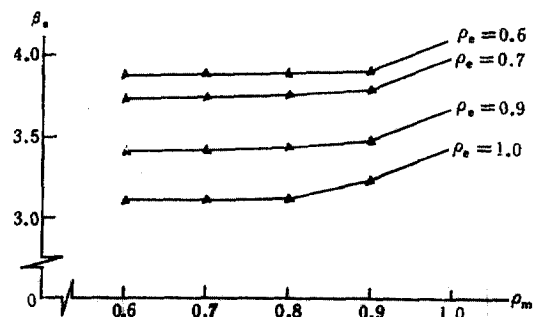


그림 3. ρ_e, ρ_m v.s. β (삼례교)

表 2. 기존 교량의 조사 통계치 (삼례교)

| R_n | D_n | L_n | R_n/D_n | L_n/D_n | 주형 | 변수; 공칭치 |
|-------|--------|--------|-----------|-----------|----|---------|
| 153.5 | 20.552 | 42.318 | 7.469 | 2.059 | 4개 | 단위; t·m |

이 증가하면 β_s 도 같이 증가하므로 ρ_s 와 ρ_m 은 서로 反比例하는 사실을 알수 있는데 이는 ρ_s 는 破壞要素間 相關係數로서 並列體系에 관련는 係數이고 ρ_m 은 破壞모드間 相關係數로서 直列體系에 관련되는 係數이기 때문에 直列體系와 並列體系的 關係를 고려하면 쉽게 알수 있다.

4.4 體系信賴性에 基礎한 設計規準

다음 그림 4는 現行 R.C. 道路橋 設計示方書의 WSD 規準과 AASHTO의 LFD 規準에 대하여 近似的이고 實用的인 Level 2 시스템 모델링에 의해 既發表 文獻⁽²³⁾에서 提示된 統計值를 사용하고, 前節 3.4에서 提示된 方法에 따라 近似的인 點推定方法으로 體系信賴性水準을 검토하기 위하여 $\rho_s=0.6$, $\rho_m=0.95$ 일때 公稱荷重比 L_n/D_n 의 變化에 따른 要素信賴性指數와 體系信賴性指數의 變化를 圖示한 것이다. 本 研究에서는 部材間의 相關係數에 대한 統計的 研究結果를 찾아볼 수 없으므로 工學的 判斷에 의하여 이상과 같이 가정하였다. R.C. T 桁橋에서 部材가 동일치수, 동일벡치(batch) 콘크리트로 시공된 경우 要素間의 相關係數는 $\rho_s=0.8$ 이상 的 높은 값을 갖을 것이 기대되나, 일반적으로 는 $\rho_s=0.6$ 이 타당하다고 보았고, 파괴모드間의 相關係數는 不確實量 代數(uncertainty algebra)에 의하면 1.0에 가까운 높은 값이 되므로 $\rho_m=0.95$ 로 선택하였다.

그림에서 보면 現行 WSD 規準은 荷重比의 變化에 상당히 민감할 뿐만아니라 그폭도 L_n/D_n 이 0.25~2.0 사이에서 β_s 는 4.39~3.07 정도,

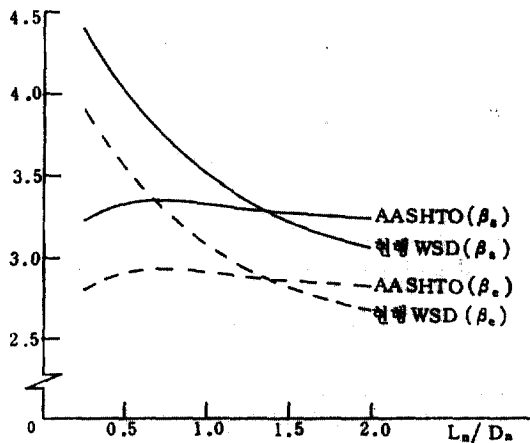


그림 4. 現행 規準 및 AASHTO 規準의 β_s , β_m 비교

$\beta_s=3.90\sim 2.68$ 정도의 큰 폭으로 變化한다. 反面에 AASHTO의 LFD 規準은 전반적으로 荷重比의 變化에는 거의 무관함을 알수 있다. 따라서 現行 WSD 規準은 일관성 있는 信賴性水準을 갖지 못함을 알수 있으며, β_s 와 β_m 의 差異는 약 0.4~0.5 정도로 β_s 보다 β_m 가 크게 나타난다.

R.C. 橋梁 上部構造에 대한 최적목표 체계신뢰성 β_{s0} 가 선택되면 우리의 現實을 고려한 抵抗 및 荷重統計值를 사용하여 本 研究에서 提案된 體系信賴性 模型으로부터 선택된 β_{s0} 에 대응하는 設計安全母數 ϕ , γ_i 를 計算할 수 있다. 따라서 本 研究에서는 要素信賴性方法에 의해 提案된 既發表文獻 21에서의 ϕ , γ_i 와 比較하기 위해 本 研究에서 提案된 體系信賴性模型에 따라, 文獻 21과 동일한 목표신뢰성 값을 目標體系信賴性($\beta_{s0}=3.5$)로 선택하여 ϕ , γ_i 를 計算하였는데 $\gamma_D'=1.2$, $\gamma_L'=2.0$ 의 共通荷重係數에 대한 $\phi'=0.82$ 이나 既發表文獻의 $\gamma_D'=1.2$, $\gamma_L'=2.0$ 에 對應하는 $\phi'=0.74$ 로서 體系信賴性方法에 의한 ϕ' 값이 0.08 정도 크게 나타난다. 이와같이 동일한 목표신뢰성지수를 사용할 경우, 體系信賴性方法에 의한 設計規準은 要素信賴性方法에 의한 設計規準보다 상당히 經濟的인 設計가 가능한 規準이 된다. 이는 전술한 바와 같이 일반적으로 R.C. T 桁橋의 경우 要素信賴性和 體系信賴性 사이에는 β 값의 차이가 최소한 0.5 이상 이 된다는 사실에 기인하는 것이며, 환언하면 目標體系信賴性이 上部構造全體의 요구되는 安全水準에 기초를 두고 있는데 反하여 종래의 目標信賴性은 개개의 要素의 요구되는 安全水準에 기초를 두는 差異에서 오는 당연한 귀결이다.

4.5 檢討 分析

本 研究에서 提案한 R.C. 橋梁 上部構造에 대한 體系信賴性模型을 實際 既設橋梁에 適用하여 銳敏度 分析을 行하고 現行 規準의 體系信賴性水準을 檢討하므로써 다음과 같은 事實을 알수 있었다.

1) 本 研究에서 提案된 體系信賴性 模型에 의한 近似的이고 實用的인 點推定 方法에 의한 結果值와 Ditlevsen 區間解를 比較한 결과 點推定解는 Ditlevsen 區間解의 平均值에 해당하는 安全 側解를 주며 직접 β_s 에 대한 點推定을 행하는

실용적인 방법임을 알수 있다.

2) 본 연구에서提示한 信賴性 解析模型을 既存 橋梁에 적용하여 銳敏度를 檢査한 결과 各 破壞要素 및 破壞모드間 相關係數의 變化에 따라 體系信賴性은 상당히 민감하게 變化하므로 部材의 破壞모드間 實際相關度 및 各 破壞모드間 實際相關度を 推定하고 統計的 解析이 뒤따라야 한다.

3) 現行 R.C. 道路橋 設計示方書의 WSD 規準은 荷重比 L_n/D_n 의 變化에 따라 상당히 예민할 뿐만아니라 一貫性있는 信賴性水準을 갖지 못하는, 改善의 여지가 있는 規準임을 알수 있다.

5. 結 論

本 研究에서는 體系信賴性方法에 基礎한 R.C. 橋梁 上部構造의 근사적인 信賴性 解析模型을 提案하였으며, 適用可能性을 分析 檢討한 결과 다음과 같은 結論을 얻을수 있었다.

1) 本 研究에서 提案하는 體系信賴性 模型에 의한 信賴性 解析方法은 R.C. 橋의 上部構造와 같이 일체로 設計 施工되는 橋梁의 信賴性 解析에서는 2次 모멘트 要素信賴性解析을 대치하는 方法으로 活用하는 것이 바람직하다고 判斷된다

2) 設計規準의 開發에서 安全水準은 體系信賴性에 基礎를 두는 것이 合理的이며 目標體系信賴性을 現 目標要素信賴性和 同一한 水準으로 선택하는 경우, 경제적인 設計가 가능한 設計規準이 유도 된다.

3) 近似的이고 實用的인 點推定(point estimate)解는 區間(bound)解의 平均值에 해당하므로 安全側 上限界를 주는 것으로 간주될수 있다. 이론적으로는 R.C. 橋의 엄밀한 體系信賴性解析은 非線形解析과 確率載荷에 대한 simulation 解法에 의해서만 可能하지만 이론적인 方法과 비교하여 本 研究에서 提案한 實用的인 解法의 타당성을 입증하기 위한 후속연구가 이루어져야 한다.

參 考 文 獻

1. Ang, A. H-S. and Ma, H-F "On the Reliability of Structural Systems", Structural Safety and

Reliability, ICOSSAR'81, Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam, Netherlands, 1981, pp. 295~314.

2. Ang, A. H-S. and Tang W.H., *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, Vol. II, JohnWiley & Sons, New York, 1983.
3. Bennett, R.M. and Ang, A. H-S., "Formulations of Structural System Reliability", *Jour. of Eng. Mec.*, ASCE, Vol. 112, No. 11, Nov. 1986.
4. Bennett R.M. and Ang, A. H-S., "Probabilistic Safety Assessment of Redundant Bridges", ICOSSAR '85, the 4th International Conference of Structural Safety and Reliability, Kobe, Japan, May 27~29, 1985.
5. Ditlevsen, O., "Narrow Reliability Bounds for Structural Systems", *Stru. Mech.*, 7(4), Dec. 1979, pp. 453~472.
6. Ditlevsen, O. and Bjerager, P., "Methods of Structural Systems Reliability", *Structural Safety*, Vol. 3, 1986, pp. 195~229.
7. Dunnett, C.W, and Sobel, M, "Approximations to the Probability Integral and Certain Percentage Points of Multivariate Analogue of Students' t-Distribution", *Biometrika*, Vol. 42, 1955, pp. 258~260.
8. Ellingwood, B. et. al., "Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A 58", NES 577, June 1980.
9. Ghosn, M., Moses, F., "Bridges Load Modeling and Reliability Analysis", R. R 84-1, Dept. of C.E. Western Univ., May 1984.
10. Gorman, M.R., "Reliability of Structural Systems", Ph. D. Thesis, Case Western Reserve Univ., 1980.
11. Grigoriu, M., "Reliability of Chain and Ductile-parallel Systems", *Jour. of Eng. Mec.*, Vol. 109, No. 5, Oct. 1983, pp. 1175~1188.
12. Grimmelt, M.J. and Schuëller, G.I., "Benchmark Study on Methods to Determine Collapse Failure Probabilities of Redundant Structures", *Structural Safety* Vol. 1, (1982/1983), pp. 93~106.
13. Hohenbichler, M., "An Approximation to the Multivariate Normal Distribution Function", Reliability of Structural Systems, SFB 96, Tec.

- Univ., 1982.
14. Ma, H-F., "*Reliability Analysis of Redundant Ductile Structural Systems*", Ph. D. Thesis, Univ. of Illinois, Urbana-Champaign, 1982.
 15. Madsen, H.O. et. al., "*Method of Structural Safety*", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1986.
 16. Murotsu, Y. "Combinatorial Properties of Identifying Dominant Failure Paths in Structural Systems", *Bull. Univ. Pre., Ser. A*, Vol. 32, No. 2, 1983.
 17. Nowak, H.S. and Zhou, J., "*Reliability Models for Bridge Analysis*", Research Report, Dept. of C.E., Univ. of Michigan, 1985.
 18. Rackwitz, R. and Gollowitz, S., "Equivalent Components in First-order System Reliability" *Engineering*, Vol. 5, 1983, pp. 99~115.
 19. Thoft-Christensen, P. and Murotsu, Y., "*Application of Structural Systems Reliability Theory*", Springer-Verlag, Verlin, 1986.
 20. Thoft-Christensen, P. and Sørensen, J.D., "*Calculation of Failure Probabilities of Ductile Structures by the β -unzipping Method*", Inst. of Buil. Tech. and Str. Eng., Aalborg Univ. Centre, Report 8208, 1982.
 21. 趙孝男, "鐵筋콘크리트 道路橋 上部構造의 信賴性 設計規準에 관한 研究", 大韓土木學會論文集, 第 2 卷 第 3 號, 1982 年 9 月, pp. 87~99.
 22. 趙孝男 外, "確率理論에 기초한 鐵筋콘크리트 強度 設計規準", 大韓土木學會論文集, 第 6 卷 第 4 號, 1986 年 12 月 pp. 53~60.
 23. 趙孝男 外, "構造信賴性 方法에 의한 道路橋의 耐荷力 評價에 관한 研究", 大韓土木學會 構造委員會 學術發表會論文概要集, 1986 年 3 月, pp. 91~103.
 24. "橋梁耐荷力調査(構造物 安全度檢査)", 建設部 國立建設試驗所, 1985 年 12 月.

(接受: 1987. 4. 24)