

# 고층건물의 효율적인 구조해석

## An Efficient Structural Analysis of Multistory Buildings

金 景 鎬\*  
Kim, Kyeong Ho  
李 東 根\*\*  
Lee, Dong Guen

### Abstract

The prediction of the exact behavior of multistory building is one of the most complicated problem encountered in structural engineering practice. An efficient computer method for the three dimensional analysis of building structures is presented in this paper. A multistory building is idealized as an assemblage of a series of rectangular plane frames interconnected by rigid floor diaphragms. The matrix condensation technique is employed for the reduction of degrees of freedom, which results in a significant saving in computational efforts and the required memory size.

Kinematical approach was used to assemble condensed stiffness matrices of plane frames into a three dimensional stick model stiffness matrix. The static analysis follows the modified tridiagonal approach. Since this procedure utilizes the condensed stiffness matrix of the structure, the dynamic equations of motion for the story displacement are developed by assigning proper mass for each story.

Analysis results of several example structures are compared to those obtained by using the well-known SAP IV for verification of the accuracy and efficiency of the computer program PFS which was developed utilizing the method proposed in this study.

The analysis method proposed in this study can be used as an efficient and economical means for the analysis of multistory buildings.

### 요 지

고층 건물의 정확한 거동을 구하기 위한 구조 해석은 컴퓨터 적용의 중요한 분야로 취급되어 왔다. 본 논문에서는 건축구조물에 대한 3차원적인 해석방법을 연구하였다. 이 해석 방법은 건물에 각각의 독립된 프레임의 조합체로 보고 해석하므로 매우 효율적이며, 건물의 3차원적인 거동에 관한 고려는 건물이나 하중이 대칭이 아닐 때는 특히 중요하다. 그리고 matrix condensation 기법을 이용함으로써 컴퓨터의 용량과 해석 시간이 상당히 절약되므로 매우 경제적이다.

\* 경희원 · (주)대우엔지니어링 토목사업본부

\*\* 경희원 · 한국과학기술원, 부교수, 토목공학과

본 논문의 건물 구조해석 컴퓨터 프로그램 PFS의 정확성과 효율성을 증명하기 위해 여러가지 예제들에 대해서 SAPIV에 의한 해석 결과와 비교하였다. 그러므로, 본 논문에서 제안한 해석방법은 고층 건물의 구조 설계에서 매우 효율적이라 할 수 있다.

## 1. 서 론

고층건물의 정확한 거동을 구하는 문제는 구조공학에서 접하게 되는 복잡한 문제중의 하나이다. 이러한 고층건물의 정확한 거동을 구하기 위해서는 3차원 해석을 하는 것이 바람직하나, 대형건물일수록 3차원으로 해석한다는 것은 많은 해석시간과 컴퓨터 용량을 요구하므로 비경제적이다.

그러므로, 건물구조를 평면 프레임들이 연결된 모델을 이용하여 해석하면 자유도를 줄이므로 계산량을 상당히 감소시킬 수 있고, 아울러 작은 기억용량을 가진 컴퓨터 시스템에서도 대형 구조물의 해석이 가능하다.

따라서, 본 연구의 목적은 3차원 해석을 하는데 소모되는 컴퓨터 시간과 용량을 최대한 줄이고, 3차원적인 선형 해석 효과를 거두기 위한 해석 방법을 제시하는데 있다.

## 2. 건물에 비틀림이 없는 경우의 해석 방법

### 2.1 해석 모델

본 연구의 목적이 건물을 2차원의 단위 구조물들이 연결된 모델을 이용하여 해석하는데 있으므로 해석모델은 3차원 건물에서의 2차원 모델 상대 구조물이다.

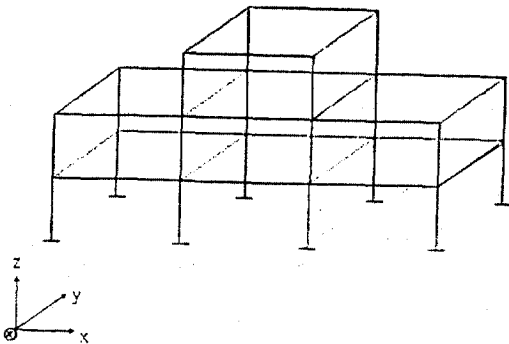
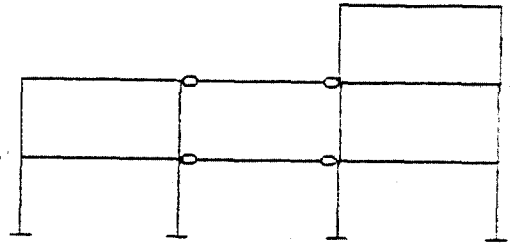
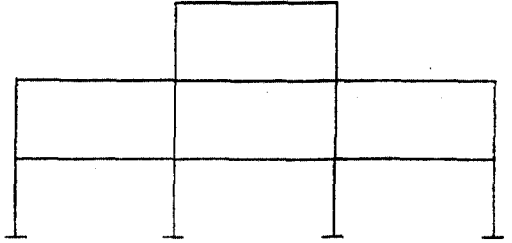


그림 1. 3차원 건물 모델

그림 1은 하나의 예로 들은 3차원 건물 모델이다. 이 건물을 해석하기 위한 2차원 모델은 그림 2와 같이  $y$ 방향의 프레임,  $x$ 방향의 프레임들이 연결된 모델이다. 그림 2의 2차원 단위 구조물 하나는 각 층마다 1개의 수평 방향 자유도를 가진다. 그리고 각 절점은 비수평 방향의 2개의 자유도를 가진다.



(a)  $y$ 방향 단위구조물



(b)  $x$ 방향 단위구조물

그림 2. 2차원 건물 모델

### 2.2 수평 강성행렬의 유도

3차원 고층 건물을 여러 개의 평면 단위 구조물이 연결된 모델을 이용하여 해석하므로, matrix condensation 기법을 이용하여 단위 구조물 하나의 수평 방향 강성행렬을 유도할 수 있다. 그림 3은 typical 한 평면 프레임을 나타내는데 어떤 임의의 층이  $A$ 층이 되면 바로 아래의 층은  $B$ 층이 된다.

일반적으로 구조물의 강성행렬을  $S$ , 변위를  $D$ , 하중을  $A$ 라 하면 평형 방정식은 다음과 같다.

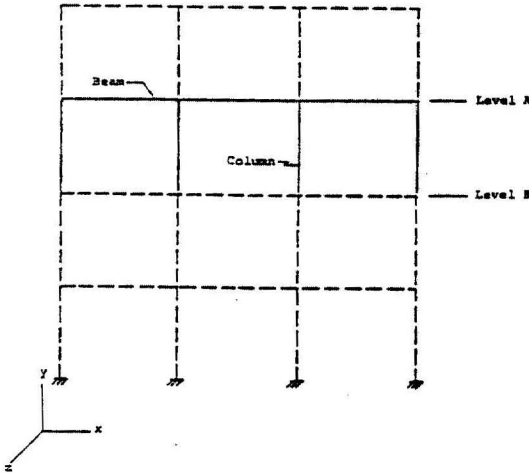


그림 3. 대표적인 평면 프레임

$$SD=A \quad (1)$$

forward elimination의 어떤 단계에서도 구조물의 평형 방정식은 다음과 같이 partition된 형태로 나타내어진다.

$$\begin{bmatrix} S_{AA} & S_{AB} & S_{AF} \\ S_{BA} & S_{BB} & S_{BF} \\ S_{FA} & S_{FB} & S_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_A \\ D_B \\ D_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_A \\ A_B \\ A_F \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, 첨자 A는 A층에서의 수평 변위와 직접 관련되지 않는 절점 변위를 말하고, 첨자 B는 B층에서의 A와 같은 변위이다. 첨자 F는 모든 층에서의 수평 변위에 대한 자유도이다. 식 (2)를 3개의 독립된 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$S_{AA}D_A + S_{AB}D_B + S_{AF}D_F = A_A \quad (3a)$$

$$S_{BA}D_A + S_{BB}D_B + S_{BF}D_F = A_B \quad (3b)$$

$$S_{FA}D_A + S_{FB}D_B + S_{FF}D_F = A_F \quad (3c)$$

첫번째 단계는 식 (3a)에서 벡터  $D_A$ 에 대해 구한다.

$$D_A = S_{AA}^{-1}(A_A - S_{AB}D_B - S_{AF}D_F) \quad (4)$$

식 (4)를 식 (3b), (3c)에 각각 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$S_{BB}^*D_B + S_{BF}^*D_F = A_B^* \quad (5a)$$

$$S_{FB}^*D_B + S_{FF}^*D_F = A_F^* \quad (5b)$$

식 (5)에서 별표친 행렬들은 다음과 같이 정의된다.

$$S_{BB}^* = S_{BB} - S_{AB}^T S_{AA}^{-1} S_{AB} \quad (6a)$$

$$S_{BF}^* = S_{BF} - S_{AB}^T S_{AA}^{-1} S_{AF} \quad (6b)$$

$$S_{FF}^* = S_{FF} - S_{AF}^T S_{AA}^{-1} S_{AF} \quad (6c)$$

$$A_B^* = A_B - S_{AB}^T S_{AA}^{-1} A_A \quad (6d)$$

$$A_F^* = A_F - S_{AF}^T S_{AA}^{-1} A_A \quad (6e)$$

어떤 주어진 층에서의 B type의 변위는 그 층 아래에서는 A type의 변위로 된다. 그래서, 아래층으로 옮겨 감에 따라 식 (5)에서 첨자 B를 A로 바꾸어야 한다. forward elimination 과정이 맨 윗층부터 아래로 각 층마다 계속되면서 마지막 층까지 끝났을 때 유도되는  $S_{FF}^*$ 와  $A_F^*$ 가 각각 condensation된 강성행렬과 하중벡터이다.

### 2.3 Static Analysis

층 수가  $m$ 인 건물을  $n$ 개의 서로 다른 강성비를 갖는 단위 구조물이 연결된 형태로 모델화하면 전체 건물의 수평 강성행렬  $S_{FF}^{**}$ 는 각 단위 구조물의 개수에  $S_{FF}^*$ 를 곱해서 구해지는데, 이 matrix는  $m \times m$ 이 된다. 전체 건물의 수평 하중벡터도 마찬가지로 구해지는데  $m \times 1$ 의 vector가 된다. 즉,

$$S_{FF}^{**} = \sum_{i=1}^n N_i (S_{FF}^*)_i \quad (7a)$$

$$A_F^{**} = \sum_{i=1}^n N_i (A_F^*)_i \quad (7b)$$

여기서 하중은 외부에서 작용하는 수평 하중벡터  $A_F$ 와 합쳐져서 건물의 전체 하중벡터  $A_{FT}$ 는 다음과 같다.

$$A_{FT} = A_F^{**} + A_F \quad (8)$$

그러므로, 전체 건물의 평형 방정식은 다음과 같다.

$$S_{FF}^{**} D_F = A_{FT} \quad (9)$$

바닥 slab의 rigid diaphragm 효과를 고려하면 각 층의 수평 변위는 동일하다고 가정할 수 있으므로 모든 단위 구조물의 층 변위는 다음과 같다.

$$D_F = (S_{FF}^{**})^{-1} A_{FT} \quad (10)$$

여기서, 강성행렬  $S_{FF}^{**}$ 는 full matrix이지만 matrix condensation 과정을 거쳐 수평 방향자유도만 남기므로 자유도가 상당히 작다.

식 (10)으로부터 수평 변위  $D_F$ 가 구해지면 각 단위 구조물에 분배되는 수평력은 각각의 강성에 비례하므로 임의의 단위 구조물에 분배되

는 수평력은 다음과 같다.

$$(A_{FF}^{***})_i = (S_F^*)_i D_F \quad (11)$$

수직 하중이나 모멘트가 Condensation 과정을 거치면 유효 수평하중(effective lateral load)인 수평력  $A_F^*$ 로 변환되어 나타나므로 모든 단위 구조물마다 식 (11)의 분포 수평력과 수직하중이나 모멘트를 작용시키고, 유효 수평하중  $A_F^*$ 를 (-)방향으로 작용시켜 해석한다. 즉, 모든 단위 구조물마다 하중을 다음과 같이 작용시킨다.  $(A_{FF}^{***})_i + (\text{수직 또는 모멘트 하중})_i - (A_F^*)_i$  (12)

위의 상태로 각 단위 구조물에 대해 해석하면 전체 건물의 변위와 부재력 등을 구할 수 있다.

#### 2.4 Dynamic Analysis

모드 형상은 damping 이 없을 경우의 자유진동 방정식으로부터 구해진다. 즉,

$$M\ddot{D} + SD = 0 \quad (13)$$

Static condensation 과정에서 유도된 건물의 전체 강성행렬이 수평방향의 자유도에만 관계되므로 위의 방정식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$M_{FF}^{**}\ddot{D}_F + S_{FF}^{**}D_F = 0 \quad (14)$$

질량 행렬의 축소 과정은 다음과 같다. 식 (13)을 확장된 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} M_{AA} & M_{AB} & M_{AF} \\ M_{BA} & M_{BB} & M_{BF} \\ M_{FA} & M_{FB} & M_{FF} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{D}_A \\ \ddot{D}_B \\ \ddot{D}_F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{AA} & S_{AB} & S_{AF} \\ S_{BA} & S_{BB} & S_{BF} \\ S_{FA} & S_{FB} & S_{FF} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_A \\ D_B \\ D_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Static condensation 과정에 의하면 다음과 같다.

$$S_{BB}^*D_B + S_{BF}^*D_F = 0 \quad (16a)$$

$$S_{FF}^*D_B + S_{FF}^*D_F = 0 \quad (16b)$$

식 (16a)에서  $D_B$ 를 구하면 다음과 같다.

$$D_B = -S_{BF}^{*-1}S_{BF}^*D_F \quad (17)$$

식 (15)의 첫째 static equation 에 식 (17)을 대입하면  $D_A$ 는 다음과 같이 된다.

$$D_A = S_{AA}^{-1}(S_{AB}S_{BB}^{*-1}S_{BF}^* - S_{AF})D_F \quad (18)$$

식 (17), (18)로부터 다음 식이 유도된다.

$$\delta D_B = -S_{BB}^{*-1}S_{BF}^*\delta D_F \quad (19a)$$

$$\delta D_A = S_{AA}^{-1}(S_{AB}S_{BB}^{*-1}S_{BF}^* - S_{AF})\delta D_F \quad (19b)$$

가상일의 원리에 의하면 감소된 계에서의 한

일과 원 상태에서의 한 일은 같다. 그러므로,

$$\delta D_F^T M_{FF}^* \ddot{D}_F = \delta D^T \ddot{M} D = [\delta D_A^T \quad \delta D_B^T \quad \delta D_F^T] \begin{pmatrix} \ddot{D}_A \\ \ddot{D}_B \\ \ddot{D}_F \end{pmatrix} \quad (20)$$

식 (19a), (19b)를 식 (20)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\delta D_F^T M_{FF}^* \ddot{D}_F = \delta D_F^T T_F^T M T_F \ddot{D}_F \quad (21)$$

즉,

$$M_{FF}^* = T_F^T M T_F \quad (22)$$

여기서 변환행렬  $T_F$ 는 다음과 같다.

$$T_F = \begin{pmatrix} S_{AA}^{-1}(S_{AB} S_{BB}^{*-1} S_{BF}^* - S_{AF}) \\ -S_{BB}^{*-1}S_{BF}^* \\ I_F \end{pmatrix} \quad (23)$$

$I_F$ 는  $M_{FF}$ 와 같은 크기의 단위 행렬이다. 그러므로, 건물 전체의 mass matrix는 각 단위 구조물의 reduce 된 mass matrix의 합과 같다. 즉

$$M_{FF}^{**} = \sum_{i=1}^n N_i (M_{FF}^*)_i \quad (24)$$

이  $M_{FF}^{**}$ 와  $S_{FF}^{**}$ 로 식 (14)에서 모드 형상과 진동수를 구할 수 있다.

### 3. 건물에 비틀림이 있는 경우의 해석 방법

#### 3.1 Static Analysis

구조물에 작용하는 하중이 비대칭이거나, 하중이 대칭으로 작용하더라도 구조물이 비대칭인 경우, 건물의 twisting 이 일어나므로 건물 전체의 비틀림에 대해 고려해야 한다. 비틀림에 대한 고려를 하기 위해서는 torsional effect 가 들어가는 강성행렬을 유도해야 하는데, 기본가정은 각 층에서의 회전각이 동일하다는 것이다.

단위 구조물 하나를 그림 4와 같이 모델화하면 (2.2)절에서 유도된 수평 강성행렬  $S_{FF}^*$ 는 단위 구조물의 y 방향의 자유도에 대한 강성 행렬을 의미한다. 우선 y 방향의 단위 구조물들이 rigid 하게 연결되어 있는 모델에서 그림 5와 같이 각 층마다 y 방향의 자유도에다 z 축을 중심으로 한 회전방향의 자유도를 하나 더 추가한 강성 행렬을 유도하는데, 이 유도된 강성행렬은  $S_{FF}^{**}$ 와 임의의 단위 구조물에서 다른 단위 구조물까지의 거리  $L_i$ 의 함수로 나타내어진다. 즉 층수  $m$ 인 건물의 y 방향의 단위 구조물의 수평

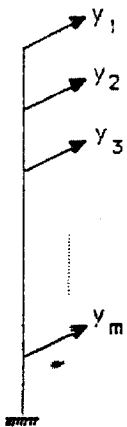


그림 4. y방향의 변위 자유도

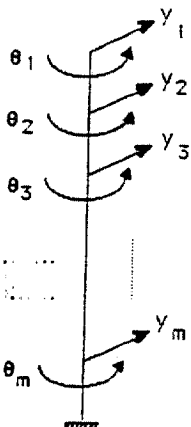


그림 5. y방향과 회전방향변위 자유도

강성 행렬이  $m \times m$  인  $S_{FF}^*$ 를 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{FF}^* = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1m} \\ & S_{22} & S_{23} & \dots & S_{2m} \\ & & S_{33} & \dots & S_{3m} \\ & & & \dots & \\ & & & & \dots \\ & & & & & S_{mm} \end{pmatrix} \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_m \end{matrix} \quad (24)$$

symmetric

이것으로부터 유도된 회전 강성이 포함된 y 방향의 강성행렬  $S_{yy}$ 는  $2m \times 2m$  인데 모든 단위 구조물의 강성행렬의 조합으로 된 다음과 같은 행렬식으로 된다.

$$S_{yy} = \begin{pmatrix} \sum S_{11} & \sum S_{11}L_i & \sum S_{12} & \sum S_{12}L_i & \dots & \sum S_{1m} & \sum S_{1m}L_i \\ \sum S_{11}L_i^2 & \sum S_{12}L_i & \sum S_{12}L_i^2 & \dots & \sum S_{1m}L_i & \sum S_{1m}L_i^2 & \theta_1 \\ \sum S_{22} & \sum S_{22}L_i & \dots & \sum S_{2m} & \dots & \sum S_{2m}L_i & \theta_2 \\ \sum S_{22}L_i^2 & \dots & \dots & \sum S_{2m}L_i & \dots & \sum S_{2m}L_i^2 & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \sum S_{mm} & \sum S_{mm}L_i & y_m & \dots & \dots & \dots & \theta_m \\ \sum S_{mm}L_i^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (25)$$

symmetric

여기서,  $\sum$ 는 1~n(단위 구조물 갯수)이다. x 방향 단위 구조물에 대해서도 식 (25)와 같은 방법으로 유도되는데 이 강성행렬을  $S_{xx}$  라고 하고, 이번에는 x 방향의 자유도를 하나 더 추가

하여 각 층마다 그림 6과 같이 3개의 자유도를 고려한다. 한 층마다 3개의 자유도를 고려한 3차원적인 전체 강성행렬은  $S_{yy}$ 와  $S_{xx}$ 에서 회전에 관한 요소는 더하고 나머지 요소들은 자유도에 맞추어서 확장시키면 된다.

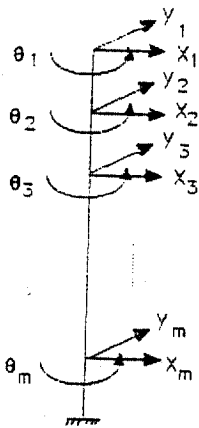


그림 6. 2개의 스펙변위와 회전변위 자유도

행렬식 (25)의 성분들을 간단히  $y_{ij}, x_{ij}$ 로 나타내면  $S_{yy}, S_{xx}$ 는 다음과 같다.

$$S_{yy} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1m} \\ & y_{22} & \dots & y_{2m} \\ & & \dots & \\ & & & \dots \\ & & & & y_{2m2m} \end{pmatrix} \quad (26a)$$

$$S_{xx} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ & & \dots & \\ & & & \dots \\ & & & & x_{2m2m} \end{pmatrix} \quad (26b)$$

$S_{yy}$ 와  $S_{xx}$ 가 결합된 3차원적인 전체 강성행

$$S_{xy} = \begin{pmatrix} y_{11} & 0 & y_{12} & y_{13} & 0 & y_{14} \cdots y_{1m-1} & 0 & y_{1m} \\ & x_{11} & x_{12} & 0 & x_{13} & x_{14} \cdots 0 & x_{1m-1} & x_{1m} \\ & & y_{22}+x_{22} & y_{23} & x_{23} & y_{24}+x_{24} \cdots y_{2m-1} & x_{2m-1} & y_{2m}+x_{2m} \\ & & & y_{33} & 0 & y_{34} \cdots y_{3m-1} & 0 & y_{3m} \\ & & & & x_{33} & x_{34} \cdots 0 & x_{3m-1} & x_{3m} \\ & & & & & y_{44}+x_{44} \cdots y_{4m-1} & x_{4m-1} & y_{4m}+x_{4m} \\ & & & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & & y_{m-1m-1} & 0 & y_{m-1m} \\ & & & & & x_{m-1m-1} & x_{m-1m} & x_{m-1m} \\ & & & & & & & y_{mm}+x_{mm} \end{pmatrix} \begin{matrix} y_1 \\ x_1 \\ \theta_1 \\ y_2 \\ x_2 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ y_m \\ x_m \\ \theta_m \end{matrix} \quad (27)$$

symmetric

렬을  $S_{xy}$  라 하면  $S_{xy}$  는 다음과 같이  $3m \times 3m$  인 행렬식으로 된다.

하중 벡터도 강성행렬의 자유도와 맞추어서 3 차원적으로 확장하면 윗층부터 아래로 각 층마다 다음과 같이 구성된다. 각 절점마다  $y$  방향으로 작용하는 힘을  $P_y$ ,  $x$  방향으로 작용하는 힘을  $P_x$ , 기준점으로부터  $P_y$ ,  $P_x$  가 작용한 점까지의 거리를 각각  $L_x$ ,  $L_y$  라 하면 다음과 같이 된다.

$$\sum_{i=1}^{ny} (P_y)_i \quad (28a)$$

$$\sum_{i=1}^{nx} (P_x)_i \quad (28b)$$

$$\sum_{i=1}^{ny} (P_y L_x)_i + \sum_{i=1}^{nx} (P_x L_y)_i \quad (28c)$$

여기서,  $ny$ ,  $nx$  는 각각  $y$  방향과  $x$  방향의 단위 구조물의 갯수이다.

식 (28)을 각 층마다 구성하면  $3m \times 1$  의 하중 벡터를 유도할 수 있는데, 이 하중벡터를  $A_i$  라 하면 이  $A_i$  와 강성행렬  $S_{xy}$  로써 전체 건물의 평형 방정식을 세울 수 있다. 즉,

$$S_{xy} D_F = A_i \quad (29)$$

구조물의 층 변위  $D_F$  는 다음과 같이 구해진다.

$$D_F = S_{xy}^{-1} A_i \quad (30)$$

이  $D_F$  는 기준점에서의 변위인데,  $y$  방향의 변위  $D_{Fy}$  와  $x$  방향의 변위  $D_{Fx}$ , 그리고 회전변위  $\theta$  로 구분할 수 있다. 각 단위 구조물은 기준점

을 중심으로 linear 하게 회전하므로 기준점의 임의의  $j$  층에서의 변위를  $D_j^i$ , 회전변위를  $\theta_j$  라 하면 임의의 단위 구조물의 변위는 다음과 같이 보정하여 구할 수 있다.

$$D_j^i = D_j^i + \theta_j L_i \quad \left( \begin{matrix} i=2 \sim ny \\ j=2 \sim m \end{matrix} \right) \quad (31)$$

각 단위 구조물의 보정된 변위가 구해지면  $S_{FF}^*$  에다 이 변위를 곱하면 각 단위 구조물마다 분포된 수평력을 알 수 있으므로 이후의 해석과 정은 (2,3)절과 동일하다.

### 3.2 Dynamic Analysis

질량중심(center of mass)과 항심(center of resistance)이 일치하지 않을 때는 건물에 비틀림이 일어나므로 torsional motion 에 대한 고려가 필요하다.

건물이  $m$  층일 때 건물에 비틀림이 없을 경우에는  $m \times m$  의 diagonal mass matrix 가 구해져서  $y$  방향과  $x$  방향이 각각 uncouple 되므로 독립적으로 모드 형상과 진동수를 구한다.

torsional mode 를 구하기 위해서는 질량 행렬을  $y$ ,  $x$  회전방향의 3 방향에 대해 구성하여야 하므로 확장된 질량은  $3m \times 3m$  의 diagonal matrix 로 된다. 각 절점마다  $y$  방향의 질량을  $M_y$ ,  $x$  방향으로 작용하는 질량을  $M_x$ , 기준점으로부터  $M_y$ ,  $M_x$  가 작용한 점까지의 거리를 각각  $L_x$ ,  $L_y$  라 하면 건물의 윗층부터 아래로 각 층마다 동일하게 구성하면 건물의 3 차원적인 질량행렬은 다음과 같이 확장된다.

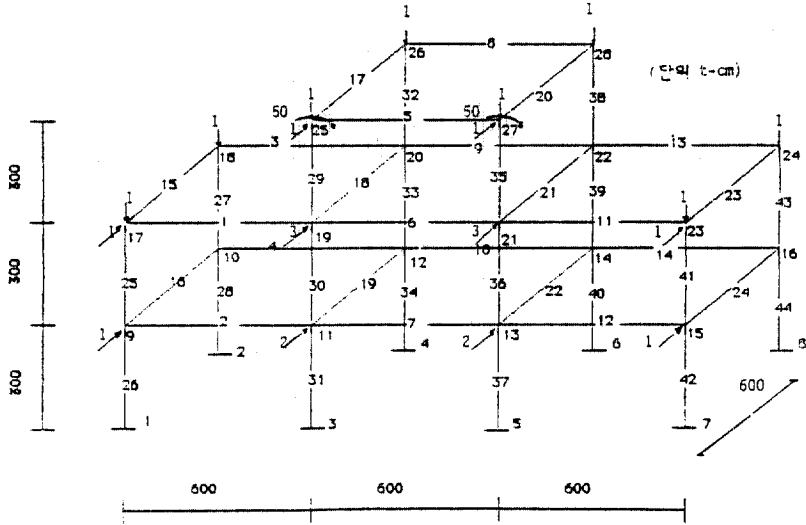


그림 7. 예제 1의 건물

$$M = \begin{pmatrix} \sum(M_y)_i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \sum(M_x)_i & 0 & & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \sum(M_y L_x^2)_i & & & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \sum(M_x L_y^2)_i & & & & \dots & & \\ \dots & & & & & & \\ \dots & & & & & & \\ \dots & & & & & & \\ \text{symmetric} & \sum(M_y)_i & 0 & 0 & & & \\ & \sum(M_x)_i & 0 & & & & \\ & \sum(M_y L_x^2)_i & + & \sum(M_x L_y^2)_i & & & \end{pmatrix} \quad (32)$$

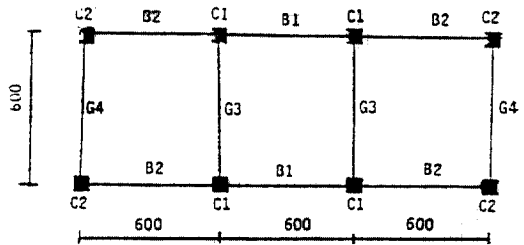


그림 8. 예제 1의 건물 평면도

여기서,  $\sum$ 는 1~y 또는 x 방향의 단위 구조물의 갯수이다.

이 질량행렬과 강성행렬  $S_{xy}$ 를 이용하여 y, x 방향과 torsional mode 도 구할 수 있다.

#### 4. 수치적인 검증

수치해석 예 1)

예제 1에서는 기둥과 보 요소 및 슬라브로 이루어진 그림 7과 같은 건축구조물을 본 논문의 건물구조해석 컴퓨터 프로그램 PFS에 의한 해석결과와 SAP IV를 사용한 해석 결과를 비교한다. 건물과 하중은 대칭이면, Young's Modulus는 200t/cm<sup>2</sup>이다.

건물의 평면도는 그림 8과 같으며 기둥선 C<sub>1</sub>

은 윗층으로부터 단면크기 50×50cm, 60×60cm, 60×60cm의 부재로 수직으로 구성되고, 기둥선 C<sub>2</sub>는 50×50cm, 60×60cm의 부재로 구성된다. 보선인 B는 40×80cm로, G는 40×60cm인 부재로 각각 수직으로 형성되어 있다. 슬라브는 모두 12cm 두께를 가진다.

(1) 정적 해석결과의 비교

표 1-1은 건물의 변위에 대한 비교인데, 건물의 바깥쪽 절점의 수평변위는 SAP IV의 해석결과와 비교하면 오차 2% 이내이고, 안쪽 절점에서는 오차 0.5% 정도로 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 표 1-2는 각 부재의 부재력에 대한 비교인데, SAP IV의 해석결과와 비교해 볼

표 1-2. 부재력 비교

(단위: ton)

층수	과	구구법	좌우	P.F.S	SAP IV
3	기둥	간단법	좌우	0.44	0.47
		모멘트		139.44	139.00
				126.21	125.60
	기둥	간단법	하	0.42	0.42
		모멘트	상	-34.95	-35.52
				-89.44	-88.93
	기둥	간단법	하	0.59	0.59
		모멘트	상	49.40	49.93
				126.21	125.60
2	기둥	간단법	좌우	0.65	0.66
		모멘트		193.49	197.70
				193.49	198.00
	기둥	간단법	좌우	0.90	0.89
		모멘트		269.14	266.30
				271.32	258.40
	기둥	간단법	하	1.12	1.10
		모멘트	상	-140.70	-140.40
				-193.37	-188.30
	기둥	간단법	하	1.13	1.10
		모멘트	상	144.10	141.20
				193.62	188.00
	기둥	간단법	하	1.41	1.43
		모멘트	상	-187.20	-187.90
				-234.20	-240.20
	기둥	간단법	하	1.36	1.33
		모멘트	상	185.50	185.50
				222.20	228.50
1	기둥	간단법	좌우	1.00	0.99
		모멘트		301.34	298.10
				301.34	297.70
	기둥	간단법	좌우	1.05	1.06
		모멘트		315.71	318.30
				314.14	317.30
	기둥	간단법	하	2.10	2.04
		모멘트	상	-469.08	-456.40
				-161.10	-156.40
	기둥	간단법	하	2.05	2.21
		모멘트	상	458.15	454.30
				156.34	153.30
	기둥	간단법	하	1.94	1.97
		모멘트	상	-451.22	-457.40
				-129.50	-133.40
	기둥	간단법	하	1.92	1.97
		모멘트	상	445.92	455.60
				129.50	134.50

표 1-1. 예제 1의 변위비교

(단위: cm)

층	결정번호	변위방향	P.F.S	SAP IV
1	9	Y	0.5393E-01	0.5265E-01
		Z	-0.2706E-03	0.2802E-03
		0x	-0.2135E-03	-0.2096E-03
	10	Y	0.5227E-01	0.5248E-01
		Z	-0.1104E-02	-0.1112E-02
		0x	-0.2096E-03	-0.2088E-03
	11	Y	0.5370E-01	0.5426E-01
		Z	0.5805E-03	0.5714E-03
		0x	-0.2237E-03	-0.2250E-03
	12	Y	0.5300E-01	0.5393E-01
		Z	-0.1414E-02	-0.1406E-02
		0x	-0.2204E-03	-0.2229E-03
	17	Y	0.1307E+00	0.1289E+00
		Z	0.5759E-04	0.5838E-04
		0x	-0.1380E-03	-0.1406E-03
	18	Y	0.1293E+00	0.1289E+00
		Z	-0.2091E-02	-0.2109E-02
		0x	-0.1382E-03	-0.1414E-03
2	19	Y	0.1304E+00	0.1312E+00
		Z	0.7237E-03	0.7074E-03
		0x	-0.1906E-03	-0.1887E-03
	20	Y	0.1300E+00	0.1307E+00
		Z	-0.2390E-02	-0.2380E-02
		0x	-0.1951E-03	-0.1930E-03
	25	Y	0.1848E+00	0.1852E+00
		Z	0.3893E-03	0.3719E-03
		0x	-0.1121E-03	-0.1118E-03
	26	Y	0.1841E+00	0.1849E+00
		Z	-0.3256E-02	-0.3241E-02
		0x	-0.8453E-04	-0.8402E-04



표 1-3. 모드 형상  
비교

SAP IV			PFS	
모드수			y-방향	x-방향
1	진동수	0.4434	0.4442	
	층 3	1.0000	1.0000	
	층 2	0.6670	0.6642	
	층 1	0.2529	0.2512	
2	진동수	0.6099		0.6100
	층 3	1.0000		1.0000
	층 2	0.6937		0.6934
	층 1	0.3009		0.3009
4	진동수	1.2290	1.2354	
	층 3	1.0000	1.0000	
	층 2	-0.2948	-0.2844	
	층 1	-0.2978	-0.2957	
6	진동수	1.4380		1.4395
	층 3	1.0000		1.0000
	층 2	-0.2770		-0.2782
	층 1	-0.2551		-0.2531
7	진동수	2.3080	2.3114	
	층 3	0.3592	0.3583	
	층 2	-0.4131	-0.4184	
	층 1	1.0000	1.0000	
8	진동수	2.4340		2.4348
	층 3	0.2337		0.2834
	층 2	-0.4275		-0.4276
	층 1	1.0000		1.0000

그림 9. 예제 2의  
건물

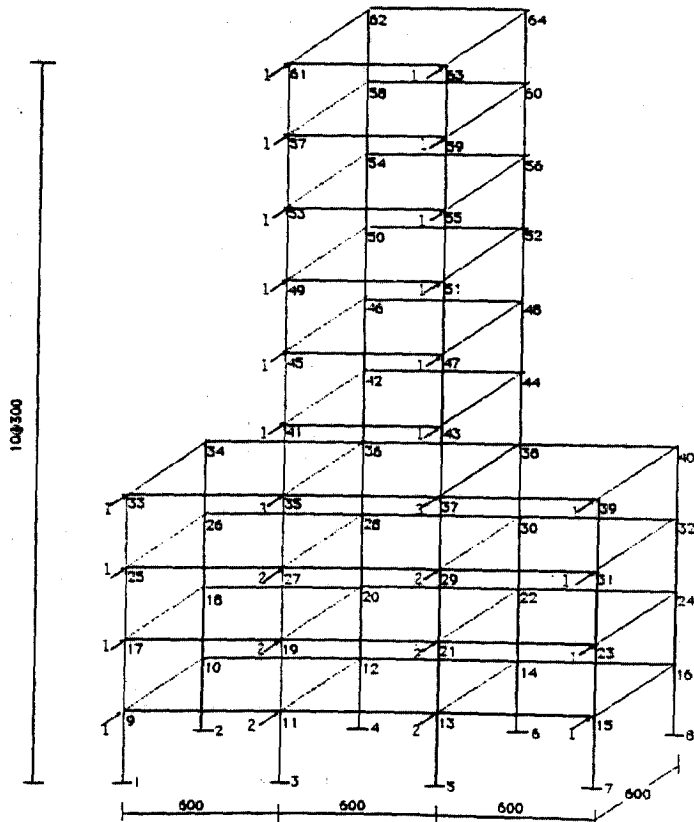


표 2. 예제 2의 수평변위 비교

(단위: cm)

층	PFS	SAP IV
10	1.7650	1.7678
9	1.6860	1.6886
8	1.5752	1.5789
7	1.4313	1.4353
6	1.2550	1.2589
5	1.0493	1.0530
4	0.8333	0.8372
3	0.6307	0.6307
2	0.3930	0.3930
1	0.1465	0.1465

때 모멘트값에 있어서 가장 큰 오차는 보에서는 16번 부재가 1.2%, 기둥에서는 34번 부재가 4%이다. 그러므로 PFS의 해석결과는 거의 정확함을 알 수 있다.

(2) 동적 해석결과의 비교

동적 해석에서는 예제의 구조물이 3층이므로 PFS의 해석에서 x, y 방향으로 각각 3개의 모드 형상을 구하고 SAP IV의 해석에서는 torsional mode가 있으므로 모드수를 10개로 잡았다. 각각의 모드 형상에 대한 비교는 표 1-3과 같다.

수치해석 예 2)

예제 2에서는 고층인 10층의 건물에 대해 해석한다. 보와 Girder의 성질은 앞의 예제와 같으며 기둥은 모두 60×60cm의 치수를 가진다.

각 층의 수평변위(y 방향)에 대한 해석결과는 표 2와 같은데, 고층 건물에서도 SAP IV의 해석결과와 비교해 보면 상당히 정확하다는 것을 알 수 있다.

수치해석 예 3)

예제 3은 예제 1의 3층 건물과 동일한 건물인데, 하중이 그림 10과 같이 비대칭으로 작용하여 건물 전체에 비틀림이 있는 경우에 대한 해석이다.

표 3은 수평변위에 대한 비교인데, 이 경우에도 PFS의 해석결과는 상당히 정확함을 알 수 있다.

수치해석 예 4)

이 예제에서는 10층의 비대칭 건물에 대해 해석한다. 각 절점의 수평 변위에 대한 SAP IV 해석결과와의 비교는 표 4와 같다.

표 5-1은 건물에 비틀림이 없는 예제 1의 3층 건물과 예제 2의 10층 건물의 static 해석시 소요되는 시간에 대한 PFS와 SAP IV의 비교이다. 그리고 표 5-2는 건물에 비틀림이 있는 예

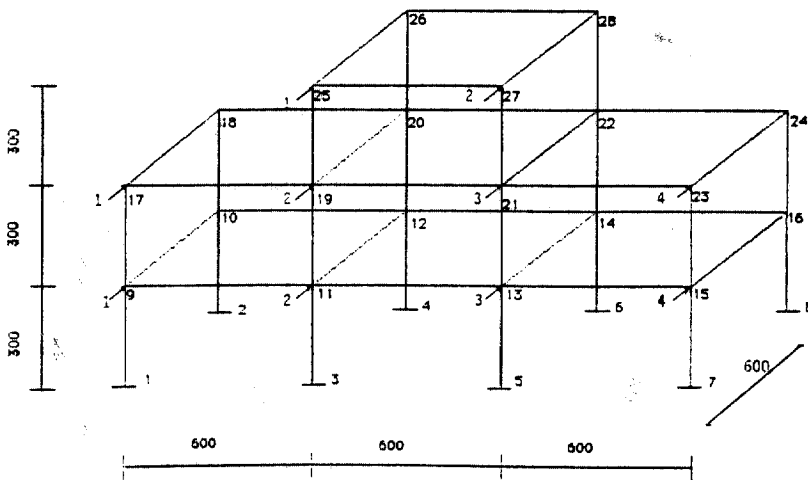


그림 10. 예제 3의 건물

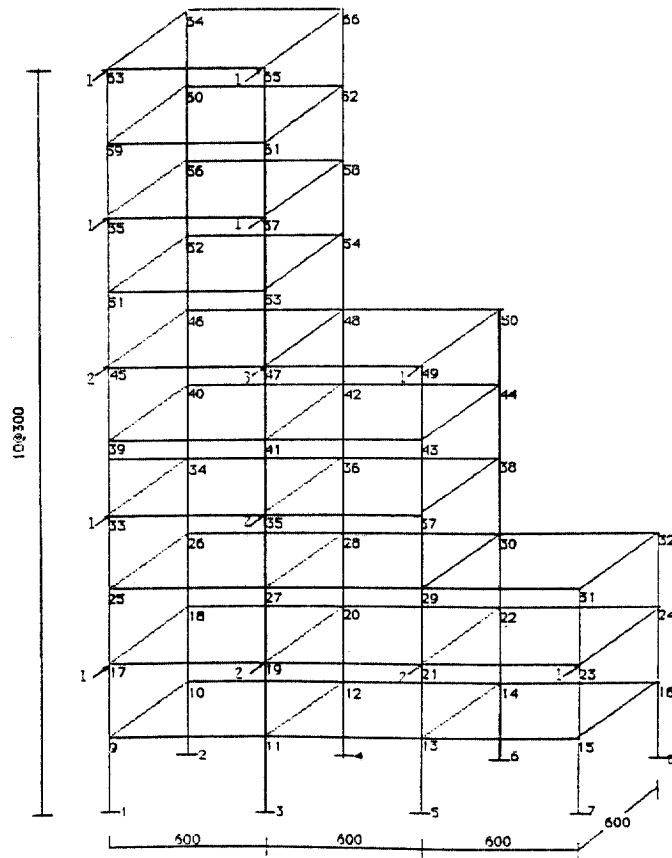


그림 11. 예제 4의 건물

표 3. 예제 3의 수평변위 비교

표 4. 예제 4의 수평변위 비교

(단위: cm)

(단위: cm)

층	질점번호	PFS	SAP IV
3	25	0.2202	0.2217
	27	0.2829	0.2790
	26	0.2193	0.2217
	28	0.2818	0.2789
2	17	0.1092	0.1130
	19	0.1554	0.1563
	21	0.2019	0.1995
	23	0.2486	0.2426
	18	0.1080	0.1130
	20	0.1543	0.1562
	22	0.2004	0.1995
	24	0.2461	0.2425
1	9	0.0450	0.0461
	11	0.0652	0.0653
	13	0.0855	0.0844
	15	0.1063	0.1033
	10	0.0441	0.0460
	12	0.0642	0.0653
	14	0.0842	0.0844
	16	0.1037	0.1032

층	질점번호	PFS	SAP IV
10	63	1.5730	1.5332
	65	1.3840	1.3756
9	59	1.5120	1.4708
	61	1.3217	1.3141
8	55	1.4353	1.3953
	57	1.2460	1.2337
7	51	1.3370	1.2988
	53	1.1510	1.1451
6	45	1.2166	1.1809
	47	1.0400	1.0354
	49	0.8659	0.8896
5	39	1.0470	1.0178
	41	0.8989	0.8938
	43	0.7513	0.7699
4	33	0.8527	0.8296
	35	0.7353	0.7303
	37	0.6190	0.6310
3	25	0.6297	0.6131
	27	0.5460	0.5424
	29	0.4640	0.4714
	31	0.3820	0.3999
2	17	0.3845	0.3765
	19	0.3490	0.3464
	21	0.3130	0.3163
	23	0.2770	0.2861
1	9	0.1395	0.1373
	11	0.1329	0.1324
	13	0.1263	0.1274
	15	0.1199	0.1224

( a ) Model A

( 단위 ; sec )

표 5-1. 해석시간의 비  
교(Torsion이  
없는 경우)

층 수	node 수	부재수
3	28	44

	PFS	SAP IV
Structural data	1.16	2.93
Nodal load input	0.13	0.56
Stiffness formation	5.77	20.98
Static analysis	1.64	24.66
Total run time	8.70	49.13

( b ) Model B

층 수	node 수	부재수
10	64	120

	PFS	SAP IV
Structural data	2.00	5.32
Nodal load input	0.31	0.68
Stiffness formation	13.93	54.70
Static analysis	4.90	71.24
Total run time	21.13	131.94

( a ) Model A

( 단위 ; sec )

표 5-2. 해석시간의 비  
교(Torsion이  
있는 경우)

층 수	node 수	부재수
3	28	44

	PFS	SAP IV
Structural data	1.89	3.58
Nodal load input	0.39	0.83
Stiffness formation	5.88	30.03
Static analysis	2.31	28.98
Total run time	10.47	63.47

( b ) Model B

층 수	node 수	부재수
10	66	125

	PFS	SAP IV
Structural data	4.44	6.01
Nodal load input	0.72	0.78
Stiffness formation	14.42	60.46
Static analysis	6.95	87.01
Total run time	26.53	154.26

제 3의 3층 건물과 예제 4의 10층 건물의 해석시간에 대한 비교이다.

total stiffness를 형성하는데 소요되는 시간은 PFS에 의한 해석이 SAP IV에 의한 해석보다 상당히 줄어드는데, 이것은 SAP IV의 해석에서는 각 절점당 6개의 자유도가 존재하므로 element stiffness를 형성할 때 column에서  $12 \times 12$  array로 형성되는데 비해, PFS의 해석에서는 각 절점당 3개의 자유도가 존재하므로  $6 \times 6$  array로 형성되기 때문이다. 그러므로, 구조물이 대형일수록 static analysis에 대한 PFS의 해석시간은 SAP IV에 의한 해석시간보다 증가되는 폭이 줄어들 것으로 판단된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 건축 구조물에 대한 3차원적 해석방법을 연구하였다.

본 연구의 해석 프로그램 PFS에 의한 해석결과는 SAP IV에 의한 해석결과와 비교해 볼 때, 건물의 구조 설계용으로 사용하기에 충분한 정확성을 가진 해석결과임을 알 수 있었다.

그리고 matrix condensation 기법을 이용함으로써 컴퓨터의 용량을 줄이므로 대형 건물의 구조 해석이 소형 개인용 컴퓨터를 사용하여도 가능하게 된다.

PFS에 의한 해석 시간은 SAP IV에 의한 해석 시간보다 상당히 빠르는데 대형 건물일수록 그 차이는 더 클 것으로 판단되므로 계산 비용면에서 유리하게 된다.

그러므로, 본 연구에서 제안한 해석 방법은 고층 건물의 구조 설계에서 매우 경제적인 방법이라고 할 수 있다.

## 감사의 말

본 연구는 1986년도 한국 과학 기술원의 연구비 지원에 의해서 수행되었으며, 이에 감사를 드립니다.

## 참 고 문 헌

1. Clough, R.W., King, I.P., "Structural Analysis of Multistory Buildings," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 90, No. ST3, Proc. Paper 3925, June, 1964, pp.19~34.
2. Weaver, W., and Nelson, M.F., "Three-Dimensional Analysis of Tier Buildings", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 92, No. ST6, Proc. Paper 5019, Dec., 1966, pp.385~404.
3. Glück, J., and Kalev, I., "Computer Method for Analysis of Multistory Structures," *Computer & Structures*, Vol. 2, pp.897~913, 1972.
4. Haris, A.K., "Approximate Stiffness Analysis of High-Rise Buildings", *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 104, No. ST4, April, 1978, pp.681~696.
5. Bathe, K.J., Wilson, E.L., and Peterson, F.E., "SAP 4-A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of Linear Systems", *Report No. EERC 73-11*, University of California at Berkeley, Sept. 1973.
6. J.L. Humor and J.U. Khandoker, "A Computer Program for Three Dimensional Analysis of Buildings", *Computer & Structures*, Vol. 11, pp.369~387, 1980.
7. Clough, R.W., King, I.P., "Large Capacity Multistory Frame Analysis Programs", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 89, No. ST4, Proc. Paper 3592, August, 1963, pp.179~204.

(接受: 1987. 5. 11)