

# 피아노의 等價回路와 低音部 音質의 改善方案

## An Equivalent Circuit of the Piano and a Tonal Improvement Scheme in the Bass Registers

\* 杜世鎭(Doo, S. J.)

\*\* 成宏模(Sung, K. M.)

\*\* 李鍾珪(Lee, C. K.)

### 요 약

構造 및 音響分析을 통해 피아노의 等價回路를 구성하였다. 最低音部の 基本周波數成分은 放射抵抗이 작아 音響出力도 작아짐을 보였고, 測定을 통해 확인하였다.

弦의 剛性으로 인해 피아노음의 部分音들은 基本진동수의 倍數가 되지 않고 높아지는데 最低音部에서 특히 문제로 되는 이 inharmonicity를 감소시켜 低音部 音質改善을 할 수 있는 새 方案을 강구하였다. 즉 브릿지의 위치만을 조절하여 inharmonicity를 감소시키는 것으로 響板中心部로 브릿지를 위치시킬수록 響板最低共振數 이하의 주파수가 낮아진다. 이는 피아노設計時에 적용할 수 있어 실제적 音質改善方案이 될 수 있다. 특히 소형피아노의 경우에 더욱 效果가 있을 것이다.

### ABSTRACT

It is well-known that analogizing a dynamic system to an equivalent circuit is a powerful tool on the analysis of the system. In this paper, an equivalent circuit of the piano has been constructed by the structural and acoustical analysis to visualize the sounding mechanism. Utilizing the mechanical reactance

\* 서울대학교 電子工學科 博士過程  
\*\* 서울대학교 電子工學科 教授, 工師

curve of the soundboard, a new method of reducing the inharmonicity in low frequency range has been built. With this method, by only choosing the proper excitation point on the soundboard, it will be possible to minimize the inharmonicity and thus to obtain mellow bass tone. It is shown that the missing fundamental in the lowest scale range results predominately from the fact that the radiation impedance in such low frequencies is nearly pure reactive.

## I. 序 論

피아노가 처음 만들어진 것은 1709년 이탈리아인 Bartolomeo Cristofori에 의해서였다. 당시에 이미 존재하던 Clavichord나 Harpsichord(Cembalo)에 비해 음량을 자유로 조절할 수 있는 장점이 있고 打弦의 독특하고 영롱한 음색을 가져 피아노는 현재에 이르기까지 많은 사람들의 사랑을 받고 있다. 하지만 더욱 아름답고 균형있는 음은 피아노에 대한 構造 및 音響的 研究가 있어야 가능할 것이다.

피아노의 弦은 高炭素鋼으로 제작하는 까닭에 理想的으로 柔軟하지가 않고 상당한 剛性을 가진다. 剛性을 가진 弦은 양단을 고정하여 振動시킬때 固有振動數들이 기본진동수의 배수가 되지 않고 이보다 높아지게 되며 그 벗어나는 정도도 부분음번호가 증가할수록 더 커진다!<sup>1)</sup> 이러한 inharmonicity는 피아노음을 특징지우는 중요한 요소로 작용하기도 하

나<sup>2)</sup> 低音部에서 그 程度가 심하면 音이 混濁하게 되어 문제로 된다. Inharmonicity를 감소시키기 위해서 弦의 일정 위치에 質量體를 附着하거나<sup>3)</sup> 響板의 일정위치에 質量體 및 彈性體를 설치하는 方案이 제시되기도 하였다!<sup>4)</sup> 하지만 이러한 改善策들은 피아노가 제작된 이후의 音質改善을 妨하고 있어 設計時부터 적용할 수 있는 새로운 方案이 요청되고 있다.

本 研究에서는 피아노를 等價回路의으로 分析하여 피아노의 發音現狀을 이해하고 響板에의 加振位置, 즉 브릿지의 위치만을 적절히 選定함으로써 inharmonicity를 감소시켜 低音部의 音質을 개선할 수 있는 새로운 方案을 模索해 본다.

## II. 피아노의 等價回路

피아노의 音響發生 원리상 구조를 크게 4부분으

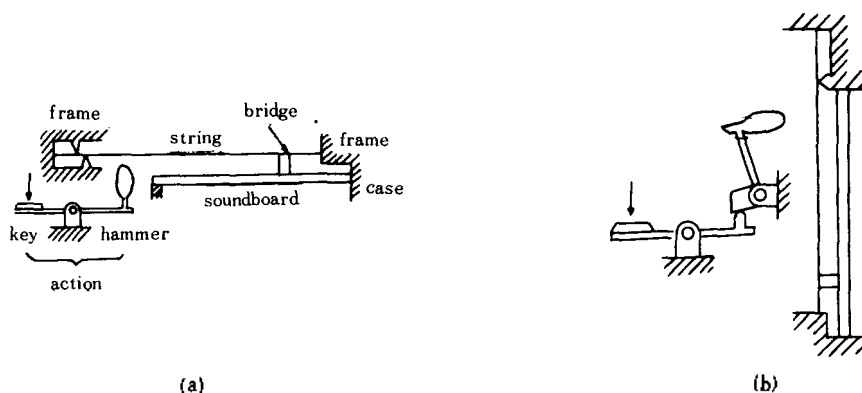


그림 1 피아노의 단순화된 구조(단면도)  
(a) 그랜드 피아노 (b) 얼라이트 피아노

로 나눌 수 있는데 이는 鍵盤의 눌러주는 힘을 햄머로 전달하는 액션(action)과 햄머의 打擊에 의해 振動하는 弦(string), 그리고 弦의 振動을 響板에 전달해 주는 브릿지(bridge)와 振動을 공기중으로 放射시키는 響板(soundboard)이다. 피아노의 구조를 단순화시켜 그림 1에 보였다. 弦 자체만의 音響出力은 대단히 微微하며 弦의 진동을 전달받아 響板이 진동함으로써 공기중으로 큰 出力의 音を 말할 수 있게 된다.

1. 響板

響板은 木材로서 物性자체가 고르지 않을 뿐만아니라 그랜드 피아노의 경우는 특히 향판경계형태가 不定形이어서 진동의 현상을 수학적으로 나타내 究明하는 일은 어려운 일이 아닐 수 없다.

우선 響板을 손실이 없는 膜으로 생각하고  $(x, y_0)$ 의 위치를 힘  $F e^{j\omega t}$ 로 加振할 경우 波動方程式은

$$T \nabla^2 G - \rho_s \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} = F \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) e^{j\omega t} \quad (1)$$

로 되며 여기서 T는 膜의 張力,  $\rho_s$ 는 面密度,  $\delta$ 는 Dirac 델타函數이고 G는 Green函數로 振動變位에 해당한다. 가로 세로가 각각  $l_x, l_y$ 이고 경계가 고정된 직사각형 膜의 경우 固有振動모우드는

$$\Psi_{mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{l_x} \sin \frac{n\pi y}{l_y} \quad (2)$$

의 모양을 가지는데 Green函數 G는 式(2)의 합으로 나타낼 수 있으므로

$G = \sum_{m,n} A_{mn} \Psi_{mn}(x, y)$ 로 하면 式(1)에서

$$\sum_{r,s} A_{rs} (k_{rs}^2 - k^2) \Psi_{rs}(x, y) = F \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) \quad (3)$$

로 된다. 여기서  $k = \omega/c$ ,  $k_{rs} = \omega_{rs}/c$ 이고 c는 膜에서의 音速이다.

양변에  $\Psi_{mn}(x, y)$ 를 곱한 후 전체면적에 대해 積分하고  $\Psi_{mn}$ 의 orthogonality를 이용하면 Green函數

는 다음과 같이 된다.

$$G(x, y | x_0, y_0) = \frac{F}{T} \frac{4}{l_x l_y} \sum_{m,n} \frac{\Psi_{mn}(x, y) \Psi_{mn}(x_0, y_0)}{k_{mn}^2 - k^2} \quad (4)$$

따라서 振動速度 u는  $u = j\omega G(x, y | x_0, y_0) e^{j\omega t}$ 로 되며  $(x_0, y_0)$ 에서의 機械의 임피던스  $Z_m$ 은

$$Z_m(x_0, y_0) = \frac{F}{u} \Big|_{x_0, y_0} = \frac{F}{j\omega G} = -\frac{M}{j\omega 4} \left( \sum_{m,n} \frac{\Psi_{mn}^2(x_0, y_0)}{\omega_{mn}^2 - \omega^2} \right)^{-1} \quad (5)$$

로 된다. 여기서  $M = \rho_s l_x l_y$ 로 膜 전체의 質量이다.  $Z_m$ 을 周波數에 대해 그려보면  $l_x > l_y$ 인 경우 그림 2와 같게 된다.  $f_{22}$  이상에 대해서도 대략 같은 형태로 되며  $\omega_{mn}$ 에서  $Z_m$ 은 零이 된다. 또 加振位置에 따라  $\Psi_{mn}$ 이 변하므로 따라서  $Z_m$ 의 크기도 달라지게 됨을 알 수 있다.

機械의 어드미턴스  $Y_m$ 은

$$Y_m(x_0, y_0) = \frac{1}{Z_m(x_0, y_0)} = \frac{4}{M} \sum_{m,n} \frac{j\omega \Psi_{mn}^2(x_0, y_0)}{\omega_{mn}^2 - \omega^2} \quad (6)$$

로 되는데

$$\frac{K \Psi_{mn}^2 s}{\omega_{mn}^2 + s^2} = \frac{1}{\frac{1}{s} \frac{K \Psi_{mn}^2}{\omega_{mn}^2} + s} \frac{1}{K \Psi_{mn}^2}, \quad s = j\omega, K = \frac{4}{M} \quad (7)$$

이므로 어드미턴스의 極點을 계속 제거해감으로서 響板의 等價回路를 제 2 Foster形式으로 具現할 수 있다.

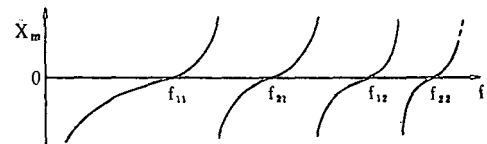


그림 2 響板의 기계적임피던스

式(4)에서 알 수 있는 바와 같이 Green函數는 加振位置에 따라 그 應答이 다르다. 式(4)는 加振位置  $(x_0, y_0)$ 에 正弦波의 힘을 가하는 경우로서 만일 임펄스의 힘을 가하면 일정 관측위치에서의 響板의 傳達函數를 구할 수 있게 된다.

響板의 共振周波數등을 알아보기 위하여 그림 3과 같이 장치하고 傳達函數를 구하였다. 사용한 피아노는 全長 268cm, 幅 152cm의 Steinway & Sons의 그랜드 피아노로서 常時 演奏會 등에 이용되고 있던 것이었다. 衝激해머로 브릿지의 最低音弦이 裝設되어 있는 위치를 가격하여 그 가격된 힘을 信號分析器의 Channel 1에 入力시키고 響板의 振動에 의해 발생된 音을 마이크로폰을 통해 Channel 2에 入力시켜 브릿지의 加振位置로부터 마이크로폰까지의 傳達函數를 구하였다.

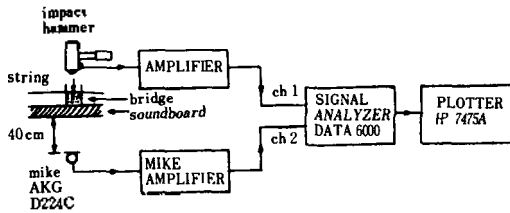


그림 3 響板의 傳達函數를 얻기 위한 장치

그림 4에 衝激해머로 가해진 힘과 발생된 振動音 및 이 둘을 각각 Fourier變換하여 구한 傳達函數를 보였다. 使用된 피아노의 最低共振周波數는 약 66Hz임을 알 수 있다. 또 약 1kHz 이하에서는 響板의 固有振動의 여러 周波數를 확인할 수 있어 그 일부를 그림 4(c)에 표시하였다.

2. 弦과 해머

길이가  $l$ 이고 양끝이 고정된 柔軟한 弦의 경우 앞서와 같은 방법을 이용하면  $x=x_0$ 의 위치를 加振할 때 機械的 어드미턴스  $Y_{ms}$ 는

$$Y_{ms} = \frac{2}{m_0} \sum_n \frac{j\omega \sin^2\left(\frac{n\pi x_0}{l}\right)}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (8)$$

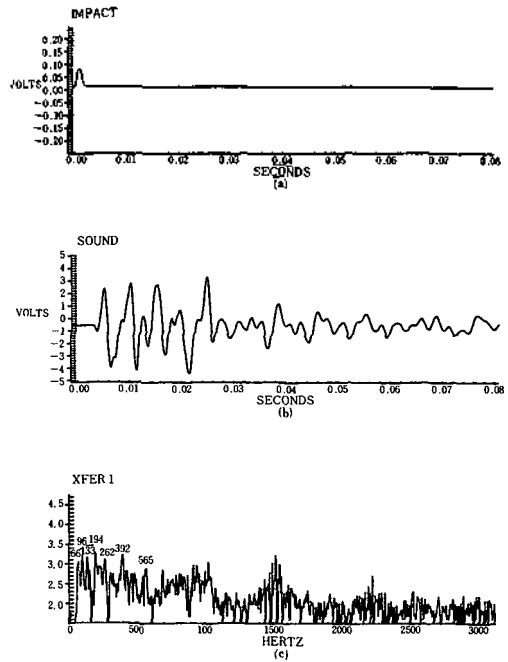


그림 4 (a) 衝激해머에서 가한 힘 (b) 受信된 響板振動音 (c) 響板의 傳達函數

로 된다. 여기서  $m_0$ 는 弦의 總질량이다. 따라서 響板의 경우와 마찬가지로 弦의 경우도 그림 5와 같이 제 2 Foster形의 等價回路를 얻을 수 있다. 加振 위치와 주파수에 따라 어드미턴스가 다음을 알 수 있는데 예를 들어  $x_0 = \frac{l}{2}$ 의 위치를  $f = \frac{v}{2l}$ 의 주파수로 가진다면 어드미턴스가 무한대로 된다.

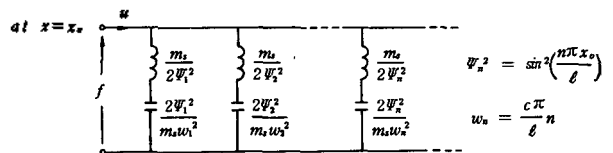


그림 5 양끝이 고정된 유연한 弦의 等價回路.

또 弦을 電送線 (electrical transmission line)으로 相似시킬 수 있다.<sup>5)</sup>

弦에서의 波動方程式은

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (9)$$

電送線에서는

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}, \quad c_s = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (10)$$

이므로 弦의 振動變位  $y$ 를 전류  $i$ 에, 힘의 시간적분인 運動量을 전압  $v$ 에 각각 相似시킨다.

弦의 한끝을  $x=0$ 에 고정시키고 이로부터  $x_0$ 만큼 떨어진 지점에서 弦의 다른끝을 진동시킬 때  $x_0$ 에서의 기계적 임피던스는  $-j\rho_1 c \cot kx_0$ 이므로 양 끝이  $x=0$ 와  $x=l$ 에 고정된 경우  $x_0$ 에서의 기계적 임피던스는

$$Z_{in} = -j\rho_1 c \{ \cot kx_0 + \cot k(l-x_0) \} \quad (11)$$

되 되며 이는 式(8)의 逆과 같다.

햄머가 弦의 일정위치를 打鍵하면 햄머의 질량을  $m$ , 최종속도를  $u$ 라 할때 운동량  $mu$ 를 弦에 전달시키게 된다. 따라서 햄머를 인덕턴스  $L$ 에 相似시키면  $L \frac{di}{dt}$ 의 전압을 電送線에 가하는 셈이 된다. 인덕턴스의 전류는 연속이어야 하므로  $t=0$  때의 전류를  $I_0$ 라 하면 햄머의 加振을 初期電流가 零한 인덕턴스와  $L I_0 \delta(t)$ 의 電壓源과의 직렬연결상태가 電送線에 연결되는 것으로 相似할 수 있다.

### 3. 放射임피던스

피아노의 두경울 연 상태에서는 響板의 振動을 baffle이 없는 상태의 圓板의 振動으로 생각할 수 있는데 이 때 放射임피던스는 다음과 같이 된다(6)

$$Z_r = R_r(\omega) + jX_r(\omega)$$

$$= \begin{cases} 0.19 \frac{\rho_0}{c_0^3} a^2 \omega^4 + j2.67 \rho_0 a^2 \omega, & ka < 1 \\ 2\pi a^2 \rho_0 c, & ka > 5 \end{cases} \quad (12)$$

$$, ka > 5 \quad (13)$$

여기서  $\rho_0$ 는 공기의 密度,  $c$ 는 공기중에서의 音速,  $a$ 는 圓板의 半徑, 그리고  $\omega$ 는 振動角周波數이다.

앞서 사용한 피아노의 최저공진주파수 이하에서 放射임피던스는 響板을 半徑 0.8m의 圓板으로 생각할 때 式(12)로부터  $Z_r = 1.5 \times 10^{-9} \omega^4 + j1.64 \omega$ 로 되어 響板에 1.64kg의 質量이 附加된 것으로 볼 수 있으며 따라서 최저공진주파수는 眞空時보다 낮아진다. 또 音響出力化할 수 있는 放射임피던스의 抵抗部는 사용한 그랜드피아노의 경우 최저공진주파수에서 약 45mechanical ohms (N·s/m)가 되며 주파수가 낮아질에 따라 급격히 작아져 最低音인  $A_0$ 의 기본주파수 27.5Hz에서는 약 1.3mechanical ohms 밖에 되지 않는다. 따라서 最低音部の 기본주파수 부근은 放射임피던스 중 抵抗成分은 거의 무시할 수 있고 響板은 1.64kg의 공기질량만을 움직이고 있다고 간주하여도 좋을 것이다.

피아노음으로부터 이를 확인하기 위하여 그림 6과 같이 장치하였다. 사용한 피아노는 앞에서와 동일하다. 마이크로폰~피아노간의 거리를 약 60cm로 하여 측정된 결과를 그림 7에 보였다.

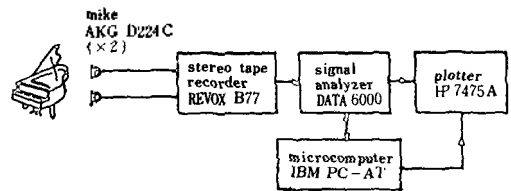


그림 6 피아노음 分析을 위한 장치

最低音인  $A_0$ 音과 中音部の 가온 다음인  $C_4$ 音의 스펙트럼 크기를 보였는데  $A_0$ 의 기본주파수인 27.5 Hz成分의 레벨이 아주 작아 거의 音響出力으로 나오지 못하고 있는 것을 볼 수 있다. 귀의 감도를 고려하면 실제로 들리는 음은 더욱 작게 된다. 最低音部の 기본주파수 音響出力을 크게 하는데는 響板의 厚이를 薄게 하는 것이 效果的일 것이나 실제적으로

설치가 불편한 점 등 어려움이 있다.

최저공진주파수 이상에서는 響板이 分割振動을 하게 된다. 분할진동 면적을 S라 할 때  $k\sqrt{S/\pi} > 5$ 이면 放射임피던스는  $2S\rho_0c = 830S$ 로 된다. 또 높은 주파수에서는  $k\sqrt{S/\pi} < 1$  이더라도 抵抗成分이 단연 우세해지는 것을 식(12)로부터 알 수 있다. 그림 7의 (b)에서 보는 바와 같이 C<sub>1</sub>음의 경우(기본주파수는 261.6Hz)는 기본주파수를 포함한 부분음들이 打弦點에 맞게 잘 發音되고 있는데 이로부터 放射抵抗이 우세함을 추측할 수 있다. 또 주파수가 높아짐에 따

라 音響出力이 주파수의 4 제곱에 비례하여 커지지 않으므로 높은 주파수가 되면  $k\sqrt{S/\pi} > 5$ 로 간주하여 放射抵抗을 830S로 생각함이 옳을 것이다.

4. 全體的 考察

以上에서 살핀 피아노 構造 및 音響分析을 바탕으로 그 等價回路를 그림 8에 圖示하였다. 弦은 電送線, 響板은 離散定數回路로 나타내었다. 지금까지 響板을 膜으로 생각하였는데 單純支持의 境界條件인 경우는 膜↔板의 相似(7)를 이용할 수 있고 실

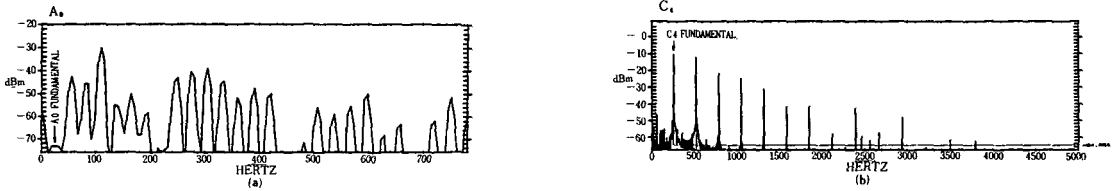


그림 7 기본주파수 성분크기의 상대적비교  
(a) A<sub>4</sub>음 (b) C<sub>4</sub>음

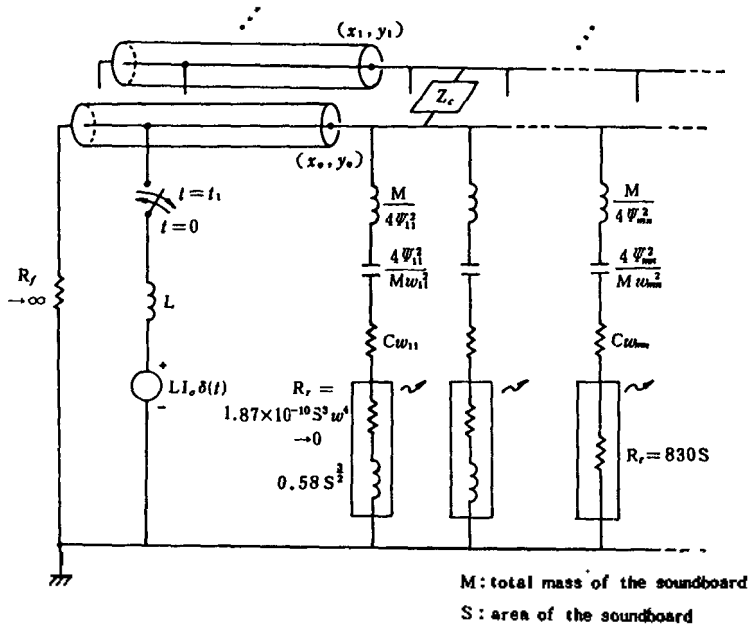


그림 8 피아노의 等價回路

M: total mass of the soundboard  
S: area of the soundboard

제 피아노에서와 같이 clamp 된 조건에서는 共振周波數가 단순저지의 경우보다 높아지지만 等價的으로 그림 8 과 같이 된 것은 마찬가지이고 回路定數만 달라지게 된다.

響板으로 쓰이는 木材의 logarithmic decrement 는 0.02~0.04로 木材의 종류에 따라 거의 일정하므로<sup>(8)</sup>響板의 内部損失은 周波數에 비례하게 된다. 이를 각 직렬공진회로에 挿入시켰다. 이것은 높은 周波數成分이 빠르게 감쇠하는 현상을 설명해 준다.  $R_s$ 는 프레임 임피던스이고  $t_s$ 은 뿔머가 弦에서 이탈하는 시간이다.

### III. 低音部 音質의 改善

#### 1. 피아노弦의 inharmonicity

실제의 피아노弦의 경우 剛性이 있음으로 인해서 柔軟한 弦의 경우에 비해 振動波長이 짧아지고 弦에서의 音速은 빨라진다. 따라서 양끝을 고정된 경우 弦의 固有振動數는 다음과 같이 된다<sup>(9)</sup>.

$$f_n \approx nf'_1 (1 + \alpha n^2) \quad (14)$$

여기서  $n$ 은 部分音番號,  $f_n$ 은  $n$ 번째 部分音의 周波數이고  $f'_1$ 은 기본음주파수로서 유연한 弦의 경우에 비해 약간 높은 값을 갖는다. 또  $\alpha = \pi^2 Y r^2 / (8 Q l^2)$ 이며  $Y$ 는 Young's modulus,  $r$ 은 弦의 半徑,  $l$ 은 弦의 길이,  $Q$ 는 弦材質의 탄성스트레스이다. 상대적 inharmonicity는  $(f_n - nf'_1) / nf'_1 = \alpha n^2$ 으로 部分音번호가 증가함에 따라 2차함수적으로 증가한다.

이렇듯 部分音들이 harmonics 를 이루지 않고 inharmonicity 를 가지면 특히 低音部에서는 문제로 된다. 즉 內耳의 달팽이관 (cochlea)은 非線形的의 感知를 하므로 두 周波數의 音을 들을 때 그 差周波數도 主觀的으로 듣게되는데 피아노音의 경우 여러 部分音을 갖게 되고 隣接部分音들간의 差周波數가 서

로 많이 다르면 混濁한 音質로 되어버리고 마는 것이다. 또 最低音部에서는 앞에 보인 바와 같이 音響出力 基本周波數成分이 작으며 따라서 pitch를 隣接部分音들의 差周波數로 判定하게 되는데 inharmonicity가 심하면 pitch를 알아내는 데에도 어려움이 있게 된다. 따라서 될 수 있는 한 部分音들이 harmonics 에서 벗어나는 정도를 줄여야 할 것이다. 하지만 대략  $C_3$  이하의 音에서는 피아노음이 따뜻함을 갖기 위해서 어느 정도의 inharmonicity가 반드시 존재해야 하므로<sup>(2)</sup> 모든 部分音을 완전히 harmonics로 하는 것이 최선은 아니다.

#### 2. 低音部 音質의 改善

弦을 브릿지에 裝弦하면 響板임피던스  $Z_m$ 에 弦의 한쪽끝이 연결된다. 관심의 대상인 低周波數에서는 響板에서의 波長이 길어 抵抗成分은 작으므로 편의상 響板임피던스를 純리액턴스로 생각하기로 한다. 響板임피던스의 影響에 대한 고찰이므로 弦은 理想的으로 柔軟한 것으로 가정한다. 弦의 길이  $l$ 이라 하면 경계조건은 다음과 같다.

$$u(0, t) = 0 \quad (15)$$

$$u(l, t) = j \frac{T}{X_m} \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=l} \quad (16)$$

式(15)의 境界條件으로부터 일반적인 解는

$$y(x, t) = A \sin kx e^{j\omega t}, \quad A \text{는 복소수}$$

가 되며 式(16)의 境界條件으로부터

$$j\omega A \sin kl = j \frac{T}{X_m} kA \cos kl$$

을 얻는다.  $T = \rho_l c$ ,  $k = \omega/c$ 의 관계를 이용하고 정리하면 다음 式(17)을 얻는다.

$$\tan kl = \frac{\rho_L c}{X_m(k)} \quad (17)$$

즉 弦의 固有振動數는 두 函數  $Z_1 = \rho_L c \cot kl$ ,  $Z_2 = X_m(k)$ 의 交點을 구함으로서 찾을 수 있다. 만일  $|X_m| \rightarrow \infty$ 이면  $kl = n\pi$  즉  $f = \frac{c}{2l}n$  ( $n$ 은 자연수)에 접근하게 되어 양끝이 고정된 경우의 고유진동수로 된다.

한편 響板의 共振周波數 부근이 아니면 響板의 리액턴스가 커 部分音 周波數는 harmonics에서 그다지 많이 벗어나는 것은 아니므로

$$\tan kl = \tan n\pi(1 + \epsilon) = \frac{\rho_L c}{X_m(k)} \quad (18)$$

로 쓸 수 있으며  $\epsilon \ll 1$ 이다. 또  $\tan n\pi(1 + \epsilon) = \tan n\pi\epsilon$ 이므로

$$\epsilon = \frac{1}{n\pi} \tan^{-1} \left( \frac{\rho_L c}{X_m(k)} \right) \approx \frac{\rho_L c}{n\pi X_m(k)}$$

이며 따라서 式(18)로부터

$$kl = n\pi \left( 1 + \frac{\rho_L c}{n\pi X_m(k)} \right) \quad (19)$$

가 된다. 양끝이 고정된 경우의 기본주파수  $f_1 = c/2l$ 이므로 式(19)에서

$$f_n = n f_1 \left( 1 + \frac{2l f_1 \rho_L}{n\pi} \frac{1}{X_m(k)} \right) \quad (20)$$

를 얻는다.  $X_m > 0$ 이면 固有振動數가 양끝이 고정된 경우보다 높아지고  $X_m < 0$ 이면 반대로 양끝이 고정된 경우보다 낮아진다. 따라서  $X_m < 0$ 이고  $1/X_m = -an^3/(2l f_1 \rho_L)$ 을 만족시키면 弦의 剛性에 의한 inharmonicity가 響板의 임피던스에 의해 相殺될 것이다.

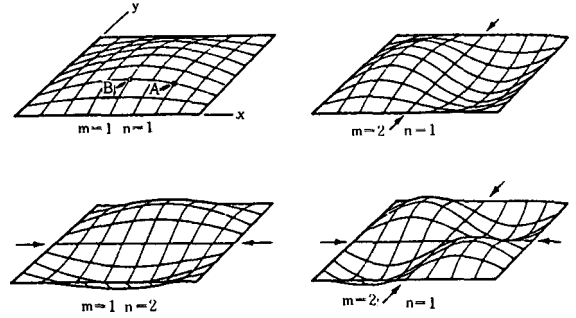


그림 9 정규모우드 振動形狀 및 加振點

加振위치에 따라 響板의 機械的 리액턴스 및 이에 따른 inharmonicity의 변화를 알기 위하여 그림 9의 A 및 B 점을 加振할 경우의 響板 리액턴스의 逆數를 그림 10에 나타내었다. A점에서는  $\psi_{11} = \frac{1}{2}$ ,  $\psi_{21} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\psi_{12} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\psi_{22} = -1$ 이고 B점은 (2, 1) 모우드와 (2, 2) 모우드의 nodal line에 위치하고 있으며  $\psi_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\psi_{21} = 0$ ,  $\psi_{12} = 1$ ,  $\psi_{22} = 0$ 이다. 그림 10에서 實線으로 그려진 곡선은 A점을 加振한 경우의 響板 리액턴스의 逆을 나타내며 點線은 B점을 加振한 경우이다. 加振 위치가 A점에서 B점으로 차 옮겨지면 리액턴스 곡선도 실선의 위치에서 점선쪽으로 이동하여 가게 된다. 그림 10에 弦의 剛性에 의한 inharmonicity인  $an^3/(2l f_1 \rho_L)$ 의 곡선을 2 점쇄선으로 그렸다. 그림과 같은 경우에는 B점을

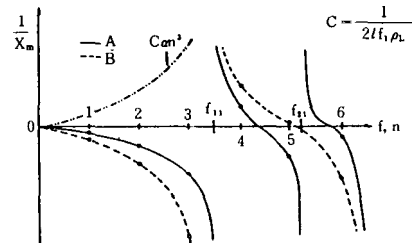


그림 10 加振위치 이동에 따른  $1/X_m$



加振하는 편이 낮은 부분음의 inharmonicity 개선에 효과적임을 볼 수 있다. 일반적으로 響板의 中心部를 加振할수록 響板最低共振周波數 이하의 부분음 주파수를 더 많이 낮출 수 있게 된다. 작은 피아노일수록 低音弦이 짧고 굵어지게 되어 剛性에 의한 부분음 주파수 상승이 더 심해지게 된다. 따라서 좋은 低音을 얻으려면 부분음 주파수상승을 響板리액턴스를 이용해 그만큼 많이 相殺시켜야 하는데 소형피아노의 경우 響板의 최저공진주파수가 높으므로 inharmonicity를 개선시킬 수 있는 부분음 數가 다행히 대형의 경우보다 많아진다. 즉 裝弦되는 低音用브릿지의 위치를 향판중앙으로 위치시킬수록 최저공진주파수 이하에서 compliance가 커지고 따라서 inharmonicity가 감소하게 되며 결과적으로 더 부드러운 低音을 얻을 수 있게 되는 것이다. 실제로 일부 피아노에서 suspending bridge를 사용하고 있는데 이는 低音弦을 향판중앙에 가깝게 裝弦하는데 유리하나 앞의 결과를 고려할 때 아직도 개선의 여지가 있다고 생각된다.

#### IV. 結 論

햄머로부터 전달된 運動量을 받아 弦이 振動하고 이것이 다시 響板으로 전달되어 공기중으로 音響出力을 내는 것을 等價의回路로 구성하여 보았다. 피아노는 弦과 響板의 結合共振體이다. 피아노 最低音部の 기본주파수성분은 放射抵抗이 작아 音響出力이 작을 수 밖에 없는데 그 출력을 증가시키려면 響板이 넓어져야 한다.

最低音部 音質을 향상시키기 위해 본 연구에서는 加振위치, 즉 브릿지의 위치를 조절할 것을 제시하였다. 이는 특히 가정용 소형피아노의 경우 더욱효

과를 볼 수 있는 방법이기도 하다. 또 設計時에 적용하므로 이전에 제시된 音質改善대책들에 비해 실질적이다. 실제로는 弦의 길이에 의한 제약이 있을 수 있으므로 어느 정도 타협이 필요할 것이다.

---

※本 論文은 1986년도 문교부 학술 연구 조성비에 의하여 이루어진 “피아노의 音響學的 特性 研究” 결과의 일부를 밝힙니다.

---

#### 參 考 文 獻

1. Wolf, D. and H. Müller, "Normal vibration modes of stiff strings," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 44, No. 4, pp.1093-1097, 1968.
2. Fletcher, H., E.D. Blackman, and R. Stratton, "Quality of piano tones," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 34, No. 6, pp.749-761, 1962.
3. Miller, F., "A proposed loading of piano strings for improved tone," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 21, No. 4, pp.318-322, 1949.
4. Exley, K.A., "Tonal properties of the pianoforte in relation to bass bridge mechanical impedance," J. Sound Vib., Vol. 9, No. 3, pp.420-437, 1969.
5. Kock, W.E., "The vibrating string considered as an electrical transmission line," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 8, pp.227-233, 1937.
6. Beranek, L.L., Acoustics, McGraw-Hill, N.Y., pp.116-128, 1954.
7. Irie, T., G. Yamada, and K. Umesato, "Free vibration of regular polygonal plates with simply supported edges," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 69, No. 5, pp.1330-1336, 1981.
8. Krüger, F. and E. Rohloff, "Über die innere Reibung von Holz," Z. Physik, Vol. 110, No. 1-2, pp.58-68, 1938.
9. Fletcher, N.H., "Analysis of the design and performance of harpsichords," Acustica, Vol. 37, pp.139-147, 1977.