

【 論 文 】

경사진 동심원통 사이의 환상공간에서 자연대류 열전달

Natural Convection in the Annulus between Concentric Inclined Cylinders.

김 찬 원* 권 순 석**
Chan Won Kim Sun Sok Kwon

ABSTRACT

Natural convection in the annulus between concentric inclined cylinders has been studied by the numerical analysis. Governing equations are numerically solved by means of successive over-relaxation methods for a range in orientation from horizontal to vertical.

It is found that flow patterns can also be observed the co-axial double spiral. As the angle of inclination is increased, the center of the eddy is shifted into the lower part of annulus and flow structure is apparently changed. In the present study, the maximum local Nusselt numbers for the inner and outer walls at the vertical cylinder increase more than those at the horizontal cylinder by 71%, 42% respectively. Consequently the effect of inclination on the heat transfer is considerably large.

[기 호 설 명]

V; 속도벡터
T; 온도
 T_1, T_2 ; 내관 및 외관의 온도
g; 중력가속도
 P_m ; 동압력
 R_a ; Rayleigh 수 $g\beta(T_1-T_2)r_2^3/\alpha\nu$
 P_r ; Prandtl 수 ν/α
R; 무차원 반경방향좌표 r/r_2
r; 반경방향좌표
 R_1 ; 내외관의 반경비 r_1/r_2
 ξ ; 무차원 원통축방향좌표 z/r_2
Z; 축방향좌표
 ℓ ; 원통축 길이
L; 무차원 축 길이 ℓ/r_2
 r_1, r_2 ; 내관 및 외관의 반경
 θ ; 무차원 온도 $(T-T_2)/(T_1-T_2)$
 δ ; 경사각도
 Nu_1 ; 내관의 국소 Nusselt 수

Nu_2 ; 외관의 국소 Nusselt 수
 Nu_m ; 평균 Nusselt 수
 ϕ ; 원주방향좌표
 β ; 선팽창계수
 ρ ; 밀도
 ν ; 동점성계수
 α ; 열팽창계수
 Ψ ; vector potential
 Ω ; vorticity

첨 자

₁; 내관
₂; 외관

1. 서 론

수평동심원관의 환상공간에서의 자연대류 열전달은 태양열 집열장치, 핵연료 냉각, 축열장치등에 많이 응용되고 있다. 수평밀폐 환상공간에 대한 열전달에 대해 처음으로 Beckmann¹⁾이 연구한 후, Grigull 과 Hauf²⁾는 간섭계를 이용하여 실험한 결과 환상공간내 유동은 2차원 pseudo-condu-

* 正會員 : 창원기능대학
** 正會員 : 동아대학교 기계과

ctive 영역, 3차원 천이영역, 그리고 충분히 발달한 2차원 층류자연대류 영역으로 분류하였다. Bishop과 Carley³⁾는 가시유동 실험연구에서 두 개의 stable pattern 즉, crescent와 kidney-shaped eddy를 관찰하였다. 또 Mack와 Bishop⁴⁾는 $Ra = 300$ 에서 Prandtl수가 매우 작은 액체금속에서는 다세포 유동이 나타난다는 것을 밝혔다. 그 후 Powe등⁵⁾은 담배연기를 이용한 가시화 실험으로 Grashop수와 inverse relative gap width에 따른 환상공간에서의 자연대류 유동을 관찰하였다. Kuehn과 Goldstein⁶⁾은 수평원관에서 Prandtl수와 내외관의 직경비에 대한 열전달의 영향에 대해 연구하였다.

Aziz와 Hellums⁷⁾는 Navier-Stokes 방정식을 vorticity와 vector potential 항으로 변경하여 3차원 유동방정식의 유한차분해를 해석하였다. Ozoe등⁸⁾은 경사진 사각형 밀폐공간에 대하여 연구한 결과 경사각도 60° 에서 최대열전달율이 일어남을 밝혔으며 그 후 Ozoe등⁹⁾은 경사진 직육면체에 대하여 3차원으로 수치해석을 하였고 이어 수치해석 결과를 확인하기 위해 Ozoe등¹⁰⁾은 glycerol를 이용하여 실험연구하였다. Fukuda등¹¹⁾은 경사환상 다공질층내 자연대류를 3차원 수치해석하였으며 Ozoe등¹²⁾은 하면가열, 상면냉각의 경사 환상공간의 자연대류에 대해 연구한 결과 경사각과 열전달율의 관계를 나타내었다. Fusegi와 Farouk¹³⁾는 수평동심 환상공간의 3차원 자연대류 열전달에 대해 연구한 결과 유동은 공축2중나선이며, 양단이 열전달에 크게 영향을 미친다는 것을 밝혔다.

본 연구에서는 동심 원통사이의 환상공간에서 Rayleigh수 3×10^4 과 Prandtl수 7.0인 경우 경사각도에 따라 온도분포, 유동상태 및 Nusselt수 분포를 수치해석으로 구하여 자연대류 열전달 특성을 고찰하였다.

2. 수치해석

본 해석에 사용한 좌표계는 Fig.1과 같고 반경 r_1, r_2 , 원관길이 l 의 환상공간내 유체가 밀폐되어 있으며 양벽은 열적으로 절연되어 있다. 해석을 단순화하기 위해

유체의 물성치는 운동량 방정식의 중력항만 온도차에 의해 밀도변화를 하고 내관의 온도 T_1 , 외관의 온도 T_2 로서 일정하며 ($T_1 > T_2$) 점성 소산 및 복

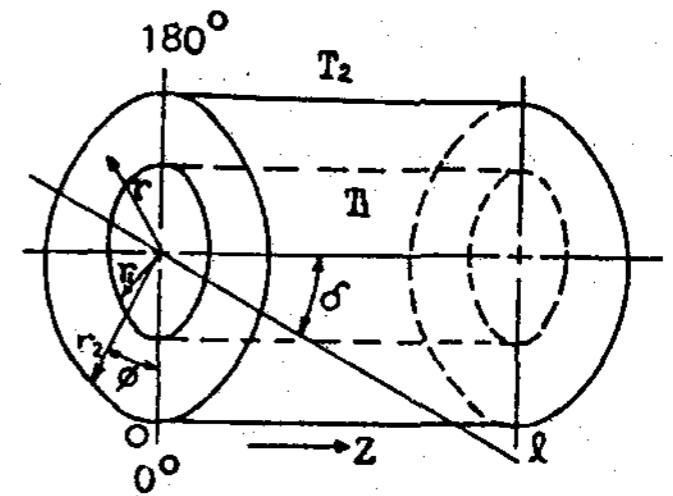


Fig. 1. Geometry and coordinate system

사열전달은 무시하였으며 실린더 축은 수평에서 각 δ 만큼 경사져 있다. 이러한 가정에서 지배방정식은 정상상태인 경우 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -g\beta(T-T_2)\mathbf{i} - \frac{1}{\rho} \nabla P_m + \nu \nabla^2 \mathbf{V} \dots\dots(2)$$

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \alpha \nabla^2 T \dots\dots\dots(3)$$

식(2)의 \mathbf{i} 는 중력방향으로의 단위 vector를 나타내며 경사각 δ 의 함수이다.

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} \cos\phi \cos\delta \\ -\sin\phi \cos\delta \\ -\sin\delta \end{bmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

Aziz등⁷⁾에 의하면 vector potential ψ 와 vorticity \mathcal{Q} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{V} = \nabla \times \psi \dots\dots\dots(5)$$

$$\mathcal{Q} = \nabla \times \mathbf{V} \dots\dots\dots(6)$$

$$\mathcal{Q} = -\nabla^2 \psi \dots\dots\dots(7)$$

무차원 변수를 다음과 같이 정의하였다.

$$\left. \begin{aligned} R &= r/r_2, \phi = \phi, \xi = z/r_2 \\ \theta &= (T-T_2)/(T_1-T_2) \\ R_a &= g\beta(T_1-T_2)r_2^3/\alpha\nu, P_r = \nu/\alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

따라서 무차원 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{P_r} \{ (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathcal{Q} - (\mathcal{Q} \cdot \nabla) \mathbf{V} \} = R_a \begin{bmatrix} \sin\delta \frac{1}{R} \frac{\partial\theta}{\partial\phi} & -\sin\phi \cos\delta \frac{\partial\theta}{\partial\xi} \\ -\cos\phi \cos\delta \frac{\partial\theta}{\partial\xi} & -\sin\delta \frac{\partial\theta}{\partial R} \\ \cos\delta \left(\sin\phi \frac{\partial\theta}{\partial R} + \cos\theta \frac{1}{R} \frac{\partial\theta}{\partial\phi} \right) \end{bmatrix}$$

$$+\nabla^2 \Omega \dots\dots\dots(9)$$

$$(\nabla \cdot \mathbf{V})\theta = \nabla^2 \theta \dots\dots\dots(10)$$

무차원 지배방정식을 풀기위한 경계조건은 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} R=R_1, 1 \text{ 에서; } V_R=V_\phi=V_\xi=0 \\ \phi=0^\circ, 180^\circ \text{ 에서; } \frac{\partial V_R}{\partial \phi}=V_\phi=\frac{\partial V_\xi}{\partial \phi}=0 \\ \xi=0, L \text{ 에서; } V_R=V_\phi=V_\xi=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(11)$$

$$\left. \begin{aligned} R=R_1, 1 \text{ 에서; } \frac{\partial}{\partial R}(R\Psi_R)=\Psi_\phi=\Psi_\xi=0 \\ \phi=0^\circ, 180^\circ \text{ 에서; } \Psi_R=\frac{\partial \Psi_\phi}{\partial \phi}=\Psi_\xi=0 \\ \xi=0, L \text{ 에서; } \Psi_R=\Psi_\phi=\frac{\partial \Psi_\xi}{\partial \xi}=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(12)$$

$$\left. \begin{aligned} R=R_1, 1 \text{ 에서; } \Omega_R=0, \Omega_\phi=-\frac{\partial V_\xi}{\partial R}, \Omega_\xi=\frac{\partial V_\phi}{\partial R} \\ \phi=0^\circ, 180^\circ \text{ 에서; } \Omega_\phi=\frac{\partial \Omega_\xi}{\partial \phi}=\Omega_\xi=0 \\ \xi=0, L \text{ 에서; } \Omega_R=-\frac{\partial V_\phi}{\partial \xi}, \Omega_\phi=\frac{\partial V_R}{\partial \xi}, \Omega_\xi=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

$$\left. \begin{aligned} R=R_1 \text{ 에서; } \theta=1 \\ R=1 \text{ 에서; } \theta=0 \\ \phi=0^\circ, 180^\circ \text{ 에서; } \frac{\partial \theta}{\partial \phi}=0 \\ \xi=0, L \text{ 에서; } \frac{\partial \theta}{\partial \xi}=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

3. 수치계산

식 (5), (7), (9) 및 (10)의 지배방정식을 유한차분 방정식으로 변환하여 S.O.R법에 의해 수치계산 하였으며 central difference 방법을 사용하였다. 수렴조건은

$$\text{Max} \left| \frac{B_{i,j,K}^{(n+1)} - B_{i,j,K}^{(n)}}{B_{i,j,K}^{(n)}} \right| \leq 10^{-3} \dots\dots\dots(15)$$

여기서 $B_{i,j,K}^{(n)}$ 는 (R_i, ϕ_j, ξ_K) 위치에서 n번 째 반복회수에서의 값이고 B는 Ω, Ψ 및 θ 를 나

타낸다. 수치 계산은 $R_1=0.6, L=2.0, 0^\circ \leq \delta \leq 90^\circ, R_a=3 \times 10^4, P_r=7.0$ 으로 하였다. 이완인자는 와도에서 0.8, vector potential 및 온도는 1.1로 하였으며 차분격자점수는 r방향 13, ϕ 방향 37 그리고 Z방향 41이며 모두 19721점이다. 한 수렴해를 얻는데 걸린 평균 계산시간은 PRIME-550 계산기로 CPU시간이 약 550분이었으며 반복회수는 900번 근방에서 수렴하였다. 수치해석에 의해 구한 해는 다음 식들에 의해 Nusselt 수를 계산하였다.

$$\text{내관의 국소 Nusselt 수; } Nu_1 = R_1 \ln R_1 \left(\frac{\partial \theta}{\partial R} \right)_{R=R_1} \dots\dots\dots(16)$$

$$\text{외관의 국소 Nusselt 수; } Nu_2 = \ln R_1 \left(\frac{\partial \theta}{\partial R} \right)_{R=1} \dots\dots\dots(17)$$

$$\begin{aligned} \text{평균 Nusselt 수; } Nu_m &= \frac{1}{\pi L} \int_0^L \int_0^\pi Nu_1 d\phi d\xi \\ &= \frac{1}{\pi L} \int_0^L \int_0^\pi Nu_2 d\phi d\xi \end{aligned} \dots\dots\dots(18)$$

등온선, 유선 및 국소 Nusselt 수 분포는 CALCOMP-1051 Plotter를 사용하여 얻었다.

4. 결과 및 고찰

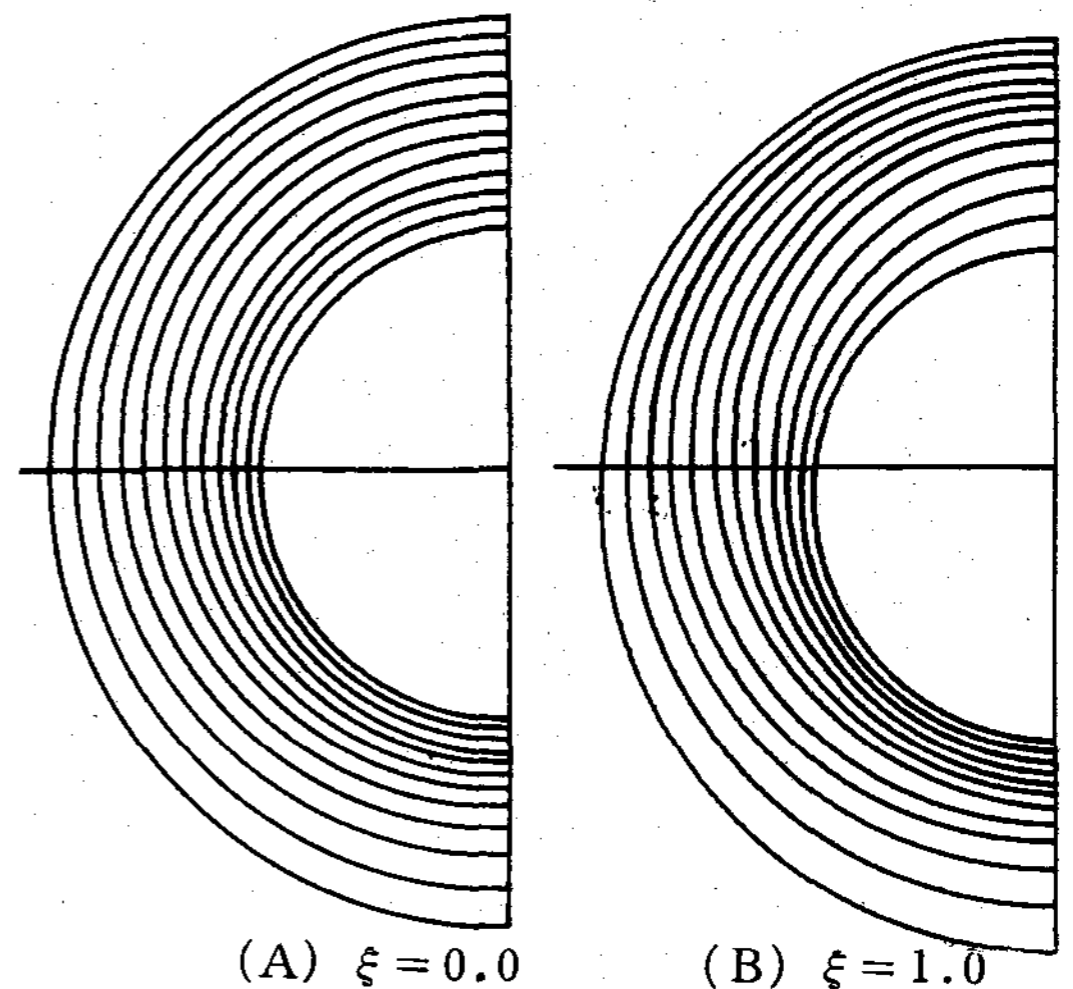


Fig. 2 Isothermal lines on the R-phi plane for $\delta = 0^\circ$

Fig. 2는 경사각 $\delta=0^\circ$ 인 수평원통인 경우의 R- ϕ 단면의 등온선을 나타낸다. 수평원통인 경우 온도분포는 관 중앙 ($\xi=1.0$)을 중심으로 좌우대칭이며 양벽 ($\xi=0$ 와 2.0)에서의 속도성분의 값은 0이므로 양단보다 관 중앙에서의 온도분포 변화가 약간 크게 나타났다. 그러나 대체로 pseudo-conductive 현상을 나타내었다.

Fig. 3, 4, 5는 경사각 $\delta=30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 일때의 R- ϕ 단면의 등온선을 나타낸다. $\xi=0.0$ 에서는 내관측에 온도분포가 집중되어 있고 외관측은 조대하며, 반대로 $\xi=2.0$ 에서는 내관측에 온도분포가 조대하고 외관측에는 조밀하였으며, 이러한 현상은 경사각이 증가할수록 두드러지게 나타났다. 한편 관 길이의 중앙부에서는 경사각에 거의 영향을 받지 않았다.

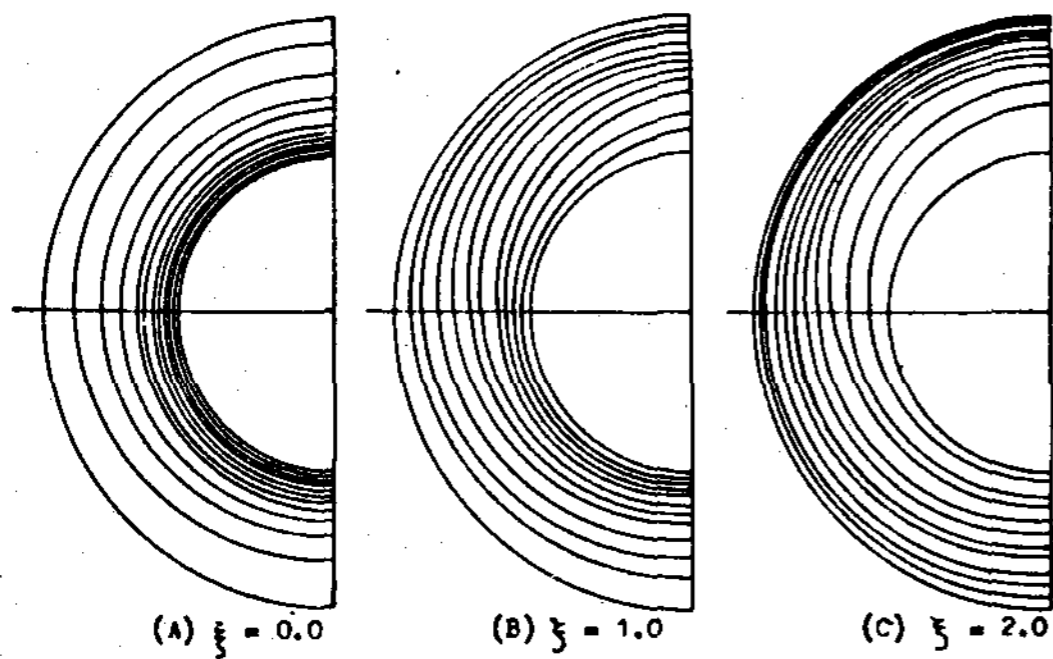


Fig. 3 Isothermal lines on the R- ϕ plane for $\delta = 30^\circ$

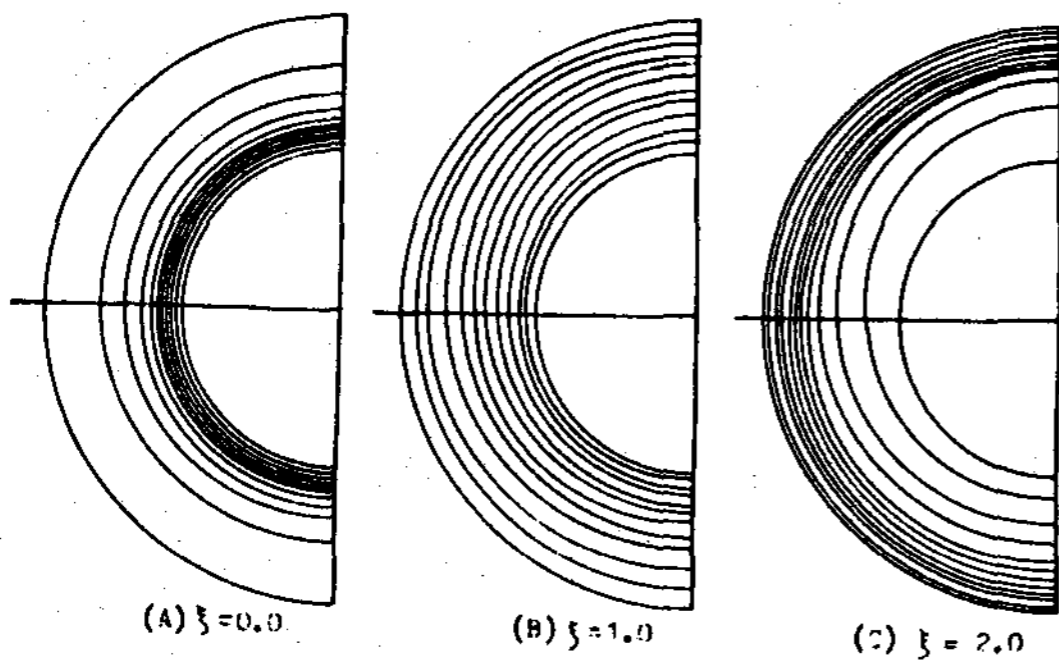


Fig. 4 Isothermal lines on the R- ϕ plane for $\delta = 60^\circ$

Fig. 6, 7, 8 및 9는 각각 경사각 $\delta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 및 90° 에서의 R-Z 단면의 등온선을 나타내며 R- ϕ 단면의 등온선과 잘 일치함을 알 수 있다.

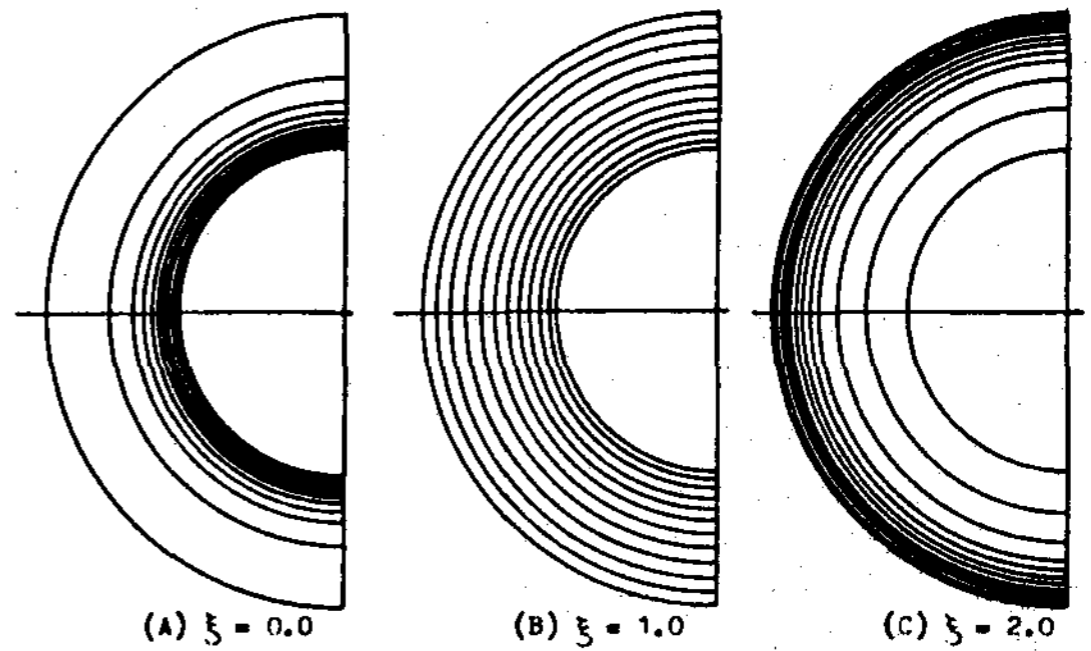


Fig. 5 Isothermal lines on the R- ϕ plane for $\delta = 90^\circ$

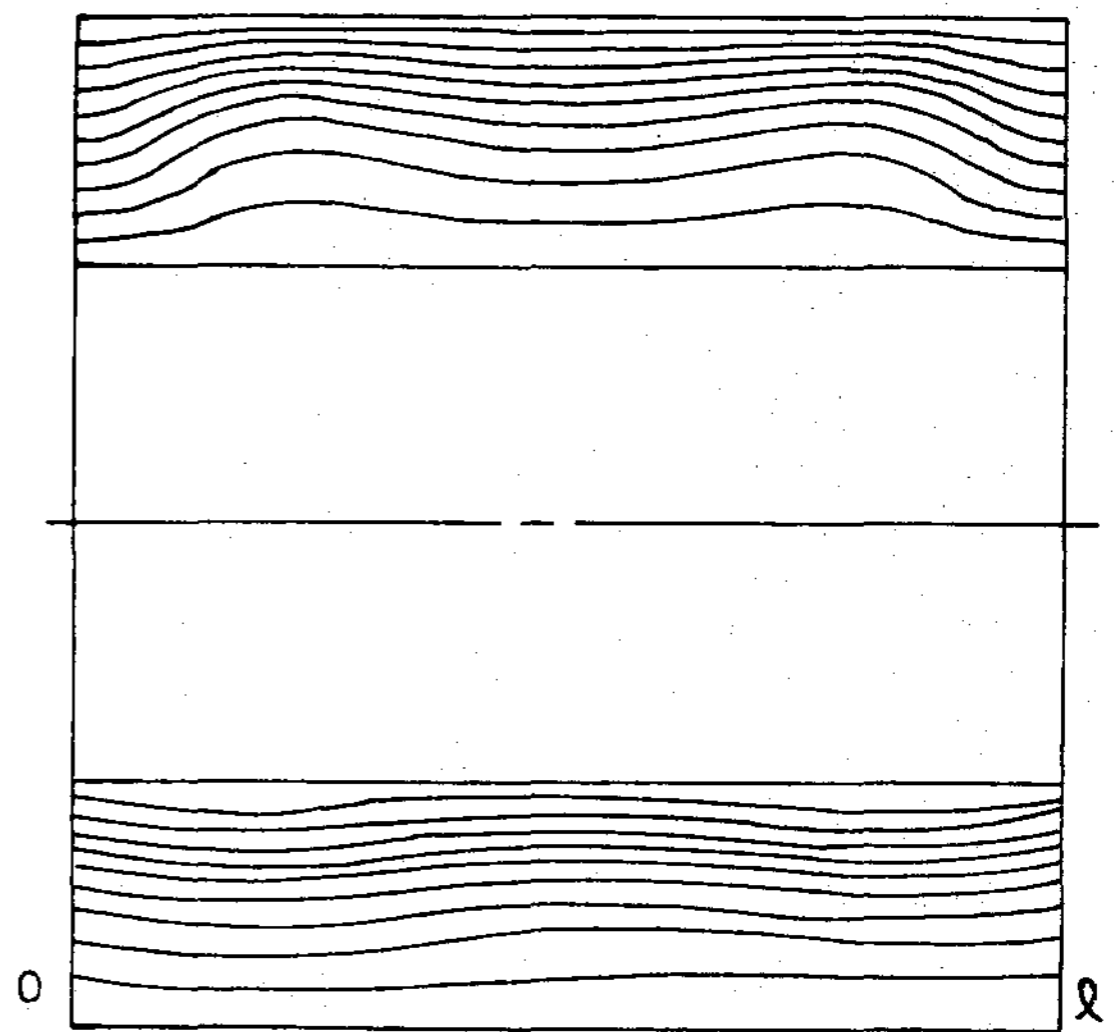


Fig. 6 Isothermal lines on the R-Z plane for $\delta = 0^\circ$

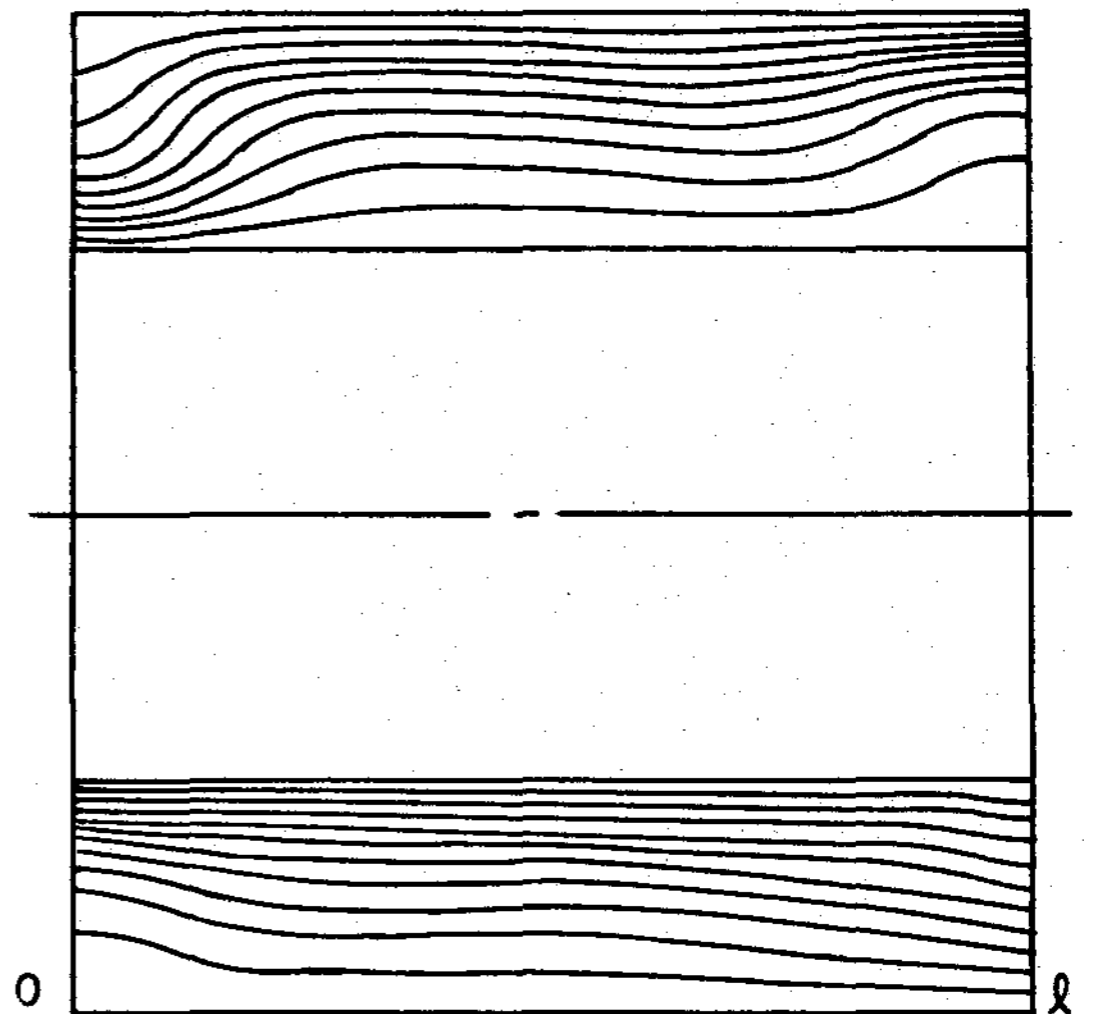


Fig. 7 Isothermal lines on the R-Z plane for $\delta = 30^\circ$
 $\delta=0^\circ$ 인 수평원통은 좌우대칭을 이루고 있으며,

$\delta = 90^\circ$ 인 수직원통에서는 상하대칭을 이루고 있다. 경사각이 증가할수록 $\xi=0.0$ 에서는 내관, $\xi=2.0$ 에서는 외관측에 온도구배가 크다는 것을 역시 알 수 있다.

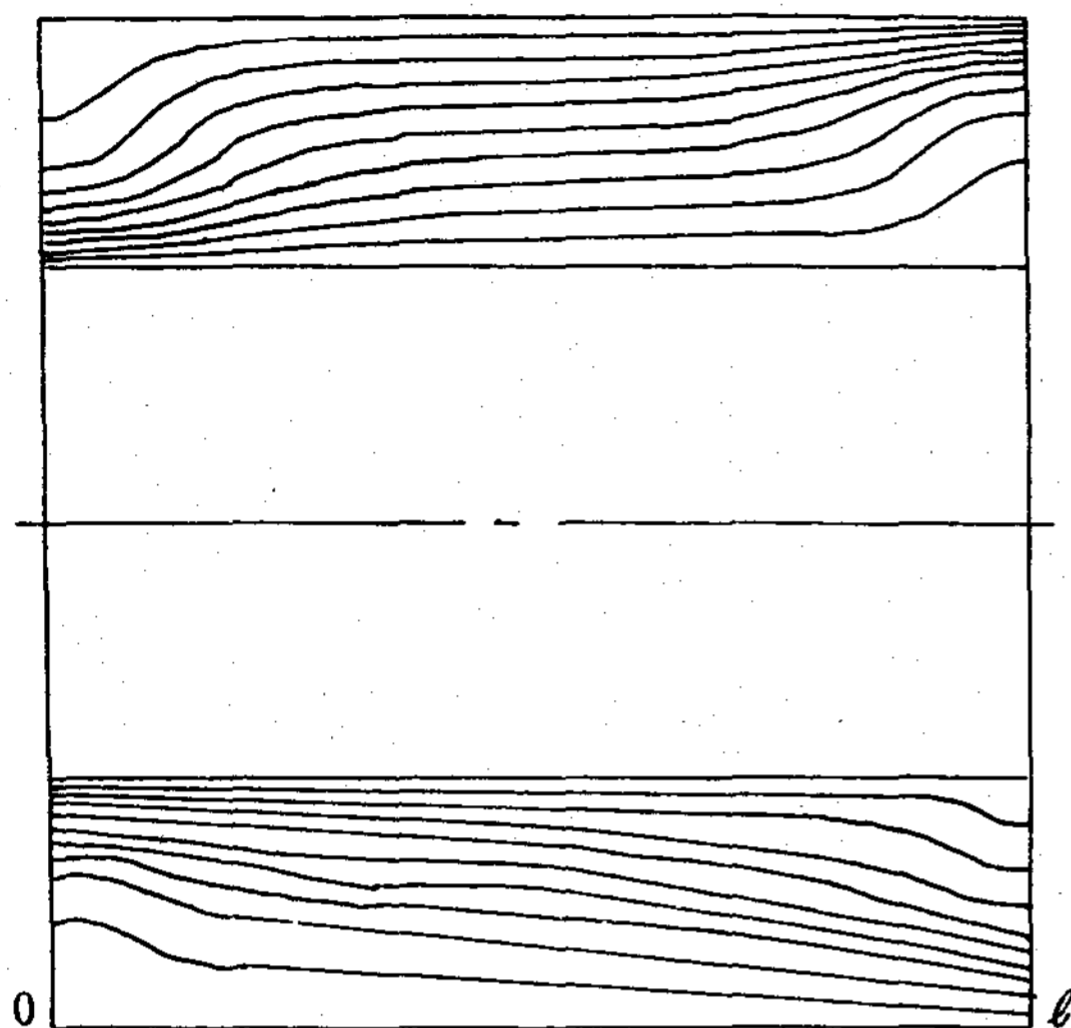


Fig. 8 Isothermal lines on the R-Z plane for $\delta = 60^\circ$

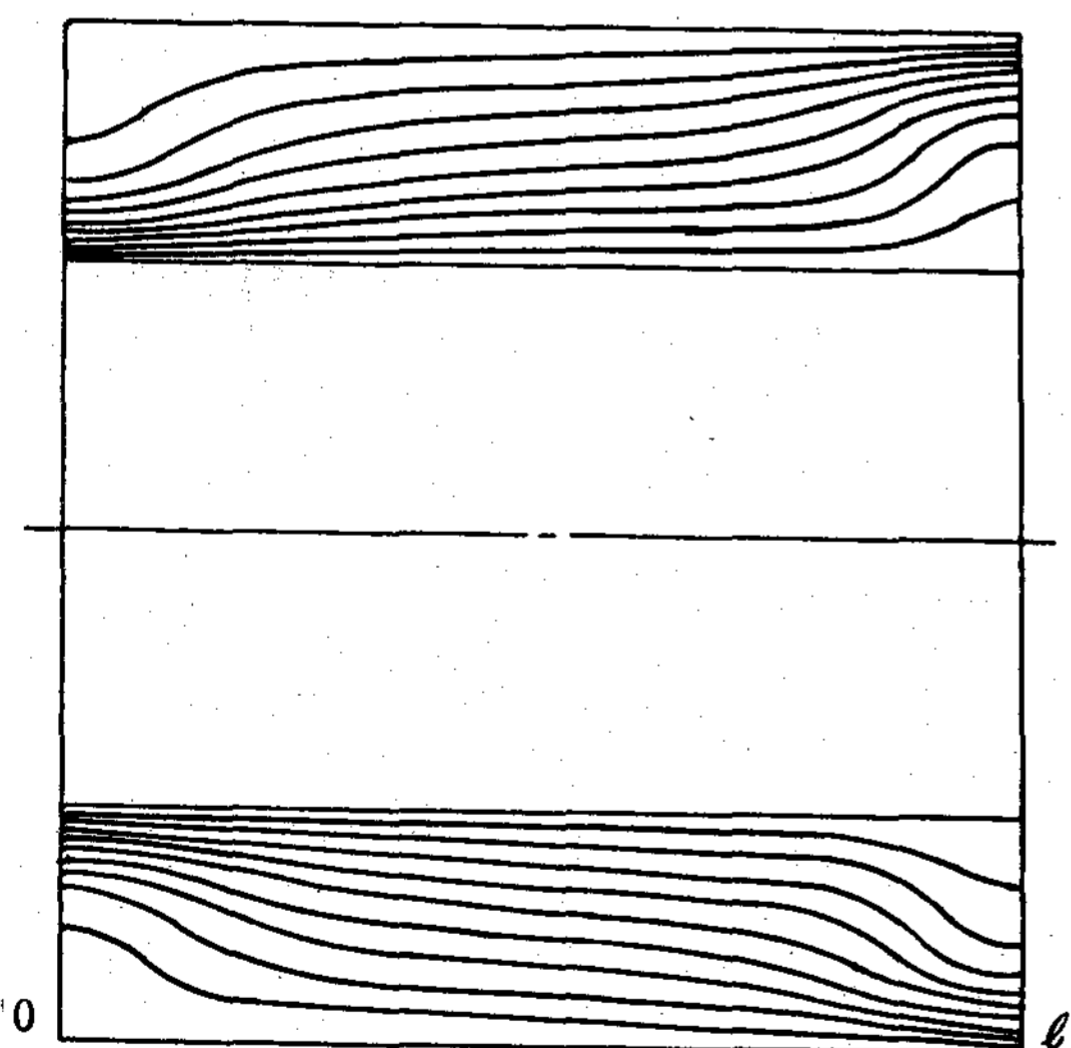


Fig. 9 Isothermal lines on the R-Z plane for $\delta = 90^\circ$

Fig.10 및 11은 수평원통인 경사각 $\delta=0^\circ$ 일때 점 (0.85, 1.369, 0.25)의 유선을 나타낸다. 이 경우 Bishop과 Carley³⁾가 밝힌 전형적인 stable flow 즉, crescent-shaped eddy를 나타내고 있다. 유선은 출발점에서 우회전하면서 작은

나선을 그리며 축방향으로 진행하고, 이 때 점차 커지면서 반대방향으로 되돌아온 나선은 다시 작아지면서 출발점인 원래의 위치로 돌아온다. 이는 Ozoe등⁹⁾과 Fusegi와 Faroak¹³⁾의 연구 결과와 잘 일치하였으며 유선은 공축이중나선을 나타낸다.

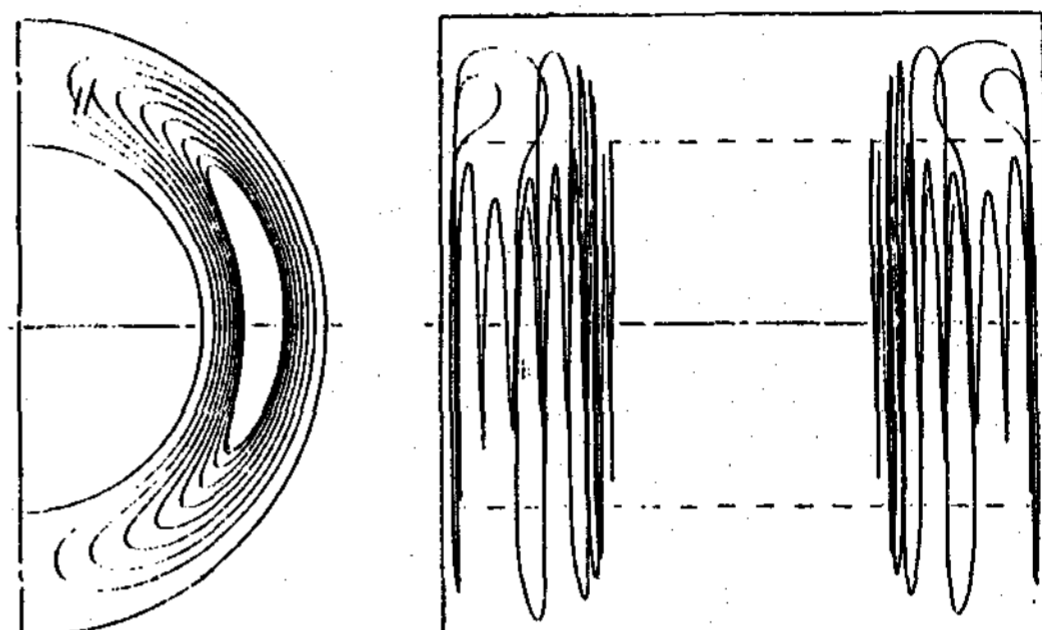


Fig. 10 Streak lines for $\delta = 0^\circ$ starting at the point (0.85, 1.369, 0.25)

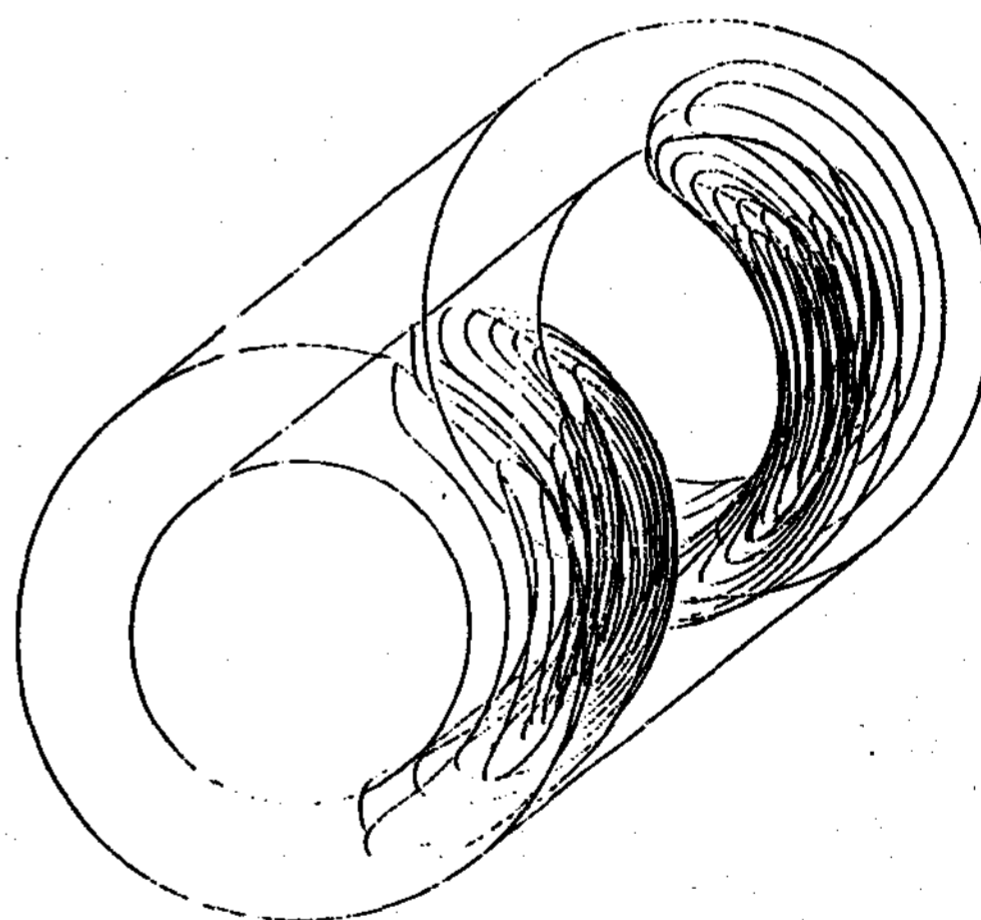


Fig. 11 A perspective view of streak lines for $\delta = 0^\circ$ starting at the point (0.85, 1.369, 0.25)

Fig.12는 경사각 $\delta=30^\circ$ 일때 점 (0.7, 1.571, 1.0)의 유선을 나타낸다. 수평원통인 경우 보다 축방향 유속이 크게 증가하며 유선의 경사각도와 원통축의 경사각도가 거의 일치하였다.

Fig.13은 경사각 $\delta=60^\circ$ 일때 점 (0.7, 1.571, 1.0)의 유선이다. 경사각이 증가할수록 crescent shaped eddy 중심이 점차 아래로 내려오면서 대류는 거의 축방향으로 작용하였다. 경사각을 더

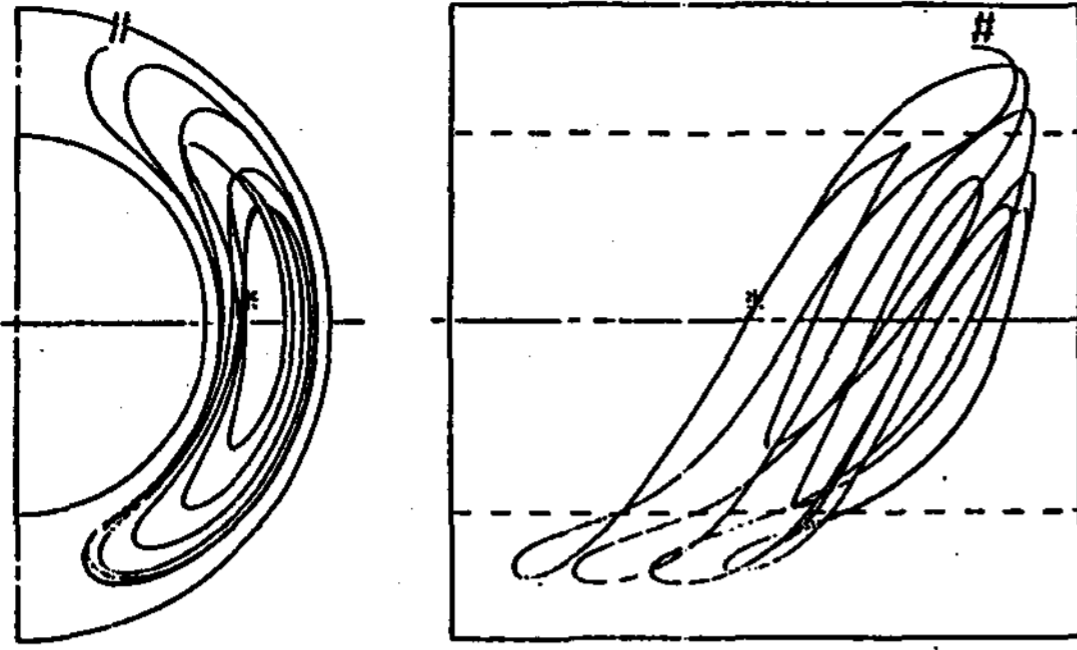


Fig. 12 Sterak lines for $\delta = 30^\circ$ starting at the point (0.7, 1.571, 1.0)

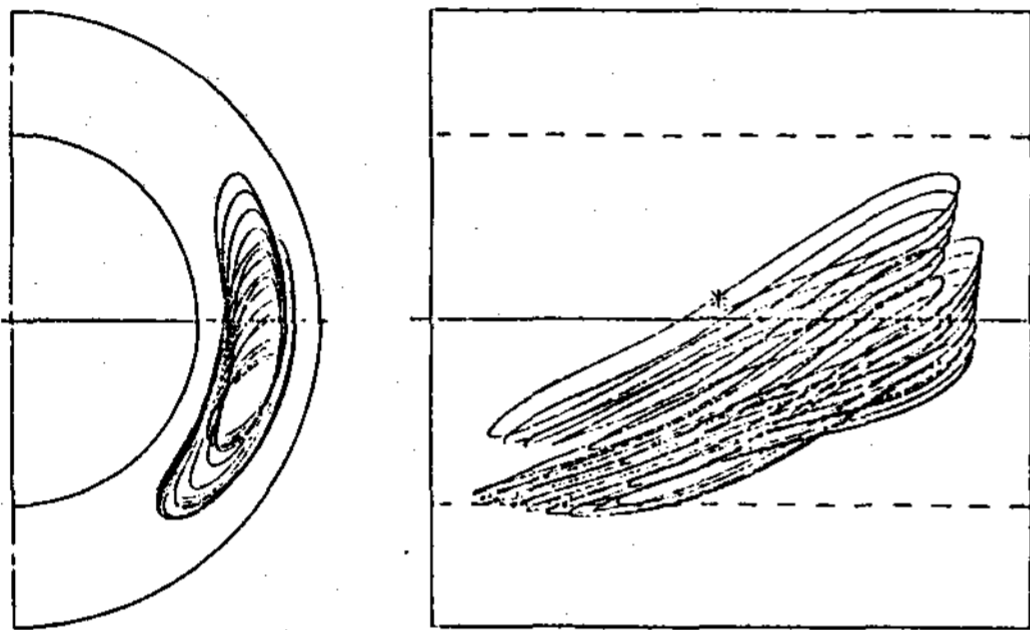


Fig. 13 Streak lines for $\delta = 60^\circ$ starting at the point (0.7, 1.571, 1.0)

속 증가시켜 $\delta = 90^\circ$ 인 수직원통이 되면 공축이중 나선 유동은 소멸되고 2차원 유동이 된다. 따라서 경사각에 따라 환상공간내 유동의 변화가 대단히 크게 나타났다.

Fig. 14는 경사각 $\delta = 0^\circ$ 인 수평원통인 경우 내관 및 외관의 국소 Nusselt 수 분포이다. 내관의 국소 Nusselt 수 분포는 ξ 방향으로는 거의 변화가 없고 ϕ 방향으로는 bottom(0°) 부분이 top(180°) 부분보다 Nusselt 수가 크다는 것을 알 수 있다. 반대로 외관의 국소 Nusselt 수 분포는 bottom 영역에서는 거의 변화가 없는데 반해 top 영역에서는 양단측에 크게 감소하였으며, 최대국소 Nusselt 수 위치는 $\phi = 180^\circ$ $\xi = 0.5$ 및 1.5 이었다. 양단에서 Nusselt 수는 $\xi = 1.0$ 인 관 중앙에서 보다 약 30% 최대국소 Nusselt 수 보다 약 50% 감소하였다. 즉, 양단으로 인한 열전달의 영향이 내관측에는 거의 미치지 않지만 외관측에는 크게 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

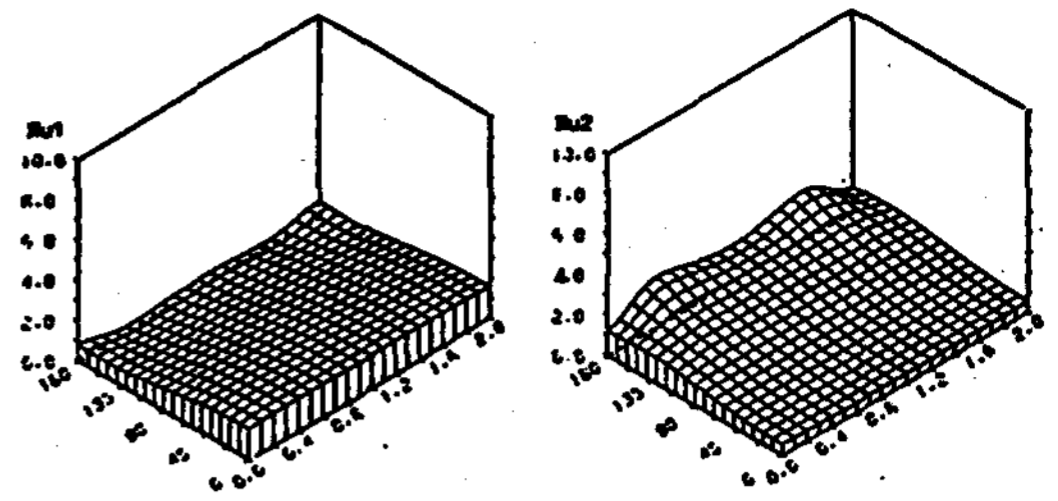


Fig. 14 Local Nusselt numbers at the inner and outer cylinder walls for $\delta = 0^\circ$

Fig. 15는 경사각 $\delta = 30^\circ$ 일때 내외관의 국소 Nusselt 수 분포이다. 내관의 최대국소 Nusselt 수 위치는 $\phi = 0^\circ$, $\xi = 0.0$ 으로서 그 값은 약 22이었으며, 최소국소 Nusselt 수 위치는 $\phi = 180^\circ$, $\xi = 2.0$ 이며 그 값은 약 0.19이었다. 한편 외관의 최대국소 Nusselt 수 위치는 $\phi = 180^\circ$, $\xi = 2.0$ 이며 그 값은 약 3.3, 최소국소 Nusselt 수 위치는 $\phi = 0^\circ$, $\xi = 0.0$ 이며 Nusselt 수는 약 0.28이었다.

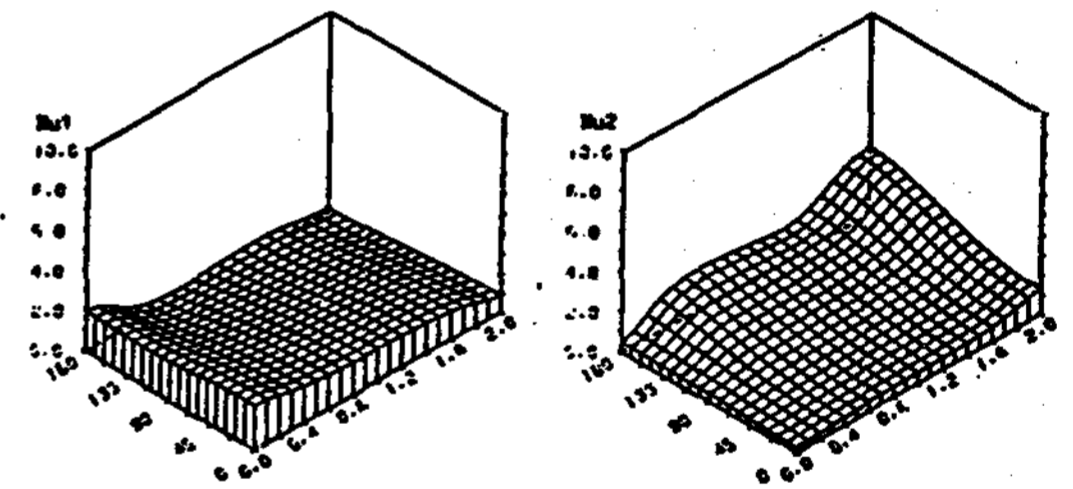


Fig. 15 Local Nusselt numbers at the inner and outer cylinder walls for $\delta = 30^\circ$

Fig. 16은 경사각 $\delta = 60^\circ$ 일때 내외관의 국소 Nusselt 수 위치는 경사각 $\delta = 30^\circ$ 인 경우와 동일하다. 그러나 내외관의 최대국소 Nusselt 수는 각각 약 2.7, 3.9이며, 최소국소 Nusselt 수는 각각

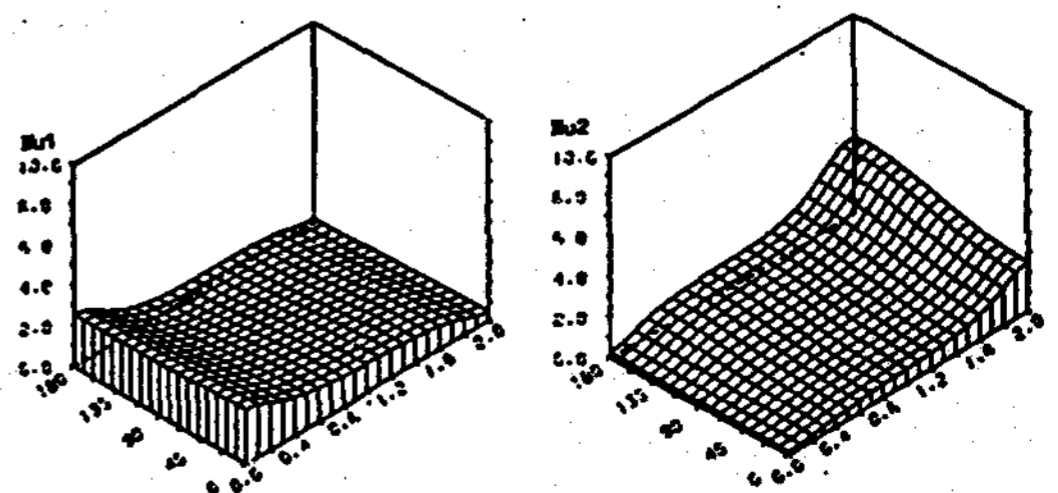


Fig. 16 Local Nusselt numbers at the inner and outer cylinder walls for $\delta = 60^\circ$

각 0.18, 0.19 이었다. 즉, 경사각이 30°에서 60°로 증가함에 따라 내외관 공히 최대국소 Nusselt 수는 증가하는 반면, 최소국소 Nusselt 수는 감소하였다.

Fig.17은 경사각 $\delta=90^\circ$ 인 수직원통인 경우 내외관의 국소 Nusselt 수 분포이다. 이 그림에서 보는바와 같이 국소 Nusselt 수 분포는 ϕ 에 무관하고 R와 ξ 에 따라 변하는 2차원으로 나타내고 있다. 내관의 최대국소 Nusselt 수 위치는 관의 하단 ($\xi=0.0$)이며 외관의 최대국소 Nusselt 수 위치는 관의 상단 ($\xi=2.0$)이다. 이는 수평원통의 결과에 비교하여 큰 차이를 나타내고 있다.

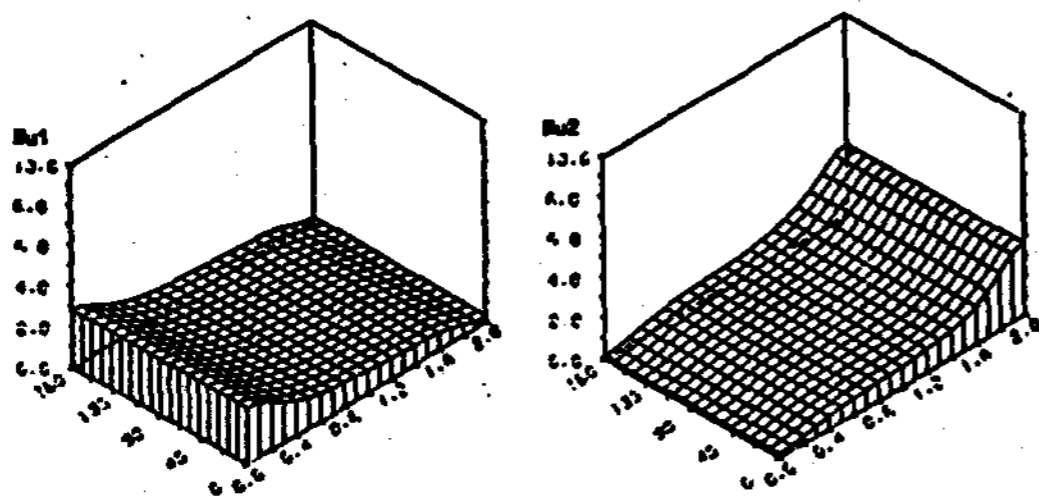


Fig. 17 Local Nusselt numbers at the inner and outer cylinder walls for $\delta=90^\circ$

Fig.18은 경사각에 따라 평균 Nusselt 수와 내외관의 최대국소 Nusselt 수의 변화를 나타낸다. 수직원통은 수평원통보다 내외관의 최대국소 Nusselt 수가 각각 약 71%, 42% 증가하는데 비해 평균 Nusselt 수는 약 15% 증가하였다. 즉 경사각의 영향이 국소 Nusselt 수에는 크게 영향을 미치는데 반해 평균 Nusselt 수에는 다소 영향을 미친다. 따라서 이는 경사로 인해 대류가 억제되는 부분은 내관에서는 $\phi=180^\circ$, $\xi=2.0$, 외관에서는 $\phi=0^\circ$, $\xi=0.0$ 영역이고 대류가 촉진되는 부분은 내관에서는 $\phi=0^\circ$, $\xi=0.0$, 외관에서는 $\phi=180^\circ$, $\xi=2.0$ 영역이 서로 상쇄되기 때문이다. 또 외관의 최대국소 Nusselt 수는 경사각 60°에서 최대값을 나타내었다. 이는 경사진 직사각형 밀폐공간에 대한 Ozoe 등의 연구 결과와 일치되었다.

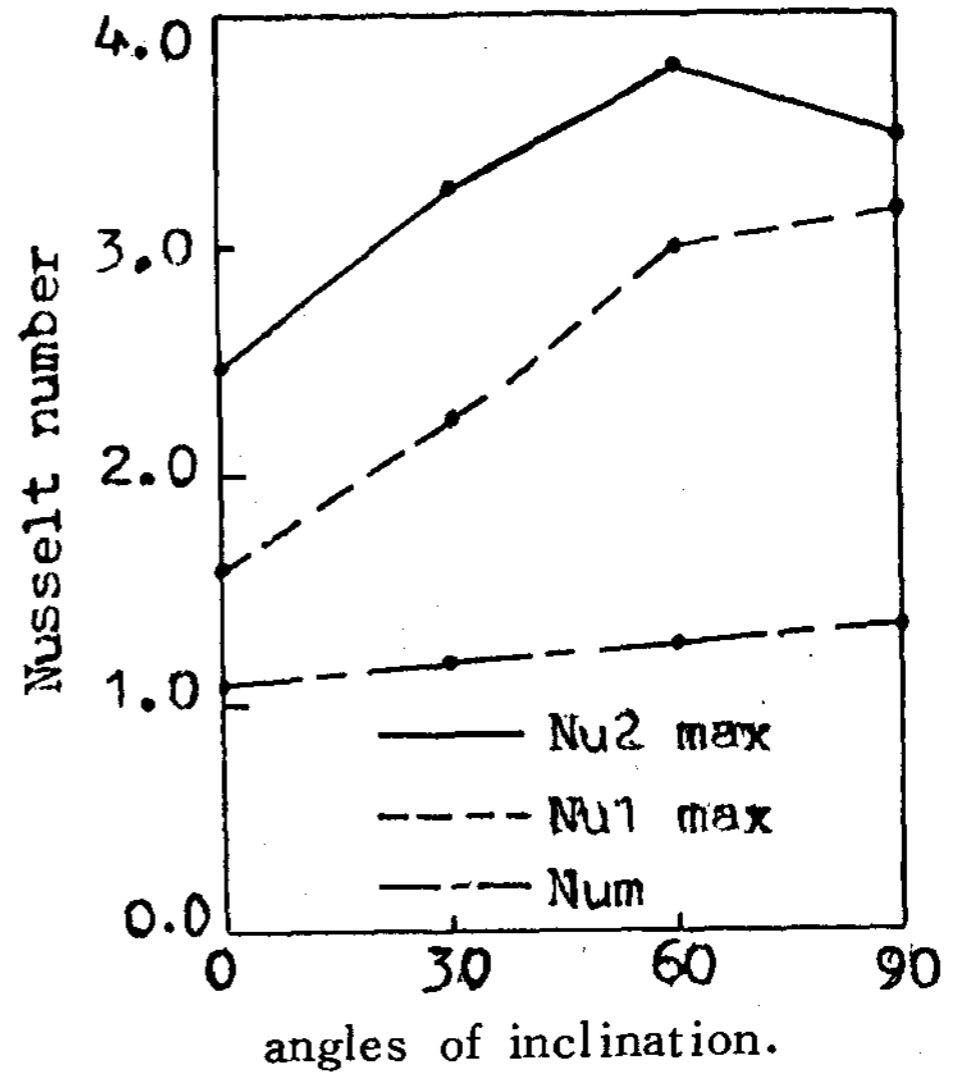


Fig. 18. Variation of Nusselt number with angles of inclination.

5. 결론

경사진 동심원통 사이의 환상공간에서의 자연대류 열전달을 $R_a=3 \times 10^4$, $P_r=7.0$, 내외관의 반경비 0.6에서 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 수평원통인 경우 내관의 국소 Nusselt 수 분포는 축방향으로는 거의 변화가 없고 원주방향으로는 약간의 변화가 있는데 반해 외관의 국소 Nusselt 수 분포는 $\phi=180^\circ$ 에서의 양단에서 크게 감소하였다. 즉, 양단으로 인한 열전달의 영향이 내관에는 거의 미치지 않고 외관에 크게 영향을 미친다.
- 2) 최대 국소 Nusselt 수는 외관에서 경사각 $\delta=60^\circ$ 일때 $\xi=2.0$ 이었으며 내관에서 경사각 $\delta=90^\circ$ 일때 $\xi=0.0$ 이었다.
- 3) 수직원통은 수평원통에 비교하여 내외관의 최대국소 Nusselt 수가 각각 약 71%, 42% 증가하였고, 평균 Nusselt 수는 약 15% 증가하였다.
- 4) 유동은 공축이중나선임이 확인되었고 경사각이 증가할수록 유동중심은 아래로 이동하며, 유선의 경사각도는 원통축의 경사각도와 일치하였다.

REFERENCE

1. W. Beckmann, "Die Wärmeübertragung in zylindrischen Gasschichten bei natürlicher konvektion" *Forsch. Ged.d. Ingenieurwesen*, Vol. 2, pp. 165-178, 1931.
2. U. Grigull and W. Hauf, "Natural convection in Horizontal cylindrical Annuli" proceedings of 3rd International Heat Transfer conference, Vol. 2, pp. 182-195, 1966.
3. E.H. Bishop and C.T. Carley, "Potographic studies of Natural convection between concentric cylinders. Proc. 1966 Heat Transfer Fluid Mech. Inst., pp. 63-78, 1966.
4. Lawrence R. Mack and E.H. Bishop, "Natural convection between Horizontal concentric cylinders for low Rayleigh Numbers. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 21, pp. 223-241, 1968.
5. R.E. Powe, C.T. Carley and E.H. Bishop, "Free convective flow pattern in cylindrical annuli", *J. Heat Transfer*, Vol. 91, pp. 310-314, 1969.
6. T.H. Kuehn and R.J. Goldstein, "A Parametric study of Prandtl number and diameter ratio effects on natural convection heat transfer in Horizontal cylindrical annuli", *J. Heat Transfer*, Vol. 102, pp. 768-770, 1980.
7. K. Aziz and J.D. Hellums, "Numerical solution of the Three-Dimensional Equations of Motion for Laminar Natural convection.", *The physics of Fluids*, Vol. 10, pp. 314-324, 1967.
8. H. Ozoe, K. Yamamoto, H. Sayama and Stuart W. Churchill, "Natural circulation in an Inclined Rectangular channel Heated on one side and cooled on the opposing side." *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 17, pp. 1209-1217, 1974.
9. H. Ozoe, K. Yamamoto and H. Sayama, "Natural convection patterns in a Long Inclined Rectangular Box Heated from below.", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, pp. 131-139, 1977.
10. H. Ozoe, N. Sato, and S. Churchill, "Experimental confirmation of the Three-Dimensional helical Streaklines previously computed for natural convection in Inclined Rectangular Enclosures." *Int. Chemical Engineering*, Vol. 19, pp. 454-462, 1979.
11. K. Fukuda, Y. Takata, S. Hasegawa, H. Shimomura and K. Sanokawa, "Three-Dimensional Natural convection in a porous Medium between concentric Inclined cylinders." *Proc. 19th Natl Heat Transfer conf.*, Vol. HTD-8, pp. 97-103, 1980.
12. H. Ozoe, T. Shibata and Stuart W. Churchill, "Natural convection in an Inclined Circular Cylindrical Annulus Heated and cooled on its End plates." *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 727-737, 1981.
13. T. Fusegi and B. Farouk, "A Three-Dimensional Study of Natural Convection in the Annulus between Horizontal concentric cylinders.", *Proc. of the 8th Int. Heat Transfer Conf.* pp. 1575-1580, 1986.