□論 文□

Hooke-and-Jeeves 技法에 의한 最適街路網設計

기법

최적가로망설계

Optimal Network Design with Hooke-and-Jeeves Algorithm

장현봉

張 玹 峰

(先進엔지니어링 交通硏究室長)

박창호

朴 昌 浩

(서울大學校 工科大學 敎授)

目 次

ABSTRACT

Development is given to an optimal network design method using continuous design variables. Modified Hooke—and—Jeeves algorithm is implemented in order to solve nonlinear programming problem which is approximately equivalent to the real network design problem with system efficiency crieteria and improvement cost as objective function. The method was tested for various forms of initial solution, and dimensions of initial step size of link improvements. At each searching point of evaluating the objective function, a link flow problem was solved with user equilibrium principles using the Frank—Wolfe algorithm. The results obtained are quite promising in terms of numbers of evaluation, and the speed of convergence. Suggestions are given to selections of efficient initial solution, initial step size and convergence criteria. An approximate method is also suggested for reducing computation time.

I. 序 論

1. 硏究目的

地域이나 都市에서 街路網은 中樞役割의 外形 體系로서, 交通需要를 處理하는 한편, 交通需要패턴에도 相互影響을 주면서 形成된다. 街路網의 利用率이 높아짐에 따라 街路擴充計劃의 科學的인 接近方式에 대한 必要性이 대두되었으며, 이에 대한 合理的인 模型化가 進行되어 왔다.

1960年代 以後로부터 이제까지 硏究되어 온 街路網 設計理論을 보면, 道路區間의 改善規模에 관계되는 設計變數(Design Variable)는 주로 離散的(Discrete)인 範疇에서 取扱되어 왔고, 이 離散的 接近은 그 計算上 갖는 限界性으로 因하여 現實的 規模의 街路網 設計에 效果的으로 適用되지 못하였으며, 또한 改善對象區間의 改善規模가 미리 固定된다는 面에서 交通需要(Travel Demand)와 施設供給(Facility Supply)의 관계에서 施設投資의 過剩이나 不足狀態의 發生 可能性을 갖고 있었다.

最近들어, 街路區間의 施設容量에 대한 連續的 表現이 現實化 되어가고 있으며 (例, TSM에 의한 容量增加, 혹은 서비스容量等), 이러한 배경에서 街路改善規模를 連續變數(Continuous Variable)形態로 導入하는 街路網 設計에 대한 試圖가 이뤄지고 있다.[1) 2)]

本 論文에서는 이러한 觀點에서 設計變數를 連續變數形態로 취하는 街路網 設計模型을 定立하고, 그 效果的인 適用方案을 提示하는 것을 그 目的으로 삼았다.

2. 硏究方法 및 範圍

本 論文에서는 既存 街路網 資料와 起終點 通行表에 대하여 改善對象區間의 設計變數를 連續的形態로 設定하여 最適의 區間別 改善規模를 決定하게 된다.

좀 더 원천적인 側面에서 交通需要變化와의 相互影響을 反映하면서 交通網을 設計하려면 通行發生段階부터 이를 고려해야 하나 現實規模의 街路網에의 適用性과 이에 따른 計算上의 制約等으로 여기서는 通行의 經路選擇變化를 反映하는 最適街路網 設計를 重點的으로 다루었다.

이 過程에서 대두되는 最摘化 問題는 交通體系效率과 建設費의 合으로 構成되는 目的函數를 취하는 非線型 最適化 問題로서, 이에 대하여 Hooke-and-Jeeves[3)] 技法을 適用했고, 그 效率的인 適用方法과 問題點, 近似技法을 提示했다. 그리고 Hooke-and-Jeeves 探索地點마다 遂行되는 交通流解와 目的函數評價에는 使用者 平衡原理에 따라 Frank-Wolfe[4)] 技法을 使用하여 구하였다.

한편 技法이 適用된 街路網은 街路網 設計家들이 자주 다루어온 Sioux Falls 街路網資料를 使用하였으며 이 중에서 特히 街路區間別 파라메타들의 有效數字가 精密한 L-eblanc,[5)] Poorzahedy와 Turnguist[6)]가 다룬 資料를 利用하였고, 이에 대하여 初期解, 初期容量增減値, 收斂限界 등을 검토했으며, 建設費用函數形態別 分析, 그리고 近似技法을 밝혔다.

II. 街路網 設計理論

街路網 設計 關聯分野의 理論은 먼저 通行發生密度등을 假定하여 街路網의 適正配置間隔이나 交叉角度, 位階等을 決定하는 幾何構造側面의 理論이 있고, 이 결과를 收容하여 具體的 交通需要에 대하여 選定된 改善對象區間의 適正改善規模를 定하는 것을 통상 街路網 設計(Network Design)로 分類하고 있다.[7) 8)]

街路網 設計模型의 一般的 表現은 다음과 같다. 먼저 街路網은 Node 집합N과 Link 集合A로 構成되며, 各 Link (區間)는 一定範圍의 容量을 갖는다고 본다.

$$\text{Min } \phi\,(f,\,y) \cdots\cdots (1)$$

Subject to

$$\sum_{j\in N} f_{ij}^{k} - \sum_{l\in N} f_{ij}^{k} = \begin{cases} R_k \; if \; i = O(k) \\ -R_k \; if \; i = D(k),\; k\in K \\ 0,\ \text{otherwise} \end{cases} \cdots (2)$$

$$f_{ij} \in \sum_{k\in K} f_{ij}^{k} \leq k_{ij}\, y_{ij},\ (i,j)\in A \quad \cdots\cdots (3)$$

$$(f,\,y) \in S \quad \cdots\cdots (4)$$

$$f_{ij}^{k} \geq 0,\ y_{ij} \in Y_{ij},\ (i,j)\in A,\ k\in K \quad \cdots (5)$$

여기서 k는 $k \in K$인 手段이며, R_k는 k 手段의 通行量, $O(k)$는 起點, $D(k)$는 終點, y_{ij}는 設計變數(容量), f는 區間交通量이다.

模型의 中心變數는 區間(i,j)上의 交通量 f_{ij}^{k}와 設計變數 y_{ij}이며, y_{ij}의 集合 Y_{ij}가 $Y_{ij} = \{0, 1\}$로 二變數選擇型이 되어 Arc (i,j)의 취사여부만을 판단하는 것이라면 目的函數는

$$\phi(f,y) = \sum_{k\in K} \sum_{(i,j)\in A} C_{ij}^{k} f_{ij}^{k} + \sum_{(i,j)\in A} F_{ij} y_{ij} \cdots\cdots (6)$$

와 같이 表示되며 여기서 C_{ij}^{k}는 i,j 間의 k手段의 單位通行費用으로 이 模型은 線型混合整數模型(Linear Mixed Integer Programming)이 된다.

여기서 交通效率項의 通行時間을 固定値로 보지 않고, 交通混雜에 따른 非經濟性을 考慮하기 위하여 非線型 通行費用函數를 適用할 수 있고 한편 街路改善事業에 財政的 限界를 고려하는 경우의 표현은 다음과 같다.

$$\sum_{(i,j)\in A} g_{ij}(y_{ij}) \leq B \cdots\cdots (7)$$

여기서 g_{ij}는 設計變數 y_{ij}에 대한 建設費用이며 B는 총재원규모이다.

式 (1)~(5)의 模型을 基本形態로 하여 設計變數 y_{ij}의 形態別(連續變數 혹은 離散變數), 交通混雜의 考慮有無別, 財政制約 유무별로 여러가지의 設計模型이 있다.

이를 特性別로 보면 最短多重經路問題(Minimal Spanning Tree), 最短經路問題(Shortest Path), 多種通行問題(Multicommodity Flow), 交通平衡 街路網 設計(Traffic Equilibrium Network Design), 우체부 模型(Traveling Salesman Model), 車輛路線模型(Vehicle Routing), 施設立地問題(Facility Location)等을 들 수 있고, 各各의 代表的인 경우의 特性은 〈表 1〉과 같다.

이를 設計變數形態, 接近方式, 通行時間函數形態, 그리고 建設費用函數形態別로 分類해 보면 다음과 같다.

- 設計變數別 分類
  - 離散的 模型(Discrete Model)
  - 連續的 模型(Continuous Model)
- 接近方式別 分類
  - 最適化形 模型(Optimization Based Model); Bender의 分割法, Branch-and-Bound法, Steenbrink의 分割法
  - 經驗形(Heuristics for Network Design)
- 通行時間函數別
  - 固定費用(Fixed Costs)
  - 非線型 函數(Convex Travel Cost Function)
- 建設費用函數別
  - 固定型
  - 線型函數(Linear Construction Cost Function)
  - 非線型函數(Convex or Concave Construction Cost Functions)

以上의 類型마다 模型開發段階上에서 볼때 各各의 特性이 있으며, 設計變數側面에서 보면, 交通網의 現實的 施設規模는 整數形態(例, 道路의 車線數, 鐵道의 路線等)로 表示된다는 점에서 離散的 模型의 長點이 있다고 할

〈表 1〉 街路網 設計模型의 特性上 分類

類型	需要構造 O(k),D(k),R_k	目的函數 ϕ(f,y)	設計變數 y_{ij},Y_{ij}	容量制約 k_{ij}	制約條件 S	適用技法
①	全Node가起,終點(非方向性 街路網)	線型設計變數, 通行費用無視	{0,1}	制約없음	制約없음	最短多重經路(Minimal Spanning Tree) 模型
②	任意	線型通行費, 建設費無視	{0,1}	制約없음	制約없음	最短經路(Shortest Path) 模型
③	任意	(非)線型通行費用, 建設費無視	任意	任意	制約없음	(非線型費用函數) 多種通行 (Multicommodity Flow)模型
④	任意	任意	任意	制約없음	各 貨種別 最小費用經路(Minimum Route) 選擇	交通平衡的 街路網設計(Traffic Equilibrium Network Design) 模型
⑤	全 Node가 起, 終點	線型設計費用, 線型交通量變數, 큰값의 固定常數	{0,1}	制約없음	制約없음	Traveling Salesman 模型
⑥	하나의 起點	線型設計變數, 通行費用無視	{0,1}	모든Arc에 固定容量	設計變數에 대한 通行配定 制約條件	車輛路線(Vehicle Routing)模型
⑦	하나의 起點	線型交通量變數, 分技Node에 대하여 固定된 費用	{0,1}	分析Node에 대한 容量制限	制約없음	施設立地(Facility Location) 模型

註) Wong, R.T. "Introduction and Recent Advances in Network Design ; Models and Algorithms" in Transportation Planning Models, edited by M. Florian, Elsevier Science Publishers D.V. 1984. 의 내용을 再構成했음.

수 있다.

한편, 이경우 解의 正確度 維持側面에서 幾何級數的인 評價回數가 必要하게 되며, 이에 대하여 豫算制約條件이나 經驗技法등을 適用하여 그 效率을 높이고 있다. 여기서 設計變數가 離散的으로 미리 固定되는 이유로, 交通의 需給上 다소의 不均衡狀態에서 해가 얻어질 可能性을 배제할 수 없다.

즉, 여러개의 改善對象區間들에 대해서, 各 區間別 改善規模는 미리 定해진 狀態에서 어떤 區間들을 改善하는가의 문제가 離散的 模型의 主觀心 對象이 된다.

이러한 관점에서 設計變數를 連續的形態로 하여 街路改善 代案의 解集合을 連續空間으로 設定하여 模型內에서 自體的으로 통행패턴과 가로개선의 相互影響을 考慮하면서 最

適解를 구하는 방식으로 連續的模型을 생각할 수 있다. 이경우, 目的函數의 評價回數를 算術級數의 水準으로 줄이는 特性이 있고,交通의 需給上 均衡點에서의 設計案의 導出可能性이 높다고 할 수 있다. 이러한 관계로 Steenbrink,[9] Dantzig,[10] Abdulaal과 Leblanc,[11] Los[12] 等이 連續的 設計模型定立을 試圖하였고 이들은 대체로 아래로 볼록한 建設費用函數를 취함으써, 目的函數의 Convexity를 維持하여 最適化 過程을 容易하게 하였다. 實際의 建設費用函數는 規模의 經濟가 存在하여 위로 볼록한(Concave) 形態를 취하는 것이 現實的이며, 이를 취하면 目的函數의 形態가 不分明하게 된다. 이에 대하여 解의 空間에 다소의 局部最適地點(Local Optima)이 存在하여도 비교적 最適解에의 到達可能性이 높은 技法이 要求된다.

한편 最適解의 探索地點마다 풀어야 할 交通流問題는 現實에의 설득력이 가장 높다고 받아들여지고 있는 平衡原理(Equilibrium Principles)에 따르는 것이 合理的인 것으로 判斷된다.

<表2> Sioux Fall O-D 通行表

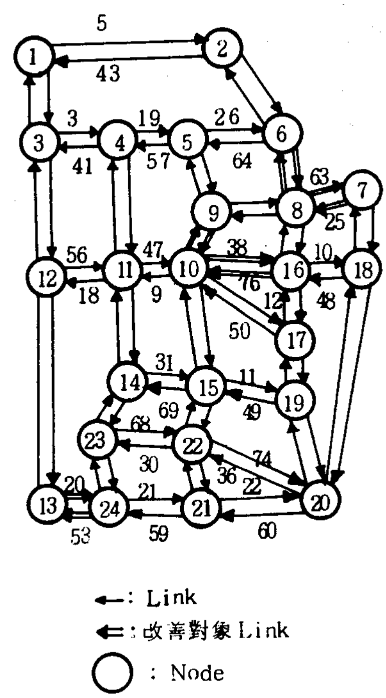
*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	0.0	0.1	0.2	0.6	0.2	0.4	0.5	0.8	0.6	1.4	0.6	0.3	0.6	0.3	0.5	0.6	0.5	0.2	0.3	0.3	0.1	0.4	0.3	0.1
2	0.1	0.0	0.1	0.3	0.1	0.5	0.2	0.5	0.3	0.6	0.2	0.2	0.3	0.1	0.2	6.4	0.3	0.1	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.1
3	0.2	0.1	0.0	0.3	0.1	0.3	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
4	0.6	0.3	0.3	0.0	0.5	0.5	0.5	0.7	0.8	1.2	1.5	0.7	0.6	0.5	0.5	0.8	0.5	0.1	0.3	0.4	1.2	0.4	0.5	0.3
5	0.3	0.1	0.1	0.5	0.0	0.3	0.2	0.6	0.8	1.0	0.6	0.2	0.2	0.2	0.3	0.6	0.3	0.1	0.2	0.2	0.1	0.2	0.2	0.1
6	0.4	0.5	0.3	0.5	0.3	0.0	0.4	0.8	0.4	0.8	0.4	0.3	0.3	0.2	0.3	1.0	0.6	0.1	0.3	0.4	0.1	0.3	0.2	0.1
7	0.5	0.2	0.1	0.5	0.2	0.4	0.0	1.0	0.6	1.9	0.5	0.8	0.5	0.3	0.5	1.4	1.0	0.2	0.5	0.6	0.3	0.6	0.2	0.1
8	0.8	0.5	0.2	0.7	0.6	0.8	1.1	0.0	0.9	1.6	0.9	0.6	0.6	0.4	0.7	2.2	1.4	0.3	0.7	0.9	0.4	0.6	0.4	0.2
9	0.6	0.3	0.2	0.8	0.8	0.4	0.6	0.9	0.0	2.8	1.5	0.7	0.6	0.6	1.0	1.5	1.0	0.2	0.5	0.7	0.4	0.7	0.6	0.2
10	1.4	0.6	0.3	1.2	1.0	0.8	1.9	1.6	2.8	0.0	4.0	2.1	1.9	2.1	4.0	4.4	3.9	0.7	1.8	2.6	1.3	2.7	1.8	0.9
11	0.6	0.2	0.3	1.5	0.6	0.4	0.5	0.9	1.5	4.0	0.0	1.4	1.0	1.6	1.5	1.4	1.0	0.2	0.5	0.7	0.5	1.1	1.4	0.6
12	0.3	0.2	0.3	0.7	0.2	0.3	0.8	0.6	0.7	2.1	1.5	0.0	1.4	0.7	0.8	0.7	0.7	0.2	0.3	0.5	0.4	0.8	0.7	0.5
13	0.6	0.3	0.2	0.6	0.2	0.3	0.5	0.6	0.6	1.9	1.0	1.4	0.0	0.6	0.7	0.7	0.6	0.1	0.4	0.7	0.6	1.3	0.8	0.8
14	0.3	0.1	0.1	0.5	0.2	0.2	0.3	0.4	0.6	2.2	1.6	0.7	0.6	0.0	1.3	0.7	0.7	0.1	0.4	0.5	0.4	1.2	1.1	0.4
15	0.5	0.2	0.1	0.5	0.3	0.3	0.5	0.7	1.0	4.0	1.5	0.8	0.7	1.3	0.0	1.3	1.6	0.3	0.8	1.1	0.8	2.6	1.0	0.5
16	0.6	0.4	0.2	0.8	0.6	1.0	1.4	2.2	1.5	4.4	1.4	0.7	0.7	0.7	1.3	0.0	2.8	0.5	1.4	1.7	0.6	1.2	0.6	0.3
17	0.5	0.3	0.1	0.5	0.3	0.6	1.0	1.4	1.0	3.9	1.0	0.7	0.6	0.7	1.5	2.8	0.0	0.7	1.7	1.7	0.7	1.7	0.6	0.3
18	0.2	0.1	0.0	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3	0.2	0.7	0.2	0.2	0.1	0.1	0.3	0.5	0.7	0.0	0.4	0.5	0.1	0.4	0.1	0.1
19	0.3	0.1	0.1	0.3	0.1	0.3	0.5	0.7	0.5	1.8	0.5	0.3	0.4	0.4	0.8	1.4	1.7	0.4	0.0	1.3	0.5	1.3	0.4	0.2
20	0.3	0.2	0.1	0.4	0.2	0.4	0.6	0.9	0.7	2.6	0.7	0.5	0.7	0.5	1.1	1.7	1.7	0.5	1.3	0.0	1.3	2.5	0.7	0.5
21	0.1	0.1	0.1	0.2	0.1	0.1	0.3	0.4	0.4	1.3	0.5	0.4	0.6	0.4	0.8	0.6	0.7	0.1	0.5	1.3	0.0	1.9	0.7	0.6
22	0.4	0.2	0.1	0.4	0.2	0.3	0.6	0.6	0.7	2.7	1.1	0.8	1.3	1.2	2.6	1.2	1.7	0.4	1.3	2.5	1.9	0.0	2.2	1.2
23	0.3	0.1	0.1	0.5	0.2	0.2	0.2	0.4	0.6	1.8	1.4	0.7	0.8	1.1	1.0	0.6	0.6	0.1	0.4	0.7	0.7	2.2	0.0	0.8
24	0.2	0.1	0.1	0.3	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.9	0.6	0.5	08	0.4	0.5	0.3	0.3	0.1	0.2	0.5	0.6	1.2	0.8	0.0

註) 1,000臺/日

Ⅲ. 街路網 資料

本 論文에서 適用한 街路網은 Sioux Falls 街路網으로 (그림 1)과 같이 24個 Zone(Node)과 76개 Link로 구성된다. 이에 대한 通行量의 資料는 對稱性이 있는 것과 非對稱性이 있는것이 있고, 이 중에서 計算時間은 몇배 더 걸리나, 現實에 가까운 非對稱的 通行量을 使用하였다. (<表2>參照)

한편 街路區間別 通行時間函數의 媒介變數는 比較的 數値의 有効數字가 자세히 제시된 Poorzahedy와 Turnquist[6]의 離散的 模型에서 使用한 資料를 利用하였다. (<表3>參照)



註) Link의 數字는 Link의 일련번호 임.

(그림 1) Sioux Falls 街路網

<表 3> Sioux Falls 街路網 Link 內譯

LINK	A	B	LINK	A	B	LINK	A	B	LINK	A	B
1	.02	.00000001	20	.04	.00000893	39	.02	.00000001	58	.04	.00000893
2	.06	.00000027	21	.03	.00000790	40	.06	.00000027	59	.03	.00000790
3	.04	.00000007	22	.06	.00001373	41	.04	.00000007	60	.06	.00001373
4	.04	.00000002	23	.05	.00001241	42	.42	.00000002	61	.05	.00001241
5	.06	.00000002	24	.02	.00000521	43	.06	.00000002	62	.02	.00000521
6	.04	.00000002	25	.03	.00000119	44	.04	.00000002	63	.03	.00000119
7	.03	.00000001	26	.04	.00001001	45	.03	.00000001	64	.04	.00001001
8	.04	.00000002	27	.02	.00000451	46	.04	.00000002	65	.02	.00000451
9	.05	.00000073	28	.02	.00000401	47	.05	.00000075	66	.02	.00000401
10	.03	.00000003	29	.04	.00001020	48	.03	.00000003	67	.04	.00001020
11	.03	.00000010	30	.04	.00000960	49	.03	.00000010	68	.04	.00000050
12	.08	.00001930	31	.05	.00001085	50	.03	.00001930	69	.05	.00001085
13	.10	.00002306	32	.02	.00000401	51	.10	.00002306	70	.02	.00000401
14	.06	.00001550	33	.02	.00000554	52	.06	.00001550	71	.02	.00000554
15	.05	.00000075	34	.04	.00000958	53	.05	.00000075	72	.04	.00000958
16	.03	.00000012	35	.04	.00001061	54	.03	.00000012	73	.04	.00001061
17	.03	.00000032	36	.05	.00001130	55	.03	.00000052	74	.05	.00001180
18	.06	.00001550	37	.03	.00001157	56	.06	.00001550	75	.05	.00001157
19	.02	.00000000	38	.04	.00001080	57	.02	.00000003	76	.04	.00001080

註) $T = A + BV^4$
T : Link 運行費間
A, B : 파라메타
V : Link 交通量

Ⅳ. 非線型 最適化技法에 의한 連續的 街路網 設計

1. 目的函數

道路投資가 交通內外的으로 미치는 影響의 種類는 상당히 다양하여 이들은 모두 同一價値의 次元에서 測定하기란 매우 어려우므로 本 論文에서는 混雜이 고려되는 通行費用과 建設費의 側面에서 目的函數를 構成하고자 한다.

街路網 設計變數를 y, 平衡交通流를 x라 할때, 最適街路網을 찾는 連續的 模型의 目的函數는 다음과 같이 표시된다.

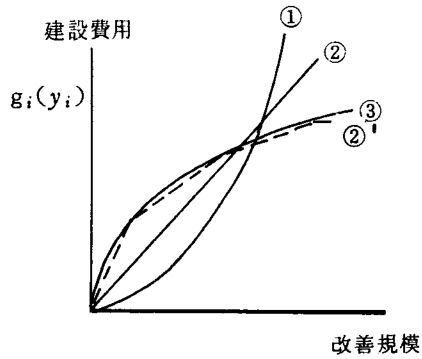
$$\min_{x,y} \sum_{(i,j)\in P} [C_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) + \theta g_{ij}(y_{ij})] + \sum_{(i,j)\in E} C_{ij}(x_{ij}) \quad \cdots (8)$$

$$y_{ij} \geq 0, \ (i,j) \in P$$

$$x \in X$$

여기서 x_{ij}는 (i,j)區間의 交通量, P는 改善對象區間集合, E는 旣存區間集合 θ는 建設費의 通行時間에 대한 換算係數이다.

먼저 建設費用의 項을 보면 (그림 2)와 같이 대체로 3個의 類型으로 建設費用函數



(그림 2) 建設費用函數形態

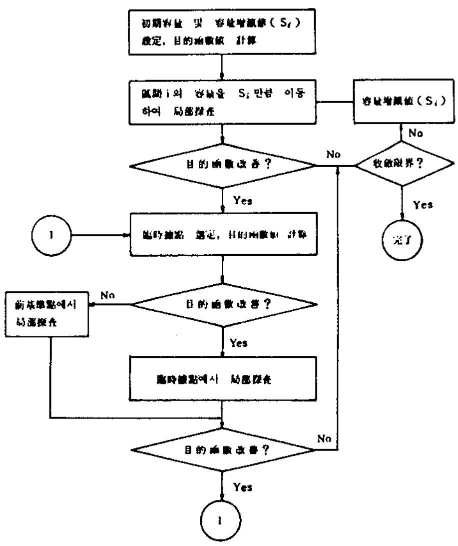
를 表示할 수 있다. 이중 ①의 Convex型은 最適化過程은 容易하게 하여 자주 사용되어 왔으나 非現實的이며, 가장 現實에 가까운 形態는 ③의 Concave 型이라고 할 수 있으나, 이경우 式 (8)의 目的函數가 凸凹狀態가 되어 最適化에는 어려움이 따른다. 이러한 ①과 ③의 問題를 절충하여 ③의 Concave 型에 近似시킨 直線式을 사용하는 방법을 생각할 수 있으며 이 중 ②는 하나의 近似式을 ②'는 여러개의 近似式을 適用한 경우이다. ②'의 경우는 Concave 型에 좀더 가까우나, 그 連結點에서의 傾斜選擇 등에 따라 最適性이 問題時될 수 있다. 따라서 本 論文에서는 ②의 直線近似式을 中心으로 다양한 街路網設計를 試圖하고, ③의 Concave 型에 대해서도 이를 遂行하기로 한다.

2. Hooke-and-Jeeves 技法의 適用

式 (8)의 交通流를 보면 크게는 設計變數가 變하고 이에 따라 區間通行費用이 變化함에 따라 變動되어, 그 正確한 函數形態가 固定되지 않으며, 여기에 建設費用函數狀態가 Concave型인 경우는 더욱 導函數를 利用하는 非線型 最適化 技法을 사용할 수 없게된다. 그 대신에 合理的인 移動方向을 추구하는 技法을 適用할 수 있으며, 그중 代表的인 것으로 據點移動(Pattern Search)과

局部探索 (Exploratory Search)으로 構成되어 函數表面에 多少의 굴곡이 있는 경우에 대해서도 信賴度가 比較的 높은 Hooke-and-Jeeves 技法을 適用하기로 한다.

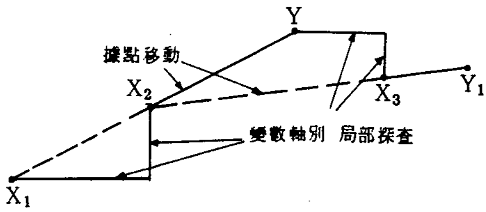
이에 따라 遂行되는 街路網設計의 過程은 (그림 3)과 같다. 各 探索地點마다 Frank-wolfe 技法 [4]에 의한 使用者 平衡通行配定을 行하였다.



註) 據點移動 : Pattern Search,
局部探査 : Exploratory Search
目的函數計算時 交通平衡配定過程 適用

(그림 3) Hooke-and-Jeeves 技法의 探索過程

이 Hooke-and-Jeeves 技法의 探索過程을 變數가 2個인 2次元의 경우에 대하여 概念的으로 살펴보면 (그림 4)와 같다.



註) X : 據點　Y : 據點移動點

(그림 4) Hooke-and-Jeeves 技法의 局部探査와 據點移動 例示

3. 設計變數와 建設費用函數

設計變數는 앞의 (그림 1)에서 表示된 改善對象區間을 각각 하나의 變數로 取하여 한 道路區間의 上, 下行이 對稱일 경우〈表 4 〉와 같이 5次元 探索을 遂行하게 된다.

4. 設計結果

街路網 設計過程에서 適用된 最適化 技法인 Hooke-and-Jeeves 技法의 特性을 보면 그 初期解의 位置選定, 初期Step Size, 收斂限界 等에 따라 最適化 效率이 左右된다. 따라서 이들 項目에 대하여 다양한 경우마다 街路網 設計를 實施하였다. 그리고 보다 現實的인 경우로서 Concave 型의 建設費用

〈表 4 〉 設計變數 및 建設費用函數의 設定

建設變數(區間)	建設費 ($)	區間容量(千台/日)		建設費用函數의 係數	
		下限(既存)値	上限値	線型	Concave 型
x_1 (24,62)	650,000	4.899	5.94	691.489	619.351
x_2 (16,54)	625,000	13,916	15.96	255.012	432.921
x_3 (20,58)	850,000	5.091	5.92	923.913	891.660
x_4 (38,76)	1,200,000	4.855	5.95	1,263.158	1,121.402
x_5 (25,63)	1,000,000	7.842	8.92	764.225	929.202

註) Concave 型 建設費用函數에서는 $d_i = \dfrac{\text{建設費}}{\text{容量增加値}^k}$ 로 $R=0.5$인 경우를 택했다.

函數에 대한 設計와 全般的인 通行量이 增加될 때의 最適解變化, 計算時間을 줄이는 近似技法 等을 살펴보았다. 이 過程에서 취한 대표적인 初期解의 位置는 各 變數의 上下限値間隔의 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$되는 地點으로 各各 Xo^1, Xo^2, Xo^3를 擇하였으며 初期容量增減値는 上下限値間隔의 $\frac{1}{10}$을 基準으로 그 1～8배의 값을 취하였다.

(1) 收斂限界와 初期容量增減値

目的函數의 收斂限界와 初期容量增減値의 各 경우별로 街路網 設計를 行한 結果는〈表 5〉와 같다. 收斂限界가 1.0千時間/日 인 때에는 0.5의 初期容量增減値로 할 경우에 그리고 收斂限界가 5.0千時間/日인 때에는 0.3의 初期容量增減値로 할 경우에 각각 最適解에 到達하며, 이와같은 探索結果, 收斂限界는 대체로 目的函數値의 1% 미만으로 하는 것이 效果的인 것으로 思料된다.

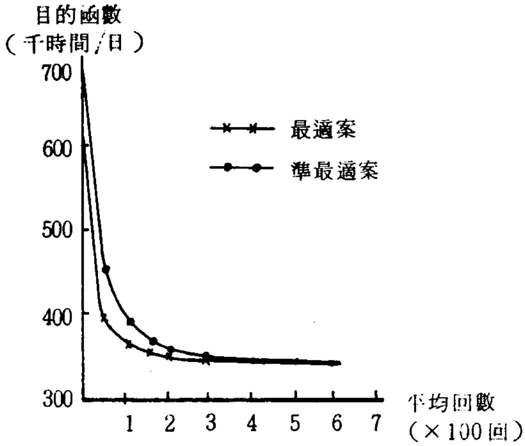
(2) 初期解와 初期容量增減値別 設計結果

〈表 6〉의 세가지 初期解에서 初期容量增減値를 0.1, 0.2등으로 너무 적게 잡으면 最適解에 到達하기 어렵고, 반면에 0.5～0.8인 때는 대체로 最適解에 接近하고 있다. 이것은 解集合에 群小의 部分最適地點(Local Optima)이 놓여 있음을 의미하며, 이경우 初期段階에서 設計變數의 變化可能範圍를 모두 포함하도록 하고, 據點移動時 容量增減値를 減少시키는 探索方法이 效果的이라고 할 수 있다.

最適解를 얻기까지의 目的函數의 改善程度를 보면 (그림 5)와 같은데 대체로 評價回數가 150～200回까지는 目的函數가 크게 改善되나, 그 이후에는 그 幅이 점차 줄어들고 있음을 알 수 있다. 여기서 初期解의 位置設定이 가장 重要하며 初期容量增減値는 變數範圍를 다 포함하도록 하는 것이

〈表 5〉 收斂限界 및 初期容量增加値別 設計結果

收斂限界 (千時間/日)	初期容量 增減値	設計變數(千台/日)					評價 回數	目的函數 (千時間/日)
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
1.0	0.1	5.950	15.555	5.091	4.855	7.842	402	477.4
	0.2	5.200	14.716	5.091	4.855	8.142	411	422.6
	0.3	5.700	14.082	5.101	4.855	7.842	405	409.8
	0.4	5.850	14.150	5.150	5.030	7.842	76	455.4
	0.5	4.899	13.916	5.215	4.855	7.842	635	359.6
5.0	0.1	5.950	15.550	4.991	4.855	7.842	72	479.1
	0.2	5.200	14.716	5.091	4.855	8.142	105	425.5
	0.3	4.899	14.217	5.091	4.855	7.856	280	350.6
	0.4	5.850	14.150	5.150	5.030	7.842	76	455.4
	0.5	4.899	14.847	5.174	4.855	7.435	42	413.2
10.0	0.1	5.950	15.555	4.991	4.885	7.842	72	479.1
	0.2	5.200	14.716	5.091	4.855	8.142	105	425.5
	0.3	4.899	15.116	5.091	4.855	8.098	63	437.0
	0.4	5.850	14.150	5.051	5.030	7.842	43	455.4
	0.5	5.123	13.937	5.568	4.855	7.842	87	418.4



(그림 5) 評價回數別 目的函數의 改善程度

바람직하다.

〈表 6 〉에서 最適解는 (20,58)區間에 76 (臺/日)의 容量擴充을 하는 代案이며, 이때 目的函數는 349.1 (千時間/日)로 아직은 通行量規模가 적어서 街路改善의 必要性이 적은 狀態이다.

(3) 建設費用函數가 위로 볼록한 경우

〈表 4 〉와 같은 變數設定에 따라 建設費用函數가 위로 볼록한 경우에 대하여 探索을 試圖하여 最適案으로는 $x_1 = 5.737$, $x_2 = 13.916$, $x_3 = 5.091$, $x_4 = 4.855$, $x_5 = 7.842$ (千臺/日)의 結果를 얻었고,(24, 62)區間에서 838 (臺/日)의 容量擴充을

〈表 6 〉 初期解와 初期容量增減值別 設計 結果

初期解	初期容量增減值	設計變數(千臺/日) x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	評價回數	目的函數(千/時間日)
Xo[1]	0.1	5.424	14.837	5.118	5.144	8.056	622	471.9
	0.2	5.399	14.037	5.318	5.141	7.842	591	449.3
	0.3	5.435	14.137	5.618	5.141	8.030	643	512.2
	0.4	4.899	15.600	5.091	5.141	7.861	624	443.1
	0.5	5.123	13.937	5.566	4.855	7.842	626	412.1
	0.6	4.899	13.916	5.168	4.855	7.842	615	349.1[1)]
	0.8	4.949	13.916	5.312	4.861	7.842	614	372.5[3)]
Xo[2]	0.1	5.950	15.550	5.091	4.855	7.842	653	471.8
	0.2	5.200	14.716	5.091	4.855	8.142	675	417.8
	0.3	4.899	14.217	5.091	4.855	7.856	709	350.6[2)]
	0.4	5.850	14.150	5.150	5.030	7.842	571	455.4
	0.5	4.899	13.916	5.215	4.855	7.842	635	359.6[4)]
Xo[3]	0.1	5.825	15.279	5.823	5.814	8.710	611	769.6
	0.2	5.099	14.116	5.291	4.856	7.842	665	386.9
	0.3	5.101	14.563	5.091	4.855	7.842	643	378.3[5)]
	0.4	4.899	14.716	5.091	4.855	7.898	347	369.0[6)]
	0.5	5.500	13.916	5.091	4.855	7.842	184	394.2
	0.6	5.480	13.916	5.091	4.874	7.842	652	387.1
	0.8	4.899	13.916	5.135	4.880	7.842	636	355.2[7)]

註) 1) ~ 7)은 最的目的 函數值에서 10% 이내에 드는 경우임.

하는 것으로 나타났다. 이때의 目的函數値는 401.4 (千時間 / 日)로 函數의 形態上 앞의 線型인 경우보다는 다소 높게 計算된다.

(4) 通行量이 增加하는 경우

(1)~(3)의 設計結果에서 通行量水準이 낮아 混雜이 심하지 않는 것으로 判斷되어 本 技法의 交通混雜에 대한 作動性을 알아보기 위하여 〈表 7〉과 같은 通行量規模別 設計를 行하였다.〈表 7〉에서 보면 通行量이 현재의 2배인 경우 。各 設計變數의 上限値까지 이르는 代案이 도출되며, 通行量이 1.50배인 경우는 대체로 그 中間水準의 設計規模로 결정되고 있다.

(5) 近似技法

앞의 最適街路網 導出을 위하여 計算時間 (I/O time, CPU time)은 IBM 370/168로 約 1,800秒程度가 걸리며 이를 줄이기 위하여 近似技法으로 Hooke-and-Jeeves 過程中 局部探査時의 交通流變化가 미소함을 考慮하여 據點移動時에만 平衡交通流問題를 풀도록 하였다.

이 方式에 의하면 目的函數가 500.4 (千時間 / 日)로 이를 基準으로 正確度의 경우에 대하여 30%의 오차를 보이면서 計算時間은 23秒 정도로 短縮되다. 이 경우는 특히 初期解의 位置가 效率을 左右한다.

V. 結 論

本 硏究에서는 施設供給 및 交通需要(特히 經路選擇) 兩面의 相互影響을 反映하는 統合模型(Integrated Supply and Demand Models)의 一環으로 通行行態를 考慮하면서 最適街路網 設計代案을 導出하는 模型을 定立하였고, 主要한 結果를 要約하면 다음과 같다.

첫째, 連續設計模型에 의하면 交通需給의 均衡狀態에서의 探索이 可能하며 評價回數를 算術級數 水準으로 減少시켜 준다. 그 한 例를 들면 本 論文에서 連續的 技法에 의한 最適解를 離散的 技法으로 區間當 50(PCU / 日)의 誤差範圍에 대하여 얻으려면 評價代案의 순수한 組合數만을 고려할때 21 × 41 × 17 × 22 × 22 = 7,084,308 回의 評價回數가 所要되나, 連續的 技法으로 하면 615 面의 評價回數가 所要된다. 한편 離散的 技法의 경우 財政制約條件이나 其他 經驗方式이 適用되어 評價回數를 상당히 줄이고 있으며 이러한 效果는 連續的 技法에서도 類似한 결과가 예상된다.

둘째, 보다 現實的인 建設費用函數는 위로 볼록한(Concave) 形態로서, 이 경우의 探索은 Hooke-and-Jeeves 技法의 適用性이 높다.

〈表 7〉 通行量規模別 最適設計案의 變化

通 行 量	設 計 變 數 (事業區間, 千臺 / 日)					目的函數 (千時間 / 日)
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
現 在 規 模	4.899 (4.899)	14.217 (13.916)	5.092 (5.092)	4.855 (4.855)	7.856 (7.842)	350.6
現在規模 ×1.50	5.474	14.437	5.318	5.441	7.906	2,381.7
現在規模 ×2.00	5.774 (6.000)	15.037 (16.000)	5.760 (6.000)	5.741 (6.000)	9.000 (9.000)	8,647.3

註) ( ) 안은 上下限値

세째, 檢證 街路網의 경우, 特히 初期解位置가 重要하며 初期容量增減値는 變數範圍를 모두 包含함이 效率的이고, 近似計算法에 의하면 正確度는 떨어지나 效率은 80배 程度 增加한다.

한편 이같은 硏究結果에서 向後 硏究되어야 할 內容은 다음과 같다.

첫째, Hooke-and-Jeeves 技法을 위시하여 街路網 設計에 效果的으로 適用될 수 있는 非線型技法의 開發 및 接木과,

둘째, 街路網改善으로 인한 交通需要(通行分布와 더 나아가서는 通行發生)와의 相互關係의 糾明이 必要하다. 現 段階에서는 中, 短期的으로 通行配定과 通行分布間의 相互影響을 밝혀주는 結合模型(Combined-Distribution-Assignment Model)의 適用을 考慮해 볼 수 있는 것으로 判斷된다.

그리고 以上의 方法은 街路網 設計(Network Design) 뿐만 아니라 信號體系 最適化, 車輛配車計劃, 貨物輸送問題, 交通政策의 適正化, 上下水道 管網分析등 通行需要와 區間容量 概念으로 解析되는 問題에 適用可能性이 있는 것으로 判斷된다.[13),14)]

參考로 通行配定과 通行分布間의 相互影響을 의미하는 結合模型의 한 例를 들어보면 다음과 같다.[15)]

$$\underset{\theta}{\mathrm{Max}}\ \underset{g,h}{\mathrm{Min}}\ \sum_{s,t} g_{st}\ log\ g_{st} +$$

$$\theta\Big(\sum_a \int_0^{fa} S_a(x)\,dx - \sum_{s,t} u_{st}\, g_{st} - F\Big) \quad \cdots(9)$$

$$\text{subject to } \sum_{s,t} g_{st} = G$$

$$\sum_l h_{lst} - g_{st} = 0$$

$$h_{lst},\ g_{st} \geq 0$$

여기서 g_{st} : 起點 S와 終點 t 間의 通行量

h_{lst} : 起點 S와 終點 t 間에 經路 l을 이용하는 交通量.

$S_a(f_a)$: Link a의 交通量 fa에 대한 通行費用函數.

$$f_a = \sum_{lst} \delta_{alst}\ h_{lst}$$

(9)는 엔트로피 極大化 槪念에 따라 通行分布와 通行配定을 結合시킨 것이며, 對象地域의 總通行需要(G 혹은 $g_{s*}\ g_{*t}$ 의 通行發生量)가 주어지고 街路網資料가 있을 경우, 起終點 通行表를 구할 수 있게 된다.

따라서 이 理論을 街路網 設計理論과 관련시켜 보면 通行量이 주어질 경우, 街路改善으로 인한 通行分布와의 影響을 把握할 수 있다.

參 考 文 獻

1. 李勇宰, "네트워크平衡理論을 利用한 街路網體系의 設計", 國土計劃, 第22卷, 第2號, 1987, pp. 34~45.
2. Magnanti, T.L. and R.T. Wong, "Network Design and Transportation Planning–Models and Algorithms," *Transportation Science*, Vol. 18, 1984, pp. 181~197.
3. Hooke, R. and T.A. Jeeves, "Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems," *J. Ass. Comp. Mach.*, Vol. 8, 1961, pp. 212~229.
4. Frank, M. and P. Wolfe, "An Algorithm for Quadratic Programming," *Naval Res. Logist.* Quart. 3, 1956, pp. 95~110.
5. Leblanc, L.J., *Mathematical Programming Algorithms for Large Scale Network Equilibrium and Network Design Problems.* Ph. D. dissertation, Dpt. of IE and MS, Northwestern University, 1973.
6. Poorzahedy, H. and M.A. Turnquist,

"Approximate Algorithms for the Discrete Network Design Problems," *Transportation Research* Vol. 16B, 1982, pp. 45～55.

7. Mackinnon, R.D. and G.M. Barber, "*Optimization Models of Transportation Network Improvement : Review and Future Prospects*," Working Paper, HASA, 1976, Luxemberg, Austria.

8. Wong, R.T., "*Introduction and Recent Advances in Network Design : Models and Algorithm*," *in Transportation Planning Models*, (ed.) Florian, M., 1984, Elsevier Science Publishers.

9. Steenbrink, P.A., *Optimization of Transport Networks*, John Wiley and Sons, 1974.

10. Dantzig, G., Harvey, R., Lansdowne, Z., Robinson, D. and S. Maier, "Formulating and Solving the Network Design Problem by. Decomposition," *Transportation Research* Vol. 13B, 1979, pp. 5～17.

11. Abdulaal, M. and L.J. Leblanc," Continuous Equilibrium Network Design Models," *Transportation Research* B, Vol., 13B. 1979, pp. 65～80.

12. Los, M. and C. Lardinois, "Combinatorial Programming, Statistical Optimization and the Optimal Transportation Network Problem," *Transportion Research* Vol. 19B, 1980, pp. 89～124.

13. 張玹峰, 連續設計變數에 의한 最適街路網設計, 博士學位論文, 서울大學校 土木工學科, 1987. 12.

14. Fisk. C., "A Conceptual Framework for Optimal Transportation Systems Planning With Integrated Supply and Demand Models," Transportation Science, Vol. 20, 1986, pp. 377～4.

15. Jörnsten, K.O. and Nguyen, S., "Estimation of An O−D Matrix from Network Data : Dual Approaches," Conference on Structural Economic Analysis and Planning in Time and Space, University of Umeå, Sweden, 1981.