大韓交通學會誌 第六卷二號, 1988.

□論 文□

공간적 가격균형이론

空間的 價格均衡理論에 의한 交通需要模型과 解法

교통수요모형 해법

노정현

魯 正 鉉

(都市 및 地域計劃 博士)

目 次

ABSTRACT

Recent developments in combining transportation planning models and input–output approaches, together with inclusion of intensity of land uses, have made it possible to construct realistic comprehensive urban and regional activity models. These modes form the basis for a rigorous approach to studying the interactions among urban activities. However, efficient computational solution methods for implementing such comprehensive models are still not available.

In this paper, an efficient solution method for the urban activity model is developed by combining Evans' partial linearization technique with Powell's hybrid method. The solution algorithm is applied to a small but realistic ruban area with a detailed transportation network.

I. 序 論

都市 및 地域의 경제활동을 분석하기 위한 模型開發과 그 解法에 관한 연구는 다음 몇가지로 分類될 수 있다.

첫째, 각 活動의 立地(土地利用模型)

둘째, 活動間의 生產技術的 流通(產業 連關模型)

셋째, 活動의 空間的 流通(交通需要模型)

넷째, 活動의 地域的 集中 및 混雜(均衡配分模型)

이들 個別模型의 개발과 응용에 많은 발전이 있어 왔다. 그러나 이들 個別模型, 또는 이들의 部分的 統合模型으로는 도시 및 지역활동을 效果的으로 分析하기에는 미흡하다. 왜냐하면, 활동의 立地選定과 이에 따른 交通需要配分은 經濟學的 一般均衡(general equilibrium)의 문제로 다루어 지는 것이 타당하기 때문이다.

본 논문은 이들 個別模型의 統合에 관한 기존 연구를 간략하게 소개하고 總體的 需要分析模型으로 空間的 價格均衡理論(spatial price equilibrium theory)에 根據한 통합 도시활동 체계모형과 그 해법을 개발하고자 한다. 이 통합 都市 活動體系模型은 도시 또는 지역내 활동의 입지와 교통수요배분의 경제학적 一般均衡狀態(general equilbrium state)를 찾고자 하는 것으로 본 논문에서는 標準的 交通需要模型에서 사용하는 直觀的 方法(heuristic method)이 아닌 數學的 方法(athematical method)에 의한 解法을 개발하고자 한다.

II. 都市 및 地域 活動模型

현재까지 개발된 도시 및 지역 活動模型 가운데 각 활동의 立地選定과 활동간의 상호작용을 동시에 분석한 대표적인 모형으로 Wilson(1970)의 地域間 貨物 流通模型과 Mills(1972, 1974, 1976)의 都市活動模型을 들 수 있다.

Wilson은 投入-產出 生產模型과 엔트로피(entropy) 極大化 流通模型을 통합하여 非線形計劃(nonlinear programming)에 의한 지역간 화물유통모형을 개발하였다. 또한 이 모형의 해법으로 反復的 平衡技法(iterative balancing technique)을 제시하였다.

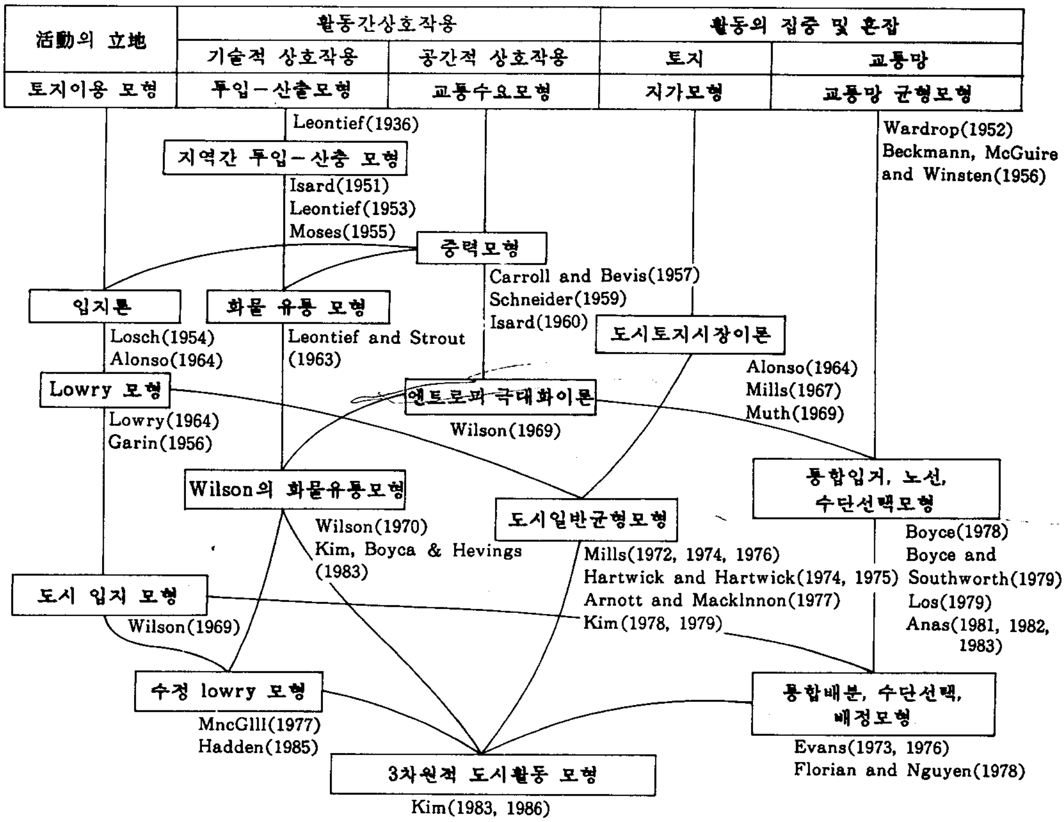
도시경제학자인 Mills는 立地選定模型과 地價模型을 통합한 線形計劃技法(linear programming)에 의한 도시활동 모형을 개발하여 프로토타입(prototype) 整型都市에 적용함으로써 실용 가능성을 보여주었다. (Kim, 1984, 1986)은 여기에 交通網均衡理論(network equilibrium theory)과 엔트로피(entropy) 극대화 이론을 도입함으로써 비선형계획에 의한 도시 활동모형을 개발하였다.

<그림 1>은 주요 도시 및 지역활동모형의 발전과정을 보여주고있다.

1. 立地論과 空間經濟(space economy)

활동의 지역간 不均衡 분포는 각 지역이 갖고있는 자연환경의 차이뿐 아니라, 相異한 사회, 경제체제에 기인한다. 이와같은 지역적 불균형 분포는 지역 특화 및 地域相互 依存原理을 바탕으로 설명되고 있다. Christaller(1983)에 의해 처음으로 발표되어 Losch(1954)에 의해 완성된 中心地理論(central place theory)는 이와 같은 空間的 편중을 설명하는 이론적 기틀을 마련하였다. 그뒤, 현대 수송수단의 발전은 인간활동의 立地的 制限性을 어느정도 극복할 수 있는 계기를 마련해 주었을 뿐 아니라 활동의 공간적 흐름에 대한 경제성을 부여하는 空間經濟(space economy)의 발전을 유도하였다.

도시의 각 활동의 立地形態(土地利用)를 分析하는 기법의 시초는 Thunen(1826)의 地價形成論에서 찾을 수 있다. 그후, Alonso(1964)는 入札地價(bid rent)와 都市土地利用을 수학적으로 개념화함으로써 都市經濟理論의 기틀을 마련하였다. 이 도시경제이론은 Mills(1967)와 Muth(1969) 등에 의해 實用化되었다.



〈그림 1〉 都市 및 地域 活動模型의 變化過程

2. 投入-産出模型을 이용한 地域 流通模型

Leontief(1936)에 의해 시작된 투입-산출 모형은 Leontief(1953), Isard(1951), Moses(1955) 등에 의해 지역간 유통모형으로 발전되었다. 특히 Leontief(1953)에 의해 도입된 流通풀(trade pool) 개념은 지역간 유통모형 발전에 큰 계기를 마련해 주었다. Leontief-Strout(1963)는 유통풀개념을 사용한 重力模型 형태의 지역간 투입-산출모형을 개발하였다. 그뒤 Wilson(1970)은 엔트로피 극대화이론을 지역간 유통에 적용함으로써 Leontief-Strout모형을 일반화 하였다.

3. 交通需要模型

전통적 도시교통계획과정인 通行發生, 通行配分, 手段分擔, 路線配定 등의 일부과정을 동시적으로 결정하려는 통합선택모형에 대한 개발이 시도되어 왔다. Beckman, McGuire, 그리고 Winsten(1956)에 의해 시작되어 최근 널리 이용되고 있는 교통망균형모형(network equilibrium model)은 통합모형개발의 기틀을 마련해 주었다. 이 교통망균형모형은 Wordop(1952)의 최소비용 원리를 바탕으로 하고 있으며, 이모형에서 교통수요는 交通網混雜均衡費用에 의해 결정된다. 결국 이 모형은 도시교통에 있어 교통시설 혼잡에 의한 교통수요변화에 대한 수학적분석의 길을 열어 주었다. Evans(1976)는 교통망균형이론을 바탕으로 개발된 統合 교통배분-노선배정모형에 대한 效率的인 解法을 개발하였다.

4. 土地利用－交通 統合模型

1800년대 초부터 경제학자, 도시계획가들은 교통과 토지이용간의 상호작용에 대하여 연구하여왔다. 1954년 Mitchell－Rapkin은 토지이용과 토지이용이 교통에 미치는 영향의 상호관계를 분석하였다. 그뒤 토지이용과 교통수요의 상호관계를 통합한 첫번째 시도는 Lowry(1964)모형이라 할 수 있다. Lowry는 住居立地와 商街立地를 정하는 데 直觀的 方法(heuristic method)을 적용하였다. 뒤이어 Mills(1972, 1974, 1976)는 입지모형, 투입－산출모형, 교통, 그리고 지가모형을 통합한 線形計劃(linear programming) 기법에 의한 도시활동체계모형을 개발하였다. 최근 Kim(1984, 1986)은 교통망균형이론과 엔트로피 극대화이론을 도입하여 非線形 統合都市體系模型을 개발하였다. 또한 Moore(1986)는 Mills의 모형을 動學的 모형(dynamic model)으로 발전시켰다.

Ⅲ. 統合都市活動模型

본절에서는 현재까지 개발된 통합도시활동모형 중 가장 합리적이고 실용가능한 Kim(1986)의 비선형 도시체계모형을 소개하고, 모형의 해를 얻기 위한 最適化 條件(optimality condition)들을 유도한다.

1. 模型設定의 基本原理

Kim(1986)의 비선형도시체계모형은 아래와 같은 기본원리를 바탕으로 개발되어 화물유통뿐 아니라 토지이용의 공간적 집중을 효과적으로 설명하고 있다. 구체적으로 본 모형은 공간적 가격균형이론을 바탕으로 토지이용 및 통행발생에 유통풀(trade pool) 이론을, 통행배분에 엔트로피(entropy) 극대화 이론을, 수단분담에 로짓(logit) 모형을, 노선배정에 교통망균형(network equlibrium)이론을 사용한다.

1) 最少費用 生産函數

각 생산 주체는 경제적으로 합리적 행태를 갖는다는 가정아래, 각자의 이익(profit)을 극대화하던가, 또는 비용(cost)을 극소화하는 활동을 한다. 이들 활동은 서로간의 균형상태에 도달할 때까지 계속된다. 여기서 도시는 완전경쟁시장이며 이 시장내에서 각 상품은 동질의 성질과 동일가격을 갖는다고 가정한다. 또한 이 모형은 經濟基盤理論(economic base theory)을 사용하므로 각 품목의 수출량이 도시시장경제를 유도한다. 따라서 본 모형은 도시전체가 담당하여야 할 수출량(export quota)을 전량 수출하기위해 지불해야할 전체비용을 최소화하는 것을 목적함수로 한다.

또한 Leontief 생산기술을 이용하여 상품(재화와 서비스)을 생산하므로 투입상품간의 대체(substitution)없이 정해진 투입비율을 갖는다. 그러나, 도시내의 생산활동에 있어 토지자원의 제한으로 고밀도 토지이용에 따른 자본집중이 필수적이라는 면을 고려하여 토지투입과 자본투입의 대체(substitution)가 비연속성인 생산기술(technology)에 따라 이루어 진다고 가정하였다.(〈그림 2〉 참고)

2) 貨物流通體系

Leontief(1953)에 의해 시작된 유통풀(trade pool) 개념을 사용함으로써, 〈그림 3〉에서 보는 바와 같이 한 존에 흘러들어오는 상품의 총량과 그 존에서 생산되는 총 생산량의 합은 그 존으로부터 흘러나가는 상품의 총량과 생산을 위해 소비되는 중간재의 합과 같다.

즉, $\sum_{j=i} x^{ji}_r + x^i_r = \sum_{j=i} x^{ij}_r + \sum_q a_{rq} x^i_q + E_r$ (1)

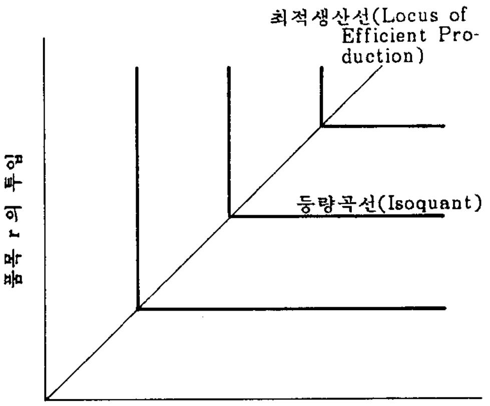
여기서 x^i_r은 존 i 에서 생산하는 상품 r 의 총량,

x^{ij}_r은 존 i 에서 존 j 로 수송되는 상품 r 의 총량,

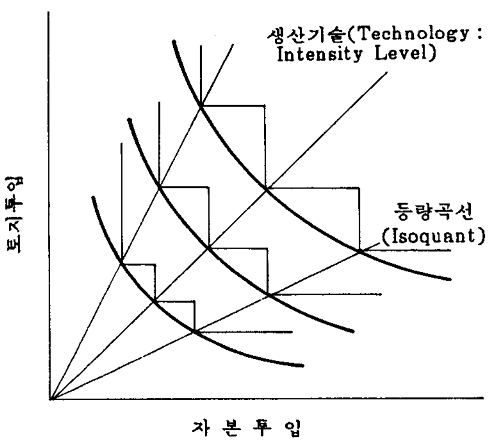
E^i_r은 존 i(수출존인 경우)로부터 도시 밖으로 수출되는 상품 r의 총량,

a_{rq}은 투입－산출 계수로 여기서 q와 r은

상품을 나타낸다.



(a) 등량곡선(Isoquants)과 최적생산(Efficient Production)

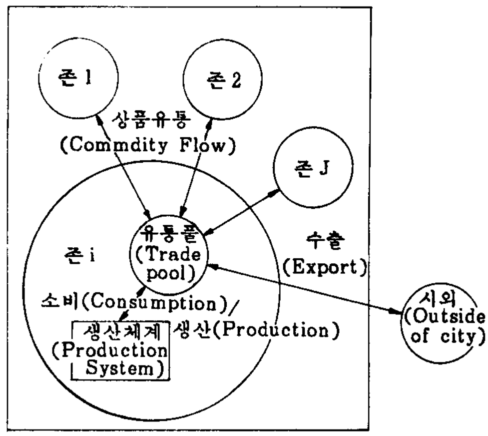


(b) 토지와 자본의 투입대체(Substitution)

〈그림 2〉 Leontief 生產函數

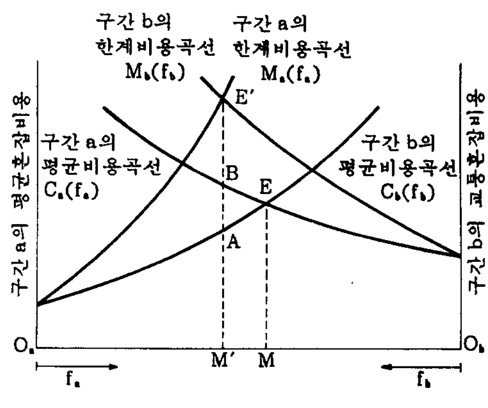
3) 利用者 最適交通網均衡(user-optimization network equilibrium)

각 통행주체는 교통노선의 선정에 있어 각자의 비용을 최소화한다는 合理性을 가정한다. 따라서 모형설정에 있어 Wordrop(1952)의 통행패턴 균형체계를 바탕으로 각 이용자가 지불하는 평균비용을 최소화하는 교통수요를



〈그림 3〉 貨物 流通體系

찾는다. 〈그림 4〉에서 두지점을 연결하는 두개의 區間體系에 대한 例에서 보는 바와 같이 이용자 최적교통망균형은 두 구간의 평균비용곡선의 交叉點(E)에서 이루어진다. 이때 이용자가 지불하는 평균비용은 EM으로 균형을 이룬다. 그러나 각 이용자가 지불하는 평균비용의 합은 限界費用 曲線(marginal cost curve)의 交叉點(E′)에서 얻어진다.

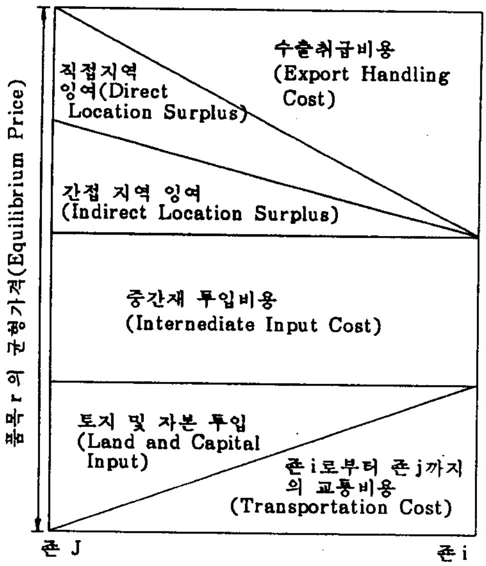


〈그림 4〉 利用者 最適 交通網 均衡

4) 空間的 價格均衡(spatial price equilibrium)

각 활동의 입지는 지역간의 相對的 交通費用

과 相對的 立地剩餘(location surplus)에 의해 결정되어 결국 균형상태에 이른다고 가정한다. 여기서 입지잉여는 생산주체가 어느 한 지역에서 생산함으로써 얻을 수 있는 입지적 限界利益(marginal advantage)이다. 〈그림 5〉는 두 존사이의 공간적 가격균형상태를 나타내고 있다.



〈그림 5〉 都市 活動體系의 空間的 價格 均衡

5) 엔트로피 極大化(entropy maximization)

Wilson(1970)에 의해 지역간 유통분석에 도입된 엔트로피모형은 重力模型의 一般形態로 나타낼 수 있으며, 이를 도입함으로써 품목의 統合(aggregation)으로 인하여 나타나는 지역간 逆輸送에 대하여 보다 현실적으로 설명할 수 있다.

2. 模型設定(model formulation)

전술한 5가지 기본 原理를 바탕으로, 본모형은 도시의 長期均衡常態(long-run equilibrium state)의 3次元的 토지이용패턴과 전통적 4단계 교통수요모형에서 단계적으로 예측해오던 통행수요(通行發生, 通行配分, 手段分擔, 路線配定)를 同時에 결정한다. 아울러, 존별 地價와 존별 부문별 지역잉여, 수출량 등도 동시에 예측한다.

모형을 수학적으로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{(P1) Minimize } \sum_k \sum_a \int_0^{f_a^k} c_a^k(X)\,dx + \sum_i \sum_r d_r^i\, E_r^i + \sum_i \sum_r \sum_s (L\, a_{r+1rs} + R\, a_{r+2rs}) x_{rs}^i \quad (2)$$

$$\text{where } f_a^k = \sum_r g_r \sum_i \sum_j \sum_p x_r^{ijkp}\, \delta_{ar}^{ijkp} \quad (3)$$

$$\text{subject to } \sum E_r^i \geqq E_r \quad (4)$$

$$\sum_{j=i} \sum_k x_r^{jik} + \sum_s x_{rs}^i \geqq \sum_{j=i} \sum_k x_r^{ijk} + \sum_q a_{rq} \left(\sum_s x_{qs}^i\right) + E_r^i \quad (5)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_k x_r^{ijk} \ln x_r^{ijk} \geqq S_r \quad (6)$$

$$\sum_r \sum_s a_{r+1rs} x_{rs}^i \leqq l^i \quad (7)$$

$$x_r^{ijk} = \sum_p x_r^{ijkp} \quad (8)$$

$$x_r^{ijkp},\ x_{rs}^i,\ E_r^i \geqq 0$$

여기서 x_r^{ijkp}은 존 i 에서 존 j까지 手段k, 路線p에 의해 수송되는 품목 r의 양을 나타내며 δ_{ar}^{ijkp}은 區間(link) a를 이용할 경우 1, 이용하지 않을 경우 0이다.

여기서 外生變數들 (exogenous variables)로는

Er = 도시에서 수출하는 총수출량,

a_{qrs} = 投入－産出係數, 여기서 q와 r은 품목을 나타내며, 1부터 r－1까지는 中間材, r은 家口(노동력), r+1은 토지투입, r+2는 자본투입을 나타낸다. 또한 s는 생산기술을 나타낸다.

d_r^i = 존 i에서 도시밖으로 수출하는 품목 r의 단위 수출취급비용,

g_r = 품목r 한 단위를 수송할때 道路容量에 미치는 효과의 승용차 환산계수,

l^i = 존 i의 이용가능한 토지면적,

S_r = 품목r의 존간 통행배분 엔트로피 수준,

L = 도시외곽의 지가,

R = 이자율,

$C_a^k(x)$ = 手段k의 區間 a에서의 통행비용함

수, 여기서 x는 區間通行量이다.

또한 內生變數들(endogenous variables)로는,

E^i_r = 존 i에서 수출하는 品目 r의 양,

x^i_{rs} = 존 i에서 技術 s에 의해 생산하는 품목 r의 양,

x_r^{ijk} = 존 i에서 j까지 수단 k에 의해 수송되는 품목 r의 양,

f_a^k = 수단 k의 구간 a에 흐르는 구간교통량이다.

3. 最適條件의 經濟學的 意味

〈附錄 1〉에 기록된 Lagrangian의 1차 片微分에 의해 도출된 最適條件(optimality condition)은 다음과 같다.

1) 交通網 均衡路線 選定

식 (A－4)는 이용자 최적교통망 균형 路線 및 手段選定을 보여준다. 즉, 만약 $x_r^{ijkp}>0$이면, $\theta_r^{ijkp}=0$이고, 따라서 $\sum_a c^k_a(f_a^k)\delta^{ijip}_{ar}\cdot g_r = c_r^{ijk}$ 이다. (9)

반대로 $x_r^{ijkp}=0$ 이면, $\theta_r^{ijkp}\geqq 0$이고, 따라서 $\sum_a c_a^k(f_a^k)\,\delta_a^{ijkp}\cdot g_r \geqq c_r^{ijk}$ 이다

즉, 존 i에서 존 j까지 품목 r을 수송하기 위한 交通費用(c_r^{ijk})는 Wordrop의 최소비용원리를 만족하는 존간 품목 r을 수송하는 이용자 교통비용($\sum_a c^k_a(f_a^k)\,\delta_{ar}^{ijkp}\cdot g_r$)이다.

2) 空間的 價格均衡生産

식 (A－3)은 생산체계에 있어 공간적 가격균형을 보여준다. 즉, $x^i_{rs}>0$ 이면, $\delta^i_{rs}=0$이고, 따라서,

$\gamma^i_r-\sum_q \gamma^i_q\, a_{qr}=(L+\lambda^i)a_{r+1rs}+Ra_{r+2rs}$이다. (10)

반대로, $x^i_{rs}=0$이면, $\delta^i_{rs}\geqq$이고, 따라서,

$\gamma^i_r-\sum\gamma^i_q q_{qr}\leqq(L+\lambda^i)a_{r+1rs}+Ra_{r+2rs}$ 이다.

여기서 λ^i는 존 i의 地價로 설명될 수 있으며, r^i_r는 존 i에서 품목r을 생산함으로써 얻을 수 있는 직접 지역잉여이고, $\sum\gamma^i_q a_{qr}$는 중간재 투입에 따른 간접 지역잉여이다.

그러므로, 이 최적조건은 생산활동의 공간적 균형을 결정한다. 均衡時 각 존, 각 품목에 대한 純地域剩餘(net location surplus) ($\gamma^i_r-\sum\gamma^i_q a_{qr}$)는 생산에 소요되는 토지투입비용과 자본투입비용의 합($(L+\lambda^i)a_{r+1rs}+Ra_{r+2rs}$)과 같다.

3) 輸出量 均衡配分

식 (A－2)는 각 수출품목의 수출존에 대한 均衡分擔을 나타낸다. 즉, $E^i_r>0$이면, $\epsilon^i_r=0$이고, 따라서,

$d^i_r=\phi_r-\gamma^i_r$ 이다. (11)

반대로 $E^i_r=0$ 이면 $\epsilon^i_r\geqq 0$ 이고, 따라서 $d^i_r\geqq\phi_r-\gamma^i_r$ 이다. 여기서 ϕ_r는 수출품목에 대한 輸出機會費用으로 설명할 수 있다.

이 최적조건은 수출량의 수출존에 대한 균형분담을 결정한다. 균형시 수출기회비용과 지역잉여와의 차이($\phi_r-\gamma^i_r$)는 단위수출비용(d^i_r)과 같다.

4) 존間 流通量

식(A－5)를 정리하면 다음과 같은 존간 流通函數를 얻을 수 있다.

즉, $x_r^{ijk}=\exp(-\mu_r(\gamma^i_r-\gamma^j_r+c_r^{ijk})-1.0)$ (12)

따라서, 존간 통행량은 두 존간의 지역잉여의 차이와 통행비용의 함수로 결정된다. 여기서 μ_r는 通行抵抗係數로 설명될 수 있다.

Ⅳ. 模型의 解法

모형의 최적조건으로부터 解를 구하기 위해 Evans(1976)의 片線形技法(partial linearization algorithm)에 非線形 연립방정식을 풀기 위해 Powell의 Hybrid기법(1970)을 도입하여 效率的인 해법을 개발하였다.

1. 土地需要函數

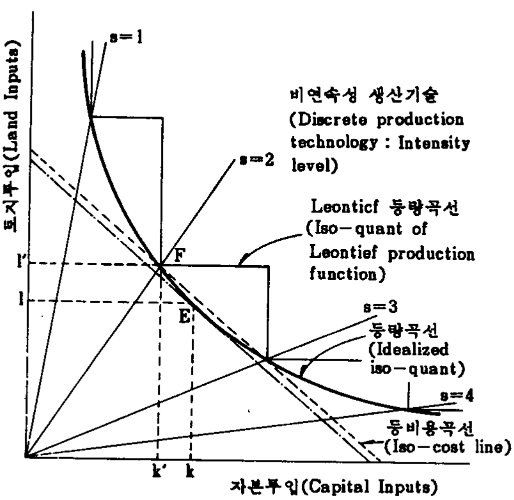
해법 개발을 위해 다음과 같은 수학적 性質(proposition)을 이용한다.

성질 : 각 존(i)에서 各 商品(r)은 그 존의 토지비용과 자본비용이 최소인 生産技術(s)에 의해 생산된다. 이를 수학적으로 나타내면,

만약, $x^i_r=\sum_s x^i_{rs}>0$ 이면,

$$s = \min_s((L+\lambda^i)a_{r+1rs} + Ra_{r+2rs}) \text{이다.} \quad (13)$$

증명 : 生產體系에 있어 토지와 자본의 投入代替(input subtitution)는 주어진 다수의 非연속성(discrete) 생산기술에 의해 가능하다고 가정하므로 〈그림 6〉에서 보는 바와 같이 나타낼 수 있다. 생산기술이 연속성(continuous)인 경우에 最適要素結合點(efficient production point)은 等費用曲線(iso－cost)과 等量曲線(iso－quant)이 접하는 점(E)이다.



〈그림 6〉 最適 土地－資本 投入

왜냐하면, 이 점에서 자본에 대한 토지의 MRTS(marginal rate of substitution)와 등비용곡선의 절대 傾斜度(slope)가 같기 때문이다. 따라서 비연속성(discrete)인 경우의 최적요소결합점은 점 E와 인접한 점(F)가 되며, 이때 최적 생산기술은 토지비용과 자본비용이 最少가 되는 s=2가 된다.

Leontief 逆行列(inverse matrix)의 計數를 b_{qr}라 정의하고, 식 (13)을 식 (10)에 대입함으로써 식 (14)를 얻게 된다. 결국 풀어야 할 최적조건은 다음 4개의 형태의 식으로 정리된다.

$$\text{(1)} \quad \gamma^i_r = \sum_q [\min_s\{(L+\lambda^i)a_{r+1qs} + Ra_{r+2qs}\}]b_{qr} \quad (14)$$

$$\text{(2)} \quad x_r^{ijk} = \exp[-\mu_r(\gamma^i_r - \gamma^j_r + c_r^{ijk}) + 1.0] \quad (15)$$

$$\text{(3)} \quad \sum_{j\neq i}\sum_k x_r^{jik} + \sum_s x^i_{rs} = \sum_{j\neq i}\sum_k x_r^{ijk} + \sum_q a_{rq}\sum_s x^i_{qs} + E^i_r \quad (16)$$

$$\text{(4)} \quad \sum_r\sum_s a_{r+1rs}x^i_{rs} \leqq l^i \quad (17)$$

식 (14)를 (15)에 代入하면,

$$x_r^{ijk} = \exp[-\mu_r\{\sum_q \min_s((L+\lambda^i)a_{r+1qs} + Ra_{r+2qs}) b_{qr} - \sum \min(L+\lambda^j)a_{r+1qs} + Ra_{r+2qs})b_{qr} + c_r^{ijk}\} + 1.0] \quad (18)$$

다시 식 (18)을 (16)에 대입하면,

$$\begin{aligned}\sum_s x^i_{qs} &= \sum_r b_{qr}[\sum_k\sum_j x_r^{ijk} - \sum_k\sum_j x_r^{jik} + E^i_r] \\ &= \sum_r b_{qr}[\exp(-\mu_r\sum_q\min_s((L+\lambda^j)a_{r+1qs} + Ra_{r+2qs})b_{qr}) \sum_k\sum_j \exp(\mu_r\sum_q\min_s((L+\lambda^j) a_{r+1qs} + Ra_{r+2qs})b_{qr})\exp(-\mu_r c_r^{ijk})\} \\ &\quad - \sum_r b_{qr}[\exp(-\mu_r\sum_q\min_s((L+\lambda^j)a_{r+1qs} + Ra_{r+2qs})b_{qr}) \sum_k\sum_j \exp(\mu_r\sum_q\min_s((L+\lambda^i)a_{r+1qs} + Ra_{r+2qs})b_{qr})\exp(-\mu_r c_r^{jik})] \\ &\quad + \sum_r b_{qr}E^i_r \end{aligned} \quad (19)$$

식 (17)과 (19)로 부터, 土地需要函數를 식(20)과 같이 구하게 된다. 여기서 $\bar{\lambda}$는 地價變數의 벡타(vector)이다.

$$D^i(\bar{\lambda}) = \sum_r\sum_s a_{r+1rs}\, x^i_{rs}(\bar{\lambda}) \quad (20)$$

따라서 각존의 토지에 대한 초과수요함수(excess demand function)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\xi^i(\lambda) &= D^i(\lambda) - l^i \\ &= \sum_r\sum_s a_{r+1rs}x^i_{rs}(\lambda) - l^i \leqq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

未開發地로 설명될 수 있는 餘柔變數(Slack Variable)y^i를 도입함으로써 다음과 같은 非線形 연립방정식 體系를 얻을 수 있다.

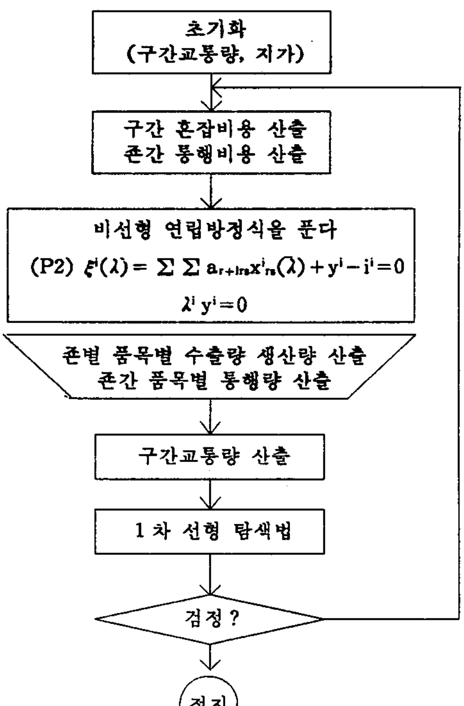
$$\text{(P2)} \quad \xi^i(\bar{\lambda}) = \sum_r\sum_s a_{r+1rs}x^i_{rs}(\bar{\lambda}) + y^i - l^i = 0 \quad (22)$$

$$\lambda^i y^i = 0 \quad (23)$$

(P2)는 2n의 변수와 2n의 식을 갖는 비선형 연립방정식체계로 Powell의 Hybrid법으로 쉽게 풀 수 있다. 여기서 n은 존수를 나타낸다. 결국, (P2)에서 얻어지는 지가변수(λ^i)와 여유변수(y^i)는 도시활동의 일반균형상태를 결정한다. 따라서 다른 內生變數들은 지가변수벡타(λ)를 대입함으로써 쉽게 얻어질 수 있다.

2. 模型의 解法

모형의 해법은 〈그림 7〉에서 보는 바와 같이 目的函數값이 極少點에 접근할 때가지 主問題解(main－problem solution)을 매 반복과정에서 얻어지는 副問題解(sub－problem solution)로 수정해 가는 것이다. 이때 1次線形探索法(one－dimensional line serach)이 사용되는데 이 방법은 본 모형과 같은 볼록형문제(convex problem)의 해를 찾는 데 유용하다.



〈그림 7〉 模型의 解法

해법을 段階的으로 分類하면 다음과 같다.

(1) 기초단계 : 구간교통량과 지가변수의 初期値를 준다.

(2) 1 단계 : 수출품목의 존별 수출량을 배분한다.

(3) 2단계 : 구간교통량에 의한 구간교통비용을 산출하고 이에 따른 존간 최소교통비용을 산출한다.

(4) 3단계 : (P2)를 Powell의 Hybrid법으로 푼다. 또한 지가변수값(λ)를 최적조건에 대입하여 존별, 部門別 生産量(토지이용)과 존간 手段別 流通量을 구한다.

(5) 4단계 : 존간 수단별 유통량을 노선에 배정하여 區間交通量을 구한다.

(6) 5단계 : 1단계에서 4단계에 이르기 까지 얻어진 副問題解를 사용하여 1차 선형탐색법(one－dimensional line search)으로 목적함수값을 극소점에 접근하도록 主問題解를 수정한다.

(7) 6단계 : 最適解의 목적함수값은 매 반복과정에서 얻어지는 主問題解를 목적함수값과 lower bound(목적함수값과 gradient의 합) 사이에 존재하므로 이 두 값들의 근접정도를 검정함으로써 최적해로의 接近程度를 판단한다.

目的函數값이 만족할만한 정도로 최적목적함수값에 접근하지 못하였으면 개선된 주문제해를 가지고 1단계부터 반복과정을 통해 解를 개선해간다.

V. 模型의 適用 例

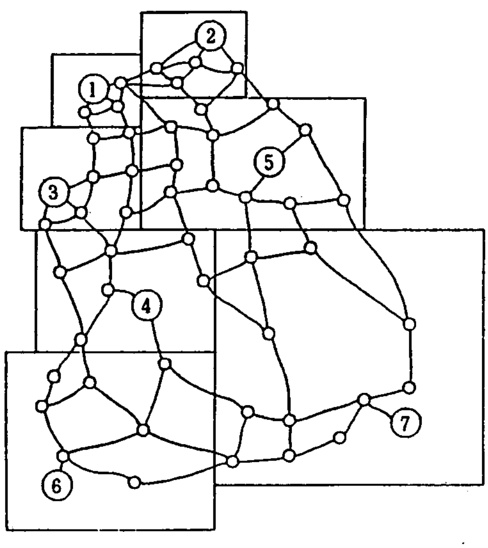
앞에서 소개된 모형과 이에 대한 해법은 Cray 슈퍼컴퓨터에 適合하도록 개발되어 미국 시카고 대도시권 토지이용－교통분석에 적용하여 합리적인 해를 구함으로써 그 實用性을 보여주었다(저자의 博士學位論文 (1988)참고). 본 장에서는 프로토타입(prototype) 非整型都市에 대한 수학적인 예를 보여줌으로 이해를 돕고자 한다.

〈그림 8〉에서 보는 바와 같이 도시는 7개의 존으로 區分되며, 이중 존 1은 수출존으로 한다. 또 교통망은 1개의 수단, 57개의 結節點(node), 그리고 90개의 區間(link)으로 구성된다.

도시활동은 서비스(service), 流通(trade), 製造(manufacturing), 그리고 家口(household)의 4개 부문으로 구분하며, 이들 部門間의 투입-산출계수와 수출량(E_r), 通行저항계수(μ_r), 그리고 승용차 환산계수(g_r)는 〈表 1〉와 같다.

해를 구하기 위해 CDC Cyber 175 컴퓨터를 이용하였다. 그 결과는 〈表 2〉에서 보는 바와 같이, 약 1분정도의 CPU시간이 所要되는 10회의 반복과정으로 滿足할 만한 해를 구하였다.

〈表 3〉과 〈그림 9〉는 토지이용에 대한 모형의 해를 보여주는 것으로 地價(λ^i)와 土地利用密度(s)는 존 1이 가장 높고 이로부터 멀어질수록 떨어지는 현상을 나타내고 있다. 또한 〈表 4〉의 존별 部門別 流入, 流出量에서 보는 바와 같이 존 1은 유입이 유출량에 비해 대단



〈그림 8〉 존 및 交通體系

〈表 1〉 人力 파라메타값

부문 (Sectors(r))	투입-산출계수 (I-O Coefficients) 1	2	3	4	E_r	μ_r	g_r
1. 서비스 (Services)	.000	.030	.060	.105	300	.012	1.2
2. 유통 (Teades)	.070	.000	.060	.405	200	.010	1.0
3. 제조 (Manufacturing)	.030	.020	.000	.045	600	.008	0.8
4. 가구 (Households)	.890	.950	.840	.165	0	.005	0.5

주 : E_r는 도시체계의 총수출량
μ_r는 통행저항계수
g_r는 승용차 환산계수

〈表 2〉 目的函數값의 集中

반복횟수	Step Size (θ)	목적함수: 목적함수값	목적함수: 변화율(%)	목적함수: 기울기 (Gradient)	下限値 (Lower Bound)	정지기준 (Stopping Criterion)
1	1.0	208698.	–	–	–	–
2	.45561	126674.	−64.75200	−440340.	−231642.	2.10994
3	.17411	122737.	−3.20767	−37660	89014.	.29730
4	.07867	122032.	−.57771	−14091.	108646.	.11481
5	.13553	121171.	−.71056	−10349.	111683.	.08481
6	.19865	120045.	−.93798	−9905	111266.	.08174
7	.16112	119442.	−.50484	−6039.	114007.	.05030
8	.13606	119082.	−.30231	−4378.	115065.	.03665
9	.06649	118919.	−.13706	−38.06.	115276.	.03196
10	.03088	118855.	−.05384	−2997.	115922.	.02520

주 : 정지기준은 $\left|\dfrac{\text{목적함수값}-\text{下限値}}{\text{목적함수값}}\right| \leq 0.03$이다.

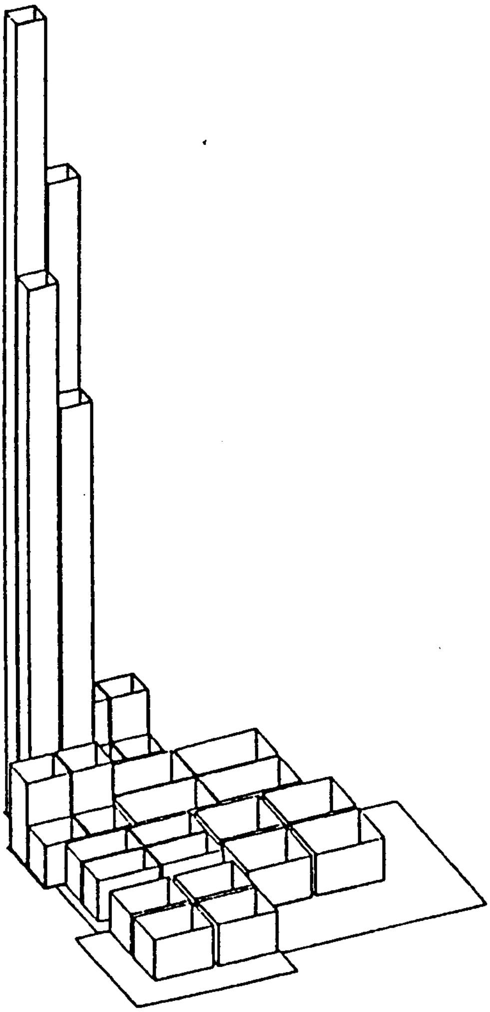
〈表 3〉 土地利用 集中度

i	λ^i	l^i	y^i	생산량 (x^i_r) 1	2	3	4	토지이용집중도 (Intensity) 1	2	3	4
1	131.0	30.	.0	28.1	27.2	37.3	60.4	19	15	12	10
2	7.2	40.	.0	8.4	24.2	6.7	46.5	4	4	1	1
3	5.1	50.	.0	10.0	28.6	8.0	55.2	2	2	1	1
4	.0	60.	3.1	8.5	26.2	7.8	51.9	1	1	1	1
5	8.0	70.	.0	10.9	32.3	9.4	63.3	1	1	1	1
6	.0	80.	22.2	8.6	26.5	8.0	52.8	1	1	1	1
7	.0	90.	49.1	5.7	18.7	5.8	38.0	1	1	1	1

주 : i는 존을, λ^i는 지가를, l^i는 이용가능면적을, 그리고 y^i는 미개발지면적을 나타낸다.

〈表 4〉 존별 유입 · 유출량

구분 품목 존	품목별 유출량 (Out-flows by sectors) 1	2	3	4	품목별 유입량 (In-flows by sectors) 1	2	3	4
1	.42	.72	1.68	5.04	15.07	26.76	28.39	26.76
2	4.00	7.8	9.12	12.82	1.59	3.10	5.45	10.26
3	7.60	11.19	12.71	15.02	4.25	6.19	8.46	12.13
4	6.13	9.60	11.94	15.04	3.84	5.32	7.32	11.11
5	6.99	10.84	13.09	15.69	3.95	5.55	7.62	11.38
6	5.66	9.25	11.92	15.25	3.64	5.19	7.27	11.09
7	5.06	8.30	10.98	14.66	3.51	4.96	6.94	10.79
계	35.85	57.07	71.45	93.52	35.85	57.07	71.45	93.52



〈그림 9〉 活動의 集中度

히 크다는 것을 알 수 있다. 이상과 같은 모형의 해는 일반적 도시구조를 잘 설명하고 있다고 할 수 있다.

Ⅵ. 結 論

본 논문에서 記述한 統合都市活動體系模型과 효율적인 해법의 개발은 토지이용 및 교통수요의 합리적 예측을 가능케 하였으며, 이와 같은 합리적 도시활동체계의 예측은 효과적 都市政策樹立의 기틀을 마련하였다. 예를 들면, (1) 도시활동 시설(유통 · 교통시설, 산업입지 등)의 배분에 따른 교통수요변화예측과 이에 따른 종합교통계획 수립, (2) 교통시설투자로 인한 존별 지가상승예측과 이에 따른 受益者負擔 原則樹立, (3) 교통투자계획에 따른 장래토지이용 정책수립 등이 있다.

〈附錄 1〉 모형 P1의 최적조건 도출

$$\text{(P1) Minimize } \sum_k \sum_a \int_0^{f_a^k} c^k_a(x)\,dx + \sum_i \sum_r d^i_r\, E^i_r + \sum_i \sum_r \sum_s (La_{r+1rs} + Ra_{r+2rs})\, x^i_{rs} \quad (1)$$

여기서 $f^k_a = \sum_r g_r \sum_i \sum_j \sum_p x_r^{ijkp}\, \delta_{ar}^{ijkp}$ for k, a (2)

$$\text{subject to } \sum_i E^i_r \geqq E_r \qquad \text{for } i, r \quad (3)$$

$$\sum_{j=i} \sum_k x_r^{jik} + \sum_s x_{rs}^i \geqq \sum_{j=i} \sum_k x_r^{ijk} + \sum_q a_{rq} \left(\sum_s x_{qs}^i\right) + E_r^i \qquad \text{for } i, r \quad (4)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_k x_r^{ijk} \ln x_r^{ijk} \geqq s_r \qquad \text{for } r \quad (5)$$

$$\sum_r \sum_s a_{r+1rs}\, x_{rs}^i \leqq 1^i \qquad \text{for } i \quad (6)$$

$$x_r^{ijk} = \sum_p x_r^{ijkp} \qquad \text{for } i, j, k, r \quad (7)$$

$$x_r^{ijkp},\ x_{rs}^i,\ E_r^i \geqq 0$$

$$x_r^{ijk} > 0$$

P1의 Lagrangian은 다음과 같다.

$$L1 = \sum_k \sum_a \int_0^{f_a^k} c_a^k(x)\,dx + \sum_i \sum_r d^i_r\, E^i_r + \sum_i \sum_r \sum_s (La_{r+1rs} + Ra_{r+2rs})\, x_{rs}^i$$

$$+\sum_{r} \phi_r \left(E_r - \sum_{i} E_r^i\right) + \sum_{i} \sum_{r} \gamma_r^i \left(\sum_{j} \sum_{k} x_r^{ijk}\right.$$

$$\left.\sum_{q} a_{rq} \left(\sum_{s} x_{qs}^i\right) + E_r^i - \sum_{j} \sum_{k} x_r^{jik} - \sum_{s} x_{rs}^i\right)$$

$$+\sum_{r} 1/\mu_r \left(s_r + \sum_{i} \sum_{j} \sum_{k} x_r^{ijk} \ln x_r^{ijk}\right)$$

$$+\sum_{i} \sum_{j} \sum_{r} c_r^{ijk} \left(x_r^{ijk} - \sum_{p} x_r^{ijkp}\right)$$

$$+\sum_{i} \lambda^i \left(-1^i + \sum_{r} \sum_{s} a_{r+1rs}\, x_{rs}^i\right)$$

$$+\sum_{i} \sum_{j} \sum_{k} \sum_{p} \sum_{r} \theta_r^{ijkp} \left(-x_r^{ijkp}\right)$$

$$+\sum_{i} \sum_{r} \sum_{s} \sigma_{rs}^{ijkp}\left(-x^i_{rs}\right) + \sum_{i} \sum_{r} \epsilon_r^i \left(-E_r^i\right)$$

여기서 ϕ_r, γ_r^i, $1/\mu_r$, c_r^{ijk}, λ^i, θ_r^{ijkp}, σ_{rs}^i, ϵ_r^i는 제약 조건들에 대한 Lagrange multiplier들이다.

위 Lagrangian의 미지수들에 대한 편미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial L1}{\partial E_r^i} = d_r^i - \phi_r + r_r^i + \epsilon_r^i = 0 \quad \text{for } i,\ r \quad (A-2)$$

$$\frac{\partial L1}{\partial x_{rs}^i} = (L + \lambda^i)\ a_{r+1rs} + Ra_{r+2rs} + \sum_{q} r_q^i\ a_{qr} - r_r^i - \sigma_{rs}^i = 0 \quad \text{for } i,\ r,\ s \quad (A-3)$$

$$\frac{\partial L1}{\partial x_r^{ijkp}} = \sum_{a} c_a^k(f_a^k)\ \delta_{ar}^{ijkp}\ g_r - c_r^{ijk} - \theta_r^{ijkp} = 0 \quad \text{for } i,\ j,\ k,\ p,\ r \quad (A-4)$$

$$\frac{\partial L1}{\partial x_r^{ijk}} = r_r^i - r_r^j + 1/\mu_r(\ln x_r^{ijk} + 1.) + c_r^{ijk} = 0 \quad \text{for } i,\ j,\ k,\ r \quad (A-5)$$

參 考 文 獻

Anas, A., The Estimation of Multinomial Logit Models of Joint Location and Travel Mode choice from Aggregated Data, Journal of Regional Science, 21, 223−242, 1981.

Anas, A., Residential Location Markets and Urban Transportation, Academic Press, New York, 1982.

Anas, A., The Effects of Transportation on the Tax Base and Development of Cities, DOT/OST/p−30/85/005, 1983.

Alonso, W., Location and Land Use, Harvard University Press, Cambridge, MA, 1964.

Arnott, R. J. and J. G. Mackinnon, The Effects of Urban Transportation Changes : A General Equilibrium Simulation, Journal of public Economics, 8, 19−36, 1977.

Beckmann, M., McGuire, C. B. and C. B. Winsten, Studies in the economics of Transportation, Yale University Press, New Haven, 1956.

Boyce, D. E., Equilibrium Solutions to Combined Urban Residential Location, Modal Choice and Trip Assignment Models, in Competition among Small Regions, W. Buhr and P. Friedrich (ed.), Nomos, Baden−Baden, 246−264, 1978.

Boyce, D. E. and F. Southworth, Quasi−dynamic Urban Locations Models With Endogenously Determined Travel Costs, Environment and Planning A. 11, 575−584, 1979.

Carroll, J. D. and H. W. Bevis, Predicting Local Travel In Urban Regions, Papers and Proceedings of the Regional Science Association, 3, 1957.

Evans, S. P., Derivation and Analysis of Some Models for Combining Trip Distribution and assignment, Transportation Research, 12, 241−246, 1976.

Florian, M., and S. Nguyen, A Combined Trip Distribution, Modal Split and Trip Assignment Model, Transportation Research, 12, 241−246, 1978.

Garin, R. A., A Matrix Formulation of the Lowry Model for Intrametropolitan Activity Allocation, Journal of the American Institute of Planners, 32, 361−363, 1956.

Hartwick, P. G. and J. M. Hartwick, Efficient Resource Allocation in the

Multinucleated City with Intermediate Goods, Quarterly Journal of Economics, 340－352, 1974.

Hartwick, P. G. and J. M. Hartwick, The Activity Analysis Approach to Urban Model Building, Papers in Regional Science Association, 35, 73－85, 1975.

Isard, W., Interregional and Regional Input－output Analysis : A Model of a Space Economy, The Review of Economics and Statistics, 33, 318－328, 1951.

Isard, W., Methods of Regional Analysis, M. I. T. Press, Cambridge, MA, 1960.

Kim, T. J., A Model of Zoning for a Metropolis, Environment and Planning A, 10, 1035－1047, 1978a.

Kim, T. J., Effects of Subways on Urban Form and Structure, Transportation Research, 12, 231－239, 1978b.

Kim, T. J., Alternative Transportation Modes in a Land Use Model : A General Equilibrium Approach, Journal of Urban Economics, 6, 197－215, 1979.

Kim, T. J., A Combined Land Use－Transportation Model when Zonal Travel Demand is Endogenously Determined, Transportation Research, 17B, 449－462, 1983.

Kim, T. J., Modeling the Density Variations of Urban Land Uses with Transportation Network Congestion, Journal of Urban Economics, 19, 264－276, 1986.

Kim, T. J., Boyce, D. E., and G. J. D. Hewings, Combined Input－Output and Commodity Flow Models for Interregional Development Planning : Insights from a Korean Experience, Geographic Analysis, 15, 330－342, 1983.

Leontief, W. W., Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States, Review of Economics and Statistics, 18, 105－125, 1936.

Leontif, W. W., Interregional Theory, in W. Leontief (ed.), Studies in the Structure of the American Economy, Oxford University Press, New York 1953.

Leontief, W. W. and A. Strout, Multiregional Input－output Analysis, in T. Barna(ed.), Structural Interdependence and Economic Development, 119－150, Macmillan, New York, 1963.

Los, M., Combined Residential Location and Transportation Models, Environment and Planning A, 11, 1241－1265, 1979.

Lösch, A., The Economics of Location, Yale, New Haven, 1954.

Lowry, I. S., A Model of Metropolis, RM－4125－RC, The Rand Corporation, Santa Monica, CA, 1964.

MacGill, S. M., The Lowry Model as an Input－Output and Its Extension to Incorporate Full Intersectoral Relations, Regional Studies, 11, 337－354, 1977.

Madden, M., Demographic－Economic Analysis in a Multi－Zonal Region : a Case of Nordrhein－Westfalen, Regional Science and Urban Economics, 15, 517－540, 1985.

Mills, E. S., An Aggregate Model of Resources Allocation in an Urban Area, American Economic Review, 57, 197－222, 1967.

Mills, E. S., Markets and Efficient Resource Allocation in Urban Areas, Swedish Journal of Urban Economics, 74, 100－

113, 1972.

Mills, E. S., Mathematical Model for Urban Planning, in A. Brown et al. (ed.), Urban and Social Economics in Market and Planned Economics, Praeger, New York, 1974.

Mills, E. S., Planning and Market Processes in Urban Models, in R. E. Crieson (ed.), Public and Urban Economics : Essays in Honor of William Vikrey, Heath, Lexington, MA, 1976.

Moses, L. N., The Stability of Interregional Trading Patterns and Input-Output Analysis, American Economic Review, 45, 803-832, 1955.

Moore II, James E., Linearized, Optimally Configured Urban System Models : a Dynamic Mills' Heritage Model with Replaceable Capital, ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering Stanford University, CA, 1986.

Muth, Richard, Cities and Housing, University of Chicago Press, Chicago, IL, 1969.

Powell, M. J. D., A Hybrid Method for Nonlinear Equations, Numerical Method for Nonlinear Algebraic Equations, P. Rabinowitz (ed.), Gordon and Breach, 1970.

Schneider, M., Gravity Models and Trip Distribution Theory, Papers and Proceedings of the Regional Science Asociation,5, 1959.

Wardrop, J. G., Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research, Proceedings, Institution of Civil Engineering, Part II, 1, 325-378, 1952.

Wilson, A. G., Entropy Maximizing Models in the Theory of Trip Distribution, Mode Split and Route Split, Journal of Transportation Economics and Policy, 3, 108-126 1969.

Wilson, A. G., Interregional Commodity Flows : Entropy Maximizing Approaches, Geographical Analysis, 2, 255-282, 1970a.

Wilson, A. G., Entropy in Urban and Regional Modelling, Pion Ltd., London, 1970b.