

<論 文>

## 축약된 유한요소모델과 실험적 모우드해석을 이용한 기계구조물의 연결부 동특성 규명

최병욱\* · 박병호\*\* · 김광준\*\*\*

(1988년 1월 16일 접수)

### Identification of Joint Dynamics of Mechanical Structures Using Condensed F.E.M. Model and Experimental Modal Analysis

Byeong-Ug Choi, Byeong-Ho Park and Kwang-Joon Kim

**Key Words :** Substructure(내구조물), Joint Parameter(연결부변수), Static Condensation(정적 축약), Dynamic Condensation(동적축약), Boundary Degree of Freedom(경계자유도), Translation Degree of Freedom(병진자유도), Rotation Degree of Freedom(회전자유도)

#### Abstract

Dynamic properties such as stiffness and damping of mechanical joints are essential for the accurate prediction of the dynamic behaviors of the system and subsequent improvement of the design. So far several techniques, analytical, experimental, or both have been developed. A technique using condensed F.E.M. model and Experimental Modal Analysis is presented to identify the joint structural parameters. First, modal parameters of structure are measured by Experimental Modal Analysis. Then finite element model of the structure is condensed for a certain complex frequency obtained from experiment to match with the order of the Experimental Modal Analysis model. Finally by equating the modal parameters obtained from experiment with those of the condensed system, the unknown joint structural parameters can be identified. A simulation study is conducted to investigate the accuracy of technique. The experiments are performed with ball bearings in a rotor bearing system.

#### 1. 서 론

유한요소방법이 나오기 전에는 공작기계를 비롯한 일반 구조물의 설계에 있어서 시행착오법이 많이 사용되어 왔다. 전체 구조물을 적당한 형태의 조그마한 요소로 나누어 살펴봄으로써 그 구조물의

정적 동적 성질을 알아내는 유한요소법의 출현은 구조물 설계에 있어서 시행착오적인 절차를 크게 감소 시키고 있다. 그러나, 베어링, 볼트, 용접 등에 의한 연결부가 있는 기계구조물의 동적해석은 그 조립부에 대한 강성과 감쇠 특성의 부정확한 가정 때문에 유한요소법으로 만족스런 결과를 얻기 어렵다. 따라서 이들 미지의 연결부 강성계수와 감쇠계수를 정확히 규명할 수 있는 기술의 개발은 유한요소법의 보다 넓은 범위에의 적용을 위해 시급한 형편이다.

\* 한국과학기술원 생산공학과(현재, 현대마복리연구소)

\*\* 정회원, 한국과학기술원 생산공학과(박사과정)

\*\*\* 정회원, 한국과학기술원 생산공학과

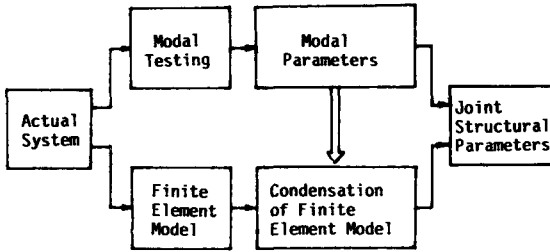


Fig. 1 Block diagram for identification of joint structural parameters

구조물의 강성계수와 감쇠계수를 규명하기 위한 연구는 여러 사람에 의하여 수행 되었는데<sup>(1~6)</sup>, 이들의 방법론에 의하면 구조물의 완전한 모우드 형태가 요구되고 있다. 따라서 이들 방법은 시간이 많이 소모될 뿐 아니라 실제로 불가능한 경우가 많다. 본 연구에서는 유한요소모델과 실험적 모우드 해석 방법을 조합하여 완전한 모우드를 측정하지 못한 상태에서도 구조물 연결부의 강성계수와 감쇠계수를 구하는 방법론을 검토하고 실제 계에 적용하여 보고자 한다.

방법론의 대략적인 절차를 Fig. 1에 나타내었다. 우선 실험에 의하여 전체 구조물의 모우드 매개변수인 고유진동수와 모우드형상을 구한다. 그리고 연결부를 제외한 내구조물(substructure)에 대하여 유한요소법을 이용함으로써 강성행렬과 질량행렬을 구한다. 이를 바탕으로 미지의 계수가 포함된 전체 개의 운동방정식을 유도한후 실험에서 구한 모우드 매개변수가 이 전체 계의 운동방정식을 만족하도록 미지의 연결부변수를 규명한다<sup>(7)</sup>.

본론에서는 이 미지의 연결부변수를 규명하는 이론을 자세히 유도하였으며 이 방법의 타당성을 알아보기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하고 또한 이 방법이 가지는 문제점 및 개선점 등을 연구한다. 실제 볼베어링이 장착된 실험장치에 본 방법을 적용하여 볼베어링의 연결부변수를 구하여 보고 실제 적용에서 어려움점도 조사한다.

## 2. F.E.M.모델의 축약법

### 2.1 축약의 필요성 및 개요

만일 진동계의 모든 고유진동수와 모우드 형상을 실험에 의하여 구할 수 있다면, 그 계의 모든 구조적 매개변수를 모우드행렬의 직교성에 의하여 결정할 수 있다<sup>(8)</sup>.

그러나, 대부분의 경우 실험데이터로부터 구한 모우드 형상은 완전하지 못하다. 왜냐하면 정확한 모델일수록 가정하는 자유도의 수가 많아져야 하는데 실제실험에 의해 측정되는 모우드의 수는 여러 가지 원인에 의해 제한되기 때문이다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 불완전한 모우드의 응답과 완전한 모우드일때의 응답이 서로 일치하도록 전체 계의 자유도를 불완전한 모우드에 해당하는 자유도만큼 줄여서 동적 모델을 세우는 방법을 이용할 수 있는데, 이를 축약법이라 한다<sup>(4,8)</sup>. 강성행렬은 정적인 의미로 축약되며 질량과 감쇠행렬은 동적인 의미로 축약된다.

임의의  $n$ 자유도계의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\{\mu^2[M] + \mu([C] + [c]) + ([K] + [k])\}\{\psi\} = \{0\} \quad (1)$$

여기서

$[M]$  : 내구조물의 질량행렬( $n \times n$ )

$[C]$  : 내구조물의 감쇠행렬( $n \times n$ )

$[K]$  : 내구조물의 강성행렬( $n \times n$ )

$[c]$  : 연결부의 감쇠행렬( $n \times n$ )

$[k]$  : 연결부의 강성행렬( $n \times n$ )

$\{\psi\}$  : 모우드벡터( $n \times 1$ )

$\mu$  : 복소 고유진동수( $\delta \times iv$ )

식(1)에 대해 고유값문제를 풀면 모두  $n$ 개의 고유진동수와 그 고유진동수 각각에 대하여 모우드벡터  $n$ 개를 얻게된다. 그러나, 실험에 의해 이들 모든 자유도에서의 응답을 직접 측정하는 것은 매우 어렵다. 실제 실험에서  $k$ 번째 고유진동수  $\mu_k$ 와  $m$ 개 지점에서 병진운동을 나타내는 모우드벡터  $\{\psi\}_k$ 가 측정 되었을 경우, 이 모우드 매개변수들은 아래에 보인 계의  $m$ 자유도 운동방정식을 근사적으로 만족 시킬 것으로 기대된다.

$$\{\mu_k^2[M]_b + \mu_k([C]_b + [c]) + ([K]_b + [k])\}\{\psi\}_k = \{0\} \quad (2)$$

여기서

$[M]_b$  : 축약된 내구조물의 질량행렬( $m \times m$ )

$[C]_b$  : 축약된 내구조물의 감쇠행렬( $m \times m$ )

$[K]_b$  : 축약된 내구조물의 강성행렬( $m \times m$ )

$[c]$  : 연결부의 감쇠행렬( $m \times m$ )

$[k]$  : 연결부의 강성행렬( $m \times m$ )

유한요소모델인 식(1)의  $[M], [C], [K]$ 로부터 식(2)의  $[K]_b$ 를 구하는 것을 정적 축약이라 하고  $[M]_b, [C]_b$ 를 구하는 것을 동적 축약이라 한다.

## 2.2 정적 축약법

정적 축약법(static condensation)의 원리는 “임의의 정적하중에 의한 구조물의 경계자유도(boundary degree of freedom)의 변위응답이 축약법 사용 전후에 같아야 한다.”는 것이다. 따라서, 강성행렬의 축약은 고유진동수에 무관하게 되며 아래와 같이 두 단계에 의하여 구할 수 있다<sup>(9)</sup>.

먼저 정적 변형관계로 부터 축약전 F.E.M.모형을 이용한 정적평형방정식을 식(3)과 같이 표현한다.

$$[K]\{U\}=\{R\} \quad (3)$$

여기서

$[K]$ : 강성행렬

$\{U\}$ : 변위벡터

$\{R\}$ : 하중벡터

이 식을 실험에 의해서 측정된 경계자유도  $r$ 과 측정되지않은 소거될 자유도  $e$ 로 나누어 쓰면 다음 식(4)와 같다.

$$\begin{bmatrix} [K]_{rr} & [K]_{re} \\ [K]_{er} & [K]_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U\}_r \\ \{U\}_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{R\}_r \\ \{R\}_e \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서

$[K]_{rr}$ : 경계자유도만으로 구성된 강성행렬

$[K]_{ee}$ : 소거될 자유도만으로 구성된 강성행렬

$[K]_{re}, [K]_{er}$ : 경계자유도와 소거될 자유도로 구성된 강성행렬

$\{U\}_r$ : 경계자유도에 해당하는 변위벡터

$\{U\}_e$ : 소거될 자유도에 해당하는 변위벡터

$\{R\}_r$ : 경계자유도에 작용하는 하중벡터

$\{R\}_e$ : 소거될 자유도에 작용하는 하중벡터

식(3)을 경계자유도만으로 표현된 식으로 다시 쓰면 식(5)로 나타낼 수 있다. 즉

$$[K]_b \{U\}_r = \{R\}_b \quad (5)$$

앞에서 언급한 축약의 원리에 따르면 아래와 같이 전체의 강성행렬을 축약할 수 있다<sup>(10)</sup>.

$$\{R\}_b = \{R\}_r - [K]_{re}[K]_{ee}^{-1}\{R\}_e \quad (6)$$

$$[K]_b = [K]_{rr} - [K]_{re}[K]_{ee}^{-1}[K]_{er} \quad (7)$$

여기서

$\{R\}_b$ : 축약된 하중벡터

$[K]_b$ : 축약된 강성행렬

즉 식(7)에 의하여 전체 강성행렬을 원하는 경계자유도 수만큼 축약할 수 있다.

## 2.3 동적 축약법

동적 축약법(dynamic condensation)의 원리는 “임의의 고유진동수를 지닌 동적하중에 의한 내구

조물의 경계 자유도(boundary degree of freedom)의 변위응답이 축약법 사용 전후에 같아야 한다.”는 것이다<sup>(6~7)</sup>. 이에따라 질량행렬과 감쇠행렬의 축약은 실험에서 구한 복소주파수와 복소모우드벡터를 이용하여 아래와 같이 두 단계에 의하여 구할 수 있다.

먼저 축약전 내구조물의 경계자유도에서 동적인 단위하중에 대한 응답을 구한다.  $n$ 자유도를  $m$ 자유도로 축약하는 경우를 설명하면, 조립 후의 구조물에 대한 가진실험에 의하여  $\mu$ 와  $\{\phi\}$ 를 결정한 후 이를 이용하여 축약전 내구조물의 연결지점에 단위가진력  $[I_0]e^{i\mu t}$ 가 작용할때 응답을 구하도록 한다.

$$[M][\dot{z}] + [C][\dot{z}] + [K][z] = [I_0]e^{i\mu t} \quad (8)$$

여기서  $[z]$ 는  $n \times m$  응답행렬이고  $[I_0]$ 는  $n \times m$  입력행렬로  $m$ 개의 경계자유도에 해당하는 각 열마다 하나씩 1이 있고 그 외의 요소에는 모두 0이다.

응답행렬  $[z]$ 를  $[z] = [Z]e^{i\mu t}$ 라두면 식(8)은 다음과 같이 바뀐다.

$$(\mu^2[M] + \mu[C] + [K])[Z] = [I_0] \quad (9)$$

여기서  $[Z] = [A] + i[B]$ 와  $\mu = \delta + i\nu$ 를 식(9)에 대입하여 실수부와 허수부로 나누면 다음 식(10)과 식(11)의  $[A], [B]$ 를 구할 수 있다. 즉

$$[A] = -[S]_1^{-1} [S]_2 [B] \quad (10)$$

$$[B] = -([S]_2[S]_1^{-1} [S]_2 + [S]_1)^{-1} [I_0] \quad (11)$$

여기서

$$[S]_1 = 2\delta\nu[M] + \nu[C] \quad (12)$$

$$[S]_2 = (\delta^2 - \nu^2)[M] + \delta[C] + [K] \quad (13)$$

그 다음단계로 내구조물의 축약된 질량행렬과 감쇠행렬을 결정한다. 식(8)에서  $n \times m$ 입력행렬  $[I_0]$ 대신  $m \times m$  입력행렬  $[I]$ 를 단위가진력으로 가정하면 그에 대한 응답행렬  $[z]_b$ 를  $m \times m$ 행렬로 구할 수 있다. 즉  $m$ 개의 경계자유도에 대한 변위요소를  $[z]$ 로 부터 뽑아내어 새로운  $[z]_b$ 를 구성한다.

$$[M]_b[\dot{z}]_b + [C]_b[\dot{z}]_b + [K]_b[z]_b = [I]e^{i\mu t} \quad (14)$$

식(14)에  $[z]_b = [Z]_b e^{i\mu t} = ([A]_b + i[B]_b) e^{i\mu t}$ 와  $\mu = \delta + i\nu$ 를 대입하여 실수부와 허수부로 나누면  $[M]_b$ 와  $[C]_b$ 를 구할 수 있다<sup>(10)</sup>. 즉

$$[M]_b = \frac{1}{\delta^2 + \nu^2} ([K]_b - [D]) + \frac{\delta}{\nu(\delta^2 + \nu^2)} [E] \quad (15)$$

$$[C]_b = \frac{2\delta}{\delta^2 + \nu^2} ([D] - [K]_b) - \frac{\delta^2 - \nu^2}{\nu(\delta^2 + \nu^2)} [E] \quad (16)$$

여기서

$$[D] = ([A]_b + [B]_b [A]_b^{-1} [B]_b)^{-1} \quad (17)$$

$$[E] = -[D][B]_b [A]_b^{-1} \quad (18)$$

이며  $[A]_b, [B]_b$ 에는 각각 식(10)과 식(11)에서 구한  $n \times m$ 의  $[A], [B]$  행렬에서  $m$ 개의 경계자유도에 해당하는 요소의  $m \times m$ 정방행렬을 대입하면 된다.

### 3. 연결부변수 규명

축약된 내구조물과 미지의 연결부변수  $[k]$ 와  $[c]$ 가 조합된 전체구조물의 운동방정식은 다음과 같다.

$$(\mu^2[M]_b + \mu[C]_b + [c]) + ([K]_b + [k])\{\phi\} = \{0\} \quad (19)$$

여기서  $\mu$ 와  $\{\phi\}$ 는 실험적 모우드해석에 의하여 구하여지며 위식의 해이어야 한다. 식(19)에  $\mu = \delta + i\nu$ ,  $\{\phi\} = \{\alpha\} + i\{\beta\}$ 를 대입하여 실수부와 허수부로 나누면 아래의 식(20)과 식(21)이 유도된다.

$$[c](\delta\{\alpha\} - \nu\{\beta\}) + [k]\{\alpha\} = [Q]\{\beta\} - [R]\{\alpha\} \quad (20)$$

$$[c](\delta\{\alpha\} + \nu\{\beta\}) + [k]\{\beta\} = -[Q]\{\alpha\} - [R]\{\beta\} \quad (21)$$

여기서

$$[Q] = 2\delta\nu[M]_b + \nu[C]_b \quad (22)$$

$$[R] = (\delta^2 - \nu^2)[M]_b + \delta[C]_b + [K]_b \quad (23)$$

식(20)과 식(21)로부터 미지의 연결부변수  $[c]$ 와  $[k]$ 를 규명할 수 있다.

### 4. 연결부 모우드벡터 규명

일반적으로 베어링의 링과 베어링반이 설치된 측정점은 실험적 모우드해석 방법에 의하여 직접 모우드벡터를 측정하기 어렵다. 그러므로 이 점들의 모우드벡터는 실험에 의하여 직접 측정할 수 있는 다른 절점들의 모우드벡터로부터 구해져야 하는데 그 방법은 다음과 같이 설명할 수 있다.

$\ell$ 개의 점에서 측정하였다면  $(\ell - m)$ 개 점에서의 모우드형상이 미지가 된다. 이때 식(19)에서 측정된 절점에 해당하는 행  $\ell$ 개만을 취하여 다음 식(24)를 얻는다.

$$[P]\{\phi\} = \{0\} \quad (24)$$

여기서

$$[P] = \mu^2[M]_b + \mu[C]_b + [K]_b = [P]_a; [P]_b (l \times m)$$

$$\{\phi\} = \{\phi_u; \phi_n\} (m \times l)$$

$$\{\phi\}_u : \text{미지의 모우드벡터 } ((m - \ell) \times \ell)$$

$$\{\phi\}_n : \text{측정된 모우드벡터 } (\ell \times \ell)$$

따라서

$$[P]_a \{\phi\}_u = -[P]_b \{\phi\}_n \quad (25)$$

식(25)은 식이 미지수에 비하여 많으므로  $(m > \ell)$  선형최소자승법에 의해 식(25)을 풀면 다음과 같은 해를 구할 수 있다. 즉

$$\{\phi\}_u = -([P]_a^T [P]_a)^{-1} [P]_a^T [P]_b \{\phi\}_n \quad (26)$$

식(26)에서 구한 해를 식(19)에 대입하여 미지의 연결부변수를 구할 수 있다.

### 5. 시뮬레이션 및 해석

먼저 연결부의 감쇠계수를 무시하고 강성계수만을 고려한 계에 대하여 시뮬레이션 하였고, 또한 여기에 대해 모우드벡터의 오차에 따른 강성계수의 민감도를 조사하였다. 다음으로 감쇠계수까지 고려한 계에 대해 규명하는 예를 보였으며, 그 결과에 대하여 검토를 하였다.

시뮬레이션 방법은 규명하고자 하는 연결부변수 값을 가정하고, 유한요소법에 의해 내구조물만의 질량행렬과 강성행렬을 구성한뒤, 이들을 조합하여 이것의 고유값 문제를 풀어 전체계의 모우드 매개변수를 구한다. 즉 이를 실험으로부터 구한 결과과 여기고 이 모우드 매개변수를 이용하여 연결부변수를 역으로 구하여 비교 검토하였다.

#### 5.1 연결부 강성계수의 규명 및 모우드오차에 따른 오차조사

Fig. 2와 같이 사각단면보에 대하여 전체 내구조물을 유한요소법으로 6개의 요소(element) 즉 7개의 절점으로 구성한뒤 각 절점마다 변위자유도와 회전자유도를 가정하여 14 자유도로 모델링한 후 절점 2와 절점 6에 연결부 강성계수  $k_1$ 과  $k_2$ 를 가정하여 이 이론의 타당성과 정확성을 조사하였다. 보의 재질은 탄소강으로 가정 하였고 계의 내구조물의 감쇠행렬  $[C]$ 는 무시 하였다.

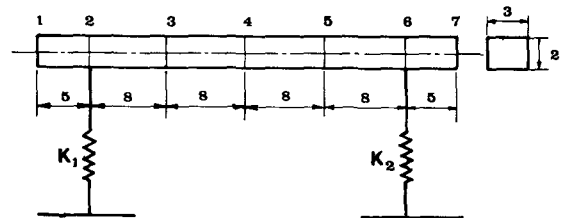


Fig. 2 Beam element model for simulation

이에 대하여 CASE I, CASE II, CASE III로 나누어 각각 시뮬레이션 하였다.

CASE I : 먼저 Fig. 2에서 계의 내구조물의 강성행렬요소 값의 크기보다 연결부변수  $k_1$ 과  $k_2$ 값이 상대적으로 상당히 작은 경우에 대하여 시뮬레이션 하였다. 강성계수  $k_1=5 \times 10^4(N/m)$ ,  $k_2=5 \times 10^4(N/m)$ 를 가정하고 전체 계의 고유진동수와 진동모우드벡터를 구하여 여기서 구한 고유진동수와 그에 대한 전체 진동모우드벡터중 절점 1,2,4,6,7에 대한 진동모우드 형상벡터를 이용하여 처음 5개의

각 모우드 별로  $k_1$ 과  $k_2$ 를 규명하여 그 결과를 Table 1에 나타내었다. 그리고 절점 1,4,7만의 고유벡터를 이용하여 절점 2,6의 모우드벡터를 구하고 이를 이용하여  $k_1$ 과  $k_2$ 를 규명한 결과를 Table 2에 나타내었다.

CASE II : 두번째 경우로 계의 내구조물의 강성행렬요소 값의 크기에 비해 연결부변수  $k_1$ 과  $k_2$ 값이 상대적으로 비슷한 경우에 대하여 시뮬레이션 하였다. 강성계수  $k_1=5 \times 10^7(N/m)$ ,  $k_2=5 \times 10^7(N/m)$ 를 가정하고 전과 같은 방법으로  $k_1$ 과  $k_2$

Table 1 Identified joint stiffness of CASE I ( $k_1=5.0E+4$ ,  $k_2=5.0E+4$ )

FREQ(rad/sec)	1st mode	2nd mode	3rd mode
Node	224.73	297.01	3706.5
1	1.0	1.0	1.0
2	1.00345	0.761879	0.451243
4	1.01067	0.789E-9	-0.605287
6	1.00345	-0.761879	0.451243
7	1.0	-1.0	1.0
$k_1(N/m)$	4.9758E4	4.9962E4	5.0052E4
$k_2(N/m)$	4.9758E4	5.0042E4	5.0052E4

Table 2 Identified joint mode shape vectors and joint stiffness of CASE I

FREQ(rad/sec)	1st mode	2nd mode	3rd mode
Node	224.73	297.01	3706.5
1	1.0	1.0	1.0
4	1.01067	0.789E-9	-0.605287
7	1.0	-1.0	1.0
2	1.00345	0.761879	0.451243
6	1.00345	-0.761879	0.451243
$k_1(N/m)$	5.0000E4	5.0000E4	5.0004E4
$k_2(N/m)$	5.0000E4	5.0000E4	5.0004E4

Table 3 Identified joint stiffness of CASE II ( $k_1=5.0E+7$ ,  $k_2=5.0E+7$ )

FREQ(rad/sec)	1st mode	2nd mode	3rd mode
Node	2648.6	8852.9	9600.2
1	1.0	1.0	1.0
2	-0.159583	1.09718	0.518943
4	-2.48721	-9.2E-11	-4.2899E-2
6	-0.159583	-1.09718	0.518943
7	1.0	-1.0	1.0
$k_1(N/m)$	5.0000E7	5.0000E7	5.0000E7
$k_2(N/m)$	5.0000E7	5.0000E7	5.0000E7

**Table 4** Identified joint mode shape vectors and joint stiffness of CASE II

FREQ (rad/sec)	1st mode	2nd mode	3rd mode
Node	2648.6	8852.9	9600.2
1	1.0	1.0	1.0
4	-2.48721	-9.2E-11	-4.289E-2
7	1.0	-1.0	1.0
2	-0.159584	1.09718	0.518943
6	-0.159584	1.09718	0.518943
$k_1$ (N/m)	5.0000E7	5.0000E7	5.0000E7
$k_2$ (N/m)	5.0000E7	5.0000E7	5.0000E7

**Table 5** Identified joint stiffness of CASE III( $k_1=5.0E+10$ ,  $k_2=5.0E+10$ )

FREQ (rad/sec)	1st mode	2nd mode	3rd mode
Node	2743.3	10123.0	18936.0
1	1.0	1.0	1.0
2	-1.268E-4	-1.2987E-4	7.00622E-4
4	-2.00133	7.8401E-11	0.440112
6	-1.268E-4	-1.2987E-4	7.00622E-4
7	1.0	-1.0	1.0
$k_1$ (N/m)	5.0001E10	5.0003E10	5.0000E10
$k_2$ (N/m)	5.0001E10	5.0003E10	5.0000E10

**Table 6** Identified joint mode shape vectors and joint stiffness of CASE III

FREQ (rad/sec)	1st mode	2nd mode	3rd mode
Node	2743.3	10123.0	18936.0
1	1.0	1.0	1.0
4	-2.00133	7.8401E-11	0.440112
7	1.0	-1.0	1.0
2	-1.281E-4	-1.0300E-4	7.007E-4
6	-1.281E-4	1.0300E-4	4.9997E10
$k_1$ (N/m)	4.9494E10	6.3025E10	4.9997E10
$k_2$ (N/m)	4.9494E10	6.3025E10	4.997E10

를 규명하여 Table 3과 Table 4에 나타내었다.

CASE III : 세번째 경우로 계의 내부구조물의 강성행렬요소 값의 크기보다 연결부변수  $k_1$ 과  $k_2$ 값이 상대적으로 상당히 큰 경우에 대하여 시뮬레이션 하였다. 강성계수  $k_1=5 \times 10^{10}$ (N/m),  $k_2=5 \times 10^{10}$ (N/m)를 가정하고 앞과 같은 방법으로  $k_1$ 과  $k_2$ 를 규명하여 Table 5와 Table 6에 나타내었다.

이상에서 알 수 있는 것은 전체 계의 모우드 매개변수를 정확하게 구할 수 있다면 연결부변수를 정확히 구할 수 있음을 보여주고 있다. 오차를 조사

하기 위하여 Fig. 2에서 이론적으로 고유값문제를 풀어서 구한 모우드 형상벡터중 모우드 형상벡터오차의 한가지 예로 절점 1의 모우드 형상벡터가 1% 감소되는 경우 규명되는  $k_1$ 과  $k_2$ 의 변화를 각 모우드별로 조사하여 그 결과를 Table 7, 8, 9에 보였다. 여기서 계의 내부구조물의 강성행렬요소 값의 크기와 연결부 강성계수 값의 크기가 비슷한 경우에는 모우드 형상벡터의 오차에 따른 규명되는 연결부 강성계수의 오차가 크지 않지만 내부구조물의 강성행렬요소 값의 크기와 연결부 강성계수 값의 상

**Table 7** Identified joint mode and stiffness errors with respect to mode shape vector error of CASE I  
Case 1: known joint mode Case 2: unknown joint mode

FREQ(rad/sec)		1st mode	2nd mode	3rd mode
est. value		224.73	297.01	3706.5
Case1	$k_1$ (N/m)	-3.063E5	-4.1885E5	-6.9790E5
	$k_2$ (N/m)	-7.463E3	1.2531E5	-9.6273E4
Case2	2	0.996397	0.75483	0.444323
	6	1.00402	-0.76131	0.45192
	$k_1$ (N/m)	4.9649E4	4.9334E4	-7.4972E4
	$k_2$ (N/m)	4.9490E4	5.0661E4	5.8811E4

**Table 8** Identified joint mode and stiffness errors with respect to mode shape vector error of CASE II  
Case 1: known joint mode Case 2: unknown joint mode

FREQ(rad/sec)		1st mode	2nd mode	3rd mode
est. value		2648.6	8852.9	9600.2
Case1	$k_1$ (N/m)	5.2178E7	4.9816E7	4.9693E7
	$k_2$ (N/m)	5.0386E7	5.0124E7	4.9687E7
Case2	2	-0.166564	1.08907	0.563535
	6	-0.158962	-1.09431	0.469269
	$k_1$ (N/m)	4.8078E7	5.0000E7	5.1282E7
	$k_2$ (N/m)	5.0186E7	4.9992E7	4.8410E7

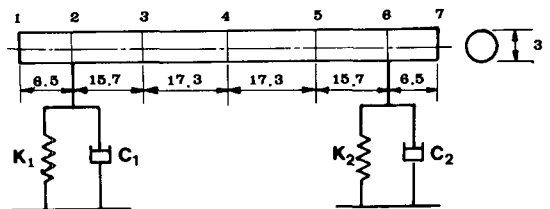
**Table 9** Identified joint mode and stiffness errors with respect to mode shape vector error of CASE III  
Case 1: known joint mode Case 2: unknown joint mode

FREQ(rad/sec)		1st mode	2nd mode	3rd mode
est. value		2743.3	10123.0	18936.0
Case1	$k_1$ (N/m)	5.2735E10	5.0939E10	4.9269E10
	$k_2$ (N/m)	5.0489E10	4.8567E10	5.1782E10
Case 2	2	-0.7104E-02	-0.2586E-02	-0.285025E-02
	6	0.4979E-03	-0.2382E-02	0.219685E-03
	$k_1$ (N/m)	8.9681E8	2.5553E9	-1.2005E10
	$k_2$ (N/m)	-1.2731E10	-2.6491E9	1.5986E11

대적인 크기가 다르면 다들수록 오차가 증가함을 볼 수 있다. 그 이유는 연결부 강성계수 값의 크기 변화에 대하여 전체 계의 모우드 형상벡터에 변화가 많은 즉 연결부변수가 그계에 많은 영향을 주는 경우에 그 연결부변수를 잘 규명 할 수 있기 때문이다.

**5.2 연결부 강성계수와 감쇠계수의 규명**

Fig. 3에서 전체 계의 내구조물을 유한요소법으로 6개의 요소 즉 7개의 절점으로 구성된 뒤 절점



**Fig. 3** The finite element model of a bearing system supported by two ball bearings

2와 6에

$$k_1 = 1.3 \times 10^8 (N/m) \quad k_2 = 1.6 \times 10^8 (N/m)$$

$$c_1 = 5.7 \times 10^3 (N \cdot s/m) \quad c_2 = 3.5 \times 10^3 (N \cdot s/m)$$

를 가정하여 앞에서와 같이 고유값문제를 풀어서 전체 구조물의 모우드 매개변수를 이론적으로 구한 후 이를 다시 입력으로하여 가정한 미지의 연결부

변수  $k_1, k_2, c_1, c_2$ 를 규명하였다. Table 10은 고유값 문제를 풀어서 이론적으로 구한 처음 3개의 각 모우드 매개변수이다. 여기서 각 모우드별로 연결부의 모우드를 구할 수 없다고 가정하고 14자유도의 전체 계를 절점 1,2,4,6,7의 병진자유도에 관한 5자유도로 축약하여 연결부변수를 규명하여 Table 11

Table 10 Model parameters with respect to assumed joint parameters of Fig. 3

	1st mode	2nd mode	3rd mode
Complex frequency	-0.8294E-01	-0.3480E+01	-0.1168E+02
Node	+i0.8507E+03	+i0.3331E+04	+i0.7312E+04
1	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0
2	-0.2046E-01	-0.6847E-01	-0.6822E-01
	+i0.7836E-03	+i0.1173E-01	+i0.3920E-01
3	-0.2255E+01	-0.1706E+01	-0.7496E-00
	+i0.2490E-02	i0.2039E-02	+i0.1057E+01
4	-0.3304E+01	0.2039E-02	0.1057E+01
	+i0.3209E-02	-i0.1078E-02	-i0.7060E-01
5	-0.2253E+01	0.1704E+01	-0.7497E+00
	+i0.2234E-02	-i0.2731E-01	+i0.5169E-01
6	-0.1662E-01	0.5597E-01	-0.6065E-01
	+i0.3238E-03	-i0.5126E-02	+i0.1784E-01
7	0.1005E+01	-0.1018E+01	0.1014E+01
	-i0.5424E-03	+i0.9311E-02	-i0.4072E-01
	$k_1 = 1.3000E+08$	$c_1 = 5.7000E+03$	
	$k_2 = 1.6000E+08$	$c_2 = 3.5000E+03$	

Table 11 Identified joint parameters of Fig. 3 which condensed to 5 degrees of freedom

	1st mode	2nd mode	3rd mode
Complex frequency	-0.8294E-01	-0.3480E+01	-0.1168E+02
Node	+i0.8507E+03	+i0.3331E+04	+i0.7312E+04
1	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0
4	-0.3304E+01	0.2039E-02	0.1057E+01
	+i0.3209E-02	-i0.1078E-02	-i0.7060E-01
7	0.1005E+01	-0.1018E+01	0.1014E+01
	-i0.5424E-03	+i0.9311E-02	-i0.4072E-01
2	-0.2046E-01	-0.6847E-01	-0.6829E-01
	+i0.7808E-03	+i0.3590E-02	+i0.3745E-01
6	-0.1662E-01	0.5613E-01	-0.6058E-01
	+i0.3209E-03	-i0.3015E-02	+i0.1611E-01
$k_1 (N/m)$	1.3000E+08	1.3259E+08	1.4473E+08
$c_1 (N \cdot s/m)$	5.6742E+03	2.2326E+03	1.5804E+03
$k_2 (N/m)$	1.6005E+08	1.6027E+08	1.6901E+08
$c_2 (N \cdot s/m)$	3.4638E+03	-2.0950E+04	-2.1584E+03



Table 12 Identified joint parameters of Fig. 3 which condensed to 7 degrees of freedom

	1st mode	2nd mode	3rd mode
Complex frequency	-0.8294E-01 +i0.8507E+03	-0.3480E+01 +i0.3331E+04	-0.1168E+02 +i0.7312E+04
Node			
1	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0
3	-0.2255E+01 +i0.2490E-02	-0.1706E+01 +i0.2840E-01	-0.7496E-00 +i0.5117E-01
4	-0.3304E+01 +i0.3209E-02	0.2039E-02 -i0.1078E-02	0.1057E+01 -i0.7060E-01
5	-0.2253E+01 +i0.2234E-02	0.1704E+01 -i0.2731E-01	-0.7497E+00 +i0.5169E-01
7	0.1005E+01 -i0.5424E-03	-0.1018E+01 +i0.9311-02	0.1014E+01 -i0.4072E-01
2	-0.2046E-01 +i0.7823E-03	-0.6847E-01 +i0.1139E-01	-0.6864E-01 +i0.3815E-01
6	-0.1663E-01 +i0.3224E-03	0.5598E-01 -i0.4784E-02	-0.6074E-01 +i0.1679E-01
$k_1$ (N/m)	1.3002E+08	1.3023E+08	1.3090E+08
$c_1$ (N · s/m)	5.6855E+03	5.4281E+03	5.3974E+03
$k_2$ (N/m)	1.5986E+08	1.6015E+08	1.6098E+08
$c_2$ (N · s/m)	3.4276E+03	3.1029E+04	3.0813E+03

에 나타내었고 전체계를 절점 1,2,3,4,5,6,7의 병진 자유도에 관한 7자유도로 축약하여 연결부변수를 규명하여 Table 12에 나타내었다.

이상에서 보면 연결부의 모우드벡터를 구할 수 없다고 가정한 경우 14자유도의 전체 계를 7자유도로 축약한 경우가 5자유도로 축약한 경우보다 더 정확하게 연결부변수를 규명함을 알 수 있고 또한 첫번째 모우드에서 연결부변수를 규명한 경우가 두번째와 세번째 모우드의 경우보다 더 정확함을 볼 수 있다.

### 5.3 시뮬레이션 결과에 대한 고찰

시뮬레이션 결과를 살펴보면 다음 세가지 사실을 알 수 있다.

첫째, Table 1~4에서 보면 연결부변수는 전체계의 모우드 매개변수가 정확하면 연결부변수를 정확히 규명함을 알 수 있다. 그러나, Table 7~9와 같이 전체계의 모우드벡터에 약간의 오차가 발생하면 규명하고자하는 연결부 강성계수의 값과 내구조물의 강성행렬 요소 값의 크기가 비슷한 경우에 연결부 강성계수 값이 모우드벡터의 오차에 대하여 민감정도가 작음을 알 수 있다. 그 이유는 다음과

같이 설명할 수 있다. 감쇠가 없는 경우에 Fig. 2의 계에 대하여 식(20)와 식(21)로부터  $k_1$ 을 유도하는 식을 예로들면 다음처럼 쓸 수 있다.

$$k_1 = -\frac{1}{\alpha_2}(-\nu^2\{M_2\}_b + \{K_2\}_b)\{\alpha\} \quad (27)$$

여기서  $\{M_2\}_b$  :  $[M]_b$ 행렬 중에서 2번째 행벡터  
 $\{K_2\}_b$  :  $[K]_b$ 행렬 중에서 2번째 행벡터  
 $\alpha_2$  :  $\{\alpha\}$ 벡터 중에서 2번째 요소

식(27)에서 먼저 규명하고자 하는  $k_1$ 의 값이  $\{K_2\}_b$ 에 비하여 작은 경우를 살펴보면  $\{\alpha\}$ 의 조그마한 오차가  $k_1$  값에 큰 영향을 주게됨을 알 수 있다. 즉 내구조물의 강성행렬요소 값에 비하여 연결부 강성계수 값이 작으면 작을수록 규명하고자하는 연결부 강성계수가 진동모우드벡터의 오차에 민감하게 됨을 알 수 있다. 그리고  $k_1$ 의 값이  $\{K_2\}_b$ 에 비하여 큰 경우를 살펴보면 연결부의 모우드벡터를 아는 경우에는 연결부 강성계수 값이 진동모우드벡터의 오차에 대하여 민감하지 않지만 연결부의 모우드벡터를 구하여야 될 경우에는 다른 절점들에 비하여 연결부의 모우드벡터의 크기가 상대적으로 매우 적은 값이 되기 때문에 다른 절점의 모우드벡터에 약간의 오차가 발생 하였을 때 연결부

의 모우드벡터를 정확하게 유도할 수 없어 진동 모우드벡터의 오차에 매우 민감하게 됨을 알 수 있다. 다시 말하여 식(27)에서  $k_1$ 의 값이  $\{K_2\}_b$ 에 비하여 아주 큰 경우에는  $\{\alpha\}$ 의 값이  $k_1$  값에 가장 큰 영향을 주는데 이  $\{\alpha\}$  값을 다른 절점의 모우드벡터오차 때문에 정확히 유도할 수 없어  $k_1$  값이  $\{\alpha\}$ 의 오차에 민감하게 된다.

둘째, Table 11과 Table 12를 비교하여 보면 전체 계에서 규명하고자 하는 연결부변수가 있는 절점의 모우드를 측정할 수 없다고 가정하고 전체 계를 7자유도로 축약하여 연결부변수를 유도한 경우와 5자유도로 축약하여 연결부변수를 유도한 경우를 비교하면 전자가 후자보다 더 정확함을 알 수 있다. 그 이유는 아래와 같이 설명할 수 있다. 식(26)을 이용하여 미지의 연결부 모우드벡터를 규명할 때 일반적으로 구하고자 하는 미지수에 비하여 식의 수가 많으면 미지수를 더욱 정확하게 규명할 수 있으므로 전자가 연결부 모우드벡터를 더 정확하게 유도하기 때문이다.

세째, Table 11과 Table 12에서는 첫번째 모우드의 경우가 두번째와 세번째 모우드의 경우보다 더 정확하게 연결부변수를 규명함을 알 수 있다. 그 이유는 고유진동수가 높은 모우드는 고유진동수가 낮은 모우드보다 더많은 노우드점을 가지게 되고 따라서 보다 복잡한 형상을 보이기 때문에, 진동 측정점수를 상대적으로 증가시켜야만 보다 정확한 모우드형상이 산출될 수 있다는 사실로 설명될 수 있다.

## 6. 실험 및 결과

### 6.1 실험장치 및 실험방법

볼베어링계의 실험장치를 Fig. 3과 같이 모델링하였다. 베어링축의 재질은 S45C이고 축의 길이는 79cm축의 직경은 3cm이다. 이 볼베어링계의 실험장치를 아래와 같이 모델링하였다.

- (1) 전체계는 14자유도이다.
- (2) 베어링축자체의 감쇠는 무시한다.
- (3) 베어링부분에 해당하는 연결부 강성계수와 감쇠계수는 전체 계의 병진자유도(translation degree of freedom)에 만 관여한다.

이 계의 모우드실험과 연결부변수규명의 유통도를 Fig. 4에 나타내었다. 실험방법을 간단히 설명하면 다음과 같다. 볼베어링계의 절점 7에 가속도

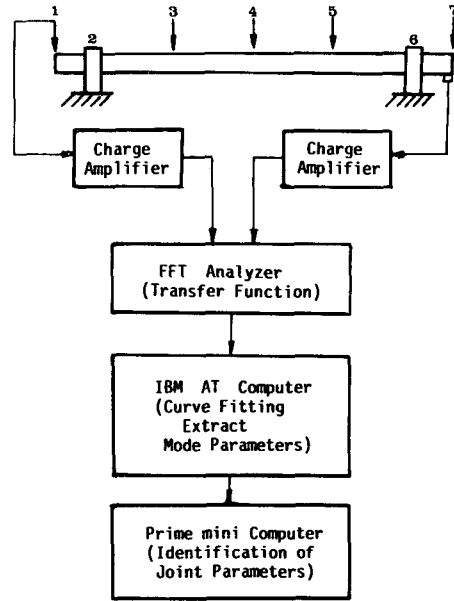


Fig. 4 The schematic diagram of the bearing model experiment by the experimental modal analysis

계(BBN model 501)를 부착한 후 절점 1, 3, 4, 5, 7에 충격망치(PCB-208A03)로 충격가진 시키고 그에 대한 각 점의 가속도 응답을 절점 7에서 측정하여 FFT디지털 신호분석기(HP 5420A)로 각 점의 전달함수를 구한다. 그리고 이 전달함수를 AT 퍼스널컴퓨터를 사용하여 각각 커브피팅하여 복소 고유진동수와 복소 진동모우드벡터를 구한다<sup>(11,12)</sup>. 그리고 베어링부분을 제외한 내구조물을 유한요소법으로 모델링하여 내구조물의 질량과 강성행렬을 구성한 후 이들 실험에서 구한 복소 고유진동수를 식(15)와 식(7)에 이용하여 7자유도로 축약한후 베어링 연결부변수가 포함된 축약된 전체 계의 운동방정식을 식(19)와 같이 구성한 후 실험에서 구한 복소 고유진동수와 그에 따른 복소 진동모우드벡터를 식(20)과 식(21)에 대입하여 PRIME미니컴퓨터를 사용하여 미지의 베어링 연결부변수를 구한다.

### 6.2 실험결과 및 해석

Fig. 5에 FFT로 측정된 절점 1,3,4,5,7의 전달함수를 처음 3개의 모우드가 존재하는 주파수 0~1600Hz 사이를 실수부와 허수부로 각각 구분하여 나타내었다. 전체 계의 모우드 매개변수를 구하는데는 각 측정점에서 얻은 전달함수를 모우드별로

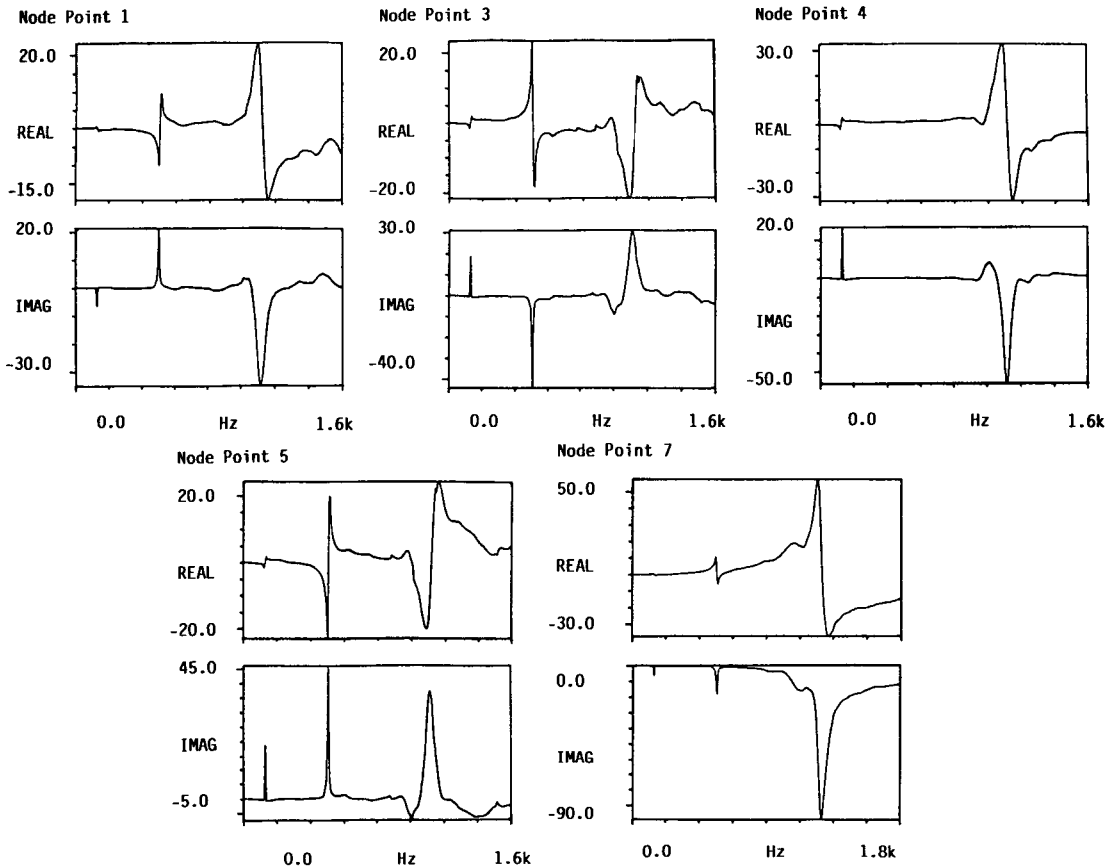


Fig. 5 The transfer function of node point 1,3,5,7 of the lower 3 mode of rotor bearing system, frequency band is 0-1600Hz

단일모우드로 가정하여 각각 복소커브피팅하여<sup>(12)</sup>, 모우드의 동적특성을 나타내는 비감쇠 고유진동수 ( $W_n$ )과 감쇠비( $\xi$ )는 이들을 평균하여 구하였으며 세번째 모우드까지 모우드 매개변수를 구하였다. 그리고 여기서 구한 모우드 매개변수를 사용하여 각 모우드별로 연결부 강성계수와 감쇠계수를 구하여 Table 13에 나타내었다.

그리고 역으로 각모우드에서 구한 연결부변수를 내구조물 만의 유한요소모델과 조합하여 전체 계의 고유값 문제를 풀어 각각의 모우드에 대하여 Table 14~16에 그 결과를 보였다. 각각의 모우드에서 구한 연결부변수가 그 모우드를 가장 잘 예견함을 알 수 있다.

본 방법의 실제 베어링계에 대한 적용오차는 모델링할 때 연결부의 회전자유도(rotation degree of freedom)에 대한 강성과 감쇠효과와 베어링부분의 질량효과를 무시하였으므로 각 모우드별로 오차가

발생하였다.

## 7. 결 론

이상 유한요소법과 가진 실험에 의한 실험적 모우드해석방법을 조합하여 기계구조물의 연결부 동특성을 규명하는 방법을 제시하고 이에 대한 시뮬레이션과 실제 볼베어링모델의 실험을 통하여 다음의 결론을 얻었다.

(1) 연결부분의 모우드형상은 실험으로 구할 수 없을때 축약된 전체 계의 운동방정식에서 다른 절점의 모우드형상을 이용하여 구할 수 있다.

(2) 전체 계의 모우드벡터오차에 대한 규명하고 자하는 연결부 강성계수의 민감도도는 내구조물의 강성행렬요소값에 대한 연결부 강성계수값의 상대적인 크기의 함수이며 이들 값이 비슷한 경우가 민감도도가 작으며 그 이유는 연결부 강성계수가 전

**Table 13** The experimental modal parameters and the identified joint parameters of 3 lower modes of a bearing system supported by two ball bearing

	1st mode	2nd mode	3rd mode
Complex frequency	-0.3653E+1 +i0.8259E+3	-0.2443E+2 +i0.3151E+4	-0.1357E+3 +i0.7022E+4
Node			
1	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0
3	-0.2979E+1 +i0.9751E-1	-0.2207E+1 +i0.6489E-1	-0.2231E+1 +i0.1325E+1
4	-0.4253E+1 +i0.1427	0.0 +i0.0	0.1655E+1 -i0.3428
5	-0.2991E+1 +i0.1376	0.2210E+1 -i0.1021	-0.1027E+1 +i0.1523E-1
7	0.1081E+1 -i0.1050E-02	-0.9502 +i0.1974-1	0.6435E+1 -i0.3724E+1
2	-0.2393 +i0.3101E-3	-0.3058 +i0.4909E-3	-0.1708 +i0.4107
6	-0.2268 +i0.5120E-3	0.3253 +i0.7587E-3	0.5664 -i0.1499E-1
$k_1$ (N/m)	1.6618E+7	3.5220E+7	2.5141E+7
$c_1$ (N · s/m)	2.5565E+3	2.3062E+3	3.0105E+4
$k_2$ (N/m)	7.7863E+6	3.3754E+7	8.4342E+7
$c_2$ (N/m)	2.3346E+3	-2.4436E+3	9.9512E+3

**Table 14** The model parameters and identified joint parameters at first mode of bearing system

	1st mode	2nd mode	3rd mode
Complex frequency	-0.7675E+01 +i0.8165E+03	-0.4854E+03 +i0.3225E+04	-0.1301E+04 +i0.4472E+04
Node			
1	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0
2	-0.1846E+00 +i0.2669E-01	0.7007E+00 +i0.1150E+01	0.6277E+00 +i0.4316E-01
3	-0.2785E+01 +i0.8748E-01	0.2593E+00 +i0.2747E+01	0.4522E-02 +0.1544E+00
4	-0.4041E+01 +i0.1302E+00	0.2828E+00 -i0.2650E+00	-0.7553E-01 -i0.2548E-01
5	-0.290E+01 +i0.1342E+00	-0.6050E+00 -i0.2547E+01	-0.1031E+00 +i0.9773E-01
6	-0.3935E+00 +i0.1113E+00	-0.2532E+01 -i0.4325E+00	-0.1057E+00 +i0.4185E-01
7	0.7534E+00 -i0.9996E-01	-0.3570E+01 +i0.2244E+01	-0.2627E+00 +i0.1113E+00
	$k_1 = 1.6618E+07$ $k_2 = 1.77863E+07$	$c_1 = 2.5616E+03$ $c_2 = 2.3254E+03$	

Table 15 The model parameters and identified joint parameters at second mode of bearing system

	1st mode	2nd mode	3rd mode
Complex frequency	-0.6876E+01	-0.3713E+02	-0.1180E+04
Node	+i0.8416E+03	+i0.3224E+04	+i0.6150E+04
1	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0
2	-0.8080E-01 +i0.4891E-02	-0.3949E+00 +i0.1710E+00	0.7530E+00 +i0.4908E-01
3	-0.2448E+01 +i0.1564E-01	-0.2507E+01 +i0.4195E+00	0.2782E+00 +i0.8889E-01
4	-0.3560E+01 +i0.2079E-01	-0.2206E-02 +i0.3405E-02	-0.3536E+00 -i0.1457E+00
5	-0.2450E+01 +i0.1604E-01	0.2509E+01 -i0.4227E+00	0.1037E+01 +i0.1451E+00
6	-0.8432E-01 +i0.5610E-02	0.4084E+00 -i0.1917E+00	0.1037E+01 +i0.3030E+00
7	0.9959E+00 +i0.8483E-03	-0.9810E+00 -i0.2917E-01	0.1523E+01 -i0.6227E+00
	$k_1 = 3.5216E+07$ $k_2 = 3.3754E+07$	$c_1 = 2.3062E+03$ $c_2 = -2.4436E+03$	

Table 16 The modal parameters and identified joint parameters at third mode of bearing system

	1st mode	2nd mode	3rd mode
Complex frequency	-0.4371E+01	-0.2890E+02	-0.2689E+02
Node	+i0.8471E+03	+i0.3335E+04	+i0.7334E+04
1	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0	1.0 +i0.0
2	-0.5004E-01 +i0.5929E-02	-0.3882E-02 -i0.7750E-01	0.4584E-02 -i0.2905E-01
3	-0.2345E+01 +i0.1879E-00	-0.1553E+01 -i0.1885E+00	-0.6547E+00 i0.4105E-01
4	-0.3426E+01 +i0.2389E-00	-0.1294E-02 -i0.4902E-02	0.9255E+00 -i0.5341E-01
5	-0.2339E+01 +i0.1578E-00	0.1566E+01 -i0.1833E+00	-0.6539E+00 +i0.4002E-01
6	-0.3210E-01 +i0.5177E-02	0.8317E-01 -i0.4728E-01	-0.3303E-01 +i0.7162E-01
7	0.1021E+00 -i0.6383E-01	-0.8882E+00 +i0.4256E-01	0.9281E+00 +i0.8115E-01
	$k_1 = 2.5141E+07$ $k_2 = 8.4342E+07$	$c_1 = 3.0105E+04$ $c_2 = 9.9512E+03$	

체계의 모드변수에 많은 영향을 주기 때문이다.

(3) 각각의 모드에서 미지의 연결부변수를 구할 수 있으나 첫번째 모드에서 구한 경우가 가장 정확하며 그 이유는 같은 수의 모드형상 입력이면 첫번째 모드가 가장 잘 표현되기 때문이다.

(4) 실제 베어링계에 이 방법을 적용한 결과 임의의  $k$ 번째 모드에서 구한 연결부변수가 전체 모드중  $k$ 번째 모드를 가장 잘 나타내고 있음을 알 수 있다. 그 이유는  $k$ 번째 모드에서 실험으로 구한 모드매개변수로 연결부변수를 규명하

여 이를 사용하여 전체 모우드를 예상하였으므로 전체 모우드중  $k$ 번째 모우드가 가장 잘 일치한다.

### 참 고 문 헌

- (1) Tlusty, J. and Ismail, F., 1980, "Dynamic Structural Identification Tasks and Methods", Annals of CIRP, Vol. 29, pp. 251~256.
- (2) Inamura, T. and Sata, T., 1979, "Stiffness and Damping Identification of the Elements of a Machine Tool Structure", Annals of CIRP, Vol. 28, pp. 256~289.
- (3) Tlusty, T. and Moriwaki, T., 1976, "Experimental and Computational Identification of Dynamic Structural Models", Annals of CIRP, Vol. 25, pp. 497~503.
- (4) Yoshimura, M. and Okushima, K., 1977, "Measurements of Dynamic Rigidity and Damping Property for Simplified Joint Models and Simulation by Computers", Annals of CIRP, Vol. 26, pp. 193~197.
- (5) Yuan, J.X., 1983, "Identification of The Machine Tool Structural Parameters by Dynamic Data System (DDS) and Finite Element Methods", Ph. D. thesis, University of Wisconsin-Madison.
- (6) Yuan, J.X., and Wu, S.M., 1985, "Identification of the Joint Structural Parameters of Machine Tool by DDS and F.E.M", ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 107, pp. 64~69.
- (7) Yuan, J.X., Tang, X.J., and Wu, S.M., 1983, "An Application of DDS Combined with F.E.M Using Condensation Technique for Machine Tool Design", ASME Winter Annual Meeting, Boston.
- (8) Rao, S.S., 1982, "The Finite Element Method In Engineering", 1st Edition.
- (9) K.J. Bathe, 1982, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall.
- (10) Choi, B.U., 1987, "Identification of Joint Dynamics Mechanical Structures Using Condensed F.E.M Model and Experimental Modal Analysis", Master D., thesis, Production Eng., KAIST.
- (11) Nho, H.J., and Kim, K.J., 1985, "A Comparison Study on the Complex Modal Analysis and the Real Modal Analysis", Proceedings of JSME Vibration Conference Tokyo.
- (12) Sim, C.G., and Kim, K.J., 1987, "A New Curve Fitting Algorithm for Modal Parameter Estimation", Proceedings of the 5th IMAC, London, England, pp. 133~139.