

<論 文>

커스프균열형 강체함유물의 열응력세기계수에 관한 연구

이 강 용* · 최 흥 섭**

(1988년 1월 22일 접수)

Thermal Stress Intensity Factors for Rigid Inclusions of Cusp Crack Shape

Kang Yong Lee and Heung Soap Choi

Key Words : Thermal Stress Intensity Factor(열응력세기계수), Cusp Crack(커스프 균열), Rigid Inclusion(강체함유물), Hypocycloid Crack(하이포사이클로이드 균열), Airfoil Crack(익형 균열), Lip Crack(입술형 균열), Complex Variable(복소 변수)

Abstract

The steady state thermal stress intensity factors (TSIF'S) are analyzed for hypocycloid, symmetric airfoil and symmetric lip type rigid inclusions embedded in infinite elastic solids, using Boganoff's complex variable approach in plane thermoelasticity. Two thermal conditions are considered, one with an uniform heat flow disturbed by an insulated rigid inclusion of cusp crack shape and the other with an uniform heat flow disturbed by a rigid inclusion of cusp crack shape with fixed boundary temperature. The tendencies of TSIF's for rigid inclusions of cusp crack shape are somewhat different from those of traction free cusp cracks. However, if $\kappa = -1$, the non-dimensionalized TSIF's for rigid inclusions of cusp crack shape become those of traction free cusp cracks like the tendencies of the SIF's under mechanical loading conditions. The thermal stress and displacement components for a rigid circular inclusion of radius R_0 are derived from the results of a hypocycloid crack type rigid inclusion.

1. 서 론

트랙션이 없는 커스프 균열⁽¹⁾에 적용한 방법을 확장하여 무한대에서 균일열유동을 받는 무한체내에 하이포사이클로이드형(hypocycloid type), 대칭익형(symmetrical airfoil type), 대칭입술형(symmetrical lip type) 강체 함유물이 존재하고 그 표면은 단열되거나 상대온도가 영으로 주어지는 경우에 대해서 열응력세기계수(thermal stress intensity factor 이하에서 TSIF로 표기함)를 유도하고자 한다.

2. 이 론

강체함유물 경계가 단열이거나 상대온도가 영으로 고정된 커스프균열형 강체함유물을 내포한 무한체에 일정 온도구배 τ 를 갖는 균일열유동이 x 축에 대해 각도 λ 로 무한대에서 오는 경우 ζ 평면(Fig. 1 참조)에서의 복소온도포텐셜함수 $x(\zeta)$ 는 image method⁽²⁾에 의해서 다음식으로 쓸 수 있다.

$$x(\zeta) = Q \left\{ \lim_{|\zeta| \rightarrow \infty} \omega'(\zeta) \right\} \cdot \zeta + \gamma \bar{Q} \left\{ \lim_{|\zeta| \rightarrow \infty} \overline{\omega'(\zeta)} \right\} \cdot \frac{1}{\zeta} \tag{1}$$

* 정희원, 연세대학교 공과대학 기계공학과
** 연세대학교 대학원

여기서 $Q = \tau e^{-i\lambda}$ 이고 γ 는 열경계조건을 결정하는

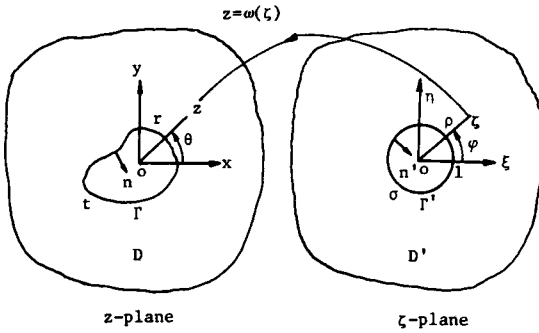


Fig. 1 Conformal mapping

인자로서 강체함유물경계가 단열된 경우에는 $\gamma=1$ 이고 상대온도가 영인 경우는 $\gamma=-1$ 이다. $\omega(\zeta)$ 는 ζ 평면의 단위원 및 그 외부를 Z 평면상의 커스프 균열형 강체함유물경계 및 그 외부로 각각 사상하는 등각사상함수이다. 2차원 정상온도상태에서의 x 와 y 방향의 변위 u 와 v 는 다음 식으로 부터 구해진다⁽³⁾.

$$2\mu(u+iv) = \kappa\Phi(\zeta) - \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \overline{\Phi'(\zeta)} - \overline{\Psi(\zeta)} + 2\mu G(\zeta) \quad (2)$$

여기서

$$G(\zeta) = \beta \int^{\zeta} x(\zeta) \omega'(\zeta) d\zeta \quad (3)$$

$$\beta = \begin{cases} (1+\nu)\alpha \\ \alpha \end{cases} \quad \kappa = \begin{cases} 3-4\nu \text{ 평면 변형률 상태} \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} \text{ 평면 응력 상태} \end{cases} \quad (4)$$

α 는 열팽창 계수, ν 는 포아송의 비, μ 는 전단 계수, $\Phi(\zeta)$ 와 $\Psi(\zeta)$ 는 Kolossoff의 복소포텐셜함수이다. 강체 함유물의 경계 Γ 와 x 축이 만나는 점의 상하를 각각 1,2라고 하고 그에 대응하는 ζ 평면상의 대응점을 1',2'라 할 때 변위는 단일해를 가져야하므로 다음식이 성립하여야 한다.

$$2\mu(u+iv) \Big|_1^2 = \left[\kappa\Phi(\sigma) - \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\Phi'(\sigma)} - \overline{\Psi(\sigma)} \right]_1^2 + 2\mu[T.D] = 0 \quad (5)$$

여기서

$$[T.D] = \beta f_{r'} x(\sigma) \omega'(\sigma) d\sigma \quad (6)$$

$f_{r'}$ 는 Γ' 상에서 반시계방향으로의 경로적분을 의미한다. 식 (5)를 만족하기 위해서 $\Phi(\zeta)$ 와 $\Psi(\zeta)$ 를 다음식으로 표현한다.

$$\Phi(\zeta) = A\ell n\zeta + \Phi^*(\zeta) \quad (7)$$

$$\Psi(\zeta) = B\ell n\zeta + \Psi^*(\zeta) \quad (8)$$

여기서 A, B 는 결정하여야 할 복소상수이고 $\Phi^*(\zeta)$ 와 $\Psi^*(\zeta)$ 는 D' 에서 정칙이어야 하므로 다음과 같이 Laurent급수로 표현된다.

$$\Phi^*(\zeta) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j \zeta^{-j} \quad (9)$$

$$\Psi^*(\zeta) = \sum_{j=1}^{\infty} b_j \zeta^{-j} \quad (10)$$

여기서 a_i, b_j 는 결정해야 할 복소상수이다.

식 (7), (8)을 식 (5)에 대입하면 다음 관계식을 얻는다.

$$\kappa A + \bar{B} = -\mu[T.D]/(\pi i) \quad (11)$$

커스프형 강체함유물의 영향이 무시되는 큰 ζ 값에서 응력분포는 트랙션이 없는 커스프(cusp)균열의 경우⁽¹⁾와 같아야 하므로 다음식이 성립되어야 한다.

$$A = \bar{B} \quad (12)$$

그러므로 식 (11)과 (12)로 부터

$$A = -\mu[T.D]/\{(\kappa+1)\pi i\} \quad (13)$$

강체 함유물의 경계 Γ' 상에서의 변위성분은 영이어야 하므로 식 (2)를 Γ' 상에 적용하면 다음식이 된다.

$$2\mu(u+iv) \Big|_{\Gamma'} = \kappa\Phi(\sigma) - \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\Phi'(\sigma)} - \overline{\Psi(\sigma)} + 2\mu G(\sigma) = 0 \quad (14)$$

여기서

$$G(\sigma) = \beta \int^{\sigma} x(\sigma) \omega'(\sigma) d\sigma \quad (15)$$

식 (14)에 식 (7), (8), (12)를 대입하면 강체 함유물의 경계 Γ' 상에서 만족해야 할 조건식이 다음과 같이 얻어진다.

$$\kappa\Phi^*(\sigma) - \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\Phi'^*(\sigma)} - \overline{\Psi^*(\sigma)} - \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \bar{A}\sigma + A(\kappa\ell n\sigma - \ell n\bar{\sigma}) + 2\mu G(\sigma) = 0 \quad (16)$$

z 평면상의 하이포사이클로이드형 강체 함유물의 경계와 그 외부를 각각 ζ 평면상의 단위원과 그 외부로 사상하는 등각사상함수⁽⁴⁾는 다음과 같다.

$$Z = \omega(\zeta) = \frac{nR_0}{n+1} \left(\zeta + \frac{1}{n\zeta^n} \right) \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (17)$$

여기서 $2R_0$ 는 상당함유물 길이이고 n 은 형상계수로서 $\zeta = \sigma$, $n=1$ 일 때는 길이 $2R_0$ 인 선형균열(line crack)형 강체함유물이 되고 $\zeta = \sigma$, $n > 1$ 일 때는 $n+1$ 개의 커스프를 갖는 하이포사이클로이드가 되며 또한 $\zeta = \sigma$, $n \rightarrow \infty$ 일 때는 반경이 R_0 인 원이 된다. z 평면에서의 k 번째 커스프선단의 위치는 다음과 같다.

$$Z_k = R_0 e^{\frac{2k\pi}{n+1}i} \quad (k=0,1,2,\dots,n) \quad (18)$$

식(17)을 식(1), (6), (13)에 대입하면 하이포사이클로이드형 강제함유물에 대해 다음식이 얻어진다.

$$x(\zeta) = \frac{nR_0}{n+1} \left(Q\zeta + \frac{\gamma\bar{Q}}{\zeta} \right) \quad (19)$$

$$[T.D] = \beta \left(\frac{nR_0}{n+1} \right)^2 (\gamma\bar{Q} - Q\delta_n) \cdot 2\pi i \quad (20)$$

$$A = -\frac{2\mu\beta}{\kappa+1} \left(\frac{nR_0}{n+1} \right)^2 (\gamma\bar{Q} - Q\delta_n) \quad (21)$$

여기에서

$$\delta_n = \begin{cases} 1 & (n=1) \\ 0 & (n>2) \end{cases} \quad (22)$$

식(21)을 식(16)에 대입하면

$$\begin{aligned} \kappa \Phi^*(\sigma) - \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\Phi^{**}(\sigma)} - \overline{\Psi^*(\sigma)} - \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \bar{A}\sigma \\ + 2\mu\beta \left(\frac{nR_0}{n+1} \right)^2 \left[\frac{Q\sigma^2}{2} + \frac{Q(1-\delta_n)^2}{n-1} \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \right. \\ \left. + \frac{\gamma\bar{Q}}{n+1} \cdot \frac{1}{\sigma^{n+1}} \right] = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

식(23)의 양변에 $\frac{1}{2\pi i(\sigma-\zeta)}$ 을 곱한 후 Γ' 상에서 반시계방향으로 외부영역 D' 에 대한 Cauchy적분을 행하면 다음식을 얻는다^(1,5).

$$\Phi^*(\zeta) = \frac{\alpha(n)}{\zeta^{n-1}} + \frac{\beta(n)}{\zeta^{n+1}} - \frac{1}{n\kappa} \sum_{j=1}^{n-2} j\bar{a}_j \zeta^{j-n+1} \quad (24)$$

여기서

$$\begin{aligned} \alpha(n) = -\frac{2\mu\beta}{\kappa} \left(\frac{nR_0}{n+1} \right)^2 \left[\frac{\gamma Q - \bar{Q}\delta_n}{\kappa+1} \cdot \frac{1-\delta_n}{n} \right. \\ \left. + \frac{Q(1-\delta_n)^2}{n-1} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\beta(n) = -\frac{2\mu\beta}{\kappa} \left(\frac{nR_0}{n+1} \right)^2 \frac{\gamma\bar{Q}}{n+1} \quad (26)$$

식(24)와 식(9)의 계수를 비교하면 $a_{n-1} = \alpha(n)$, $a_{n+1} = \beta(n)$, 나머지 계수는 모두 영이라는 결과를 얻으므로 하이포사이클로이드형 강제 함유물에 대한 복소포텐셜함수 $\Phi(\zeta)$ 는 다음과 같다.

$$\Phi(\zeta) = A \ell n \zeta + \frac{\alpha(n)}{\zeta^{n-1}} + \frac{\beta(n)}{\zeta^{n+1}} \quad (27)$$

또 다른 하나의 복소포텐셜함수 $\Psi(\zeta)$ 는 변위의 해석영역확장방법⁽⁶⁾에 의해 다음과 같이 구하여진다.

$$\begin{aligned} \Psi(\zeta) = \kappa \bar{\Phi} \left(\frac{1}{\zeta} \right) - \frac{\bar{\omega} \left(\frac{1}{\zeta} \right)}{\omega' \left(\frac{1}{\zeta} \right)} \Phi'(\zeta) \\ + 2\mu \bar{G} \left(\frac{1}{\zeta} \right) \quad (|\zeta| > 1) \end{aligned} \quad (28)$$

식(17), (27)을 뒷식에 대입하면

$$\begin{aligned} \Psi(\zeta) = \bar{A} \ell n \zeta + \kappa \left[\overline{\alpha(n)} \zeta^{n-1} + \overline{\beta(n)} \zeta^{n+1} \right] \\ - \frac{n + \zeta^{n+1}}{n\zeta(\zeta^{n+1}-1)} \left[A \zeta^n + \alpha(n)(1-n)\zeta \right. \\ \left. - \frac{\beta(n)(n+1)}{\zeta} \right] + 2\mu\beta \left(\frac{nR_0}{n+1} \right)^2 \left[\frac{\bar{Q}}{2\zeta^2} \right. \\ \left. + \frac{\bar{Q}(1-\delta_n)^2}{n-1} \zeta^{n-1} + \frac{\gamma\bar{Q}}{n+1} \zeta^{n+1} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

양의 x 축상에 놓여있는 커스프 선단에서의 TSIF 결정식은 다음과 같다.

$$K = K_I - iK_N = 2\sqrt{\frac{\pi}{\omega''(1)}} \Phi'(1) \quad (30)$$

여기서 K_I 와 K_N 는 열림형과 전단형 TSIF이며 식(27)을 식(30)에 대입하여 구한 K_I, K_N 를 λ 에 대해 $\frac{2k\pi}{n+1}$ 만큼 평행이동시키면 k 번째 커스프에서의 TSIF가 다음식으로 구하여진다.

$$\begin{aligned} K_I^* = \frac{2n^{\frac{1}{2}}}{(n+1)^2 \kappa} \{ [\kappa - 2(\delta_n - \gamma) + 1]n + \delta_n - \gamma \} \\ \times \cos \left(\lambda - \frac{2k\pi}{n+1} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} K_N^* = \frac{2n^{\frac{1}{2}}}{(n+1)^2 \kappa} [(\kappa+1)n - (\delta_n + \gamma)] \\ \times \sin \left(\lambda - \frac{2k\pi}{n+1} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} K_I^*/K_N^* = \frac{[\kappa - 2(\delta_n - \gamma) + 1]n + \delta_n - \gamma}{(\kappa+1)n - (\delta_n + \gamma)} \\ \times \cot \left(\lambda - \frac{2k\pi}{n+1} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

여기에서

$$K_{I,N}^* = K_{I,N} / \left(\frac{2\sqrt{\pi} \mu \beta R_0^3 \tau}{\kappa+1} \right) \quad (34)$$

대칭 익형 강제 함유물에 대한 등각사상함수⁽⁴⁾는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Z = \omega(\zeta) = \frac{R_0}{2} \left[(1+\delta)\zeta + \frac{1-\delta}{\zeta} + \frac{\delta}{\zeta^2} \right] \\ (0 \leq \delta < 1) \end{aligned} \quad (35)$$

여기서 $2R_0$ 은 상당함유물 길이이고 δ 는 형상계수이다. 대칭 익형 강제 함유물에 대한 복소포텐셜함수 및 TSIF식은 하이포사이클로이드형 강제 함유물의 해석과정을 똑같이 적용하면 다음으로 주어진다.

$$\Phi(\zeta) = A \ell n \zeta + \frac{a_1}{\zeta} + \frac{a_2}{\zeta^2} + \frac{a_3}{\zeta^3} \quad (36)$$

여기에서

$$A = \frac{\mu\beta R_0^2}{\kappa+1} \frac{1+\delta}{2} [Q(1-\delta) - \gamma\bar{Q}(1+\delta)] \quad (37)$$

$$a_1 = \frac{1}{\kappa} \left[\frac{\delta \bar{A}}{1+\delta} - \mu\beta R_0^2 \delta(1+\delta)Q \right] \quad (38)$$

$$a_2 = -\frac{\mu\beta R_0^2(1-\delta)^2\gamma\bar{Q}}{4\kappa} \quad (39)$$

$$a_3 = -\frac{\mu\beta R_0^2\delta(1+\delta)\gamma\bar{Q}}{3\kappa} \quad (40)$$

TSIF는 다음식으로 얻어진다.

$$K_I^* = \frac{1}{2(1+2\delta)^{\frac{1}{2}\kappa}} [\delta(1+3\delta) + \gamma(1+\delta)(1+2\delta) + \kappa(1+\delta)^2] \cos\lambda \quad (41)$$

$$K_N^* = \frac{1}{2(1+2\delta)^{\frac{1}{2}\kappa}} [\delta(3+\delta) - \gamma(1+\delta) + \kappa(1+\delta)^2] \sin\lambda \quad (42)$$

$$K_I^*/K_N^* = \frac{\delta(1+3\delta) + \gamma(1+\delta)(1+2\delta) + \kappa(1+\delta)^2}{\delta(3+\delta) - \gamma(1+\delta) + \kappa(1+\delta)^2} \cot\lambda \quad (43)$$

대칭입술형 강체 함유물체 대한 등각사상함수는 다음과 같다⁽⁴⁾.

$$Z = \omega(\xi) = \frac{R_0(m+2)}{4} \left[\xi + \frac{2(1-m)}{m+2} \frac{1}{\xi} + \frac{m}{m+2} \frac{1}{\xi^3} \right] \quad (0 \leq m \leq 1) \quad (44)$$

여기서 $2R_0$ 은 상당함유물 길이이고 m 은 형상계수이다. 앞서의 하이포사이클로이드형 강체 함유물과 같은 과정을 적용하면 결과식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\Phi(\xi) = A \ell n \xi + \frac{a_2}{\xi^2} + \frac{a_4}{\xi^4} \quad (45)$$

여기에서

$$A = \frac{\mu\beta R_0^2(m+2)}{8(\kappa+1)} [2(1-m)Q - (m+2)\gamma\bar{Q}] \quad (46)$$

$$a_2 = \frac{1}{\kappa} \left\{ \frac{m\bar{A}}{m+2} - \frac{\mu\beta R_0^2(m+2)}{16} [2\gamma\bar{Q}(1-m) + 3mQ] \right\} \quad (47)$$

$$a_4 = -\frac{3\mu\beta R_0^2(m+2)m\gamma\bar{Q}}{32\kappa} \quad (48)$$

TSIF는 다음식으로 얻어진다.

$$K_I^* = \frac{1}{8(1+2m)^{\frac{1}{2}\kappa}} [(7m+2)m + \gamma(3m+2)(m+2) + \kappa(m+2)^2] \cos\lambda \quad (49)$$

$$K_N^* = \frac{1}{8(1+2m)^{\frac{1}{2}\kappa}} [m(10-m) + \gamma(m^2-4) + \kappa(m+2)^2] \sin\lambda \quad (50)$$

$$K_I^*/K_N^* = \frac{(7m+2)m + \gamma(3m+2)(m+2) + \kappa(m+2)^2}{m(10-m) + \gamma(m^2-4) + \kappa(m+2)^2} \cot\lambda \quad (51)$$

3. 검 토

$n=1, \delta=m=0$ 인 선형 강체 함유물에서는 트랙선이 없는 선형균열⁽¹⁾과는 달리 다음과 같이 모두 드 I 과 모두 드 II 가 동시에 작용함을 알수있다.

$$K_I^* = \frac{\kappa+1}{2\kappa} \cos(\lambda - k\pi) \quad (52)$$

$$K_N^* = \frac{\kappa-1}{2\kappa} \sin(\lambda - k\pi) \quad (53)$$

$$K_I^* = \frac{\kappa-1}{2\kappa} \cos(\lambda - k\pi) \quad (54)$$

$$K_N^* = \frac{\kappa+1}{2\kappa} \sin(\lambda - k\pi) \quad (55)$$

따라서

$$(\tilde{K}_I^*)_{\gamma=\pm 1} = (\tilde{K}_N^*)_{\gamma=\mp 1} \quad (56)$$

여기에서 \sim 표시는 진폭(amplitude)을 의미한다. 식(52)~(55)에서 $\kappa=-1$ 로 놓으면 트랙선이 없는 선형균열에 대한 결과식^(1,7)을 얻을 수 있다. 하이포사이클로이드형 강체 함유물체 대한 $\gamma=1$ 이고 $n \geq 2$ 인 \tilde{K}_I^* 와 \tilde{K}_N^* 및 그 비 $\tilde{K}_I^*/\tilde{K}_N^*$ 을 $k=0$ 에서 n 에 대해 κ 를 증가시키면서 그린 그림이 Fig. 2이다. 여기서 \tilde{K}_I^* 와 \tilde{K}_N^* 는 κ 가 3에서 1로 감소함에 따라 증가하여 κ 가 1일 때 $n=4$ 에서 최대값이 각각 2.4와 1.12임을 보이고 있다. 또 n 이 ∞ 로 감에 따라 모두 영으로 수렴하는 경향을 나타내며 그 비 $\tilde{K}_I^*/\tilde{K}_N^*$ 는 n 이 상당히 큰 값에서 $\frac{\kappa+3}{\kappa+1}$ 에 수렴함을 보이고 있다.

$\gamma=1, n \geq 2, \lambda=0$ 으로 놓고 각 커스프 z_k 에서의 K_I^* 와 K_N^* 을 보면 식(31)과(32)에 의해서

$$-\frac{\pi}{2} < \arg Z_k < \frac{\pi}{2} \text{에서 } K_I^* > 0$$

$$\arg Z_k = \pm \frac{\pi}{2} \text{에서 } K_I^* = 0 \quad (57)$$

$$\frac{\pi}{2} < \arg Z_k < \pm \frac{3\pi}{2} \text{에서 } K_I^* < 0$$

$$0 < \arg Z_k < \pi \text{에서 } K_N^* > 0$$

$$\arg Z_k = 0, \pm \pi \text{에서 } K_N^* = 0 \quad (58)$$

$$\pi < \arg Z_k < 2\pi \text{에서 } K_N^* < 0$$

여기서 $k=0$ 인 커스프에서는 K_I^* 에 의해서만 균열 성장이 됨을 알 수 있다. $\gamma=-1, n \geq 2$ 일때 \tilde{K}_I^* 는 Fig. 3(a)에서 보여주듯이 $\gamma=1, n \geq 2$ 일때와는 반대로 κ 가 1에서 3으로 증가함에 따라 증가하여 $\kappa=3, n=2$ 일 때 최대값 0.5238을 주고 Fig. 3(b)의

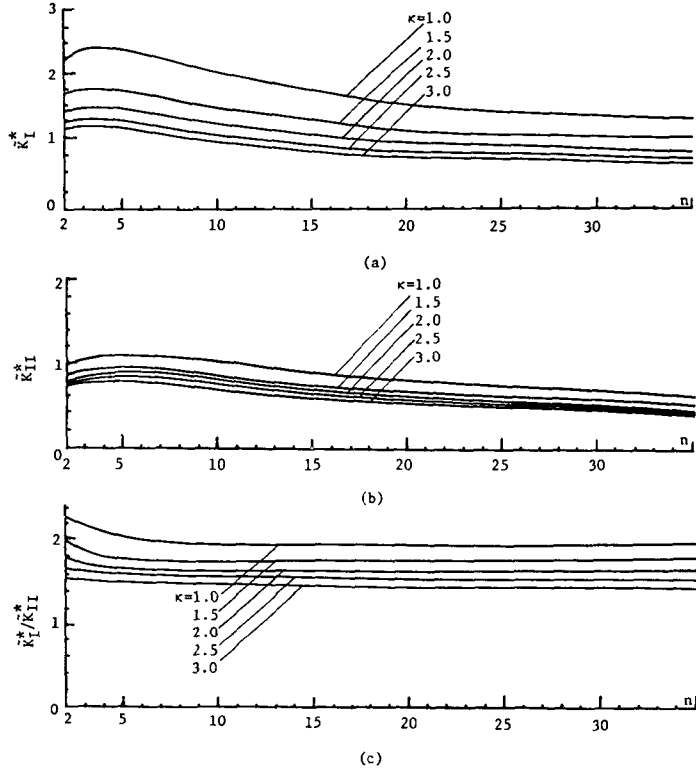


Fig. 2 Variations of dimensionless thermal stress intensity factor amplitudes at the cusp $\kappa=0$ of an insulated rigid hypocycloidal inclusion ($\gamma=1$) with configuration parameter n for a constant κ , (a) \bar{K}_I^* , (b) \bar{K}_{II}^* , (c) $\bar{K}_I^*/\bar{K}_{II}^*$

\bar{K}_n^* 는 $\gamma=1$ 일 때와 같이 κ 가 3에서 1로 감소함에 따라 증가하여 $\kappa=1$, $n=2$ 일때 최대값 1.5714을 준다. 또 n 이 ∞ 로 감에 따라 \bar{K}_I^* 와 \bar{K}_{II}^* 는 모두 영에 수렴하는 경향을 주고 있으며 Fig. 3(c)의 $\bar{K}_I^*/\bar{K}_{II}^*$ 는 상당히 큰 n 에 대해 $\frac{\kappa-1}{\kappa+1}$ 에 수렴한다. 식 (27)과 (29)으로 부터 $n=\infty$ 로 돌이켜서 반지름 R_0 인 원형강체함유물에 대한 복소포텐셜함수가 다음과 같이 유도된다.

$$\Phi_\infty(\zeta) = A_\infty \ln \zeta \quad (59)$$

$$\Psi_\infty(\zeta) = \bar{A} \ln \zeta + \frac{\mu \beta R_0^2 \bar{Q}}{\zeta^2} - A_\infty \quad (60)$$

하첨자 ∞ 는 n 가 ∞ 임을 의미한다. $n=\infty$ 에 해당하는 $\omega_\infty(\zeta)$ 와 A_∞ 는 식(17)과 (21)로 부터 각각 다음과 같이 얻어진다.

$$\omega_\infty(\zeta) = R_0 \zeta \quad (61)$$

$$A_\infty = -\frac{2\mu \beta R_0^2 \gamma \bar{Q}}{\kappa+1} \quad (62)$$

$\lambda = \frac{\pi}{2}$ 에서 응력성분과 변위성분을 구하면 다음과

같다.

$$\sigma_r = \frac{2\mu \beta R_0 \tau}{\kappa+1} \left[\frac{\kappa+2\gamma+1}{\rho^3} - \frac{2\gamma}{\rho} \right] \sin \theta \quad (63)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{2\mu \beta R_0 \tau}{\kappa+1} \left[\frac{\kappa+2\gamma+1}{\rho^3} + \frac{2\gamma}{\rho} \right] \sin \theta \quad (64)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{2\mu \beta R_0 \tau}{\kappa+1} \left[\frac{\kappa+2\gamma+1}{\rho^3} - \frac{2\gamma}{\rho} \right] \cos \theta \quad (65)$$

$$u_r = \frac{\beta R_0 \tau}{\kappa+1} \left[2\gamma \ell n \rho - \gamma \frac{1-\rho^2}{\rho^2} + \frac{\kappa+1}{2} \left(\rho^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) \right] \times \sin \theta \quad (66)$$

$$u_\theta = \frac{\beta R_0^2 \tau}{\kappa+1} \left[2\gamma \ell n \rho + \gamma \frac{1-\rho^2}{\rho^2} - \frac{\kappa+1}{2} \left(\rho^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) \right] \times \cos \theta \quad (67)$$

여기서 $\rho = \frac{r}{R_0}$ 이며 Γ 상에서의 $u_r = u_\theta = 0$ 을 만족하고 있다. 식(63~67)에서 $\kappa=-1$ 로 놓으면 Florence의 트랙션이 없는 경우^(1,8)로 치환됨을 알 수 있다. 대칭형 강체 함유물에 대한 \bar{K}_I^* 와 \bar{K}_{II}^* 및 $\bar{K}_I^*/\bar{K}_{II}^*$ 를 형상계수 δ 에 대해 κ 를 0.5증분으로 $\gamma=1$ 및 -1 에 대해 그린 그림이 각각 Fig.

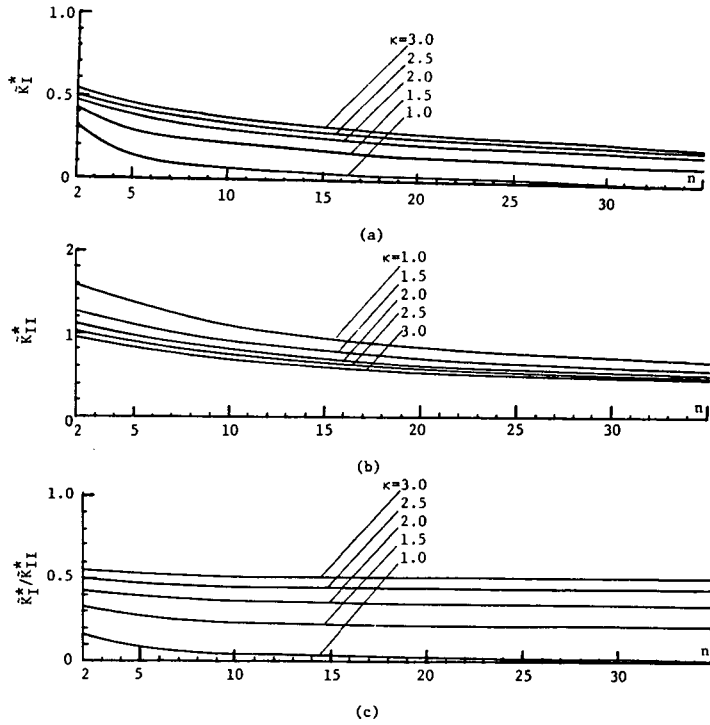


Fig. 3 Variations of dimensionless thermal stress intensity factor amplitudes at the cusp $k=0$ of a rigid hypocycloidal inclusion with zero temperature boundary condition ($\gamma=-1$) with configuration parameter n for a constant κ , (a) \bar{K}_I^* , (b) \bar{K}_{II}^* , (c) $\bar{K}_I^*/\bar{K}_{II}^*$

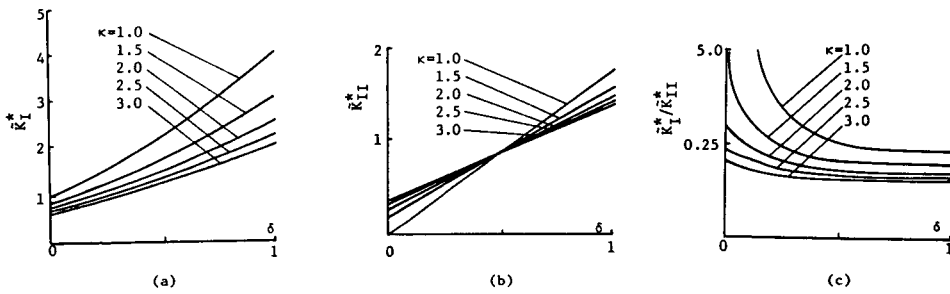


Fig. 4 Variations of dimensionless thermal stress intensity factor amplitudes at the cusp of an insulated rigid symmetric airfoil inclusion ($\gamma=1$) with configuration parameter δ for a constant κ , (a) \bar{K}_I^* , (b) \bar{K}_{II}^* , (c) $\bar{K}_I^*/\bar{K}_{II}^*$

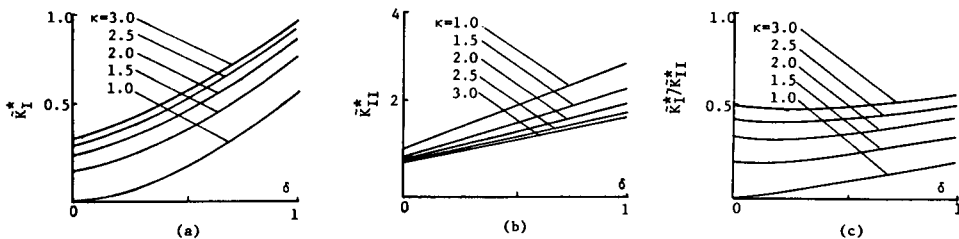


Fig. 5 Variations of dimensionless thermal stress intensity factor amplitudes at the cusp of a rigid symmetric airfoil inclusion with zero temperature boundary condition ($\gamma=-1$) with configuration parameter δ for a constant κ , (a) \bar{K}_I^* , (b) \bar{K}_{II}^* , (c) $\bar{K}_I^*/\bar{K}_{II}^*$

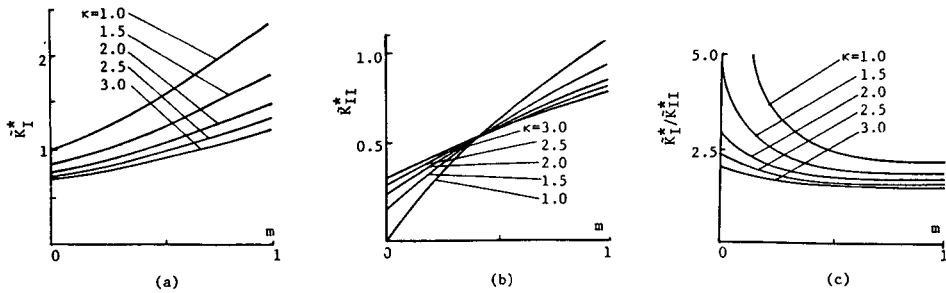


Fig. 6 Variations of dimensionless thermal stress intensity factor amplitudes at the cusp of an insulated rigid symmetric lip inclusion ($\gamma=1$) with configuration parameter m for a constant κ , (a) \bar{K}_I^* , (b) \bar{K}_{II}^* , (c) $\bar{K}_I^*/\bar{K}_{II}^*$

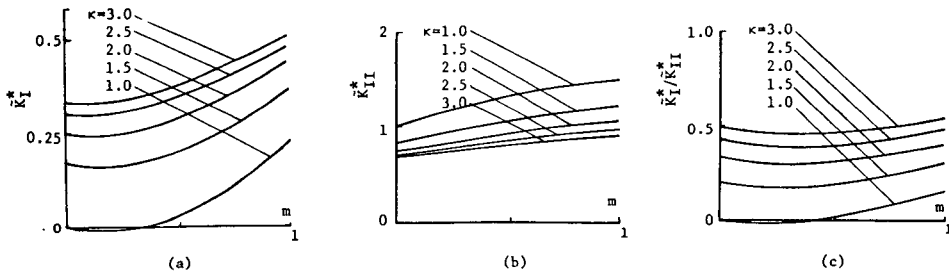


Fig. 7 Variations of dimensionless thermal stress intensity factor amplitudes at the cusp of a rigid symmetric lip inclusion with zero temperature boundary condition ($\gamma=-1$) with configuration parameter m for a constant κ , (a) \bar{K}_I^* , (b) \bar{K}_{II}^* , (c) $\bar{K}_I^*/\bar{K}_{II}^*$

4와 5에 해당된다. $\gamma=\pm 1$ 일 때 형상계수 δ 가 0에서 1로 증가함에 따라 \bar{K}_I^* 와 \bar{K}_{II}^* 가 모두 증가하며, $\gamma=1$ 일 때 κ 에 대한 \bar{K}_{II}^* 의 경향이 $\delta \approx 0.5$ 을 기점으로 변하는 것을 제외하고는 K_I^* 의 K_{II}^* 의 λ 와 κ 에 대한 경향은 하이포사이클로이드형 강체 함유물인 경우의 $\gamma=\pm 1$, $n \geq 1$, $k=0$ 에서 K_I^* 와 K_{II}^* 의 경향과 같다. 대칭입술형 강체 함유물에 대한 $\gamma=1$ 과 -1 일 때 결과를 Fig. 6과 7에서 보여주고 있다. $\gamma=\pm 1$ 에서 m, κ, λ 에 대한 K_I^* , K_{II}^* 의 경향은 대칭입형 강체 함유물의 δ, κ, λ 에 대한 K_I^* , K_{II}^* 의 경향과 같다. 각 커스프형 강체함유물에서 $\kappa=-1$ 로 놓았을 때 K_I^* 와 K_{II}^* 는 트랙선이 없는 경계조건의 해당 커스프균열의 K_I^* 와 $K_{II}^{*(1)}$ 로 변환됨을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 기계적 하중 하에서의 경향과 동일하다⁽⁹⁾.

4. 결 론

균일 열유동하에 있는 2차원 탄성체 내에 하이포사이클로이드, 대칭입형 및 대칭입술형 강체함유물이 존재하고 그 표면이 단열되었거나 상대온도가

영으로 고정된 경우에 TSIF에 대한 연구에서 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 각종 커스프형 강체함유물에 대한 TSIF를 균일 열 유동 각도의 주기함수로 유도하였다.
- (2) 균일 열 유동 방향과 평행하게 놓인 각종 커스프형 강체함유물 선단에서는 모두드 I 또는 모두드 II TSIF중 어느 하나만 존재한다.
- (3) 강체 원형 함유물에 대한 열응력 및 변위식을 유도하였으며 선형 균열형 강체함유물에 대한 TSIF식을 유도하였다.
- (4) 커스프형 강체함유물에 대한 무차원화된 TSIF 및 원형 강체 함유물의 열응력 및 변위식에서 $\kappa=-1$ 로 놓으면 트랙선이 없는 커스프균열 및 원형구멍에 대한 해당 결과식이 얻어진다.

후 기

이 논문은 1987년도 문교부 자유공모과제 학술연구 조성비의 지원과제인 "Cusp형 결함의 열응력세기계수 결정에 관한 연구"의 일부이며 연구비 지원을 하여 주신 한국학술진흥재단에 심심한 사의를

포함니다.

참 고 문 헌

- (1) Lee, Kang Yong and Choi, Heung Soap, 1988, "Determination of Thermal Stress Intensity Factors for Traction Free Cusp Cracks under Uniform Heat Flow", Engng Fract. Mech., in Press.
- (2) Carrier, G.F., Krook, M. and Pearson, C.E., 1966, "Functions of a Complex Variable", McGraw-Hill Book Company.
- (3) Bogdanoff, J.L., 1954, "Note on Thermal Stresses", Trans. ASME, J.Appl.Mech, Vol. 21, p. 88.
- (4) Wu, C. H., 1982, "Unconventional Internal Cracks Part 2: Method of Generating Simple Cracks", Trans. ASME, J.Appl. Mech. Vol. 49, pp. 383~388.
- (5) Muskhelishvili, N. I., 1953, "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity", 3rd ed., P. Noordhoff Ltd., Gronigen, Holland.
- (6) England, A. H., 1971, "Complex variable Method in Elasticity", Wiley-Interscience, New York.
- (7) Sih, G. C., 1962, "On the Singular Character of Thermal Stresses near a Crack Tip", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 29, pp. 587~589.
- (8) Florence, A. L. and Goodier, J. N., 1958, "Thermal Stress at Spherical Cavities and Circular Holes in Uniform heat Flow", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 81, pp. 293~294.
- (9) Gdoutos, E. E., 1984, Problems of Mixed Mode Crack Propagation, Martinus Nijhoff Publishers, pp. 111~112.