

<論 文>

段이 진 2次元 壁面噴流에 대한 數值 解析

尹 淳 鉉* · 嚴 允 燮** · 鄭 明 均***

(1987年 10月 15日 接受)

Numerical Study on the Two-Dimensional Stepped Wall Jet

Soon Hyun Yoon, Yoon Sub Eum and Myung Kyoon Chung

Key Words : Wall Jet(壁面噴流), Streamline Curvature(流線曲率) Reattachment Length(再附着 길이), Potential Core Length(포텐셜코어 길이), Skew-Upwind Scheme(스큐업윈드 기법)

Abstract

A two-dimensional stepped wall jet was numerically investigated by applying three different models: One is the standard $k-\epsilon$ and the other is the modified $k-\epsilon$ model which takes account of the streamline curvature effect by modifying the Reynolds shear stress and a source term in the dissipation equation, and a third is curvature dependent third-order correlation model. In order to test the influence of the numerical result, both the upwind scheme and the skew-upwind scheme were used for the computations. By comparing the numerical results with available experiments, it was found that the modified $k-\epsilon$ model gives best overall prediction accuracy only when the numerical diffusion is eliminated by using the skew-upwind scheme. The numerical scheme was found to have more pronounced effect on the accuracy of the turbulence computation than the turbulence models.

記 號 說 明

$C_1, C_2, C_\mu, C_{\epsilon_1}, C_{\epsilon_2}$: 亂流 모델 常數
 C_{ps} : 靜壓係數
 C_{pw} : 壁面 靜壓係數
 D : 노즐 出口 幅(21cm)
 H : 段의 높이(2.5D)
 k : 亂流 運動 에너지
 K_1, K_2 : 曲率 修正 方程式에서의 常數
 N_c : 流線 曲率에 의한 Brunt-Väisälä 진동수
 P_w : 壁面 靜壓
 T_3 : 複合 時間 基準值

U, V : 平均速度 成分
 U_j : 노즐 出口 速度
 U_m : 主流 방향 最大 平均速度
 $u_i u_j$: 레이놀즈 응력
 X_c : 포텐셜 코어 길이
 X_r : 再附着 길이
 ϵ : 亂流運動에너지 減殺率
 τ_c, τ_v : 流線曲率, 速度 時間 基準值
 PAM : 박상우에 의해 제시된 곡률수정 모델⁽²²⁾
 LRM : Leschziner and Rodi 수정 모델
 STUP : Upwind 기법을 사용한 標準 $k-\epsilon$ 모델
 MOSK : Upwind 기법을 사용한 修正 $k-\epsilon$ 모델
 STSK : Skew-upwind 기법을 사용한 표준 $k-\epsilon$ 모델
 MOSK : Skew-upwind 기법을 사용한 修正 $k-\epsilon$

* 정회원, 부산대학교 공과대학 기계설계공학과
 ** 부산대학교 대학원
 *** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

모델

PASK : Skew-upwind 기법을 사용한 박상우 모델

1. 序 論

2次元 噴流가 段이 진 壁面에 平行하게 噴射되 면, Fig. 1에 보이는 바와 같이, Coanda effect^(1,2)에 의해 流線이 曲率을 이루어 壁面에 再附着되고, 再循環領域을 形成한 후 再附着점 이후는 壁面噴流로 再發展되는 段이 진 2차원 壁面噴流(two-dimensional stepped wall jet) 流動場이 形成된다. 이와같은 段이 진 壁面噴流 流動은 自由噴流와 壁面噴流를 동시에 包含하고 있을 뿐만 아니라, 再循環 領域, 流線의 曲率, 壁面 境界層(wall boundary layer), 自由剪斷層(free shear layer)등 대부분의 亂流流動場을 국부적으로 모두 包含하는 등, 下向段이나 垂直壁 流動의 경우와 같이 複雜한 亂流流動을 形成하므로 그 流動의 예측이 매우 어렵다^(3,4).

壁面噴流에 대한 研究로는, Glauert⁽⁵⁾, Cosart⁽⁶⁾, Sawyer^(7,8), Kruka and Eskinazi⁽⁸⁾, Irwin⁽¹⁰⁾, Kacker and Whitelaw⁽¹¹⁾, Bakke⁽¹²⁾, Wilson and Goldstein⁽¹³⁾, Nozaki 등^(14,15), Nozaki⁽¹⁶⁾ 등이 있으나, 주로 再附着點이나 自體類似에 관심이 집중되었으며 攪亂因子에 의한 壁面噴流의 발달과정에서 亂流構造의 변화에 대한 研究事例는 드물다. 그러나 최근 夫楨濬 등⁽¹⁷⁾은 段이 진 2차원 壁面噴流에 대한 實驗研究로 열선유속계를 이용한 測定과 測定값들의 통계적 처리에 의해 亂流構造를 비교적 자세히 조사한 바가 있다.

數值解析에 대한 研究는 1970년도 이후부터 컴퓨터 용량의 대형화 및 고속화에 따라 급진전하고 있으며⁽²⁵⁾, 流線曲率이 있는 流動場의 예측을 위한 모델의 개선에 관한 研究도 활발한 실정으로

Durst and Rastogi⁽¹⁸⁾, Ljubola and Rodi⁽¹⁹⁾, Gibson and Younis⁽²⁰⁾, Rodi and Scheuerer⁽²¹⁾, Hanjalic and Launder⁽²³⁾ 등에 의해 研究된 바 있다. 그러나 현재 널리 사용되고 있는 것으로, Leschziner and Rodi⁽²⁴⁾가 제시한 修正모델(LRM)이 있으나 地域特性을 보이고 있을 뿐만 아니라 물리적 타당성이 결여되고 있으므로, 이러한점을 고려하여 최근에 박상우⁽²²⁾는 새로운 모델(PAM)을 제시한 바 있다.

이상에서는 언급한 모델들은 下向段이나 垂直壁 주변의 剪斷流에 대해 적용한 것인데, 複雜한 亂流流動解析은 그 流動場 境界의 기하학적 모양에 따라 흐름의 특성이 다르므로 剝離, 再附着, 再循環 領域 및 流線曲率이 包含되어 있으나 境界의 모양이 다른 斷이 진 壁面噴流에서 曲率 修正 모델이 그 流動을 어느정도 잘 예측할 수 있는가를 검토하는 것이 필요한 일이다.

2차원 橢圓型 方程式을 푸는 보편적인 코드(code)로 Imperial college에서 개발된 "TEACH" 코드와 "CHAMPION" 코드가 있고, 解析技法으로는 upwind scheme, hybrid scheme, power law scheme 그리고 skew-upwind scheme 등 여러가지⁽²⁶⁻²⁹⁾가 개발되고 있으며, high-order scheme은 數值計算에 있어서 치명적인 오차를 주는 false-diffusion을 근본적으로 없애 주므로 이를 기본으로 하여 여러가지 亂流모델을 검토할 때에 모델변환 효과를 정확히 예측할 수 있는 장점이 있다.

본 研究에서는 夫楨濬 등⁽¹⁷⁾에 의한 實驗結果를 토대로 하여, 段이 진 2차원 壁面噴流에 대한 數值解析으로 標準 k-ε 모델과 LRM 그리고 PAM을 적용하고, upwind 및 skew-upwind scheme을 적용하여 그 結果를 검토하고자 한다.

2. 亂流모델 및 數值計算

2.1 亂流모델

Launder and Spalding⁽³⁾에 의해 解析되어 적용된 k-ε 모델의 基本方程式은 連續方程式, 運動量方程式 그리고 亂流運動에너지(turbulent kinetic energy)와 亂流運動에너지 減殺率(dissipation rate of turbulent kinetic energy)에 관한 두개의 傳達方程式 등으로 構成되어 있다.

非壓縮性 定常流動에 대한 基本的인 連續方程式과 運動量方程式은 다음과 같다.

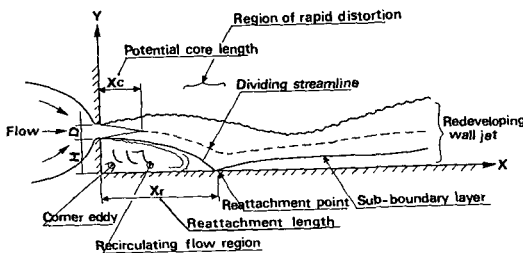


Fig. 1 Flow field of the stepped wall jet

(連續 方程式)

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (1)$$

(運動量 方程式)

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial X_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (2)$$

여기서 U_i , U_j 와 u_i , u_j 는 각각 平均速度 成分과 亂流 攝動成分을 의미하며 P 는 압력을 ρ 와 μ 는 유체의 밀도와 粘性係數를 나타낸다. 식 (2)의 레이놀즈 응력은 일반적으로 부시네스크(boussinesq)의 渦粘性 가정에 의해 다음과 같이 모델링된다.

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3)$$

2-方程式 모델은 渦粘性係數(eddy viscosity)를

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

와 같이 定義하며, 여기서 k 와 ϵ 은 다음과 같은 傳達方程式(transport equation)의 解를 구함으로써 얻어진다.

$$\frac{Dk}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial X_i} \left[u_i \left(\frac{u_i u_j}{2} + \frac{P}{\rho} \right) \right] + P_k - \epsilon \quad (5)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial X_i} (\epsilon' u_i) + C_{\epsilon_1} \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (6)$$

식에서 P_k 는 平均流動에 의한 亂流에너지의 生成項(production term)이며

$$P_k = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad (7)$$

와 같이 된다. 기존의 標準 $k-\epsilon$ 모델에서는 식 (5)와 (6)의 우변 첫째항을 각각 다음과 같이 모델링 하였다.

$$-\overline{u_i \left(\frac{u_i u_j}{2} + \frac{P}{\rho} \right)} = \frac{C_\mu}{\sigma_k} \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial k}{\partial X_i} \quad (8)$$

$$-\epsilon' u_i = \frac{C_\mu}{\sigma_\epsilon} \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial X_i} \quad (9)$$

식 (4)~(9)에 나타나는 實驗常數 값은 Table 1에 주어지는 바와 같다^(3,30,31).

再循環 流動은 타원형 성격을 띄고 있고 複雜한 渦流構造, 높은 亂流强度 및 流線의 曲率이 있다. 이러한 曲率의 效果는 亂流構造에 큰 영향을 미친다. 標準 $k-\epsilon$ 모델은 이러한 외적변형을(extra rate

of strain) 效果를 잘 반영하지 못하기 때문에 많은 修正모델이 개발되었다. 그 중에서 현재까지 가장 널리 사용되고 있는 것은 LRM⁽²⁴⁾인데, 流線曲率 效果를 考慮한 修正^(30,32) 및 亂流 에너지 減殺率 方程式의 生成項을 修正한 Preferential dissipation 修正⁽²³⁾에 의해 C_μ 및 $C_{\epsilon_1} \frac{\epsilon}{k} P_k$ 을

$$C_\mu = \frac{-K_1 K_2}{\left[1 + 8K_1^2 \frac{k^2}{\epsilon^2} \left(\frac{\partial U_s}{\partial n} + \frac{U_s}{R_c} \right) \frac{U_s}{R_c} \right]} \quad (10)$$

$$P_\epsilon = C_{\epsilon_1} \frac{\epsilon}{k} P_k = \frac{\epsilon}{k} (C_1 - C_2 \nu_t S_{ns}^2) \quad (11)$$

와 같이 表現한 것이다. 式중에서 K_1 , K_2 는 각각 $K_1 = (1-\beta)/\alpha$, $K_2 = (2/3)(1-\alpha-\beta)/\alpha$ 이고, α , β 는 Launder 등⁽³⁰⁾에서 사용된 亂流모델 常數로서 각각 1.5 및 1.6이다. 또한 C_1 은 2.24, C_2 은 0.8이며 R_c 는 局部曲率半徑, S_{ns} 는 流線方向 剪斷 變形率을 나타낸 것으로, Fig. 2에 R_c 와 流線座標係(s, n)를 나타낸다.

그러나 이 모델은 修正된 渦粘性係數가 亂流運動 에너지 方程式과 減殺率 方程式 내의 레이놀즈 剪斷應力을 包含하는 모든 모델항에 첨가되기 때문에 結果的으로 流線曲率效果가 모델 方程式 내에서 특별한 물리적 의미를 갖지 못한 채 증첩되고 있다. 그리고 이 모델과 標準 $k-\epsilon$ 모델을 包含한 대부분의 修正모델에 의한 再循環 流動의 예측은 地域特性을 나타내고 있다.

박상우⁽²²⁾는 流線曲率에 따른 流動構造의 반응이 매우 민감하다는⁽³³⁻³⁵⁾, 물리적 현상들을 고려하여, 亂流構造에 대한 流線曲率의 영향에 대한 물리적 의미가 가미된 새로운 修正曲率 2方程式 모델(PAM)을 개발하였다. 식 (5)와 (6)에서 우변 첫째항은 단순 구배 확산모델로, 3차 傳達의 時間基準值를 流線曲率과 무관한 速度時間 基準值(velocity time scale) $\tau_0 = k/\epsilon$ 만으로 가정된 것이다. 그러나 3차 傳達項과는 다른, 曲率에 관계된 時間基

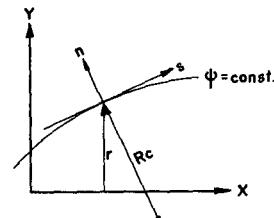


Fig. 2 Streamline coordinate system

Table 1 Values of the constants in the $k-\epsilon$ model

C_μ	σ_k	σ_ϵ	C_{ϵ_1}	C_{ϵ_2}
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92

準値를 가져야 한다고 생각하여, 3차 상관관계 모델을 曲率 時間 基準值(curvature time scale) τ_c 를

$$\tau_c = \frac{\epsilon}{N_c^2 k} \quad (12)$$

와 같이 모델링하였다. 식에서 N_c 는 流線曲率半徑 R_c 인 流動場內의 流體粒子가 反경방향으로 움직이는 진동수로서

$$N_c^2 = 2 \frac{U_s}{R_c} \left(\frac{U_s}{R_c} + \frac{\partial U_s}{\partial n} \right) \quad (13)$$

와 같이 표현된다⁽³⁶⁾. 速度時間 基準值(velocity time scale) τ_v 와 流線曲率 弛緩 時間基準值(curvature time scale) τ_c 로서 표현되는 3차 傳達 항의 새로운 時間基準值(composite time scale)는 Lumley 등⁽³⁷⁾의 방법을 따라 다음과 같은 幾何平均의 형태로 나타난다.

$$T_3 = \frac{\tau_v}{1 + a' \frac{\tau_v}{\tau_c}} \quad (14)$$

여기서 a' 는 實驗 데이터와의 비교로써 결정되는 모델常數이고, 3차傳達項에 대한 최종 모델형태로

$$-\epsilon' u_i = \frac{C_{\mu}}{\sigma_k} \left(\frac{1}{1 + a' \frac{\tau_v}{\tau_c}} \right) \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial k}{\partial X_i} \quad (15)$$

$$-\epsilon' \epsilon_i = \frac{C_{\epsilon}}{\sigma_{\epsilon}} \left(\frac{1}{1 + a' \frac{\tau_v}{\tau_c}} \right) \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial X_i} \quad (16)$$

와 같이 표현하였으며, 減殺率 方程式[식(6)] 속의 감쇄항의 減殺率 常數 C_{ϵ_2} 를 Hoffman 등⁽³⁷⁾의 최근 實驗結果를 근거로 하여 다음과 같이 제안하였다.

$$C_{\epsilon_2} = \frac{C_{\epsilon_2}}{1 + \beta' \frac{\tau_v}{\tau_c}} \quad (17)$$

식중에서 β' 은 모델常數이다.

2.2 價値計算

實驗結果⁽¹⁷⁾에 의하면 最大 마하수(mach number)가 0.089로 약 0.4%의 밀도차이밖에 일어나지 않았으므로, 非壓縮性流體로 간주할 수 있다. 또한 2차원 流動을 만들기 위한 좌표축 설정시 중력 방향과 직각을 이루는 평면상에서 좌표축을 설정하여, 중력의 영향이 없도록 하였으므로 모델링에서 부력항은 생략하였다.

實驗의 靜壓分布 및 Taylor's microscale 分布에 의하면 $X/D=14$ 이후부터 靜壓은 거의 균일하게

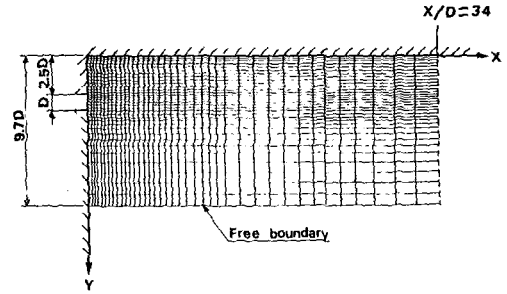


Fig. 3 Grid distribution

대기압이었고 $X/D=18$ 이후부터 局所平衡狀態에 있으므로, 이러한 實驗結果를 토대로하여 計算領域을 설정하였다. 그리고 $Y/D > 6$ 에서 主流방향 平均速度가 0이고 레이놀즈 剪斷應力도 0이 되므로, $Y/D=9.7$ 및 $X/D=34$ 되는 부분을 이론적으로 관찰하기 위한 격자범위로 잡았다. Fig. 3은 본 研究에서의 計算을 위해 잡은 格子分布를 나타낸 것으로, Y방향으로 壁面과 노즐 가까운 速度勾配가 심하므로 비교적 조밀한 배열을 하였으며 壁面에 가장 가까운 곳과 노즐 부근에는 $0.05D$, 벽면 근처는 $0.1D$ 로 하였고, X방향으로 再附着點 근처는 $0.5D$ 로 하여 40×37 의 격자점을 설정하였다.

噴流입구에서 초기값은 實驗條件⁽¹⁷⁾과 동일하게 하여, 노즐 出口速度 $U_j=30m/s$, $V_j=0$ 인 均一流動(uniform flow)으로 하였고, 난류강도는 0.2%로 하였다. 그 이외의 境界條件은 Table 2에 보이는 바와 같다. Table 2에서 제트 入口의 流動에너지 減殺率 ϵ_0 는 k^2/L 이고 L 은 길이척도로 Parandtl에 의한 혼합길이를 나타내며 $L = \frac{1}{2} C_D D$ 애고, C_D 는 平面噴流에서 0.09, D 는 노즐出口 幅

Table 2 Boundary condition for the flow geometry

Variable Boundary	U	V	k	ϵ	P
Jet inlet	Exp.	0	Exp.	k^2/L	-
Free boundary Y/D=9.7	0	$dV/dy = 0$ $V \geq 0$	0	0	Pa
Exit X/D=34	$\partial U / \partial X = 0$	$\partial V / \partial X = 0$	$\partial k / \partial x = 0$	$\partial \epsilon / \partial x = 0$	-
Wall Y/D=0	Wall F.	0	Wall	Wall	
X/D=0	0	Wall F.	Function	Function	

이다. 그리고, 運動量 方程式의 境界條件 및 流動 에너지 傳達方程式의 生成항으로써 壁面剪斷應力을 사용하며, 이는

$$\left. \begin{aligned} \tau_w &= \frac{kC_\mu^{1/4} \rho U_p k^{1/2}}{l_n \left(\frac{E \rho \delta k^{1/2} C_\mu^{1/4}}{\mu} \right)} & (y^+ \geq 11.5) \\ \tau_w &= \frac{\mu U_p}{\delta} & (y^+ < 11.5) \\ (y^+ &= \frac{C_\mu^{1/4} \rho k^{1/2} y}{\mu}, k=0.4, C_\mu=0.09) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

와 같은 對數壁函數로 표현된다⁽³⁸⁾. 壁面 가까이에서의 에너지 減殺率은 길이척도가 벽으로부터의 거리에 비례한다고 가정하여

$$\epsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{k \delta} \quad (19)$$

와 같이 설정한다. 여기서 δ 는 壁面에서 가장 가까운 격자선 까지의 거리이고 이 격자선에서의 유속은 U_p 로 둔다⁽³¹⁾.

數值解析 技法중⁽³⁹⁾ upwind scheme은 upstream difference scheme라고도 하며, Fig. 4(a)와 같이 제어표면에서의 변수값 $\phi_{i-\frac{1}{2},j}$ 는 $U_{i-\frac{1}{2},j}$ 가 양수이면 $\phi_{i-1,j}$ 와 같다고 하고 만일 $U_{i+\frac{1}{2},j}$ 가 음수이면 $\phi_{i+\frac{1}{2},j}$ 를 취한다. Skew upwind scheme은 Raithby⁽²⁶⁾에 의해 제안된 것으로 Fig. 4(b)와 같이 速度벡터의 방향성을 고려하므로 일차(first order)의 精度(accuracy)를 가지는 점은 upwind scheme과 같으나 skewness error에 의한 오류확산(false diffusion)을 크게 줄인다. 그림에서처럼 upwind scheme은 (i, j) 에서의 변수값을 구하기 위해 5개의 격자점이 필요하나, skew upwind

scheme은 9개의 격자점이 필요하다.

本 研究에서는 CHAMPION-code를 근간으로 하여 upwind 및 skew upwind scheme을 사용하였으며, 計算은 IBM 16 bit personal computer를 사용하였다. Compile program은 RM/FORTRAN soft program을 이용하였으며, 本 流動과 같이 速度勾配가 심한 경우 쉽게 일어나는 발산을 방지하기 위해 unsteady 방식의 fully implicit discretization equation⁽³⁹⁾을 사용하였다. 또한, 曲率修正 方程式이나 고차차분법을 計算初期부터 적용할 경우, 초기치의 수치발산이 일어나기 쉬우므로 標準 $k-\epsilon$ 모델의 upwind scheme으로 약 200회 반복 計算한 후 曲率修正 모델과 skew-upwind scheme으로 전환하였다.

計算 종료조건은 再附着길이의 변화를 관찰하여 그 변화가 1% 미만일 때를 기준으로 하였으며 대략 700회 정도의 反復計算에서 만족할 수 있었다.

3. 計算結果 및 檢討

段이 진 2次元 壁面에 대한 數值解析結果 중에서 그 精確度를 평가할 수 있는 척도인 potential core length(X_c)와 再附着 길이(X_r)에 대한 結果를 종합하여 Table 3에 보인다.

實驗結果에서 $X_c/D=3.8$ 인데, upwind scheme에 의한 표준 $k-\epsilon$ 모델의 結果는 1.89(오차 약 50%), LRM은 2.33(오차 약 39%)로 流線曲率修正 效果에 의해 개선되고 있다. 그러나 skew upwind scheme에 의한 結果는 標準 $k-\epsilon$ 모델에서 2.74(오차 약 28%), LRM에서 2.48(오차 약 35%)로 수치해석 기법에 의한 改善效果가 있음을 보여주고 있으며, PAM을 적용시킨(모델常數 $\alpha'=0.12, \beta'=0.57$) 結果는 $X_c/D=3.48$ (오차 약 8%)로 매우 우수한 結果를 보이고 있다. 數值計算에서 구한 X_c 는 유한한 격자수로 인하여 노즐 出口速度에서 1%정도의 오차가 일어나는 곳까지로 하였다.

한편 再附着 길이 (X_r)는 upwind scheme의 경우에, 標準모델에서 $X_r/D=5.08$ 로 實驗結果인 7.5와 약 32%의 오차를 보이고 있고 LRM에서는 4.9로 오차 약 35%이었으나, skew upwind scheme의 경우는 Table 3에서 보는 바와 같이 모델에 상관없이 10%이내로 그 오차가 작다. Upwind scheme의 경우 流線曲率修正을 한 모델

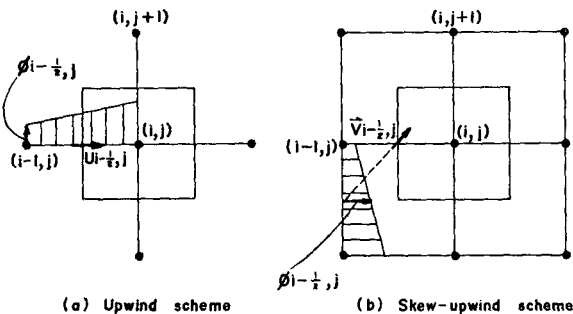


Fig. 4 Methods of obtaining control volume face values

Table 3 List of the calculation model

Model	Characteristic for momentum equation	Scheme for other equations	Curvature modification	Potential core length (X/D)		Reattachment length (X/D)		Iteration	Remarks
				X_c^{**}	$Error^{**}$	X_R	$Error^{**}$		
Standard $k-\epsilon$	upwind	upwind	×	1.89	50%	5.08	32%	700	STUP
LRM	upwind	upwind	○	2.33	39%	4.90	35%	700	LRUP
Standard $k-\epsilon$	skew-upwind	upwind	×	2.74	28%	7.23	4%	700	STSK
LRM	skew-upwind	upwind	○	2.48	35%	7.70	3%	700	LRSK
PAM	skew-upwind	upwind	○	3.48	8%	8.21	9%	700	PASK
Experiment	—	—	—	3.8 ± 0.3	—	7.5 ± 0.3	—	—	—

Note; *) Mean velocity in potential core: $U = 0.99U_j$

$$**) E_{error} = \frac{X_{exp} - X_{num}}{X_{exp}} \times 100(\%)$$

X_{exp} : Experiment result
 X_{num} : Numerical result

에서 오차가 더 커지는 것은, 曲率修正反正식을 첨가할 경우 skewness error로 인하여 수치적 확산에 의한 인공적인 粘性係數가 물리적인 粘性係數에 나쁜 영향을 주기 때문인 것으로 생각된다.

Fig. 5는 平均速度 分布에 대한 解析結果를 實驗과 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서 U_j 는 노즐 出口速度를 의미한다. $X/D=2$ 인 경우에 유체의 흐름은 $0 \leq Y/D \leq 2$ 에서 再循環 領域이 존재하고, 모델 개선의 영향보다 수치적 解析기법의 영향이 크게 나타나고 있다. 전반적으로 skew upwind scheme에 의한 計算結果는 實驗結果에 잘 접근하고, 특히 PAM 再附着點에서는 약간의 상이함이 있으나 再附着點 전 후에서 實驗結果를 가장 잘 따라가고 있다.

Fig. 6에는 最大平均速度 (U_m) 分布를 나타낸 것인데, 이로부터 각 모델의 타당성 여부를 확실히 알 수 있다. Upwind scheme에 의한 解析은 전 구간에 걸쳐 實驗値보다 작은 값을 가지고 있으나, skew upwind scheme의 結果는 대체로 實驗値와 잘 일치하고, 그 중에서도 PAM이 가장 잘 접근함을 알 수 있다.

再附着길이, 最大平均速度 分布와 함께 壁面 靜壓 分布로도 수치적 예측의 정확성을 파악할 수 있다. Fig. 7은 이러한 壁面 靜壓 分布를 보인 것인

데, upwind scheme은 그 分布가 實驗과 많은 차이를 보이고 있으나, skew upwind scheme은 대체로 實驗結果를 잘 따라가고 있다. 이 경우는 LRM이 가장 잘 맞고 있으며, $X/D=7$ 이전에서 흡입 압력이 존재하고 $X/D=14$ 이후는 實驗과 같이 대기압이 되는데, 이로 미루어 보면 再附着을 갖는 壁面噴流의 수치적 解析에서, 再附着 길이의 2배 이후 정도에 제어표면을 설정해야함을 알 수 있다.

Fig. 8에는 $X/D=2, 4, 5, 7.5, 10, 14$ 의 6위치에서 Y 방향에 따른 靜壓分布를 보인다. Upwind scheme의 結果들은 전 구간에서 實驗과 상이하며 skew upwind scheme의 結果는 대체로 實驗과 일치하나, PAM의 경우가 다른 모델에 비해 비교적 實驗과의 차이가 크다. 이는 PAM을 본 研究와 같은 流動場에 적용할 때 그 常數결정과정에서 미흡했던 것으로 생각되며 앞으로 이 모델의 常數값의 결정을 새로이하여 다시 計算해 볼 필요가 있다고 본다.

난류강도 분포는 Fig. 9에 보이는 바와 같은데, 최대 값이 $X/D \leq 10$ 에서 두 곳에 나타나고 그 이후에는 한곳에 나타나는 점은 實驗과 같으나 定量的으로는 전반적으로 實驗값보다 작게 나타난다. Fig. 5의 平均速度 分布를 고려할 때, 최대치의 위치는 속도구배가 극심한 곳에 있음을 알 수 있다.

○ : experiment - - - : STUP — : LRUP - - - : STSK - - - : LRSK - - - : PASK

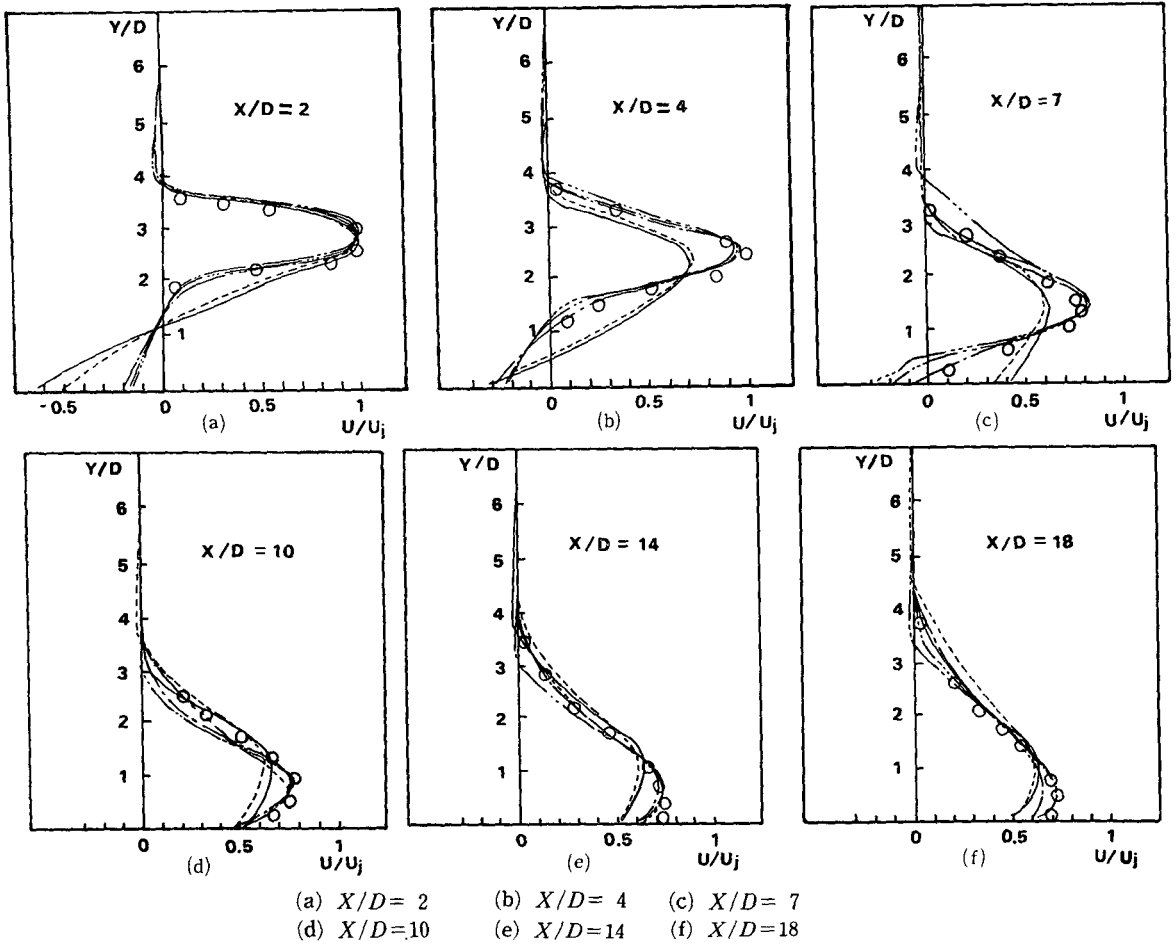


Fig. 5 Mean velocity profiles along streamwise: normalized by jet outlet velocity

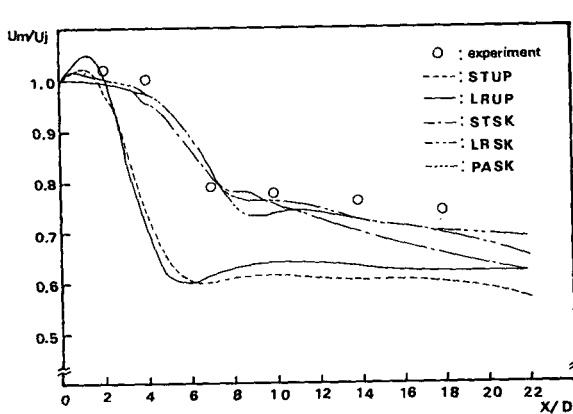


Fig. 6 Variation of maximum velocity along streamwise direction

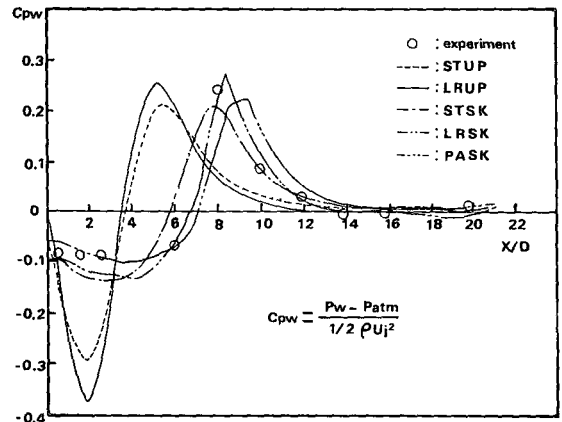


Fig. 7 Wall static pressure distribution

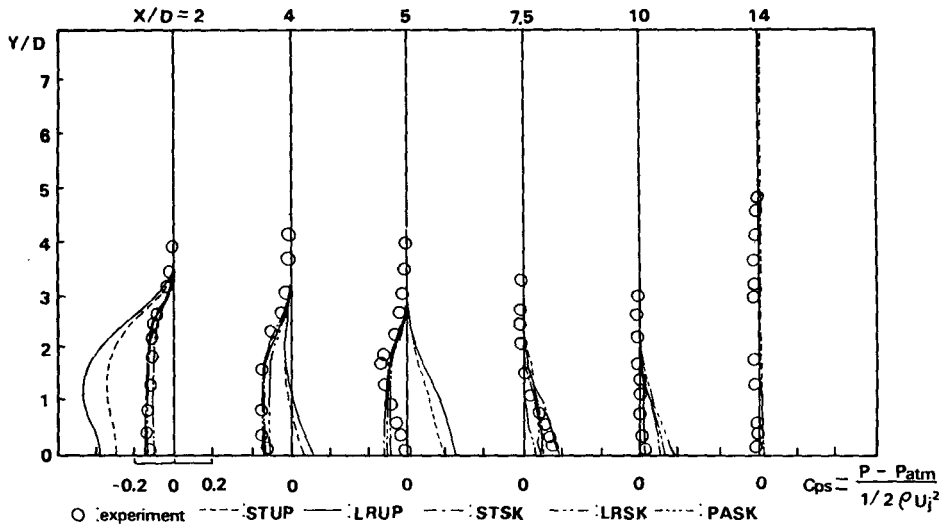


Fig. 8 Static pressure distribution

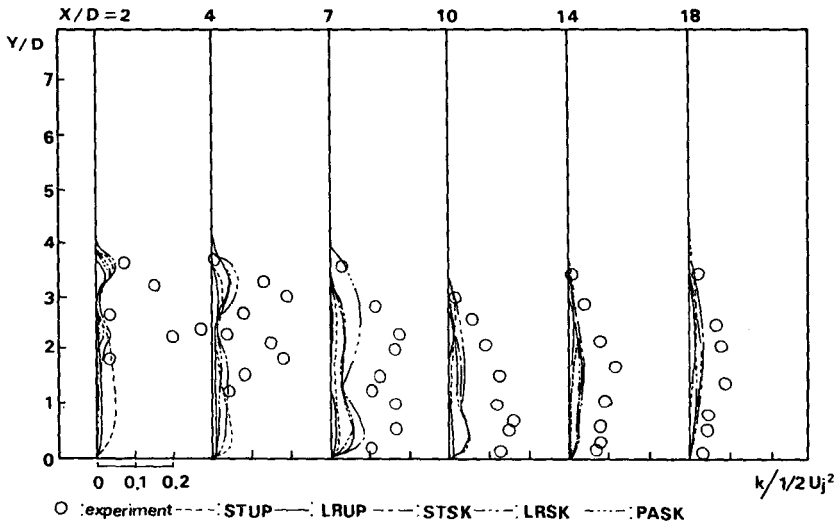
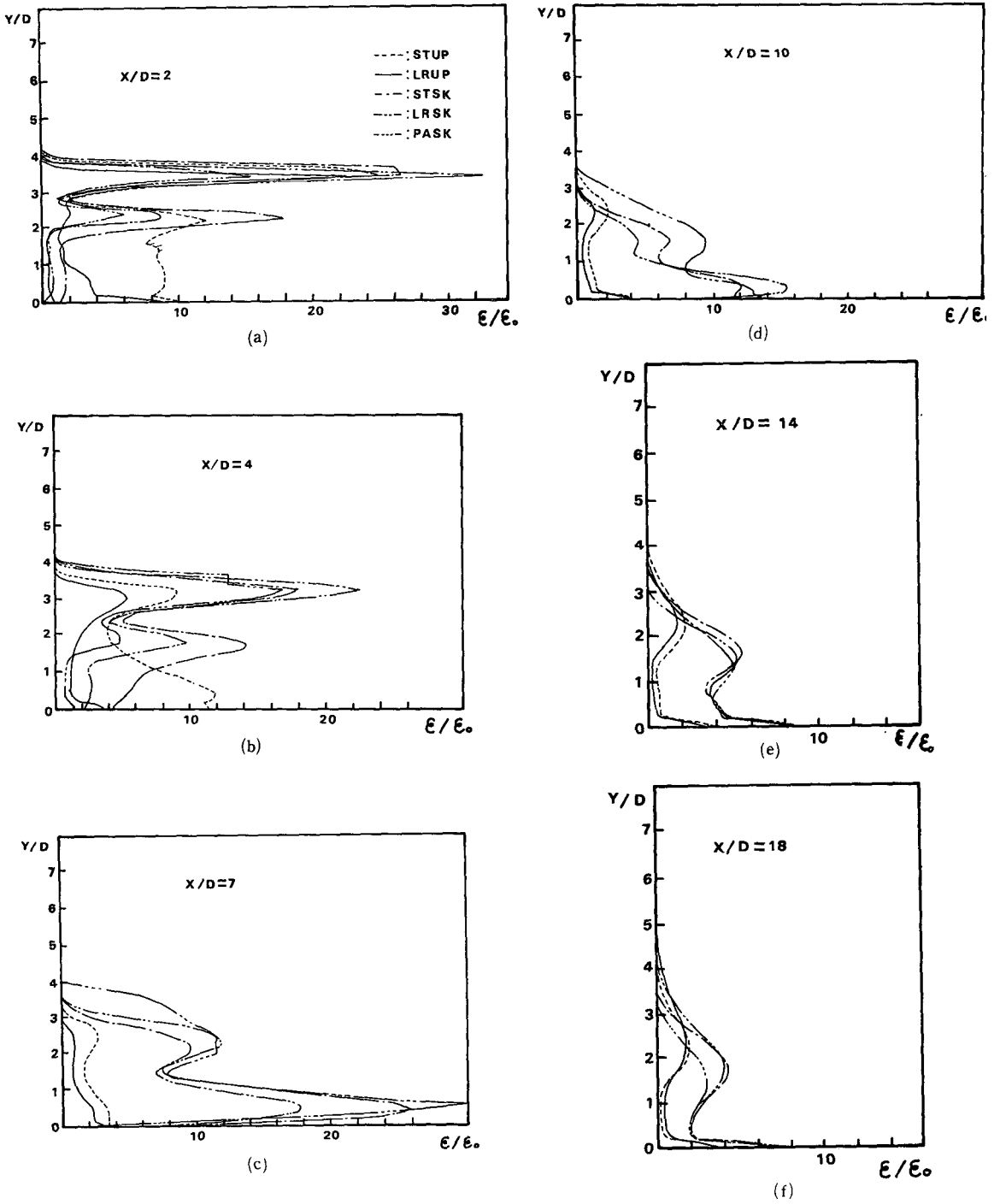


Fig. 9 Turbulent intensity distribution

이는 이곳에서 剪斷流에 의한 亂流 에너지 생성이 가장 큼을 말하고 있다.

Fig. 10은 減殺率 分布인데 skew upwind scheme의 경우 모델과 무과하게 거의 비슷한 分布를 보이고 있고, 噴流 면은 $Y/D=3$ 를 보면 $X/D=2$ 에서 最大 減殺率을 보이다 차츰 줄어들어 처음

에는 外部領域에서의 減殺率이 内部領域보다 크게 되나 하류로 갈수록 内部領域에서의 減殺率이 커지고 있다. 즉, 제트의 초기단계에서는 流線曲率에 따른 에너지 감쇄가 작용하고 하류로 갈수록 壁面의 效果가 나타나고 있음을 증명하고 있다.



(a) $X/D=2$ (b) $X/D=4$
 (c) $X/D=7$ (d) $X/D=10$
 (e) $X/D=14$ (f) $X/D=18$

Fig.10 Dissipation rate distribution

4. 結 論

複雜한 亂流流動의 한 범주에 속하는 段이 진 2차원 壁面제트 流動의 예측을 위한 數値解析을 위해, 표준 $k-\epsilon$ 모델과 2가지의 流線曲率 修正모델을 적용하고 實驗結果와 비교하여 다음과 같은 結果를 얻었다.

(1) 亂流모델에 의한 예측 개선보다 오류확산(false diffusion)에 의한 오차를 줄일 수 있는 數値解析 技法에 의한 改善效果가 全般的으로 크게 나타나고 있으며, 流線曲率에 있는 流動場에서 upwind scheme의 적용은 부적합하다.

(2) 再附着 길이에 대한 豫測結果도 모델의 개선보다 數値解析에 의한 改善效果가 뚜렷하나, 포텐셜 코어 길이의 경우에는 流線曲率 效果에 대한 물리적의미가 가미된 修正모델(박상우 모델)에서 實驗과 약 8% 오차의 좋은 結果를 보이고 있다.

(3) 平均 流動場에서의 數値結果는 모델의 선정과 무관하게 upwind scheme에서 좋은 結果를 보이고 있으나, 最大 平均速度 分布 및 壓力 分布에서 流線曲率에 의한 修正效果가 나타나고 있다.

(4) 亂流 運動 에너지와 같은 2차 변수에 대한 豫測結果에서, 단지 박상우 모델의 경우에서 그 분포 경향이 實驗結果와 유사하나 定量的으로는 많은 차이를 보이고 있다. 이러한 점으로 보아, 앞으로 박상우 모델 常數에 대한 고찰을 통하여 더 많은 研究를 필요로 한다.

참고 문헌

- (1) Gay, B., Spettel, F., Jeandel, D. and Mathieu, J., 1973, "On the Design of the Contraction Section for a Wind Tunnel", *J. Appl. Mech.*, Vol. 40, pp. 309~310.
- (2) Uberio, M.S., 1956, "Effect of Wind-Tunnel Contraction on Free-Stream Turbulence", *J. Aero. Sci.*, Vol. 23, pp. 754~764.
- (3) Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 3, pp. 269~289.
- (4) Bradshaw, P., 1975, "REVIEW-Complex Turbulent Flows", *J. of Fluid Eng., Trans. of the ASME*, Vol. 97, pp. 146~154.
- (5) Glauert, M.B., 1956, "The Wall Jet", *J. of Fluid Mech.*, Vol. 1, pp. 625~643.
- (6) Schwarz, W.H. and Cosart, W.P., 1961, "The Two-Dimensional Turbulent Wall Jet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 10, pp. 481~495.
- (7) Sawyer, R.A., 1960, "The Flow due to a Two-Dimensional Jet Issuing Parallel to a Flat Plate", *J. Fluid Mech.*, Vol. 9, pp. 543~560.
- (8) Sawyer, R.A., 1963, "Two-Dimensional Reattaching Jet Flows Including the Effect of Curvature on Entrainment", Vol. 17, *J. Fluid Mech.*, pp. 481~496.
- (9) Kruka, V., and Eskinazi, S., 1964, "The Wall-Jet in a Moving Stream", *J. Fluid Mech.*, Vol. 20, Part 4, pp. 555~579.
- (10) Irwin, H.P.A.H., 1973, "Measurements in a Self-Preserving Plane Wall Jet in a Positive Pressure Gradient", *J. Fluid Mech.*, Vol. 61, Part 1, pp. 33~63.
- (11) Kacker, S.C. and Whitelaw, J.H., 1971, "The Turbulence Characteristics of Two-Dimensional Wall-Jet and Wall-Wake Flows", *J. of Applied Mech.*, Trans. of the ASME, Vol. 38, pp. 239~252.
- (12) Bakke, P., 1957, "An Experimental Investigation of a Wall Jet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 2, pp. 467~472.
- (13) Wilson, D.J., and Goldstein, R.J., 1976, "Turbulent Wall Jets with Cylindrical Streamwise Surface Curvature", *J. of Fluid Eng. Trans. of the ASME*, Vol. 98, pp. 550~557.
- (14) Nozaki, T., Hatta, K., Nakashima, M. and Matsumura, H., 1979, "Reattachment Flow Issuing from a Finite Width Nozzle", *Bulletin of the JSME*, Vol. 22, No. 165, pp. 340~347.
- (15) Nozaki, T., Hatta, K., Sato, N. and Matsumura, H., "Reattachment Flow Issuing from a Finite Width Nozzle (Report 2. Effects of Initial Turbulence Intensity)", *Bulletin of the JSME*, Vol. 24, No. 188, pp. 363~369.
- (16) Nozaki, T., 1983, "Reattachment Flow Issuing from a Finite Width Nozzle (Report 4. Effects of Aspect Ratio of the Nozzle)", *Bulletin of the JSME*, Vol. 26, No. 221, pp. 1884~1890.
- (17) Boo, J.S., Kim K.C., Park J.H. and Kang, C.S., 1985, "Flow Characteristics of Two-Dimensional Turbulent Stepped Wall Jet", *Trans. of the KSME*, Vol. 9, No. 6 pp. 732~742.
- (18) Durst, F. and Rastogi, A.K., 1979, "Turbulent Flow over Two-Dimensional Fence", *Proc. of 2nd Symposium of Turbulent Shear Flows*, Imperial College, pp. 16.30~16.38.
- (19) Ljubola, M. and Rodi, W., 1980, "Calculation of Turbulent Wall Jets with an Algebraic Reynolds Stress Model", *J. Fluid Eng., Trans. ASME*, Vol. 102.

- pp. 350~356.
- (20) Gibson, M.M. and Younis, B.A., 1982, "Modelling the Curved Turbulent Wall Jet", AIAA j., vOL. 20, PP. 1707~1712.
- (21) Rodi, W. and Scheuerer, G., 1983, *Phys. Fluids*, Vol. 26, No. 6, pp. 1422~1436.
- (22) Park, S. W., 1986, "Development of Curvature Dependent Two-Equation Model for Prediction of Two-Dimensional Turbulent Recirculating Flows", Ph. D. Thesis, KAIST.
- (23) Hanjalic, K. and Launder, B. E., 1980, "Sensitizing the Dissipation Equation to Irrotational Strains", *J. Fluid E.g. Trans. of the ASME*, Vol. 102, pp. 34~40.
- (24) Leschziner, M.A., and Rodi, W., 1981, "Calculation of Annular and Twin Parallel Jets Using Various Discretization Schemes and Turbulence-Model Variations", *J. of Fluid Eng., Trans. of the ASME*, Vol. 103, pp. 352~360.
- (25) Lin, A. and Weinstein, M., 1982, "Numerical Analysis of Confined Turbulent Flow", *Computers and Fluids*, Vol. 10, No. 1, pp. 27~50.
- (26) Raithby, G.D., 1976, "Skew Upstream Differencing Schemes for Problems Involving Fluid Flow", *Com. Meth. Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 9, pp. 153~164.
- (27) Leonard, B.P., 1979, "A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation", *Com. Meth. Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 19, pp. 59~98.
- (28) Blottner, F.G., 1980, "Variable Grid Scheme for Discontinuous Grid Spacing and Derivatives", *Com. and Fluids*, Vol. 8, pp. 421~434.
- (29) Kobayashi, T., Kano, M., Ishihara, T. and Saga, T., 1985, "Prediction of Turbulent Flow in Two-Dimensional Channel with Turbulence Promoters", *Bulletin of the JSME*, Vol. 28, No. 246, pp. 2940~2947.
- (30) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W., 1975, "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure", *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, Part 3, pp. 537~566.
- (31) Pun, W.M. and Spalding, D.B., 1977, "A General Computer Program for Two-Dimensional Elliptic Flows", HTS/76/2, Imperial College, London, U.K.
- (32) Bradshaw, P., 1973, "Effects of Streamwise Curvature on Turbulent Flows", AGARDograph, No. 169.
- (33) Smits, A.J., Young, S.T.B. and Bradshaw, P., 1979, "The Effects of Short Region of High Surface Curvature on Turbulent Boundary Layers", *J. Fluid Mech.*, Vol. 94, Part 2, pp. 209~242.
- (34) Hoffman, P.H., Muck, K.C. and Bradshaw, P., 1985, "The Effect of Concave Surface Curvature on Turbulent Boundary Layers", *J. Fluid Mech.*, Vol. 161, pp. 371~403.
- (35) Castro, I.P. and Bradshaw, P., "1976, "The Turbulence Structure of Highly Curved Mixing Layer", *J. Fluid Mech.*, Vol. 73, pp. 265~304.
- (36) Wolfgang Kollman, 1980, "Prediction Methods for Turbulent Flows", McGraw-Hill International Book Co., pp. 259~349.
- (37) Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill Book Co.
- (38) Bradshaw, P., 1969, "The Analogy between Streamline Curvature and Buoyancy in Turbulent Shear Flow", *J. Fluid Mech.*, Vol. 36, Part 1, pp. 177~191.
- (39) Lumley, J.L., Zeman, O. and Siess, J., 1978, "The Influence of Buoyancy on Turbulent Transport", *J. Fluid Mech.*, Vol. 84, pp. 581~597.