

<論 文>

熱線流速計에 의한 180°曲管을 갖는 正四角 斷面의 덕트에서의 亂流流動特性的 測定

文 燦* · 梁承孝** · 崔英惇*** · 俞漸在****

(1988年 3月 4日 接受)

Measurement of Turbulent Flow Characteristics of a Square Duct with a 180° Bend by Hot Wire Anemometer

Chan Moon, Seung Hyo Yang, Young Don Choi and Sok Jae Yoo

Key Words : Turbulent Flow(亂流流動), 180° Bend(180°曲管), Hot Wire Anemometer(熱線流速計)

Abstract

Velocities and Reynolds stress in the 3-dimensional turbulent flow in a square duct with a 180° bend were measured by hot wire anemometer. Slant wire was rotated to 4 directions and I type wire was rotated to 2 directions and the voltage outputs of them were combined to obtain the mean velocities and Reynolds stresses. In order to increase the accuracy of measurement, mean cubic value as well as mean square value of a voltage fluctuation across hot wire were measured and used to obtain mean velocities and Reynolds stresses. Measured data were compared with Chang et al's⁽¹⁰⁾ experimental data measured by LDV and Launder et al's⁽¹⁵⁾ numerical predictions by ASM, and found to be in good agreement with them. (IN KOREAN)

기 호 설 명

D : 正四角 덕트의 한 邊의 길이	\bar{P} : 空氣의 平均壓力
D_H : 水力直徑	P_R : 基準壓力
E : 熱線流速計의 瞬間電壓	Re : 레이놀즈수
e : 熱線流速計 電壓의 搖動成分	R_c : 曲管의 平均曲率半徑
k : 熱線에 平行한 速度成分이 熱線의 熱傳達에 미치는 영향을 나타내는 係數	U, V, W : x, y, z 方向의 瞬間速度
K_I : I形 熱線에서 電壓과 速度의 比例常數	$\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}$: x, y, z 方向의 時間 平均速度
K_S : 傾斜形 熱線에서 電壓과 速度의 比例常數	u, v, w : x, y, z 方向의 搖動速度
$k_{\theta 1}, k_{\theta 2} \dots k_{\theta 6}$: 프로브의 회전각 θ 에 따른 係數	V_s : U, V, W 의 合速度
l : 熱線의 길이	U_{eo} : 熱線프로브가 θ° 회전했을 때 有効速度
	W_B : Z方向의 덕트의 混合平均速度
	x, y, z : 直交座標
	x, r, θ : 圓筒座標

* 順天大學校 工科大學 機械工學科

** 正會員, 全南大學校 工科大學 機械工學科

*** 正會員, 高麗大學校 工科大學 機械工學科

**** 高麗大學校 大學院

그리스 文字

$\gamma_{E_i E_j}$: 電壓 E_i 와 E_j 사이의 相關係數

- θ : 프로브의 y 축을 중심으로 한 回轉角
- ξ_1 : V_x 와 熱線이 이루는 각
- $\bar{\sigma}_E^2$: 搖動電壓의 平均值

下 添 字

- i, j : 熱線의 번호를 나타내는 index
- 1, 2, ..., 6 : 熱線의 종류와 회전각에 따른 index
- θ : 프로브의 회전각
- l, m : 座標軸 方向을 나타내는 dummy index

上 添 字

- : 時間平均

1. 序 論

요즘 복잡한 3次元 亂流流動의 數值解析과 實驗에 관한 研究가 활발히 進行되고 있다. 그것은 대부분의 熱流體機械 內의 流動이 3次元 亂流流動이어서 熱流體機械의 性能을 數值解析의 으로 分析하기 위해서는 3次元 亂流流動을 解析하지 않으면 안되기 때문이다.

180°曲管에서의 亂流流動은 활용성이 큰 代表的인 模型流動이다. 왜냐하면 이 流動은 강력한 2次 流動이 발생하는 3次元流動이며 과히 어렵지 않게 垂直解析模型을 만들 수 있어서 지금까지 발전되어 온 亂流모델이 3次元流動의 解析에 적용 가능한가 를 시험해 줄 수 있을 뿐 아니라 이 流動의 解析方法은 여러 熱流體機械 內部的 流動을 解析하는데 쉽게 응용될 수 있기 때문이다⁽¹⁾.

Humphrey 등⁽²⁾, McDonald⁽³⁾ 등은 4角斷面의 90° 亂流曲管流動을 數值解析한 바 있고 Iacovides와 Launder⁽⁴⁾는 圓形 斷面의 180° 亂流曲管流動을 數值解析하여 Azzola와 Humphrey⁽⁵⁾, Seban과 McLaughlin⁽⁶⁾의 實驗値와 비교하였고 Johnson⁽⁷⁾, 崔와 Launder⁽⁸⁾ Choi 등⁽⁹⁾은 正四角斷面의 180° 亂流曲管流動을 數值解析하여 Chang등⁽¹⁰⁾의 實驗結果와 비교하였다.

이와 같은 3次元 亂流流動에 대한 解析의 研究에서 難題로 되어 있는 것의 하나는 解析結果를 비교할 速度分布와 亂流特性에 대한 正確한 測定値를 얻는 것이다. 앞에서 설명한 曲管에서의 數值結果에 관한 研究에서는 대부분 그 解析結果를 LDV (laser doppler velocimeter)에 의해 測定된 結果와

비교하였다. 그러나 LDV에 의해서 3次元 亂流流動 特性을 測定하려면 3次元 移送裝置가 필요한데 流路의 모양이 복잡할 때 이 裝置를 설치하기가 대단히 어렵고, 비록 설치되었다 하더라도 3방향의 速度成分과 6개의 레이놀즈應力을 모두 測定할 수 있는 경우는 드물다. 따라서 앞으로 3次元 亂流流動의 研究를 위해서는 보다 測定하기 쉽고 모든 速度成分과 레이놀즈應力을 비교적 正確히 測定할 수 있는 方法의 개발이 절실히 요구되고 있다.

本 研究에서는 主流動 方向이 알려진 3次元 亂流流動에서 熱線流速計의 傾斜形 프로브와 I形 프로브를 회전시키므로써 3방향 速度成分과 6방향 레이놀즈 應力을 비교적 간편하고 正確히 測定하는 方法을 고안하여 사용하였다.

〔本 研究에서 測定한 流動은 正四角斷面의 180° 曲管流動으로 그 形狀은 Chang등⁽¹⁰⁾의 實驗裝置와 같고 크기는 2배로 하였으며 作業流體는 Chang등이 사용한 물 대신 空氣를 사용하였고 레이놀즈수는 56,690으로 같게 하였다. Johnson의 研究⁽⁷⁾에 의하면 180°曲管에서 形狀만 相似하고 레이놀즈수만 같으면 作業流體의 종류와 曲管의 크기가 다르다 할지라도 無次元화된 速度와 레이놀즈應力이 서로 같다는 것이 밝혀졌다. 따라서 本 實驗結果는 Chang등⁽¹⁰⁾의 實驗結果와 비교되었고 또한 Launder등⁽¹¹⁾, 文⁽¹²⁾이 代數應力모델을 사용하여 數值解析한 結果와 비교되었다.

3次元 亂流流動에서는 LDV에 의한 測定値와 熱線流速計에 의한 測定値 혹은 數值解析에 의한 結果가 아직 어느 것이 基準이 될만큼 더 正確하다고 말하기 어렵기 때문에 3개의 結果를 서로 비교함으로써 各 方法의 正確性을 검토하는 것이 가장 바람직하다고 생각된다. 〕

2. 3次元 速度와 레이놀즈應力의 測定理論

2.1 研究의 背景과 目的

Chang등⁽¹⁰⁾은 水力直徑이 0.04445m이고 平均 曲率半徑이 水力直徑의 3.357배인 正四角 斷面의 180°曲管流動에서의 速度分布와 레이놀즈應力을 LDV로 測定하였는데 이때 作業流體는 물이었고 流動의 레이놀즈수는 56,690이었다. 그러나 이 實驗에서는 모든 方向의 速度成分과 레이놀즈 應力을 測定하지 못하였다. Fig. 1과 같이 좌표를 잡고 $x,$

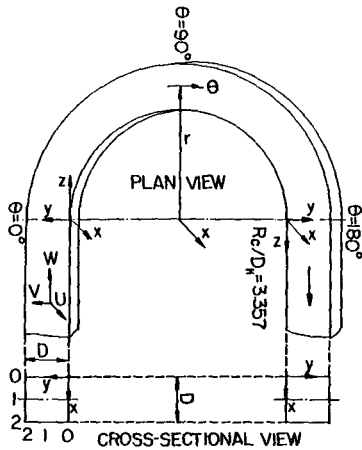


Fig. 1 Schematic showing two coordinate systems and velocity components of the square duct with a 180° bend.

y, z방향의 時間 平均速度를 \bar{U} , \bar{V} , \bar{W} 라 할 때 測定된 速度成分은 \bar{V} , \bar{W} 이었고 레이놀즈應力은 단지 $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$, \overline{vw} 이었다. 여기서 또 한가지 問題가 되는 것은 3次元 流動에서 LDV에 의해 測定된 速度와 레이놀즈應力에 대한 測定값이 어느 정도 精確한가 하는 것이다. 이것은 LDV보다 더 精確한 다른 機器에 의한 測定結果와의 比較에 의해 判정될 수 있으나 현재 3次元 亂流流動特性의 測定에서 LDV보다 뚜렷히 더 正確한 機器가 알려져 있지 않기 때문이다.

熱線流速計에 의하면 2次元 亂流流動의 速度成分과 레이놀즈應力은 X形 프로브에 의해서 비교적 正確히 測定할 수 있다. 그러나 3次元 流動에서는 프로브 포울의 간섭효과 등에 의해 速度成分과 레이놀즈應力을 正確히 測定하기가 어렵다. 金⁽¹³⁾은 閉鎖形 燃燒器內 旋回亂流 流動特性을 X形 프로브로 測定한 바 있으나 포울에 의한 간섭효과를 피할 수 없었으며 Ganjua등⁽¹⁴⁾과 Jackson과 Lilley⁽¹⁵⁾는 I形 프로브를 6방향으로 회전시켜 流動特性을 測定하는 방법을 사용하여 旋回亂流제트流動의 速度와 레이놀즈應力을 測定한 결과 平均速度는 誤差範圍가 0~70%, 레이놀즈應力은 0~300%까지 되어 대단히 부정확함을 나타내주었다. 강등⁽¹⁶⁾은 X形과 傾斜形 프로브를 이용하여 3次元 流動의 計測方法과 正確性 및 測定可能 範圍를 검증하는 研究를 하여 熱線에 대한 流動의 流入角이 20°보다 커지면 계산상 무시한 量들의 영향이 커져서 誤差가 상당

히 발생한다고 하였다.

本 研究에서는 主流動 方向이 알려진 3次元 亂流 流動에서 傾斜形 프로브를 4방향으로 회전시키고 I形 프로브를 2방향으로 회전시켜 測定된 값들을 調査시킴으로써 3방향의 速度成分과 6방향의 레이놀즈應力을 비교적 精確히 測定하는 방법을 고안하여 사용하였다.

종래의 測定方法에서는 대부분 프로브에 의한 流動特性 測定時 平均電壓과 電壓搖動值 제곱의 平均值 만을 測定하여 사용하였는데 本 研究에서는 搖動值 3제곱의 平均값까지 測定하여 사용하므로써 流入角의 영향에 의한 誤差를 감소시킨 것이 특징이다.

2.2 3次元 速度 測定理論

45° 傾斜形 프로브를 4방향으로 회전시키고 I形 프로브를 2방향으로 회전시켜 그 測定值를 조합하므로써 3次元 速度를 測定하는 理論을 설명하기로 한다.

Fig. 2와 같이 좌표계를 잡고 45° 傾斜形 프로브의 熱線이 Y-Z 平面 위에 Y, Z축과 45° 놓여져 있을 때를 기준상태로 보고 Fig. 3과 같이 프로브

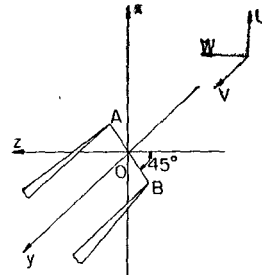


Fig. 2 Schematic showing 45° slant wire probe on the Y-Z plane

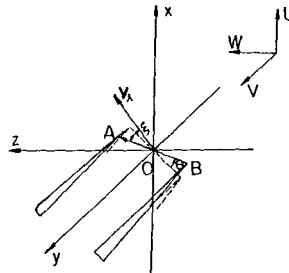


Fig. 3 Schematic showing the θ° rotated slant wire probe

를 Y축을 중심으로 θ° 회전시키면 A점의 좌표는 $(-\frac{l}{2}\cos 45^\circ \sin \theta, -\frac{l}{2}\cos 45^\circ, \frac{l}{2}\cos 45^\circ \cos \theta)$ 가 될 것이다. 또한 합速度 벡터를 V_λ 라 하면

$$V_\lambda = U\mathbf{i} + V\mathbf{j} + W\mathbf{k} \quad (1)$$

이 될 것이다. A점의 변위 벡터와 합速度 벡터가 이루는 각도를 ξ 라 하면 이 ξ 값은 두 벡터를 Dot Product함으로써 다음과 같은 식에서 얻어질 수 있다.

$$\cos \xi = \frac{W \cos \theta - V - U \sin \theta}{\sqrt{2} V_\lambda} \quad (2)$$

여기서 V_λ 는 합速度의 크기로 $\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}$ 이다.

한편 線形化된 熱線프로브에 대해서 有效速度 (effective velocity) U_e 와 測定電壓 사이에는 비례 관계가 있으므로

$$E_\theta = K_s U_{e\theta} \quad (3)$$

이 된다. 여기서 $U_{e\theta}$ 는 傾斜形 프로브를 θ° 회전했을 때의 有效速度이고 K_s 는 비례상수, E_θ 는 그때의 測定電壓이다. 한편 Champane의 이론⁽¹⁷⁾에 의하면 有效速度和 합速度 V_λ 사이에는

$$U_{e\theta} = V_\lambda (\sin^2 \xi + k^2 \cos^2 \xi)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

관계가 성립되므로 식(3)은

$$E_\theta = K_s V_\lambda (\sin^2 \xi + k^2 \cos^2 \xi)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

가 된다. 여기서 계수 k 는 0.2로 하였다^(14,18) 식(2)를 식(5)에 대입하여 정리하면

$$E_\theta = K_s \frac{1}{\sqrt{2}} \{ v^2 (2 - \sin^2 \theta + k^2 \sin^2 \theta) + (1 + k^2) V^2 + W^2 (2 - \cos^2 \theta + k^2 \cos^2 \theta) + 2 VW (1 - k^2) + 2 UW \cos \theta \sin \theta (1 - k^2) - 2 UV \sin \theta (1 - k^2) \}^{1/2} \quad (6)$$

이 된다. 瞬間電壓 E_θ 와 瞬間速度 U, V, W 를 平均值와 搖動值의 합으로 대치하면

$$\begin{aligned} E_\theta &= \bar{E}_\theta + e_\theta \\ &= \frac{K_s}{\sqrt{2}} \{ k_{\theta 1} \bar{U}^2 + k_{\theta 2} \bar{V}^2 + k_{\theta 3} \bar{W}^2 + k_{\theta 4} \bar{V} \bar{W} \\ &\quad + k_{\theta 5} \bar{U} \bar{W} - k_{\theta 6} \bar{U} \bar{V} + k_{\theta 1} u^2 + k_{\theta 2} v^2 \\ &\quad + k_{\theta 3} w^2 + k_{\theta 4} vw + k_{\theta 5} uw - k_{\theta 6} uv \\ &\quad + 2k_{\theta 1} u \bar{U} + 2k_{\theta 2} v \bar{V} + 2k_{\theta 3} w \bar{W} \\ &\quad + k_{\theta 4} (v \bar{W} + w \bar{V}) \\ &\quad + k_{\theta 5} (u \bar{W} + w \bar{U}) - k_{\theta 6} (u \bar{V} \\ &\quad + v \bar{U}) \}^{1/2} \end{aligned} \quad (7)$$

이 된다. 여기서

$$k_{\theta 1} = 2 - \sin^2 \theta + k^2 \sin^2 \theta \quad (8)$$

$$k_{\theta 2} = 1 + k^2 \quad (9)$$

$$k_{\theta 3} = 2 - \cos^2 \theta + k^2 \cos^2 \theta \quad (10)$$

$$k_{\theta 4} = 2(1 - k^2) \quad (11)$$

$$k_{\theta 5} = 2 \cos \theta \sin \theta (1 - k^2) \quad (12)$$

$$k_{\theta 6} = 2 \sin \theta (1 - k^2) \quad (13)$$

이다.

$$\{ k_{\theta 1} \bar{U}^2 + k_{\theta 2} \bar{V}^2 + k_{\theta 3} \bar{W}^2 + k_{\theta 4} \bar{V} \bar{W} + k_{\theta 5} \bar{U} \bar{W} - k_{\theta 6} \bar{U} \bar{V} \}^{1/2} = \bar{X}_\theta \quad (14)$$

로 정의하면 식(7)은

$$\begin{aligned} \bar{E}_\theta + e_e &= \frac{K_s}{\sqrt{2}} \\ &\times \bar{X}_\theta \left[1 + \frac{k_{\theta 1} u^2 + k_{\theta 2} v^2 + k_{\theta 3} w^2 + k_{\theta 4} vw + k_{\theta 5} uw - k_{\theta 6} uv + 2k_{\theta 1} u \bar{U} + 2k_{\theta 2} v \bar{V} + 2k_{\theta 3} w \bar{W} + k_{\theta 4} (v \bar{W} + w \bar{V}) + k_{\theta 5} (u \bar{W} + w \bar{U}) - k_{\theta 6} (u \bar{V} + v \bar{U}) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (15)$$

이 된다.

$$\beta_\theta \equiv k_{\theta 1} \bar{u}^2 + k_{\theta 2} \bar{v}^2 + k_{\theta 3} \bar{w}^2 + k_{\theta 4} \bar{v} \bar{w} + k_{\theta 5} \bar{u} \bar{w} - k_{\theta 6} \bar{u} \bar{v} \quad (16)$$

$$\beta'_\theta \equiv k_{\theta 1} u^2 + k_{\theta 2} v^2 + k_{\theta 3} w^2 + k_{\theta 4} vw + k_{\theta 5} uw - k_{\theta 6} uv \quad (17)$$

$$\beta''_\theta \equiv 2k_{\theta 1} u \bar{U} + 2k_{\theta 2} v \bar{V} + 2k_{\theta 3} w \bar{W} + k_{\theta 4} (v \bar{W} + w \bar{V}) + k_{\theta 5} (u \bar{W} + w \bar{U}) - k_{\theta 6} (u \bar{V} + v \bar{U}) \quad (18)$$

로 정의한 후 식(15)를 Taylor급수 전개하여 5차 항 이하를 무시한 후 양변을 平均하면

$$\begin{aligned} \bar{E}_\theta &= \frac{K_s}{\sqrt{2}} \bar{X}_\theta \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\beta_\theta}{\bar{X}_\theta^2} - \frac{1}{8} \frac{(\beta'_\theta + \beta''_\theta)^2}{\bar{X}_\theta^4} \right) = \frac{K_s}{\sqrt{2}} \bar{X}_\theta \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\beta_\theta}{\bar{X}_\theta^2} - \frac{1}{8} \frac{\beta_\theta'^2 + \beta_\theta''^2 + 2\beta'_\theta \beta''_\theta}{\bar{X}_\theta^4} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

가 된다. 한편 식(15)를 제곱한 후 平均하면

$$\begin{aligned} (\bar{E}_\theta + e_\theta)^2 &= \bar{E}_\theta^2 + e_\theta^2 \\ &= \frac{K_s^2}{2} (\bar{X}_\theta^2 + \beta_\theta) \end{aligned} \quad (20)$$

이 되고 식(15)를 4제곱한 후 平均하면

$$\begin{aligned} (\bar{E}_\theta + e_e)^4 &= \frac{K_s^4}{4} (\bar{X}_\theta^4 + \beta_\theta'^2 + \beta_\theta''^2 + 2\bar{X}_\theta^2 \beta_\theta + 2\beta'_\theta \beta''_\theta) \end{aligned} \quad (21)$$

이 되며

$$\overline{\beta_0''^2} + \overline{\beta_0''^2} + 2\overline{\beta_0' \beta_0''} \equiv \overline{\beta_0''^2} \quad (22)$$

라고 정의하면 식(21)은

$$\begin{aligned} \overline{E_0^4} + 6\overline{e_0^2 E_0^2} + 4\overline{e_0^3 E_0} + \overline{e_0^4} \\ = \frac{K_s^4}{4} (\overline{X_0^4} + 2\overline{X_0^2 \beta_0} + \overline{\beta_0''^2}) \end{aligned} \quad (23)$$

이 된다.

$$\overline{E_0^4} + 6\overline{e_0^2 E_0^2} + 4\overline{e_0^3 E_0} + \overline{e_0^4} \equiv \delta_0 \quad (24)$$

$$\frac{K_s \overline{X_0}}{\sqrt{2}} \equiv \overline{X_0'} \quad (25)$$

로 정의한 후 식(23)을 정리하면

$$3\overline{X_0^4} - 8\overline{E_0} \overline{X_0'} + 6(\overline{E_0^2} + \overline{e_0^2}) \overline{X_0'^2} - \delta_0 = 0 \quad (26)$$

이 된다. 實驗에서 $\overline{E_0}$, $\overline{e_0^2}$, $\overline{e_0^3}$, $\overline{e_0^4}$ 이 測定되면 식(26)을 풀어서 $\overline{X_0'}$ 를 계산할 수 있다. 식(26)의 解 중 陽의 實根을 $\overline{X_0'}$ 라 하기로 한다. $\overline{e_0^3}$ 은 $\overline{e_0^2}$ 나 $\overline{e_0^4}$ 보다 작고 식(24)에서 δ_0 에 차지하는 비중이 대단히 작으므로 本 研究에서는 무시하였고 단지 $\overline{E_0}$, $\overline{e_0^2}$ 만을 測定하였다.

本 研究에서는 傾斜形 프로브의 회전각 θ 를 60° , 120° , 90° , 270° 로 변화시키며 $\overline{E_0}$, $\overline{e_0^2}$, $\overline{e_0^3}$ 을 測定하였는데 이것은 主流動方向의 熱線에 대한 流入角이 30° 를 넘지 않도록 하고 熱線의 速度 分解能(resolution)을 최대로 하기 위한 것이다. $\theta=60^\circ$, 120° , 90° , 270° 에 대한 식(26)의 陽의 解를 $\overline{X_1''}$, $\overline{X_2''}$, $\overline{X_3''}$, $\overline{X_4''}$ 라 하면 식(8)~(14), 식(25)에서 다음의 關係式을 얻을 수 있다.

60°일 때

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{2}}{K_s} \overline{X_1''}\right)^2 &= \frac{5+3k^2}{4} \overline{U}^2 + (1+k^2) \overline{V}^2 \\ &+ \frac{7+k^2}{4} \overline{W}^2 + (1-k^2) \overline{V} \overline{W} \\ &+ \frac{\sqrt{3}}{2} (1-k^2) \overline{U} \overline{W} - \sqrt{3} (1-k^2) \overline{U} \overline{V} \end{aligned} \quad (27)$$

120°일 때

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{2}}{K_s} \overline{X_2''}\right)^2 &= \frac{5+3k^2}{4} \overline{U}^2 + (1+k^2) \overline{V}^2 \\ &+ \frac{7+k^2}{4} \overline{W}^2 - (1-k^2) \overline{V} \overline{W} \\ &- \frac{\sqrt{3}}{2} (1-k^2) \overline{U} \overline{W} - \sqrt{3} (1-k^2) \overline{U} \overline{V} \end{aligned} \quad (28)$$

90°일 때

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{2}}{K_s} \overline{X_3''}\right)^2 &= (1+k^2) \overline{U}^2 + (1+k^2) \overline{V}^2 \\ &+ 2\overline{W}^2 - 2(1-k^2) \overline{U} \overline{V} \end{aligned} \quad (29)$$

270°일 때

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{2}}{K_s} \overline{X_4''}\right)^2 &= (1+k^2) \overline{U}^2 + (1+k^2) \overline{V}^2 \\ &+ 2\overline{W}^2 + 2(1-k^2) \overline{U} \overline{V} \end{aligned} \quad (30)$$

I形 프로브는 θ 를 60° 와 120° 로 회전시켜 $\overline{E_0}$, $\overline{e_0^2}$, $\overline{e_0^3}$ 을 測定하였는데 그 結果에 의해서 식(26)을 풀어 얻은 解를 각각 $\overline{X_1''}$, $\overline{X_2''}$ 라 하면 傾斜形 프로브에서와 같은 과정을 거치면 다음의 關係式이 얻어진다.

60°일 때

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{2}}{K_I} \overline{X_5''}\right)^2 &= \frac{1+3k^2}{2} \overline{U}^2 + 2\overline{V}^2 \\ &+ \frac{3+k^2}{2} \overline{W}^2 + \sqrt{3} \overline{U} \overline{W} (1-k^2) \end{aligned} \quad (31)$$

120°일 때

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{2}}{K_I} \overline{X_6''}\right)^2 &= \frac{1+3k^2}{2} \overline{U}^2 + 2\overline{V}^2 \\ &+ \frac{3+k^2}{2} \overline{W}^2 - \sqrt{3} \overline{U} \overline{W} (1-k^2) \end{aligned} \quad (32)$$

식(27)~식(32)를 연립하여 풀면 \overline{U} , \overline{V} , \overline{W} 를 구할 수 있다. 그러나 위의 식들에서 미지수는 3개이고 방정식은 6개이므로 C_3 개 이상의 解를 얻을 수 있다. 프로브 포울이 熱線에 미치는 영향이 없고 식(15)의 Talyor급수 전개에서 고차항을 생략하지 않았다면 식(27)~식(32) 중 어느 3개를 택하여도 \overline{U} , \overline{V} , \overline{W} 에 대해 같은 解를 얻을 수 있겠지만 실제에 있어서는 이러한 영향들 때문에 方程式의 선택 방법에 따라 解에 차이가 생긴다. 어떻게 方程式을 조합하여 \overline{U} , \overline{V} , \overline{W} 를 얻어야 가장 正確한 값을 얻을 수 있는가 하는 문제는 앞으로 연구되어야 할 주요과제이다. 本 研究에서의 施行誤差的인 연구에 의하면 식(27)~식(32)중 2개 이상의 식들을 조합하여 구하려는 미지수 앞의 係數를 가능한 큰 陽數로 만들어 주면 그 미지수의 해가 精確해지는 것을 발견하였다. 이러한 原理에 의해서 얻어진 방정식 중 지금까지의 試驗에서 가장 精確히 \overline{U} , \overline{V} , \overline{W} 를 계산해 주는 식은 다음과 같다.

$$\overline{U} = [(\overline{X_5''})^2 - (\overline{X_6''})^2] / [\sqrt{3} K_s^2 (1-k^2) \overline{W}] \quad (33)$$

$$\overline{V} = [2(\overline{X_1''})^2 - 2(\overline{X_2''})^2 - (\overline{X_5''})^2 + (\overline{X_6''})^2] / [2K_s^2 (1-k^2) \overline{W}] \quad (34)$$

$$\overline{W} = [(\overline{X_3''})^2 + (\overline{X_4''})^2 - (1+k^2) (\overline{U}^2 + \overline{V}^2)]^{1/2} / \sqrt{2} \quad (35)$$

2.3 레이놀즈應力の 測定理論

Ganjua 등⁽¹⁴⁾은 Dvorak와 Syred⁽¹⁹⁾, King⁽²⁰⁾이

Table 1 Coefficient of covariance between hot wires

Covariance	S 60	S 120	S 90	S 270	I 60	I 120
S 60	1	0.6792	0.7464	0.5385	0.6692	0.5921
S 120	0.6792	1	0.7464	0.5385	0.5921	0.6692
S 90	0.7464	0.7464	1	0.5196	0.6413	0.6413
S 270	0.5385	0.5385	0.5196	1	0.6413	0.6413
I 60	0.6692	0.5921	0.6413	0.6413	1	0.6000
I 120	0.5921	0.6692	0.6413	0.6413	0.6000	1

제한한 식을 사용하여 레이놀즈應力을 계산하였는데 金⁽¹³⁾은 熱線流速計를 線形化시켜 사용할 경우가 Dvorak와 Syred, King의 식이 다음과 같이 변화될 수 있다고 하였다.

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_m} = & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial E_i} \frac{\partial \bar{U}_m}{\partial E_m} \bar{\sigma}_{E_i}^2 + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1, j \neq i}^6 \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial E_i} \\ & \times \frac{\partial \bar{U}_m}{\partial E_j} K_{E_i E_j} - \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial E_i^2} \bar{\sigma}_{E_i}^2 \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1, j < i}^6 \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial E_i \partial E_j} K_{E_i E_j} \right] \\ & \times \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \frac{\partial^2 \bar{U}_m}{\partial E_i^2} \bar{\sigma}_{E_i}^2 \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1, j < i}^6 \frac{\partial^2 \bar{U}_m}{\partial E_i \partial E_j} K_{E_i E_j} \right] \end{aligned} \quad (36)$$

여기서 $\bar{\sigma}_{E_i}^2$ 은 熱線프로브를 어느 한 방향으로 놓았을 때의 \bar{e}_i^2 을 나타내며 하첨자 i, j 는 식(27)~식(32)에서 \bar{X}'' 의 하첨자 중 어느 하나를 나타내고 $K_{E_i E_j}$ 는 i 熱線과 j 熱線 사이의 Covariance로

$$K_{E_i E_j} = \gamma_{E_i E_j} (\bar{\sigma}_{E_i}^2 \bar{\sigma}_{E_j}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (37)$$

으로 나타내질 수 있다. 여기서 $\gamma_{E_i E_j}$ 는 E_i 와 E_j 사이의 相關關係이며 King⁽²⁰⁾에 의하면 2개의 熱線 사이에 이루는 각도가 30°이면

$$\gamma_{E_i E_j} = \cos 30^\circ = 0.87$$

이라고 하였으며 2개의 熱線 사이의 각도 ϕ 가 30°의 倍數이며

$$\phi = 30n \quad (38)$$

의 관계가 있으면

$$\gamma_{E_i E_j} = \eta (\cos 30^\circ)^n \quad (39)$$

이 된다고 하였다. 俞⁽²¹⁾은 이 理論을 ϕ 가 30°의 倍數가 아니어서

$$\phi = 30n + \alpha \quad (40)$$

일 경우에 확장하여

$$\gamma_{E_i E_j} = \eta (\cos 30^\circ)^n \cos \alpha \quad (41)$$

로 가정하여 사용하였다. 本 研究에서는 식(36), (37), (41)을 사용하여 레이놀즈應力을 계산하였고 η 는 King⁽²⁰⁾이 제안한 바와 같이 0.8을 사용하였다. 식(41)을 사용할 경우 각 熱線 사이의 相關係數는 Table 1과 같다.

3. 實 驗

3.1 實驗裝置

Fig. 4는 實驗裝置圖이다. 本 實驗裝置는 두께 10mm의 아크릴판을 사용하여 제작한 正四角形 斷面의 덕트와 整流箱子, 熱線流速計, 傾斜마노미터, 16비트電算機, AD Convertor, 自動移送裝置, 送風機 등으로 構成되어 있다.

送風機에 의해 吸入된 空氣를 필터를 통과시켜 먼지를 제거하고 整流箱子 內의 honey comb에 의해서 平行하고 均一한 速度分布가 유지되도록 하였다. 收縮部를 통해서 流動이 길이 6.32m인 正四角 斷面의 流入덕트部를 통과하는 동안 完全 發達된

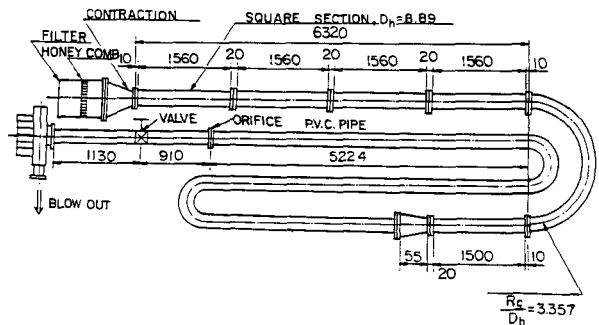


Fig. 4 Schematic diagram of experimental apparatus.

速度分布를 이루도록 한다. 덕트는 한 쪽이 0.0889 m인 正4角形 斷面을 갖도록 하였는데 이것은 chang등⁽¹⁰⁾의 實驗에서의 덕트 크기의 2배로 한 것인데 덕트 크기가 작으면 熱線流速計로 流動特性을 測定하기가 어렵기 때문에 증가시킨 것이다. 그러나 $R_c/D_H=3.357$, Dean number ($\equiv Re(D_H/2R_c)^{1/2}$) = 21,880으로 같게 하였다.

正四角斷面의 流出 덕트部의 길이는 1.5m이며 이 부분은 流動이 180°曲管部를 지난 뒤의 下流流動의 영향이 曲管部에 미치지 않게 하기 위한 것이다.

流出덕트部를 통과한 空氣는 80mm 內徑의 P.V.C. 圓管으로 流入되며 이 圓管에는 $D-\frac{1}{2}D$ ASME 오리피스를 설치하고⁽²¹⁾ U자형 마노미터로 流量을 測定하였다.

3.2 實驗方法 및 內容

本 實驗에 사용한 熱線流速計의 模型은 Kanomax 7224이며 Fig. 5(a)에 표시된 9개의 위치에서 각 위치마다 (b)에 표시된 위치에 4개의 測定用 구멍을 설치하고 이 구멍으로 熱線프로브를 自動移送裝置로 移送시켜 流動特性을 測定하였다. 熱線의 比例常數 K_s 는 實驗前과 實驗後에 각각 補正實驗을 하여 測定된 값의 平均값을 사용하였다.

熱線流速計에 e_s 를 測定하는 裝置가 설치되어 있지 않기 때문에 電壓 搖動值의 出力信號를 A/D Converter로 變換하여 電算機에 10抄에 700個의 資料를 入力하여 處理한 후 그 平均值를 취하였다.

本 實驗에서 流動의 레이놀즈수는 Chang등⁽¹⁰⁾, Johnson⁽⁷⁾의 實驗에서와 같이 56,690으로 하였다.

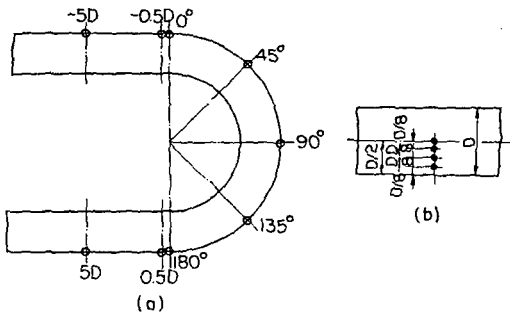


Fig. 5 Locations of velocities and Reynolds stresses measurement

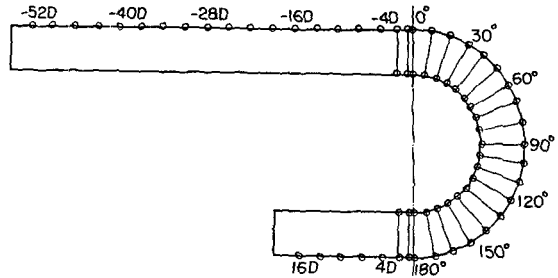


Fig. 6 Locations of pressure measurement

덕트의 平均 側壓力을 測定하기 위하여 Fig. 6과 같은 위치에 壓力孔을 설치하고 傾斜마노미터로 壓力을 測定하였고 각 구멍마다 2회씩 測定하여 그 平均값을 測定壓力으로 하였다.

4. 結果 및 考察

Fig. 7은 덕트 側壁의 壓力을 測定한 結果이다. 이 그림에서 P_R 는 基準壓力을 나타내며 本 實驗에서는 曲管 流出部 16D되는 곳의 壓力으로 하였다. 側壓力은 流入部에서 대략 一定勾配로 강하하다가 曲管部에 이르면 外壁과 內壁의 側壓力에 차이가 생기는 된다. 이것은 曲管部에서 流線의 曲率에 의해 생기는 遠心力에 의해서 外壁側 壓力은 상승하고 內壁側 壓力은 강하하였기 때문이다. 內外壁面의 壓力이 달라지는 곳은 流入部에서는 曲管前 약 2D되는 곳부터인데 이것은 曲管 內部에서의 壓力分布의 영향이 上流쪽으로 영향을 주었기 때문이고 曲管 流出部에서도 약 2D정도까지 內外壁面의 壓力에 차이가 있는 것은 曲管部에서 發生한 2次流動 (secondary flow)이 完全히 消滅되지 않았기 때문

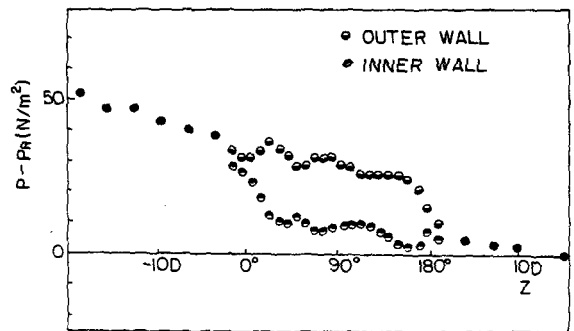
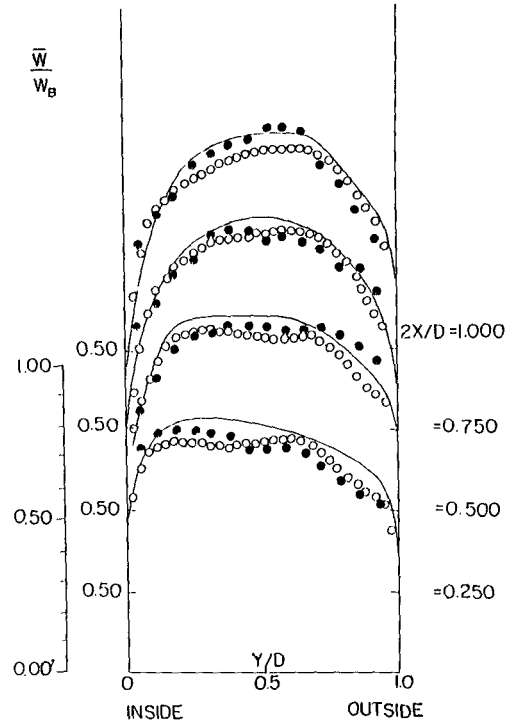


Fig. 7 Variation of pressure on the wall of the duct

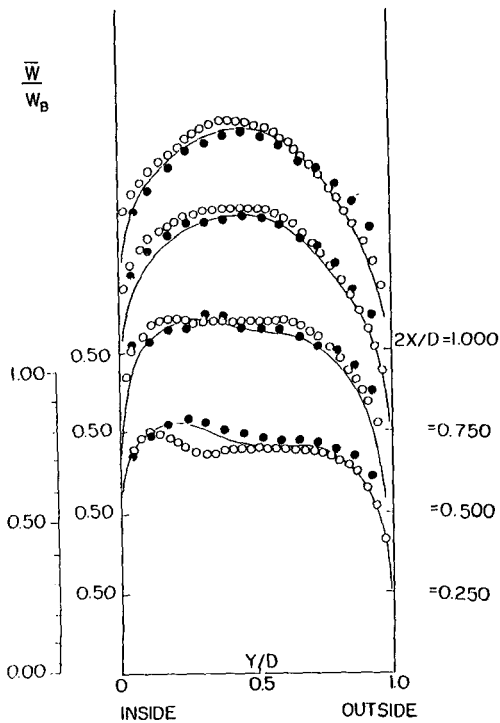
이다. 曲管部에서 內 外壁面의 平均壓力勾配는 流入部와 流出部에서 보다 큰데 이것은 曲管部에서 발생한 2次流動 때문에 에너지損失이 더크게 일어났기 때문이다.

Fig. 8(a)~(e)는 本 實驗에서 測定한 z 方向(主流動方向)速度 \bar{W} 를 混合平均速度 W_B 로 無次元化하여 Chang등⁽¹⁰⁾이 LDV로 測定한 값, 그리고 Launder등⁽¹¹⁾이 代數應力모델로 解析한 結果와 比較한 것이다. Launder등의 解析과 Chang등의 實驗은 3°, 45°, 90°, 130°, 177°에서 행한데 반하여 本 實驗은 0°, 45°, 90°, 135°, 180°에서 행하였으나 그 角度의 차이가 크지 않으므로 각 結果들을 定量的으로 比較해도 큰 무리가 없을 것으로 생각된다.

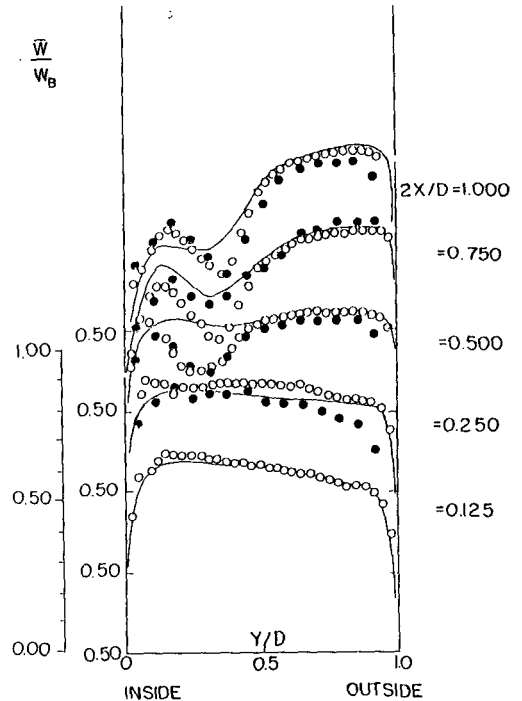
앞에서 論한 바와 같이 LDV에 의한 測定값, 熱線流速計에 의한 測定값, 代數應力모델에 의한 解析값은 어느 것이 基準이 될 정도로 가장 正確한 값이라고 말하기 어렵다. 왜냐하면 3次元 流動의 測定에서는 3가지 方法은 모두 誤差의 要因을 많이 內在하고 있기 때문이다. 그러나 만약 3가지 結果중 어느 2가지 結果는 서로 잘 일치하는데 나머지 한가지 結果는 차이가 크다고 하면 前者의 2가지



(b)



(a)



(c)

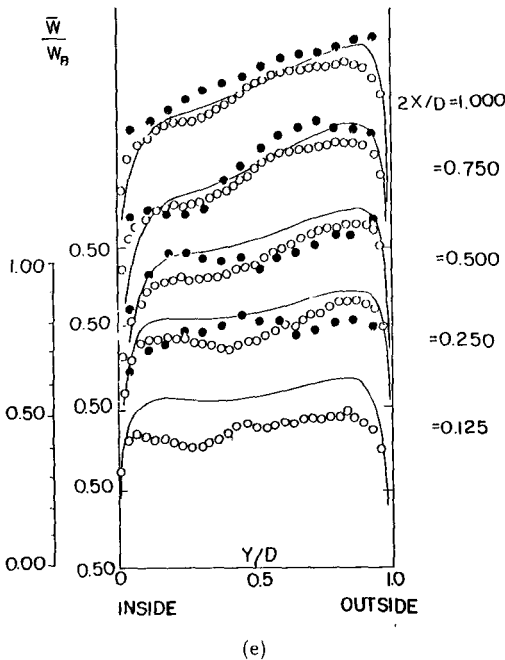
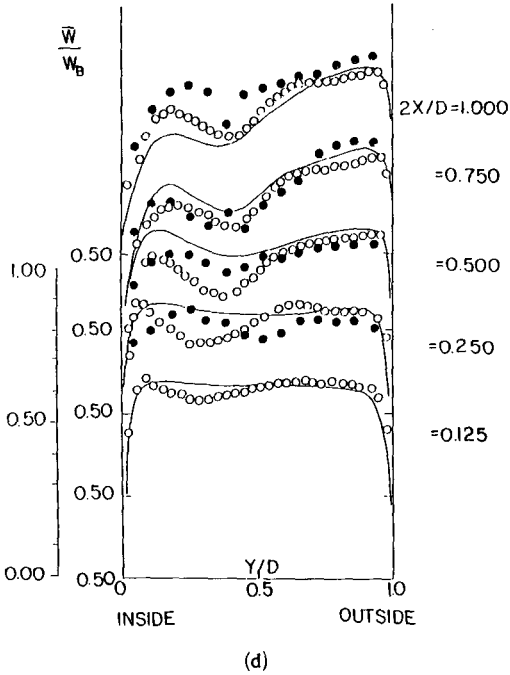


Fig. 8 Comparison of normalized mean streamwise velocities at θ equal to (a) 0° (●), 3° (○, -), (b) 45° (c) 90° (d) 135° (●), 130° (○, -) (e) 180° (●), 177° (○, -)
 ● : Data, present study
 ○ : data, Chang et al. ⁽¹⁰⁾
 - : Predictions, Launder et al. ⁽¹¹⁾

結果가 정확할 確率이 크다. 혹은 正確度에 대한 信賴性이 크다고 말할 수 있다. 따라서 本 論文에는 이와 같은 觀點에서 本 實驗結果의 相對的 正確性을 검토해 보았다.

本 實驗結果는 Chang 등의 實驗結果와 全體的으로 잘 일치하고 있으나 部分的으로 차이가 큰 곳도 있다.

0° 에서의 速度分布, 45° , $2X/D=1.0$ 인 곳, 90° , $2X/D=0.75$ 인 곳, 135° , $2X/D=0.50$ 인 곳에서의 速度分布 등은 本 實驗結果가 Chang 등의 實驗結果보다 全體的으로 Launder 등의 解析結果와 더 잘 일치하고 있으며, 0° , 45° , 90° , 135° 의 각 위치에 대해서 外壁에 인접한 곳에서는 Chang 등의 實驗結果가 解析結果와 더 잘 일치한다. 따라서 앞에서 論한 觀點에서 本 實驗結果는 外壁部에 인접한 곳을 제외하고는 Chang 등의 實驗結果보다 正確度에 대한 信賴性이 크다고 할 수 있다. 外壁部에서 本 實驗結果가 不正確해지는 것은 그 原因이 不分明하나 프로브 포울과 壁面의 간섭효과와 프로브 지지대와 速度孔 사이의 間隙으로의 空氣의 누설 등이 原因이 아닌가 생각된다. 本 實驗을 통해서 프로브 지지대와 速度孔 사이의 間隙으로 空氣의 누설이 많으면 測定값에 誤差가 커지는 것을 발견하였고, 따라서 本 實驗에서는 空氣의 누설을 방지하기 위하여 間隙의 公差를 가능한 감소시켰고 速度孔과 지지대 사이에 그리스를 발랐으나 소량의 누설은 피할 수 없었으리라 생각된다.

Fig. 9(a), (b)는 測定된 y 方向 速度 \bar{V} 를 W_B 로 無次元化하여 Chang 등의 實驗값과 Launder 등의 解析結果와 비교한 것이다. $\theta=45^\circ$ 인 경우 本 實驗값과 Chang 등의 實驗값은 形狀에 약간의 차이가 있으며 本 實驗값이 오히려 Launder 등의 解析값과 더 잘 일치함을 알 수 있고 $\theta=90^\circ$ 인 경우에는 本 實驗값과 Chang 등의 實驗값은 서로 잘 일치하나 Launder 등의 解析값과는 큰 차이가 있음을 알 수 있다. 따라서 $\theta=90^\circ$ 인 경우에는 解析값이 不正確하다고 추정할 수 있다.

Fig. 10(a), (b)는 x 方向의 速度 \bar{U} 의 測定結果인데 이에 대해서는 Chang 등의 實驗값이 없기 때문에 단지 Launder 등의 解析結果와 비교하였다. 實驗값과 解析結果는 약간의 차이가 있으나 대체적으로 잘 일치하고 있다.

Fig. 11(a), (b), (c) $\theta=0^\circ$, 45° , 90° 에 대해서 流線方向의 亂流搖動速度의 RMS값을 無次元化하

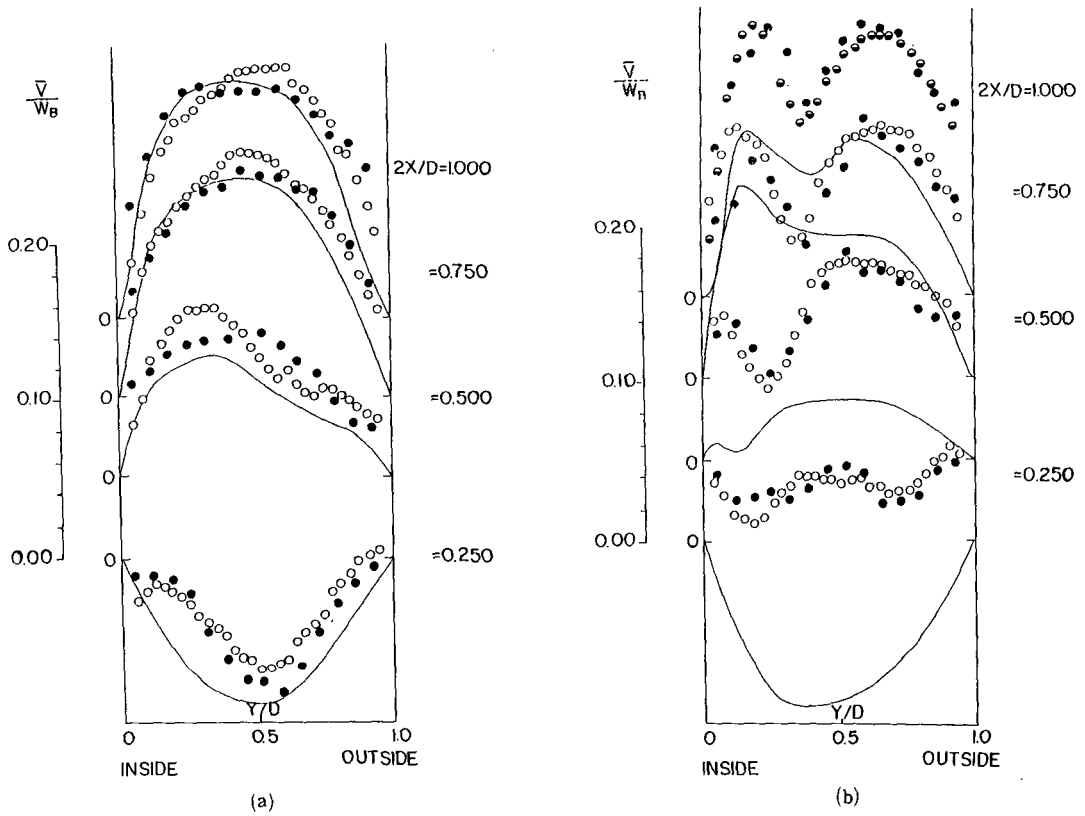


Fig. 9 Comparison of normalized y directional velocities at θ equal to (a) 45° (b) 90°

- : Data present study
- , ○ : Data, Chang et al. ⁽¹⁰⁾
- : Predictions, Launder et al. ⁽¹¹⁾

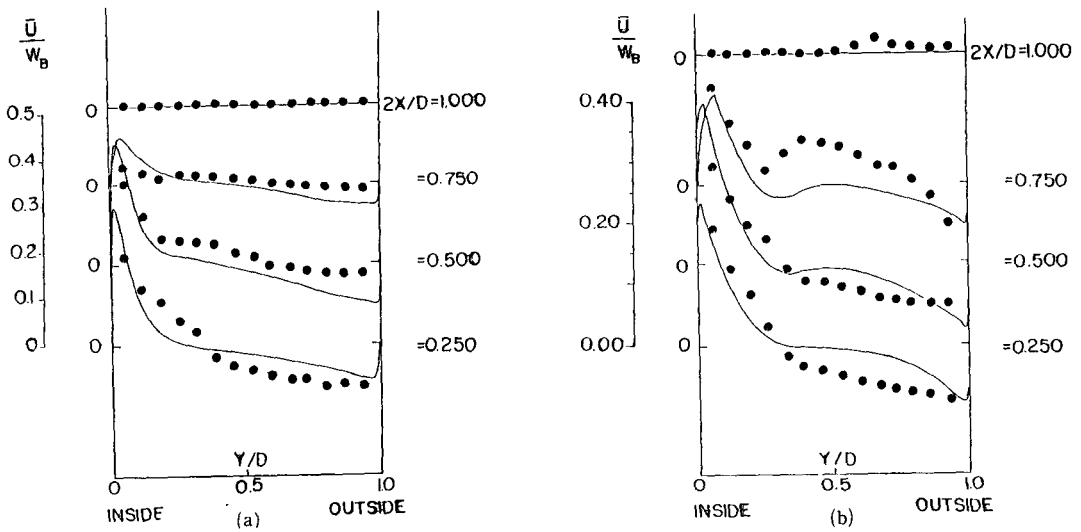


Fig. 10 Comparison of normalized x directional velocities at θ equal to (a) 45° (b) 90°

- : Data, present study
- : Predictions, Launder et al. ⁽¹¹⁾

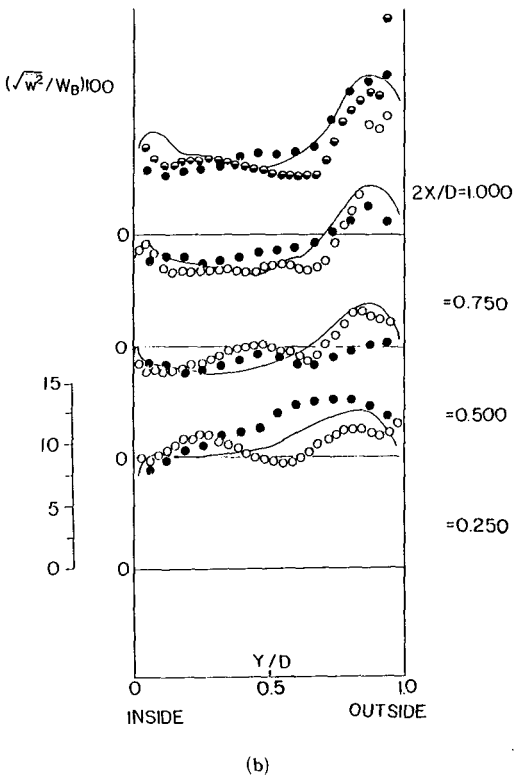
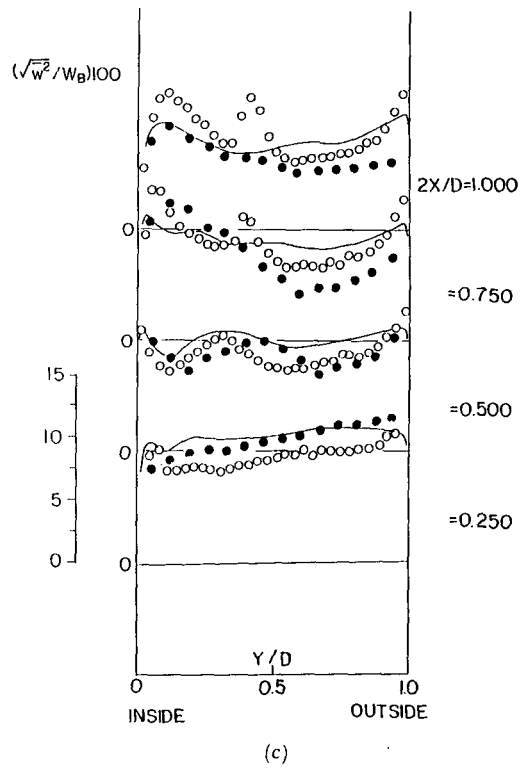
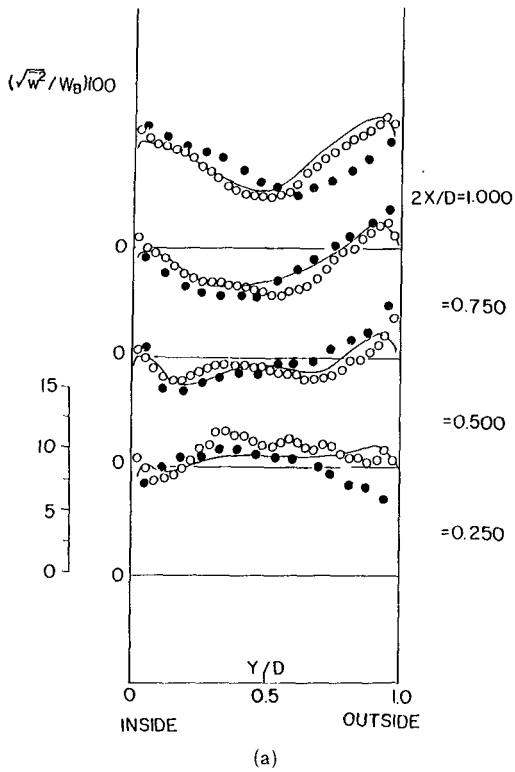


Fig. 11 Comparison of the normalized RMS streamwise turbulent velocity fluctuations at θ equal to (a) 0° (●), 3° (○, —) (b) 45° (c) 90°
 ● : Data, present study
 ○, ○ : Data, Chang et al. ⁽¹⁰⁾
 — : Data, Launder et al. ⁽¹¹⁾

여 Chang 등의 실험값, 그리고 Launder 등의解析結果와 비교한 것이다. θ 가 0° 에서 45° 로 됨에 따라 外壁部 쪽의 $\sqrt{w^2}/W_B$ 가 증가하였으나 θ 가 90° 가 되면 오히려 外壁部 쪽은 감소하고 內壁部 쪽이 증가한 것을 알 수 있고 Y方向에 따른 변화가 더 복잡해진 것을 알 수 있는데 이것은 曲管의 曲率에 따른 遠心力에 의해 발생한 2次流動에 3重渦流(triple vortex)가 생겨서⁽⁹⁾ 그로 인하여 Fig. 7(c), Fig. 8(b)에 나타나 있는 바와 같이 \bar{W} 速度와 \bar{V} 速度에 2重 極大點이 나타나서 速度分布의 屈曲이 심해졌기 때문으로 생각된다. 本 實驗結果와 Chang 등의 실험값, Launder 등의 解析結果는 대체적으로 잘 일치하고 있다.

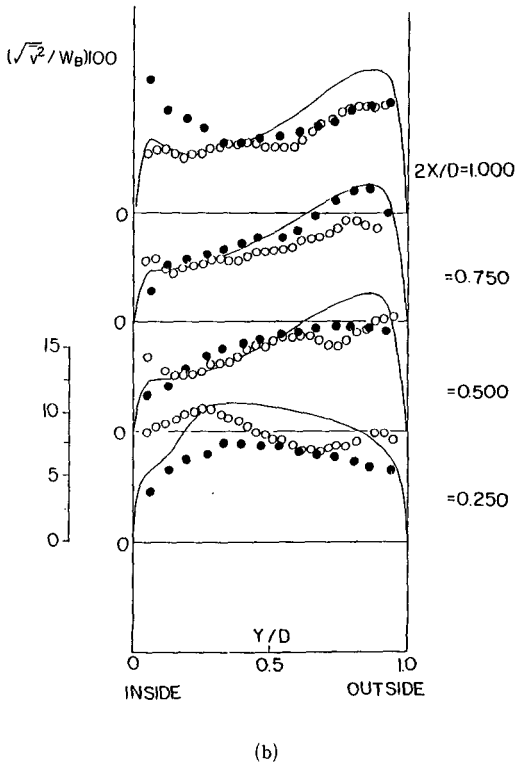
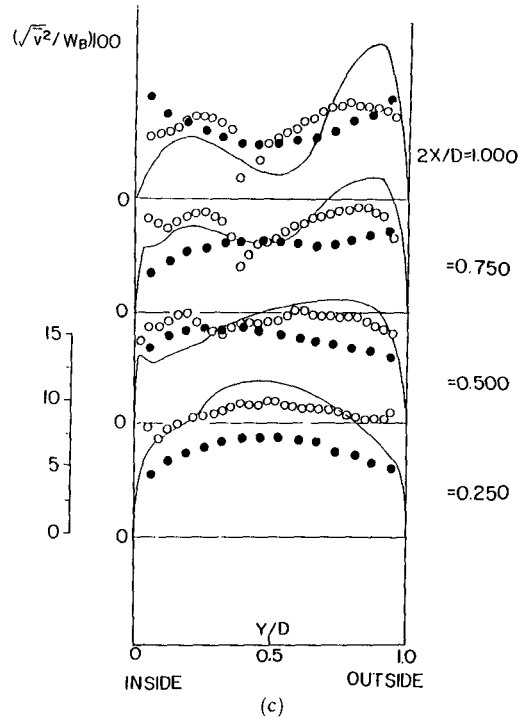
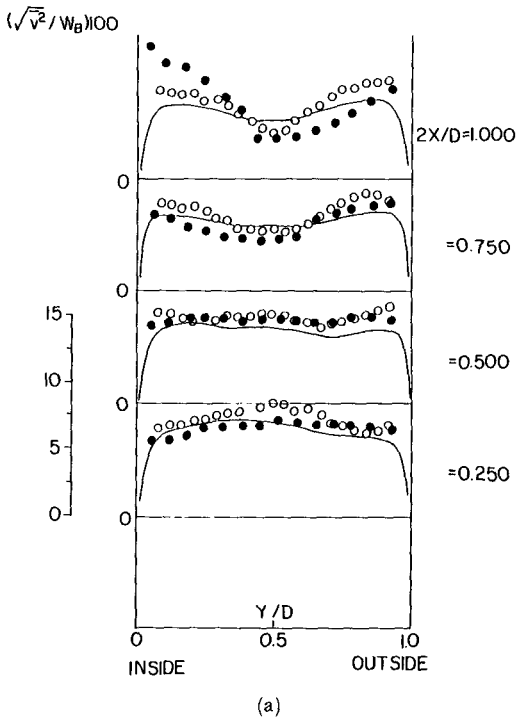
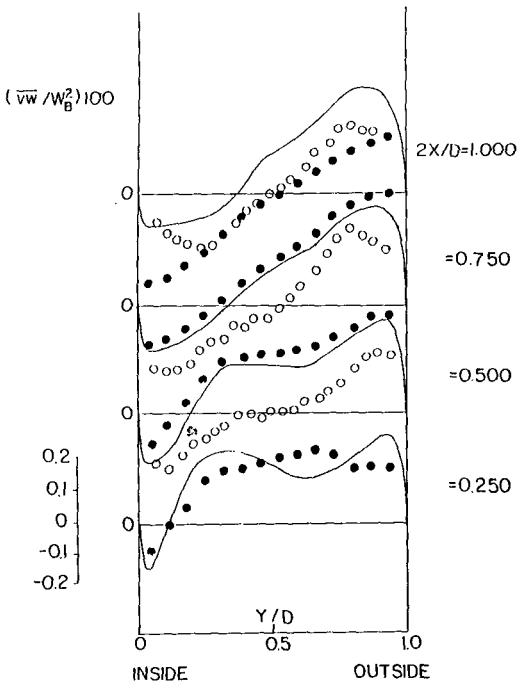
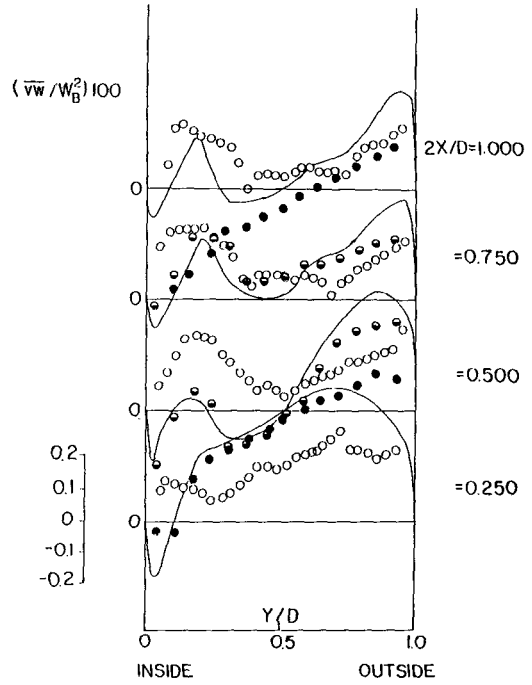


Fig. 12 Comparison of the normalized RMS y -directional turbulent velocity fluctuations at θ equal to (a) 0° (●, ○, —) (b) 45° (c) 90°
 ● : Data, present study
 ○, ○ : Data, Chang et al. ⁽¹⁰⁾
 — : Predictions, Launder et al. ⁽¹¹⁾

Fig. 12(a), (b), (c)는 無次元化된 y 방향 亂流 搖動速度的 RMS값을 비교한 그림이다. $\theta=45^\circ$ 에서 $2X/D=0.750$ 에서는 本 實驗結果가 Chang 등의 實驗값보다 解析結果에 잘 일치하나 $\theta=45^\circ$, $2X/D=0.250$, $\theta=90^\circ$ 에서는 Chang 등의 實驗값이 더 잘 일치한다. 그리고 각 角度에 대해서 $2X/D=1.0$ 인 곳의 內壁에 가까운 곳에서는 本 實驗값이 공통적으로 Chang 등의 實驗값과 Launder 등의 解析값보다 큰 것을 알 수 있는데 이것은 本 實驗에서 이 부분의 測定이 不正確했기 때문이 아닌가 생각된다. 그 原因으로 생각되는 것은 正四角斷面의 曲管流動에서는 理論적으로 2개의 對稱인 2次流動이 발생하는데 本 實驗에서 2次流動이 완전히 對稱



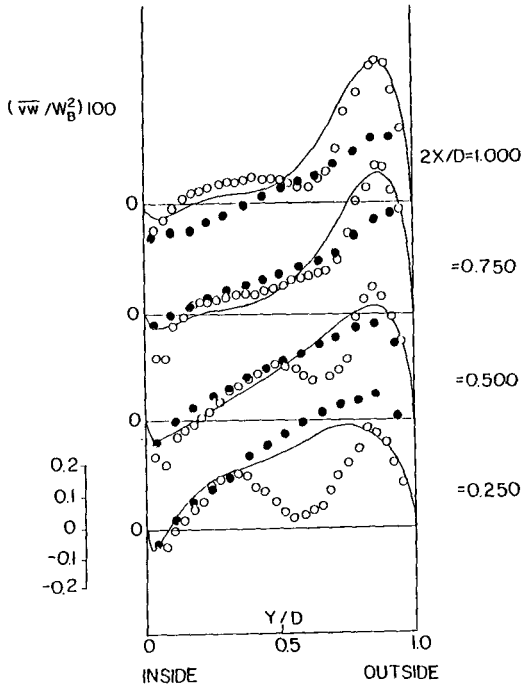
(a)



(c)

Fig. 13 Comparison of the normalized Reynolds stress \overline{vw} at θ equal to (a) 0° (●), 3° (○, —) (b) 45° (c) 90°

●, ● : Data, present study
 ○ : Data, Chang, et al.⁽¹⁰⁾
 — : Predictions, Launder et al.⁽¹¹⁾



(b)

流動으로 發生하지 않아서 레이놀즈應力 分布에 變化가 생겼을 가능성과 熱線프로브의 포울과 壁面이 流動에 일으킨 干涉 效果에 의한 影響등을 原因으로 생각할 수 있다.

Fig. 13(a), (b), (c)는 레이놀즈應力 \overline{vw} 의 無次元化한 값에 대한 비교도이다. $\overline{v^2}$ 에서와 마찬가지로 $2X/D=1.0$ 인 곳의 內壁에 가까운 곳에서 本實驗結果는 Chang등의 實驗값과 Launder등의 解析結果와 차이가 크다. 그러나 이 부분과 $\theta=45^\circ$ 이고 $2X/D=1.0, 0.75$ 인 곳에서 外壁에 가까운 쪽을 제외한 다른 부분에서는 대부분 本實驗結果가 Chang등의 實驗값보다 Launder등의 解析結果에 월등히 잘 일치하고 있어서 本實驗結果가 더 정확할 가능성을 보이고 있다.

Fig. 14(a), (b), Fig. 15(a), (b), Fig. 16(a),

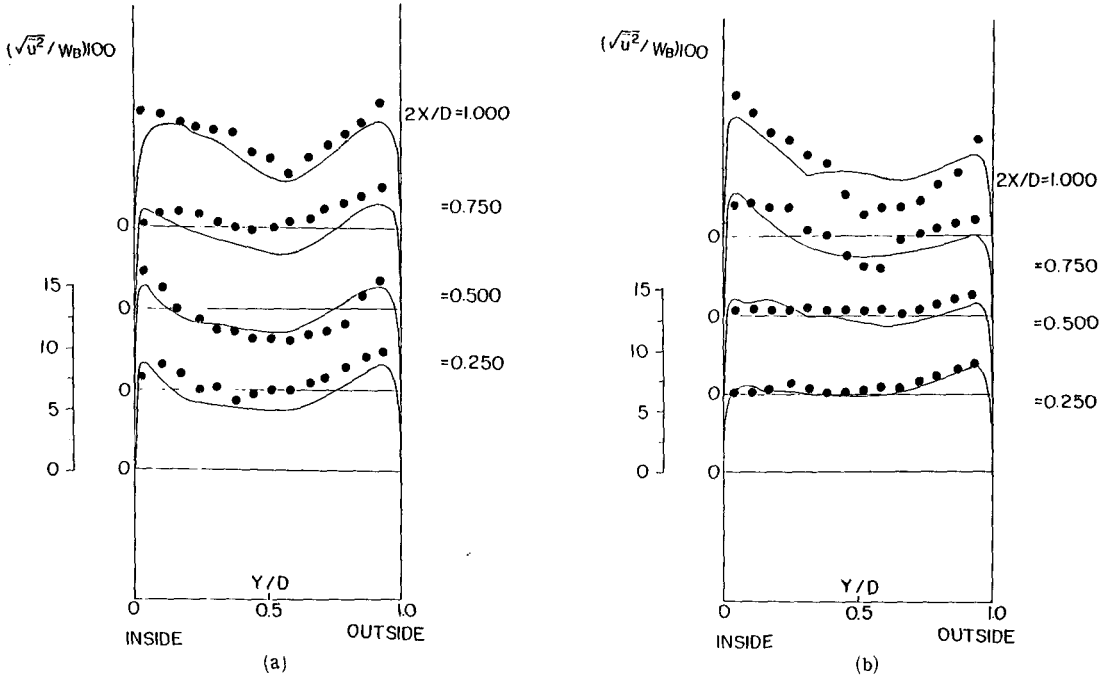


Fig. 14 Comparison of the normalized RMS x -directional turbulent velocity fluctuations at θ equal to (a) 45°, (b) 90°.

● : Data, present study
 — : Predictions, Launder et al. ⁽¹¹⁾

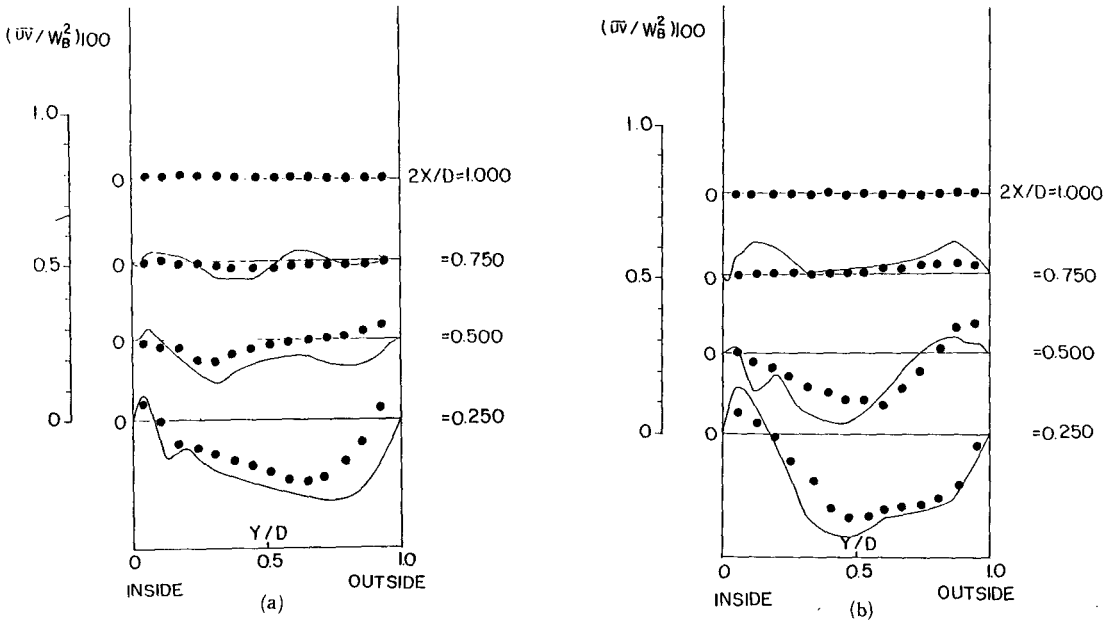


Fig. 15 Comparison of the normlized Reynolds stress \overline{uv} at θ equal to (a) 45°, (b) 90°

● : Data, present study
 — : Predictions, Launder et al. ⁽¹¹⁾

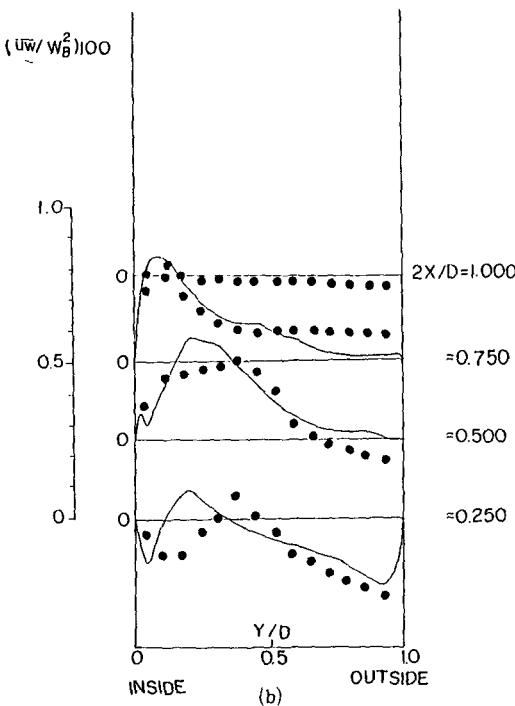
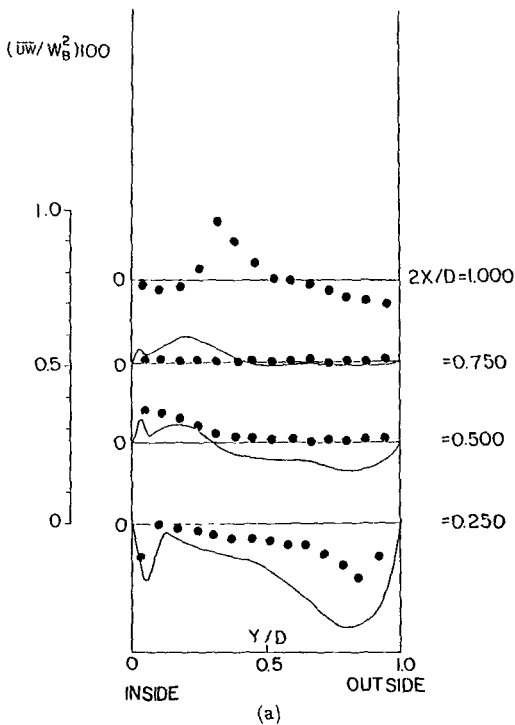


Fig. 16 Comparison of the normalized Reynolds Stress \overline{uw} at θ equal to (a) 45° , (b) 90°
 ● : Data, present study
 — : Predictions, Launder et al. (1)

(b)는 $\theta=45^\circ, 90^\circ$ 에서 본 실험에서測定한 레이놀즈應力을 無次元化하여 Launder 등의 解析結果와 비교한 것이다. 부분적으로는 차이가 큰 곳도 있으나 대체적으로 잘 일치하고 있다.

5. 結 論

本 研究에서는 傾斜形 熱線프로브를 4方向으로 회전시키고 [形프로브를 2方向으로 회전시켜서 그 얻어진 出力을 調合시키므로써 正四角斷面의 180° 曲管에서의 亂流流動特性을 측정하여 Chang 등의 實驗結果, Launder 등의 解析結果와 비교함으로써 3次元 亂流流動特性을 측정하는데 있어서 熱線流速計에 의한 方法의 正確性을 검토하였으며 그 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 主流動方向이 알려진 3次元 亂流流動特性을測定하는데 있어서 熱線流速計에 의한 方法은 平均速度와 레이놀즈應力의測定에 대하여 LDV에 의한 方法과 거의 같은 정도 혹은 좀더 좋은 正確度의測定을 가능하게 한다.

(2) 熱線流速計로 亂流流動의 特性을 측정할 때 프로브電壓 搖動值 3제곱의 平均을測定하여 사용하면 종래의 方法보다測定值의 正確度를 높일 수 있다.

(3) 主流動方向이 알려진 3次元 亂流流動特性의測定에 있어서 流線流速計에 의한 方法은 LDV에 의한 方法보다 移送裝置의 製作이 간이하고 資料處理課程이 간편하여 사용하기 편리하므로 앞으로 正確度를 높이기 위한 研究가 좀더 진행되면 3次元 亂流流動 研究에 크게 活用될 수 있을 것으로 생각된다.

參 考 文 獻

(1) Launder, B. E., 1982, "Modelling of Turbulent Flow in Gas-Turbine Blading: Achievements and Prospects", Int. J. Heat & Fluid Flow, Vol. 3, No. 4, pp. 171~184.
 (2) Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H. and Yee, Go, 1981, "Turbulent Flow in a Square Duct with Strongly Curvature", J. Fluid Mech. Vol. 103, pp. 443~463.
 (3) McDonald, H., 1982, Proc. AFOSR-HTTM-Stanford Conference on Complex Turbulent Flows, Vol. 3, p. 1424.
 (4) Iacovides, H. and Launder, B.E., 1985, "ASM Pre-

- dictions of Turbulent Momentum and Heat Transfer in Coils and U-Bends", Proc. 4th Int. Conf. on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow, Swansea, July 9-12, pp. 1023~1045.
- (5) Azzola, J. and Humphrey, J. A. C., 1984, "Development Turbulent Flow in a 180° Curved Pipe and its Downstream Tangent", Rep. LBL-17681, Materials Science & Molecular Research Div., LBL.
- (6) Seban, R. A. and McLaughlin, E. F., 1963, "Int. J. Heat & Mass Transfer, Vol. 6, p. 387
- (7) Johnson, R. W., 1984, "Turbulent Convecting Flow in a Square Duct with a 180° Bend; An Experimental and Numerical Study", Ph. D. Thesis, UMIST.
- (8) 崔英惇, Launder, B. E., 1985, "4角斷面の 180° 曲管에서의 亂流流動과 熱傳達解析", 대한기계학회논문집, 제 9 권, 제 1 호, pp. 91~108.
- (9) Choi, Y. D., Iacovides, H. and Launder, B. E., 1987, "Numerical Computation of Turbulent Flow in a Square-Sectional 180° Bend", Submitted to Trans. of ASME, J. of Fluids Eng.
- (10) Chang, S. M., Humphrey, J. A. C. and Modavi, A., 1983, "Turbulent Flow in a Strongly Curved U-Bend and Downstream Tangent of Square Cross Sections", PCH Physico Chemical Hydrodynamics, Vol. 4, p. 243.
- (11) Launder, B. E., 文 燦, 金明虎, 崔英惇, 1988, "代數應力모델에 의한 180° 曲管을 갖는 正 4 角斷面の 덕트에서의 亂流流動 解析", 대한기계학회논문집, 제12권, 제 3 호, pp. 607~621.
- (12) 文 燦, 1988, "正四角形 斷面 180° 曲管內的 亂流流動 特性과 強制對流 熱傳達에 관한 研究", 전남대학교 박사학위 논문
- (13) 金明虎, 1986, "閉鎖形 燃燒器內 旋回 亂流流動特性的 測定實驗에 관한 研究", 고려대학교 석사학위 논문.
- (14) Ganjua, S. I., McLaughlin, D. K., Jackson, T. W. and Lilly, D. G., 1982, "Turbulent Measurement in a Confined Jet Using a Six-Orientation Hot-Wire Probe Technique", Paper AIAA82-1262, Cleveland, Ohio, June.
- (15) Jackson, T. W. and Lilly, 1983, "Swirl Flow Turbulence Measurements Using a Single Wire Technique, Paper AIAA-82-1202, Seattle, Wash., June.
- (16) 강신형, 유정열, 백세진, 이승배, 1987, "열선유속계를 이용한 3차원 유동의 계측방법", 대한기계학회논문집, 제11권, 제 5 호, pp. 746~754.
- (17) Champagne, F. G., 1965, Boeing Sc. Res. Lab. Doc. DI-82-0491.
- (18) Reynolds A. J., 1974, "Tubulent Flows in Engineering", John Wiley & Sons, p. 65
- (19) Dvorak, K. and Syred, N., 1972, "The Statistical Analysis of Hot-Wire Anemometer Signals in Complex Flowfields, Disa Conference, University of Leicester.
- (20) King, C. F., 1978, "Some Studies of Vortex Devices-Vortex Amplifier Performance Behavior, Ph. D. Thesis, University College of Wales, Carediff Wales.
- (21) 俞漸在, 1987, "直 4 角形 斷面을 갖는 180° 曲管內的 流動特性的 測定實驗에 관한 研究", 고려대학교 석사학위 논문.