

# 球面航法과 雙曲面航法の 알고리즘을 組合한 高精度 位置決定法에 關한 研究

金禹塾\* · 金東一\*\* · 鄭世謨\*\*

A Study on High Accuracy Position Fixing Method by Combining the Algorithms  
of Hyperbolic and Spherical Navigation Systems.

Woo-Sook Kim · Dong Il Kim · Se-Mo Chung

## 目 次

- |                              |                                  |
|------------------------------|----------------------------------|
| Abstract                     | 5. 시뮬레이션에 의한 測位誤差<br>特性的의 評價     |
| 1. 序 論                       | 6. 航法の 選擇에 의한 高精度化               |
| 2. 球面航法の 精度評價                | 6.1 GDOP를 規範으로 한<br>航法の 選擇       |
| 2.1 測位 Algorithm             | 6.2 雙曲面航法 結果를 利用한<br>信號發生 時刻의 推定 |
| 2.2 誤差 推定                    | 6.3 數值例                          |
| 2.3 最適推定에 依한 位置誤差            | 7. 結 論                           |
| 2.4 精度의 評價                   |                                  |
| 3. 雙曲面航法の GDOP               |                                  |
| 4. 球面航法과 雙曲面航法の<br>GDOP의 計算例 |                                  |

## Abstract

In this paper, the equations calculating GDOP are induced in Hyperbolic and Spherical Navigation System, respectively. The GDOP diagram shows that the GDOP in the inner region of Beacons is similar each other, but the GDOP of Hyperbolic Navigation System is much larger than that of Spherical Navigation System in the outer region, that is, the position error of Hyperbolic Navigation System is larger than that of Spherical Navigation System due to GDOP in the outer region of Beacons.

The authors propose the Algorithm estimating the pulse starting time using the Hyperbolic Navigation System, and prove that if Navigators use the Spherical Navigation System by adopting the proposed Algorithm -in this case, called "Pseudo Spherical navigation System"- in the outer region where GDOP is becoming large, the position errors can be reduced.

\* 正會員, 木浦海洋專門大學

\*\* 正會員, 韓國海洋大學

### 1. 序 論

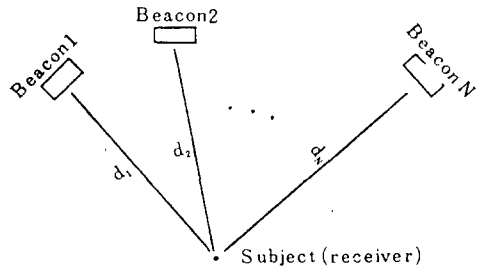
電波를 利用하여 位置를 決定하는 方法에는 GPS와 같이 送信點으로 부터의 距離를 구해서 位置圈들의 交點을 位置로 決定하는 球面航法 (Spherical Navigation System)과 로오란, 데카, 오메가, NNSS 등과 같이 송신점들과 측위점 간의 距離差를 구해서 位置를 決定하는 雙曲面航法 (Hyperbolic Navigation System)으로 代表할 수 있으며, 그 밖에 方位를 測定하는 方法도 있다.<sup>1)</sup> 이들중 球面航法은 送信點으로 부터의 距離를 알아야 하며, 雙曲面航法은 距離差를 알아야 한다. 이 경우 距離 또는 距離差를 測定할 때 똑같은 誤差가 포함되었다 하더라도 送信點과의 相互位置關係, 즉 幾何學的 配置에 따라 精度에 差異가 있음이 알려져 있다. 즉 位置線의 發散과 交角에 의한 誤差이다. 이것을 評價하는 것으로 GDOP(Geometric Dilution of Percision)라는 개념이 利用되고 있다.<sup>2)-7)</sup>

本 論文에서는 送信點의 配置에 따른 本船의 位置關係에 따라 球面航法과 雙曲面航法에서의 GDOP를 計算하는 方法을 유도하고, 그 差異를 評價한다. 電波의 送信方法과 受信機內에서의 데이터 處理法에 있어서는 雙曲面航法이 球面航法보다 용이하지만 GDOP에 의한 誤差는 雙曲面航法의 경우가 球面航法의 경우보다 더 크게 나타난다. 따라서, 本 論文에서는 雙曲面航法의 結果를 利用하여 電波發射時刻을 推定하고 GDOP가 현저하게 커지는 領域에서 球面航法을 利用하므로써 GDOP를 줄여 精度를 높이는 方法을 提案한다. 나아가서 실제의 응용방법 및 그 例를 보이고 시뮬레이션에 의하여 이를 評價한다.

### 2. 球面航法の 精度評價

#### 2.1 測位 Algorithm<sup>8),9)</sup>

測位시스템은 그림 1과 같이 N개의 비이콘(Beacon)과 하나의 受信器로 이루어 지는 것으로 假定한다.



〈그림 1〉 측위 시스템의 구성

어떤 方法으로 비이콘으로 부터 發射된 電波가 受信器까지 到達되는 時間을 測定했다고 하자. 그러면, 다음과 같은 方程式을 얻을 수 있다.

$$\left. \begin{matrix} t_1 = d_1/c \\ t_2 = d_2/c \\ \vdots \\ t_N = d_N/c \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

- 단,  $t_j$ : j번째 비이콘으로 부터 수신기까지 전파가 오는 데 걸린 時間
- $d_j$ : j번째 비이콘의 실제의 위치로 부터 알 수 없는 수신기 위치까지의 距離
- $c$ : 신호(전파)의 速度

原理적으로 受信點의 位置는,  $d_j$ 를 알고 있는 비이콘 좌표와 位置를 알지 못하는 受信點의 좌표로 표현되며 식(1)을 受信點의 좌표에 대해 풀이하므로써 決定될 수 있다. 그러나 실제로는 식(1)에서  $t_j$ 와  $d_j$ 의 正確한 값은 알 수 없으므로 이들을 이 용할 수는 없으며, 그 대신  $t_j^*$ 와  $d_j^*$ 가 유용하다.

즉,

$$\left. \begin{matrix} t_1^* = d_1^*/c + \epsilon_1 \\ t_2^* = d_2^*/c + \epsilon_2 \\ \vdots \\ t_N^* = d_N^*/c + \epsilon_N \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

- 단,  $t_j^*$ : j번째 비이콘 신호의 측정도래시간
- $d_j^*$ : j번째 비이콘의 가정위치로 부터 알지 못하는 수신점 위치까지의 距離

$\epsilon_j$  : 전파매체의 교란에 의한 오차 및 수신기 잡음과 가정된 비이콘 위치의 오차를 나타내는 오차항

윗 식에서 通常 誤差項  $\epsilon_j$ 는 알지 못하기 때문에 受信點의 位置는 正確하게 決定될 수 없다. 대신 식(2)로부터 近似的인 位置를 決定할 수 있을 뿐이며, 이 때의 近似度는 誤差  $\epsilon_j$ 의 크기에 依存한다.

### 2.2 誤差推定

全體를 通해서 誤差  $\epsilon_j$ 는 非相關零平均不規則變數(uncorrelated zero-mean random variables)로 모델化할 수 있는 것으로 假定한다.

즉, 만약  $\epsilon$ 이 誤差  $\epsilon_j$ 의 벡터라면 다음과 같다.

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_N \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3)$$

또 다음과 같이 假定한다.

$$E[\epsilon] = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

단, E는 기대치를 나타낸다. 또  $\epsilon_j$ 의 共分散行列  $P_\epsilon$ 은 다음과 같은 形態를 갖는다고 假定한다.

$$P_\epsilon \triangleq E[\epsilon\epsilon'] = \begin{pmatrix} \delta_1^2 & 0 \\ & \delta_2^2 \\ & & \ddots \\ 0 & & & \delta_N^2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(5)$$

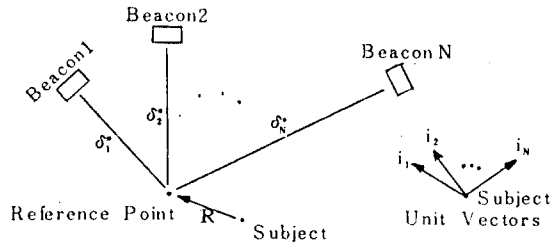
위에서 prime은 轉置(transpose)를 나타낸다. 식(4)와 식(5)의 假定은 信號傳播媒質의 平均異常電波현상에 대해 각 비이콘에서 受信點까지 送信된 時間이 미리 수정되었다면 많은 응용면에서 합리적인 것이다.

### 2.3 最適推定에 의한 位置誤差

$R$ 을 受信點의 실제 위치를 나타내는  $(3 \times 1)$  벡터

라 놓는다. 식(2)를  $R$ 에 관해 선형최소자승법을 도입하여 푸는 방법을 생각한다.

이 방법은 受信點에 充分히 가까운 點에 對해 식(2)를 線形化하여 線形化誤差가 傳播時間의 RMS (Root Mean Square)오차  $\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_N$ 에 비해 무시할 수 있는 것으로 한다. 참조점에 대한 受信點의 位置  $R$ 은 자승오차를 最小로 하는 벡터  $R$ 에 의해 계산된다.(그림 2 참조)



<그림 2> 비이콘, 참조점, 수신점간의 상관관계

자승오차는 다음식으로 주어진다.

$$Q_s = [\epsilon_1 \ \epsilon_2 \ \cdots \ \epsilon_N] [P_\epsilon^{-1}] \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_N \end{pmatrix} \quad \dots\dots(6)$$

$$= \epsilon' P_\epsilon^{-1} \epsilon$$

식(2)를 線形化한 다른 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} t_1^* &= 1/c \delta_1^* + 1/c (\mathbf{i}_1) \cdot \mathbf{R} + \epsilon_1 \\ t_2^* &= 1/c \delta_2^* + 1/c (\mathbf{i}_2) \cdot \mathbf{R} + \epsilon_2 \\ &\vdots \\ t_N^* &= 1/c \delta_N^* + 1/c (\mathbf{i}_N) \cdot \mathbf{R} + \epsilon_N \end{aligned} \quad \dots\dots(7)$$

- 단,  $\delta_j^*$  : j번째 비이콘의 가정위치로부터 참조점까지의 거리
- $\mathbf{i}_j$  : 수신점으로 부터 j번째 비이콘을 가리키는  $1 \times 3$  단위벡터
- $\mathbf{R}$  : 참조점에 대한 실제 수신점의 위치를 향하는  $3 \times 1$  벡터

식(7)을 간략히 하기 위해 다음과 같은 벡터를 정의한다.

$$T^* = \begin{bmatrix} t_1^* \\ t_2^* \\ \vdots \\ t_N^* \end{bmatrix}$$

$$\delta^* = \begin{bmatrix} \delta_1^* \\ \delta_2^* \\ \vdots \\ \delta_N^* \end{bmatrix}$$

$$F = \left. \begin{bmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{i}_2 \\ \vdots \\ \bar{i}_N \end{bmatrix} \right\} \begin{array}{l} \text{N rows} \\ \\ \\ \text{3 columns} \end{array}$$

식(6)을 最小로 할 目的으로 식(7)을 다음과 같이 行列式으로 다시 쓰는 것이 유리하다.

$$T^* = 1/c \delta^* + 1/c FR + \epsilon \dots \dots \dots (8)$$

식(8)을 이용하여 식(6)을 풀이하면

$$Q_s(R_s) = [P^* - 1/c \delta^* - 1/c FR_s]^1 P_{\epsilon}^{-1} [T^* - 1/c \delta^* - 1/c FR_s]$$

윗식을 最小로 하는 條件은 R에 關係 미분하여 0으로 놓고 R에 關係서 풀이하면

$$\begin{aligned} dQ_s &= -2/c dRF' P_{\epsilon}^{-1} \cdot \\ & [T^* - 1/c \delta^* - 1/c FR_s] \\ 0 &= F' P_{\epsilon}^{-1} [T^* - 1/c \delta^* - 1/c FR_s] \end{aligned} \dots \dots \dots (9)$$

식(9)를 풀어서 R의 推定值  $\hat{R}_s$ 을 구하면

$$\hat{R}_s = [F' P_{\epsilon}^{-1} F]^{-1} F' P_{\epsilon}^{-1} [c T^* - \delta^*] \dots \dots \dots (10)$$

식(10)에서 식(8)을 이용하면 計算된 位置에서  $\hat{R}_s - R_s$ 은 다음과 같이  $\epsilon$ 과 關連되어 있다.

식(8)로부터 FR에 關係 풀이하면

$$\begin{aligned} FR &= cT^* - \delta^* - c\epsilon \\ F' P_{\epsilon}^{-1} \times \text{양변}, F' P_{\epsilon}^{-1} FR & \\ &= F' P_{\epsilon}^{-1} [cT^* - \delta^* - c\epsilon] \\ R_s &= [F' P_{\epsilon}^{-1} F]^{-1} F' P_{\epsilon}^{-1} \cdot \\ & [cT^* - \delta^* - c\epsilon] \end{aligned}$$

식(10)으로부터,

$$\begin{aligned} \rightarrow \hat{R}_s &= [F' P_{\epsilon}^{-1} F]^{-1} F' P_{\epsilon}^{-1} [cT^* - \delta^*] \\ \therefore \hat{R}_s - R_s &= c [F' P_{\epsilon}^{-1} F]^{-1} F' P_{\epsilon}^{-1} \epsilon \end{aligned}$$

윗 식에서 만약  $\epsilon$ 이 0이면 명백히  $\hat{R} - R$ 은 0이다. 더욱 일반적으로  $E(\epsilon) = 0$ 이면  $E(\hat{R}_s - R_s) = 0$ 이다. 따라서 식(10)은 치우침이 없다. 誤差  $\hat{R}_s - R_s$ 에 關連된 共分散行列은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_{RS} &= E[(\hat{R}_s - R_s)(\hat{R}_s - R_s)] \\ &= c^2 [F' P_{\epsilon}^{-1} F]^{-1} \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

최소자승법의 결과 식(10)은 受信點의 位置 R의 오직 하나의 可能한 推定值를 나타낸다. 다른 可能한 推定值는 쉽게 提案될 수 있다. 그러나 Markov's 定理에 따라 다음 條件을 만족하는 모든 推定值의 가장 적은 평균자승오차를 생기게 하는 의미에서 最小자승추정치가 最適이다.

(條件)

- 1) 推定值는 치우쳐 있지 않다.
- 2) 관심있는 誤差量에 대하여 추정치는  $\epsilon_s$ 에 線形이다.

$$\text{즉, } R = R + A\epsilon$$

단, 행렬 A는  $\epsilon_s$ 에 獨立이다.

따라서 앞으로는 最小자승법에 의해 생긴 오차만으로 한정한다.

### 2.4 精度的 評價

精度를 評價하기 위해서 共分散行列 식(11)을 다음과 같이 다시 쓰는 것이 便利하다. 즉,

$$\begin{aligned} P_{RS} &= (\sigma^* c)^2 I' \\ &= (\sigma^* c)^2 \begin{bmatrix} \Gamma_{xx} & \Gamma_{xy} & \Gamma_{xz} \\ \Gamma_{xy} & \Gamma_{yy} & \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{xz} & \Gamma_{zy} & \Gamma_{zz} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

단,  $(\sigma^* c)^2$ 은 자승평균거리 오차를 나타낸다.

즉,

$$(\sigma^*c)^2 = 1/N \sum_{i=1}^N (\sigma_i, c)^2$$

식(12)에서 식(11)을 利用하면  $\mathbf{F}$  행렬은 다음의 관계로 정의된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= 1/(\sigma^*)^2 [\mathbf{F}' \mathbf{P}_\epsilon^{-1} \mathbf{F}]^{-1} \\ &= [\mathbf{F}' \mathbf{P}_m^{-1} \mathbf{F}]^{-1} \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

단,  $\mathbf{P}_m$ 은 正規化한 共分散行列을 나타낸다.

즉,

$$\mathbf{P}_m = \begin{bmatrix} (\sigma_1/\sigma^*)^2 & & 0 \\ & (\sigma_2/\sigma^*)^2 & \\ 0 & & (\sigma_N/\sigma^*)^2 \end{bmatrix}$$

모든 慣習的인 精度測定은  $\mathbf{F}$ 의 要素項들로 쉽게 表現될 수 있다. 예를들면 평균자승거리오차에 대한 X, Y, Z 方向으로의 평균자승오차의 비율은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_x^2/(\sigma^*c)^2 = \Gamma_{xx} \dots \dots \dots (14)$$

$$\sigma_y^2/(\sigma^*c)^2 = \Gamma_{yy} \dots \dots \dots (15)$$

$$\sigma_z^2/(\sigma^*c)^2 = \Gamma_{zz} \dots \dots \dots (16)$$

똑같이 평균자승오차에 대한 전체자승 평균오차 ( $\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2$ )의 비율은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)/(\sigma^*c)^2 \\ = \Gamma_{xx} + \Gamma_{yy} + \Gamma_{zz} \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

결국 GDOP 또는 RMS 거리오차에 대한 RMS 위치오차의 비율은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \text{GDOP} &= (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)^{1/2}/(\sigma^*c) \\ &= (\Gamma_{xx} + \Gamma_{yy} + \Gamma_{zz})^{1/2} \dots \dots \dots (18) \end{aligned}$$

식(14)에서 식(18)까지의  $\Gamma_{ij}$  함수는 基本的인 位置誤差가 受信點과 비이콘의 幾何學的 配置에 의해 얼마만큼 增大되는가를 나타내는 誤差擴大因數로 解釋될 수 있다. 確實히 식(14)에서 식(18)까지의 값이 작을수록 좋다. 구면항법에서 GDOP의 計算은 식(13)의 trace의 平方根으로 할 수 있다.

### 3. 雙曲面 航法에서의 GDOP

雙曲面航法에 關한 方程式을 얻기 위하여, 편의상 식(7)을 變形하여 식(19)와 같이 놓는다.

$$t_1^* - t_2^* = 1/c (\delta_1^* - \delta_2^*) + 1/c (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) \cdot \mathbf{R}_H + (\epsilon_1 - \epsilon_2)$$

$$t_2^* - t_3^* = 1/c (\delta_2^* - \delta_3^*) + 1/c (\dot{u}_2 - \dot{u}_3) \cdot \mathbf{R}_H + (\epsilon_2 - \epsilon_3)$$

⋮

$$t_{N-1} - t_N = 1/c (\delta_{N-1}^* - \delta_N^*) + 1/c (\dot{u}_{N-1} - \dot{u}_N) \cdot \mathbf{R}_H + (\epsilon_{N-1} - \epsilon_N) \dots \dots \dots (19)$$

식(19)를 간략히 하기 위하여 다음과 같이  $\mathbf{H}$ 행렬을 定義하자.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & 0 \\ & 1 & -1 & \\ & & \ddots & \ddots \\ 0 & & & 1 & -1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots \begin{matrix} \text{N Columns} \\ \text{(N-1) rows} \end{matrix} \dots \dots \dots (20)$$

식(19)에서 誤差項에 대한 共分散行列  $\mathbf{P}_\Delta$ 는 식(21)과 같이  $\epsilon_i$ 에 대한 項으로 나타낼 수 있으며, 또  $\mathbf{H}$ 행렬을 利用하면 더욱 간략히 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_\Delta &= E \left\{ \begin{bmatrix} \epsilon_1 - \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_{N-1} - \epsilon_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\epsilon_1 - \epsilon_2) & \dots & (\epsilon_N - \epsilon_{N-1}) \end{bmatrix} \right\} \\ &= E \{ (\mathbf{H}\boldsymbol{\epsilon}) (\mathbf{H}\boldsymbol{\epsilon})' \} \\ &= \mathbf{H} \mathbf{P}_\epsilon \mathbf{H}' \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

식(6)에서와 같이 자승오차는 다음식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_H &= [(\epsilon_1 - \epsilon_2) \dots (\epsilon_{N-1} - \epsilon_N)] \begin{bmatrix} \mathbf{P}_\Delta^{-1} \\ \vdots \\ \mathbf{P}_\Delta^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 - \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_{N-1} - \epsilon_N \end{bmatrix} \\ &= (\mathbf{H}\boldsymbol{\epsilon})' \mathbf{P}_\Delta^{-1} (\mathbf{H}\boldsymbol{\epsilon}) \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

식(22)를 最小로 하기 위하여 식(19)를 다음과 같이 쓰기로 한다.

$$\mathbf{HT}^* = 1/c \mathbf{H}\boldsymbol{\delta}^* + 1/c \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{R}_H + \mathbf{H}\boldsymbol{\epsilon} \dots \dots \dots (23)$$

식(22)와 식(23)을 利用하면

$$Q_H(R) = [HT^* - 1/cH\delta - 1/cHFR_H]^{-1} P_{\Delta}^{-1} [HT^* - 1/cH\delta^* - 1/cHFR_H]$$

$$dQ_H = - (2/c) dR F'H'P_{\Delta}^{-1} [HT^* - 1/cH\delta^* - 1/cHFR_H]$$

$$0 = F'H'P_{\Delta}^{-1} [HT^* - 1/cH\delta^* - 1/cHFR_H] \quad (24)$$

식(24)의 해는 R의 推定值  $\hat{R}_H$  를 나타낸다.

$$\hat{R}_H = [F'H'P_{\Delta}^{-1}HF]^{-1} F'H'P_{\Delta}^{-1} [cHT^* - H\delta^*] \quad (25)$$

식(23)을 이용하여 식(25)를 풀이하면

$$\hat{R}_H - R_H = c [F'H'P_{\Delta}^{-1}HF]^{-1} F'H'P_{\Delta}^{-1} H\epsilon$$

이므로 오차  $\hat{R}_H - R_H$ 에 대한 相關공분산행렬은 다음과 같다

$$P_{RH} = E \{ (\hat{R}_H - R_H) (\hat{R}_H - R_H)' \}$$

$$= c^2 [F'H'P_{\Delta}^{-1}HF]^{-1}$$

$$= c^2 [F'H' (HP_{\Delta}^{-1}H) ]^{-1} \quad (26)$$

식(12)에서 식(18)까지의 計算方法으로 GDOP를 구해보면 雙曲面 航法에서의 GDOP는  $\bar{m} = [F'H'P_{\Delta}^{-1}HF]^{-1}$  行列의 trace의 平方根으로 計算된다. 단,  $P_{\Delta}^{-1}$ 은 正規化共分散行列로서  $[HP_{\Delta}^{-1}H]^{-1}$ 이다. 또 球面航法에서의 마찬가지로  $\bar{m}$ 行列을 쓰면 다음과 같다.

$$\bar{m} = [F'H' (P_n^{-1}) HF]^{-1} \quad (27)$$

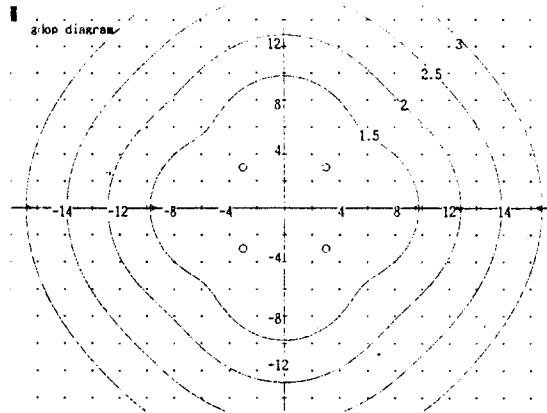
#### 4. 球面航法과 雙曲面航法の GDOP의 計算例

식(13)과 식(27)을 利用하여 GDOP를 計算한 예는 다음의 그림 3 및 그림 4와 같다.

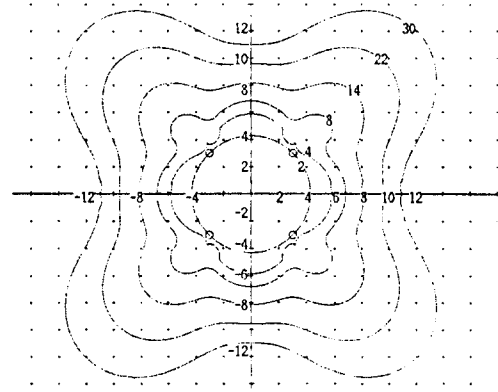
그림 3과 그림 4는 정사각형의 頂點에 비이콘을 配置한 경우, 球面航法과 雙曲面航法の GDOP 等誤差曲線을 各各 나타낸다.

식(2)의 觀測誤差  $\epsilon_i$ 의 分散을 一定한 값으로 주고 식(13)과 식(27)을 利用하여 各 航法の 測位誤差와 측위오차의 關係를 컴퓨터 시뮬레이션으로

구하여 等測位誤差曲線으로 나타낸 것이다. 이 시뮬레이션 예에서는 航法시스템의 幾何學의 特性을 나타내는 F에는 바이어스오차 成分은 포함되지 않는 것으로 하였다.



<그림 3> 球面航法の GDOP



<그림 4> 쌍곡선 航法の GDOP

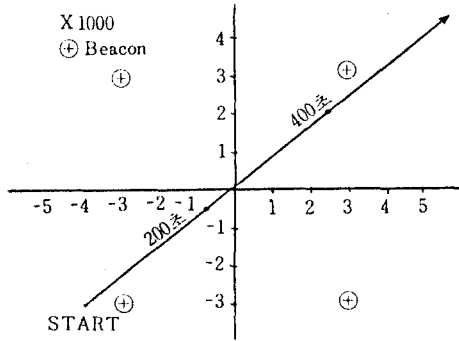
그림 3 및 그림 4로 부터 球面航法과 雙曲面航法 모두 비이콘배치의 内部에서 測位精度가 좋은 것으로 나타남을 알 수 있다. 또 비이콘배치의 外部 領域에서 雙曲面航法の GDOP의 값이 球面航法の GDOP의 값에 비해 급격히 커지는 것을 알 수 있다.

#### 5. 시뮬레이션에 의한 測位誤差 特性의 評價

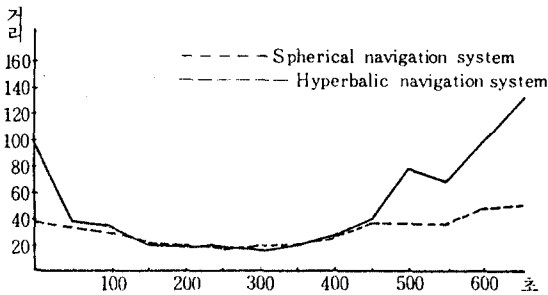
그림 5에 受信點이 直線運動을 한다고 假定하고

시뮬레이션을 행하여 球面航法 및 雙曲面航法에 있어서의 測位誤差의 特性을 評價하였다. 이 시뮬레이션 에에서는 비이콘 위치 情報과 電波의 傳播速度에 바이어스 誤差가 있고, 가우스 白色잡음의 觀測誤差  $\epsilon_j$ 를 假定하였다.

그림 6에 측위결과와 의 一例를 보인다. 이 그림은 橫軸 經過時間, 從軸에 測位誤差의 平均値를 나타낸 것이다. 測位誤差는 100에 대한 相對値로 나타내었다. GDOP를 이용한 解析에 있어서와 같이 여기에서도 雙曲面航法 쪽이 비이콘배치의 外部領域에서 測位誤差의 平均이 球面航法과 比較하여 큰 것을 알 수 있다.



〈그림 5〉 비이콘의 배치와 수신점의 제적



〈그림 6〉 위치오차에

## 6. 航法の 選擇에 의한 高精度化

### 6.1 GDOP를 規範으로 한 航法の 選擇

앞에서 두 개의 航法에 관한 測位誤差特性의 評價로부터 비이콘 배치의 外部의 영역에서는 球面航法이 雙曲面航法에 비해 推定精度가 좋은 것을 알았다. 이 같은 測位場所와 測位精度의 關係는

앞에서 論한 GDOP로 評價할 수 있다. 즉, 두 개의 航法이 使用可能한 경우에는 각각의 GDOP를 評價하므로써 GDOP가 적은 航法을 選擇하면 綜合적으로 測位誤差를 작게 할 수 있다. 그러나 球面航法에서는 비이콘과 受信點 사이의 距離를 必要로 하기 때문에 비이콘으로 부터의 信號發生時刻을 반드시 알고 있다고는 할 수 없다. 이러한 시스템에서는 雙曲面航法 밖에 使用할 수 없으므로 비이콘의 信號發生時刻을 推定하지 않는 한 球面航法은 使用할 수 없다.

### 6.2 雙曲面航法の 測位結果를 利用한 信號發生時刻 推定

비이콘에서의 信號發生時刻을 受信點에서 알 수 없는 경우에도 그림 7과 같이 等時間 間격으로 펄스信號가 송신되어 올 때에는 雙曲面航法の 結果로부터 비이콘에서의 펄스送信 時刻을 推定할 수 있다. 初期 펄스發生時刻을  $T_0$ , 펄스信號時間間격을  $\Delta T$ 라 하면  $m$ 번째의 펄스신호 發生時刻  $T_m$ 은 식(28)과 같다.

$$T_m = T_0 + m \cdot \Delta T \dots\dots\dots(28)$$

한편  $i$ 번째의 펄스信號를 受信했을 때, 雙曲面航法을 써서 受信點의 位置를 다음과 같은 觀測方程式으로 나타낼 수 있다.

$$T_{ri} = \hat{D}_i/c + T_i + \xi_i' \quad (j=1 \dots\dots N) \dots\dots(29)$$

단,  $T_{ri}$  : 비이콘  $j$ 로 부터의  $i$ 번째 펄스신호를 수신한 시각

$\hat{D}_i$  : 雙曲面航法の 推定値를 이용하여 推정한 수신점과 비이콘  $j$ 와의 거리

$T_i$  :  $i$ 번째 펄스 발생시각

$\xi_i'$  : 雙曲面航法の 수신점 위치 추정오차나 신호수신시의 시각측정 오차에 의한 불규칙한 잡음.

식(29)는  $\Delta T$ 와  $T_0$ 를 사용하여 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$T_{ri} = \hat{D}_i/c + T_0 + i \cdot \Delta T + \xi_i' \dots\dots\dots(30)$$

이 중에 未知패러미터는  $T_0$ 뿐이며, 여기서  $\Delta T$ 는  $\hat{D}_i/c$ 보다 크게 설계되어 있으며, 미리 알고 있다

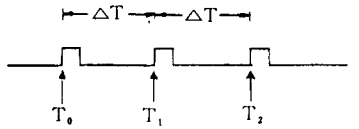
고 한다.  $i$ 번째의 펄스 신호에 대해서  $N$ 개의 정보를 종합하면 미지매리미터  $T_0$ 는 다음과 같이 推定할 수 있다.

$$\hat{T}_0^{(i)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{T_{Ri} - D_i/c - i \cdot \Delta T\} \dots\dots (31)$$

$m$ 번째의 펄스 신호 處理時点에서 初期 펄스 신호 發生時刻의 推定值  $\hat{T}_0$ 는  $m$ 번째 까지의 推定值  $\hat{T}_0^{(i)}$ 의 平均으로 주어지게 된다.

즉,

$$\hat{T}_0 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \hat{T}_0^{(i)} \dots\dots\dots (32)$$



$T_0$  : 초기 펄스 신호 발신시각  
 $\Delta T$  : 펄스시간 간격

그림 7 펄스신호 계열

식(32)를 축차형으로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\hat{T}_0 = \hat{T}_0^{(1)} \text{ (초기펄스)} \dots\dots\dots (33)$$

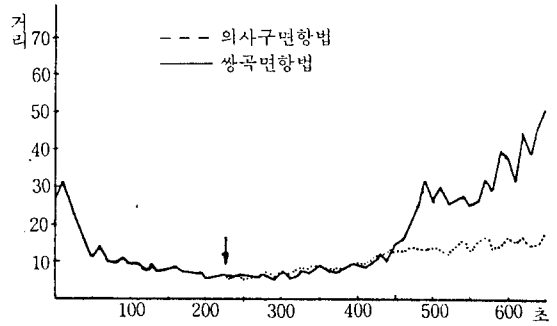
$$\hat{T}_0 = \hat{T}_0 + \frac{1}{m} (\hat{T}_0^{(m)} - \hat{T}_0) \dots\dots\dots (34)$$

$m$ 번째의 펄스 發生時刻는 推定된  $\hat{T}_0$ 를 사용하여 다음과 같이 計算된다.

$$\hat{T}_m = \hat{T}_0 + m \cdot \Delta T \dots\dots\dots (35)$$

### 6.3 數值例

위의 펄스信號 發生時刻 推定 알고리즘을 이용하여 펄스信號 發生時刻를 구하고 GDOP가 크게 되는 비이콘 設置外部領域에서 雙曲面航法 대신에 球面航法을 이용하는 시뮬레이션을 행하였다. 225초가 經過한 시각으로 부터는 그 以前의 雙曲面航法에 의한 비이콘情報를 이용하여  $\hat{T}_0$ 를 구하고 이를 이용한 구면航법(擬似球面航法)을 적용하면 그림 8에 나타내는 바와 같이 位置精度가 크게 向上됨을 알 수 있다.



<그림 8> 위치 추정오차의 추이

## 7. 結 論

球面航法 및 雙曲面航法에 있어서 位置精度評價 基準으로서의 GDOP 計算式을 각각 유도하였다. 또 測位誤差의 要인이 各航法の 幾何學的인 特性에 따라 다르게 나타나는 點에 着眼하여, 球面航法과 雙曲面航法을 組合하므로써 測位精度의 向上을 도모하였다. 즉 GDOP를 推定精度의 規範으로 하여 精度가 높은 航法을 選擇하는 方法으로서, GDOP가 커지는 비이콘 設置外部領域에서 球面航法을 적용하여 位置를 구하는 것이 尤리함을 시뮬레이션에 의하여 입증하였다. 이 때에 必要한 펄스信號 發生時刻에 관한 推定法에 관하여도 檢討하여 그 有用性을 確認하였다.

## 참 고 문 헌

- 1) 정세모, 전파항법 및 전파수로 측량, 아성출판사, 1987.
- 2) E. R. Swanson, "Geometric Dilution of Precision," Navigation, Vol. 25, pp.425-429, 1978.
- 3) 小坂萬隆, "異種測位 알고리즘組合せによる 測位精度의 向上," 電氣學會論文誌C, 106卷, 8號, pp.173-179, 1986.
- 4) Harry B. Lee, "A Novel Procedure for Assessing the Accuracy of Hyperbolic Multilateration Systems," IEEE Transactions on AES, Vol. AES-11, NO. 1, 1975.
- 5) 木村小一, "雙曲面航法と 衛星航法のGDOP," 日本航海學會論文集, 72號, pp.41-48., 1985.



- 6) 木村小一, “GDOP の一般的な定義,” 船の科學, Vol. 37, pp.106-107, 1984.
- 7) B. T. Fang, “Geometric Dilution of Precision in Global Positioning System Navigation,” AIAA Journal of Guidance and Control, Vol. 4, No. 1, 1981.
- 8) 大久保 博：佐藤後昭, “フェイズIII GPS の計算機 シミュレーションによる 解析,” 日本航海學會論文集, 74號, pp.89-97, 1985.
- 9) P. S. Noe and K. A. Myers, “A Position Fixing Algorithm for the Low Cost GPS Receiver,” IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-12, pp.295-297, 1976.