

## 水質時系列의 週期性 分析

安 鈴 美

同德女子大學校 健康管理科

### Periodicity Analysis of Water Quality at Guii

Ryong Me Ahn

*Dept. of Health Management, Dong Duck Women's University*

#### Abstract

The stochastic variations were analyzed periodicity by autocorrelation, variance spectrum and Fourier series. These time series included hourly and hourly mean observations on DO, water temperature and air temperature which measured by automatic recording instrument at Guii from 1, Jan., 1986 to 23, Feb., 1986.

The results of study were as follows:

1. Autocorrelation coef. (lag time 120) DO( $\rho_1 = 0.9705$ ), WT( $\rho_1 = 0.9890$ ), and AT( $\rho_1 = 0.9874$ ) were deeply related. DO and AT clearly showed 24-hour periodicities while WT showed 23-26 hour periodicity.
2. Spectral density showed high at 24 hour in each item and all of them showed weak peak at 12 hour.
3. The explained variance, which was a measure of the contribution of periodic function to the original time series, varied high 90.8 - 94.7%. This results showed that water qualities at Guii were affected deterministic components.

#### I. 緒 論

河川의 水質은 時間에 따라 끊임없이 變化하고 있다. 水質은 水文量과 함께 하나의 推計學

的인 現象으로 볼 수 있으며, 人爲的인 生活河  
水의 영향을 받아 한층 複雜한 樣相을 띤다. 水  
質은 長期的으로 볼때 1年을 週期로 變化되고  
있으며 季節의 變化에 따라 週期性을 보이고,  
1日 동안에도 역시 時間的인 週期性을 보인

다.<sup>1-6)</sup>

水質의變化는 이러한週期性外에說明하기 어려운確率的成分이水質現象의時系列에包含되어있기때문에連續的으로測定된水質의時系列은推計的인現象으로看做된다.

水質變動에對한推計學的分析을利用한研究는1960年代後半부터活潑해지고있다. 1967年Thoman<sup>7)</sup>은Spectral分析을利用하여週期成分을찾아내었고, 이分析技法으로日別水溫과溶存酸素의變動을照查하였다. Haln<sup>8)</sup>도1972年Spectral分析으로日別水質變動의週期性을照查하였다. 國內에서는善遇가Spectral Density에의해月降水量을分析하였고李<sup>1,2)</sup>의水質의週期分析, 自己回歸模形檢討에이어金<sup>9)</sup>安<sup>10)</sup>金<sup>11)</sup>崔<sup>12)</sup>의水質의推系學的인研究는測定資料의貧困으로研究가活潑하게進行되지못한實情이다.

本研究에서는구의DO, WT, AT의週期性을把握하기위해時別資料로自己相關係數(lag time 120)와Spectral Density를分析하였고, 日平均資料로는說明分散을分析하여各週期가全時系列에寄與하는寄與度を求하였다.

研究結果는河川의水質監視 및 上水의取水計劃과下水의排水計劃등河川의水質管理에利用될수있으리라생각된다.

## II. 調查對象 및 調查期間

本研究에利用된資料는自動水質測定機가

設置되어있는구의정수장의DO와水溫의資料를利用하였고, 氣溫은中央氣象臺의月表原簿를利用하였으며, 期間은1986年1月1日~2月23日까지이다.

本研究에利用된구의地點은천호대교上流1.3km에位置하는데, 現在水質은양호하나, 上流에덕수지역의工團이있어앞으로汚染이우려되는곳이다.

各項目의統計的特性은Table 1과같다.

## III. 結果 및 考察

### 1. 自己相關係數(Auto correlation coef. $r(k)$ )의分析

自己相關係數( $r(k)$ )와lag time에對한직교좌표상의曲線인Correlogram은原時系列 $X_t$ 의週期를찾는데利用된다.  $r(k)$ 는이산형시계열의경우 $k$ 만큼지체된時系列의自體變數사이에存在하는相關係數이며, 지체시간이 $k$ 인 $\rho(k)$ 의推定值 $r(k)$ 는다음과같다.<sup>13-15)</sup>

$$r_k = \frac{C_k}{C_0} \quad 3.1$$

( $C_k$ : 共分散,  $C_0$ : 分散)

時系列의相關係, 卽時系列에서의지체 $k$ 사이의相關係가存在하는것은어느시점 $t$ 의 $X_t$ 가지체 $t$ 時間後의 $X_{t+k}$ 에영향을미치는것을意味하고相關係가存在하지않으면지체 $k$ 의變量間에서로종속관계가없는독

Table 1 Statistical Properties of Hourly Data

Items	Max. Val	Min. Val	Mean	S. D.	No. of Data
DO (mg/l )	14.6	9.1	11.38	1.03	1,296
WT (°C)	5.5	2.9	4.45	1.12	1,296
AT (°C)	6.7	-18.0	-4.43	4.90	1,296

(Jan. 1 ~ Feb. 23, 1986, at Guii)

립적인 것을 의미한다. 時系列  $X_t$ 가 獨立的 時系列 인지 여부를 판단하기 위해 사용한 Anderson<sup>17)</sup>의 유의성 검정식은 다음과 같다.

$$L(k) = \frac{-1 \pm n\sqrt{N-k-2}}{N-k-1} \quad 3.2$$

( $\alpha$ 가 95% 일때  $n_\alpha = 1.96$ )

각 項目의 週期성을 파악하기 위해 式 3.1의 自己相關係數(lag time 120)를 利用하여 얻어진 Correlogram은 Fig.1~3과 같다. DO는 정확하게 24時間 週期를 보이고 있으며, 水溫과 氣溫은 23時間에서 25時間의 週期를 보이고 變動하고 있다. 時系列이 여러개의 週期를 가지고 있다면 Correlogram은 各週期의 疊으로 나타나기 때문에 단순히 Correlogram만으로 週期를 찾는 데 限界가 있어 Spectral Density로 週期를 分析하였다.

## 2. Spectral Density에 의한 週期分析

水文量이 하나의 時系列을 이룬다고 가정했을 때 이들의 模型은 다음과 같이 表現할 수

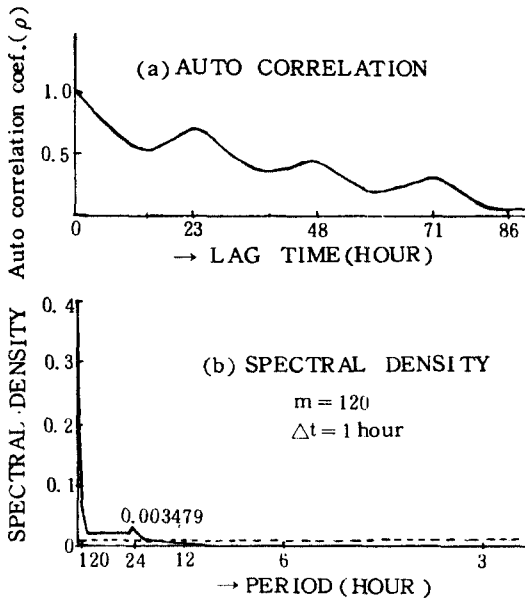


Fig.2. Correlogram and Spectral Density of Hourly WT.

있다.<sup>16)</sup>

$$X_t(t) = X_T(t) + X_P(t) + \epsilon(t) \quad 3.3$$

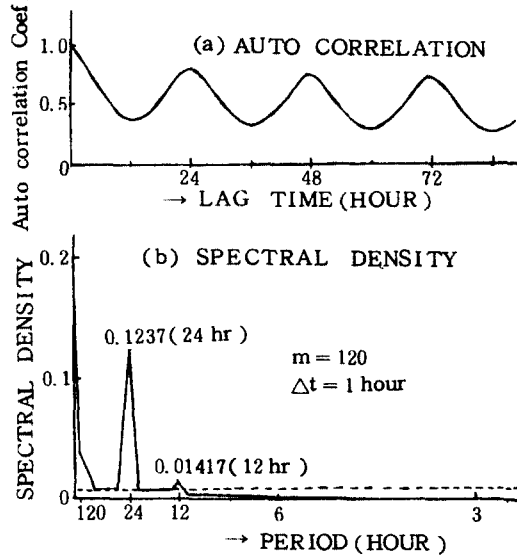


Fig.1. Correlogram and Spectral Density of D.O.

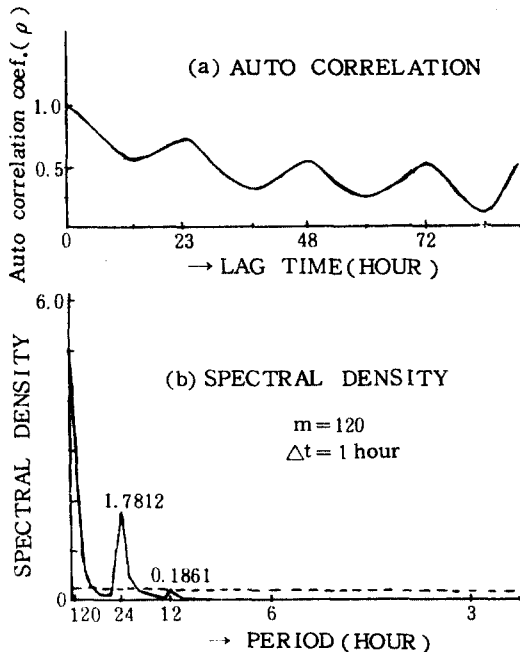


Fig.3. Correlogram and Spectral Density of Hourly AT.

이중  $X_{(t)}$ 는 時系列이고,  $X_{T(t)}$ 는 傾向成分,  $\epsilon_{(t)}$ 는 確率成分이다. 長期間의 資料가 없을때는  $X_{T(t)}$ 의 成分을 알아내기가 어렵기 때문에 無視하고,  $X_{(t)}$ 가 단지 週期成分으로 構成되어 있다고 가정하면 式 3.3의  $X_{(t)}$ 는 다음과 같은 Fourier 級數로 表示할 수 있다.

$$\bar{X}_{(t)} = \bar{X} + \sum_{k=0}^{\infty} \left( A_k \cos \frac{2\pi k}{N} t + B_k \sin \frac{2\pi k}{N} t \right) \quad 3.4$$

$$A_k = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N X_{(t)} \cos \frac{2\pi k}{N} t \quad 3.5$$

$$B_k = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N X_{(t)} \sin \frac{2\pi k}{N} t \quad 3.6$$

$$C_j = (A_j^2 + B_j^2)^{1/2} \quad 3.7$$

$A_k, B_k$ 는 Fourier 當數

$C_j$ 는 진폭

$C_j^2/2$ 는  $j$ 次 調和函數의 分散인데, 이를  $H(f_j)$ 로 놓으면 式 3.7는 다음과 같다.

$$H(f_j) = \frac{1}{2} (A_j^2 + B_j^2) \quad 3.8$$

$f_j$ 는  $j$ 次 調和函數의 頻度이고  $0 \sim 0.5$ 의 범위에 있는데, 이는  $j$ 에 해당하는 週期函數가 全時系列에 기여하는 기여도를 나타내며, 이를 表現可能分散(Explained Variance)이라 한다. 따라서 1次에서  $n$ 次까지 合成된  $n$ 個의 調和函數로 說明되는 說明分散比  $P_m$ 은 다음과 같이 表示된다.

$$P_m = \frac{\sum_{j=1}^m C_j^2 / 2}{\sigma_x^2} \quad 3.9$$

固定된 週期外에 0에서 0.5사이의 任意的頻

度에서 週期成分을 發見하기 위한 Spectral Density의 推定値는 다음과 같다.

$$I_{(f)} = 2 \left[ C_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos 2\pi f k \right] \quad 3.10$$

$$0 \leq f < 0.5$$

이 式을 利用하여 資料數가  $N$ 인 이산형 時系列의 Spectral Density를 求하는 경우 自己 共分散의 次數인  $K$ 값의 最大值 $m$ 은  $N/5 \sim N/10^{13)}$  사이에서 決定하며  $I_{(f)}$ 는  $V_{(f)}$  값으로 推定된다.

$$V_{(f)} = 2 \left[ C_0 + 2 \sum_{k=1}^m C_k \cos 2\pi f k \right] \quad 3.11$$

式 3.13을 頻度領域(Frequency Domain)에서 時間領域으로 바꾸면

$$V_k = \frac{p}{m} \left( C_0 + 2 \sum_{l=1}^{m-1} C_l \cos \frac{l k \pi}{m} + C_m \cos k \pi \right) \quad 3.12$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, m$$

$$p = \frac{1}{2} (k=0 \text{ or } m)$$

$$p = 1 (k \text{가 } 0 \text{과 } m \text{이 아닌 경우})$$

式 3.13을 平滑하게 하기 爲하여 Backman과 Tukey가 開發한 hanning 式은

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= \frac{1}{2} (V_0 + V_1) \\ U_k &= \frac{1}{4} V_{k-1} + \frac{1}{2} V_k + \frac{1}{4} V_{k+1} \\ U_m &= \frac{1}{2} (V_{m-1} + V_m) \end{aligned} \right\} \quad 3.13$$

Spectral Density의 有意性 檢定은  $U_k$ 의 平均値를 使用하면 다음과 같다.

Table 2 Period of Hourly Water Quality and Spectral Density

Iteams	Period (T) hour	Variance $S_x^2$	Spectral Density $U_T$	Mean Variance $\bar{U}$	$M = \frac{U_T}{\bar{U}}$
DO(mg/l)	24	1.05	0.1237	$8.63 \times 10^{-2}$	14.33
WT(°C)	24	1.25	$3.498 \times 10^{-2}$	$1.02 \times 10^{-2}$	3.43
AT(°C)	24	24.01	3.5158	0.20	17.58

Table 3 Hourly Variations of Hourly Mean Water Qualities.

Items	Hour of Max. Val.	Max. Val.	Hour of Min. Val	Min. Val.	Val. of Upper Mean	mean $m_7$
DO (mg/l)	1	11.89	12	10.55	18 ~ 08	11.39
WT (°C)	12	4.88	21	4.03	08 ~ 17	4.46
AT (°C)	15	-1.24	07	-7.22	11 ~ 22	-4.37

$$\bar{U} = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^m U_k \quad 3.14$$

式 3.13에서 求하여진 Spectral Density의 週期(T)는 다음과 같이 求한다.<sup>18)</sup>

$$T_7 = \frac{2m \cdot \Delta t}{7} \quad 3.15$$

式 3.5 과 式 3.6을 利用하여 Spectral Density를 求한 結果는 Table 2와 Fig. 1~3에 있다. Table 2에 있는 週期T는 式 3.14에 適合한 값이거나,  $\bar{U}$  以上으로 뚜렷이 나타나는 週期를 제시하였고, M은  $U_T$ 와  $\bar{U}$ 의 比로 時間的 週期性的 영향 정도를 나타낸 것이다. 本 研究의 結果는 李<sup>1)</sup>와 비슷한데 M값이 DO는 14.3, 氣溫은 17.6으로 水溫의 3.4보다 큰 값을 보인다. 이는 DO의 週期性이 水溫보다 强하며, DO가 水溫外의 다른 要因의 週期的 作用을 받고 있음을 나타내는 것이다. 各 項目 모두 24 週期를 가장 뚜렷하게 갖고 있으며, 희미하기는 하나 12 時間의 週期도 보인다.

### 3. 時平均의 特性 分析

Correlogram과 Spectral Density로 週期를 分析한 結果 24 時間 週期가 가장 뚜렷하게 나타났으나, Spectral Density分析에서는 12 時間 週期도 희미하게 나타났다. 따라서 24 時間의 週期外의 다른 週期的 存在를 확인하기 위해 說明分散(Explained Variance)을 求하였다. 時平均은 各 時의 平均으로 算出하였으며, Table 3와 Fig. 4~6에 그 結果가 있다.

式 3.5~3.6, 式 3.8~10으로 求한 說明分散

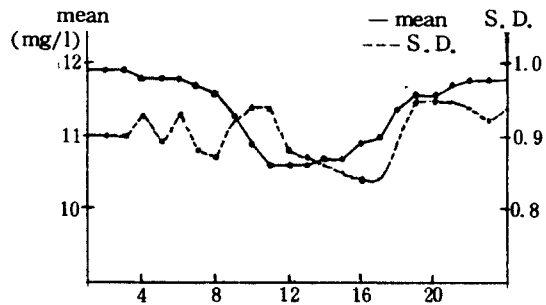


Fig. 4. Hourly Mean Value and S.D. of DO.

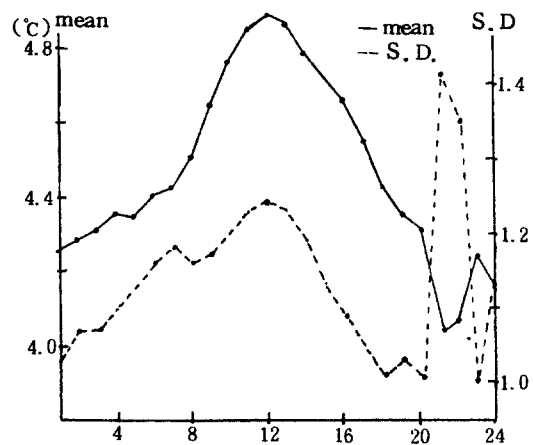


Fig. 5. Hourly Mean Value and S.D. of WT.

은 Table 4에 나타내었다. 全般的으로 主調和次數는 2인데 이는  $m_7$ 가 24 時間과 12 時間의 週期를 가지고 있는 것으로 생각할 수 있으며, 12 時間 週期가 24 時間 週期에 비해 약 한 것은 各 項目은 自然환경, 즉 氣溫에 가장 큰

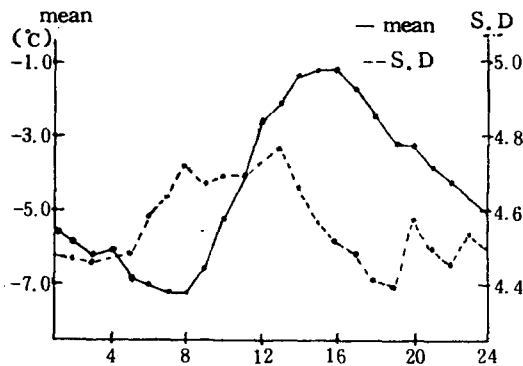


Fig.6. Hourly Mean Value and S.D. of AT.

영향을 받고 있으나 生活下水 등의 영향으로 미세한 12시간 週期가 나타나는 것으로 생각할 수 있다.<sup>1,9)</sup> 또, 週期 함수가 全時系列에 기여하는 기여도를 나타내는  $m_7$ 의 12시간 週期까지의 說明分散比는 90% 이상임으로 時平均別 水質은 2次까지의 調和函數로 表示될 수 있을 것으로 생각된다.

#### IV. 結 論

本 研究는 自動水質測定機로 구의에서 1986年 1月 1日~2月 23日까지 連續測定된 時別 DO, 水溫과 같은 기간에 測定된 氣溫이 週期性을 分析하고자 自己相關係數, Spectral Density를 求하였고, 24時間 以內의 週期를 發見하고자 說明分散을 求하였으며, 그 結果는 다음과 같다.

1. 自己相關係數로 Correlogram (lag time

120)을 圖示한 結果(Fig. 1~3) DO는 24時間의 週期를 보이나, 水溫과 氣溫은 23時間에서 25時間의 週期를 보였다.

2. 明確한 週期를 求하고자 Spectral Density를 算出한 結果 각 項目 모두 24時間 週期에서 높은 값을 보였고, 12時間에서도 희미하지만 흔적이 보였다. Spectral Density에 對한 平均分散比 M값은 DO( $M=14.33$ )와 氣溫( $M=17.58$ )은 水溫( $M=3.43$ )에 비해 높은 값을 보였는데 이는 DO와 氣溫의 週期性이 水溫보다 強하며, DO가 水溫外 다른 要因의 週期的 作用을 받고 있는 것으로 생각된다(Table 2, Fig. 1~3).

3. 自己相關係數와 Spectral Density에서 각 項目의 24時間 週期는 확인 했으나, 24時間 以內의 다른 週期가 있는지를 時平均 資料로 說明分散을 利用해 檢討하였다. 각 項目의 主調和 次數가 2인 것으로 보아 水質은 24時間 以外에 12時間의 週期를 갖고 있는 것으로 나타났으며 이는 生活河水의 影響을 받기 때문인 것으로 생각된다(Table 3~4, Fig. 4~6).

#### 參 考 文 獻

1. 李弘根 : 漢江下流部の 水質變動에 對한 推計學的 特性, 1982.
2. 李弘根 : 漢江의 水質變動과 工業用水의 取水時間에 對한 推計學的인 研究, 大韓보건 협회지, 4(2), 39~50, 1978.
3. Sawyer C.N., and P.L., McCarty: Chemi-

Table 4 Explained Variances of Hourly Mean.

Items	Variance ( $S_x^2$ )	No. of Spectral Density	Explained Variance		
			$C_1^2/2$	$C_2^2/2$	Pm(%)
DO (mg/l)	0.2425	2	0.2068	0.02024	93.6
WT (°C)	0.07201	2	0.05924	0.006109	90.8
AT (°C)	4.1273	2	3.5285	0.3797	94.7

- sty for environmental engineering, McGraw-Hill, 1978.
4. Paroni J.L.: Handbook of water quality management planning, Van Nostard Reinhold Company, 1978.
  5. Chanlett E.T.: Environmental protection, McGraw-Hill, 1978.
  6. Rich L.G.: Environmental system engineering, McGraw-Hill, 1978.
  7. Thomann, R.V.: Time series analysis of water quality data, J. Saint. Eng. Div. ASCE, 93, No. SAI, 1-23, Feb., 1967.
  8. Hahn, R.L.: Time series analysis of daily measurements of water quality parameters of the passaic river at little falls, New Jersey. M.S. Thesis, Rutgers Univ., Nen Brunswick, N.J. 1972.
  9. 金美淑: 낙동강 水質變動에 對한 推計學的 研究, 한국 환경위생 학회지, 9(1), 15~30, 1983.
  10. 安鈴美: 河川의 日別 水溫差에 對한 推計學的 特性, 한국 위생 학회지, 10(1), 1~12, 1984.
  11. 金貞和: 팔당댐의 季節別 水質變動과 水質豫測에 對한 研究, 서울대학교 환경대학원, 도시계획 학석사 학위논문, 1986.
  12. 崔成源: 漢江의 水溫 및 DO變動에 關한 推計學的 分析, 서울대학교 보건대학원, 보건학 석사학위논문, 1987.
  13. N.T. Kottegoda, Stochastic water resources technology, The Macmillan Press LTD, 1980.
  14. Gwilym M. Jenkins and Donald G. Watts: Spectral analysis and its applications, Holden-Day.
  15. George E.P. Box and Gwilym M. Jenkins: Time series analysis forecasting and control, Holden-Day.
  16. Bendat J.S., and A.G. Piersol: Engineering applications of Correlation and spectral analysis, Wiley-Interscience, 1980.
  17. Anderson R.L.: Distribution of serial correlation coefficients, Annals of Math. Statistics, 8(1), pp. 1-13, 1941.
  18. Linvil G. Rich: Environmental systems engineering, McGraw-Hill, 1973.
  19. 鮮于 仲皓: Spectral Density에 依한 韓國月降水量의 週期性 分析, 대한 토목 학회지, 24(3), 69~74, 1976.