

쇄기형 유전체에 의한 전자파의 회절, I 부 : 물리광학근사

(Diffraction of Electromagnetic Waves by a Dielectric Wedge, Part I : Physical Optics Approximation)

金世潤*, 羅正雄**, 申相永**

(Se Yun Kim, Jung Woong Ra and Sang Yung Shin)

要 約

임의의 유전율과 쇄기각을 가진 쇄기형 유전체에 임의의 방향으로 입사하는 평면파에 의해 회절된 전자파에 대한 물리광학 근사해를 일반적인 형태로 구하였다. 파수영역에서 유도된 쌍적분방정식에 근거하여 얻은 물리광학해는 유전체 내부에서의 다중반사를 포함하는 기하광학해와 모서리 회절파의 합으로 표시되는데, 여기서 모서리회절파의 회절 함수는 Fresnel 반사계수들의 곱을 계수로 갖는 cot 함수의 급수와 같은 간단한 형태로 구하였다. 유전체 경계면에서 물리광학해의 회절패턴이 불연속임을 보였는데, 본 논문의 연속논문인 II, III부에서는 이러한 물리광학해의 오차를 수정하는 방안을 다룰 것이다.

Abstract

A complete form of physical optics solution to the diffraction of electromagnetic waves by a dielectric wedge with arbitrary dielectric constant and general wedge angle is obtained for an incident plane wave with any angle. Based on the formulation of dual integral equation in the spectral domain, the physical optics solution is constructed by sum of geometrical optics term including multiple reflection inside the wedge and the edge diffracted field, of which diffraction functions are represented in a quite simple form as series of cotangent functions weighted by the Fresnel reflection coefficients. Since diffraction patterns of physical optics are discontinuous at dielectric interfaces, Part II and III of these three companion papers will be concerned with correction to the error of the physical optics approximation.

*正會員, 韓國科學技術院 物理電子研究部
(Center for Appl. Phys. and Elec. Eng.,
KAIST)

**正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科
(Dept. of Electrical Eng., KAIST)

接受日字: 1988年 3月 21日

I. 서 론

최근 금속보다 여러 면에서 우월한 유전체재질^[1]의 개발등으로, 전자파 산란문제에 널리 사용되는 기하광학적 회절이론(GTD, geometrical theory of diffraction)^[2]을 유전체 매질에 대해 적용시키기 위한 기본적인 문제로 쇄기형 유전체의 모서리 회절패

턴의 계산이 시급하다. 또 mm 및 더 짧은 파장을 갖는 전자파의 응용개발연구가 활발하며, 여기에 사용되는 각종부품인 방향성결합기, 필터, 주파수변조기 등의 제작에 있어서 각진 유전체 경계면을 가지는 장치들을 사용할 경우 쇄기형 유전체에 의한 회절문제는 중요하다.¹³⁾

쇄기형 유전체에 의한 전자파 산란문제에 관한 여러 해석방법이 시도되었지만 성공하지 못하고 있다. Radlow¹⁴⁾는 직각 쇄기형 유전체에 이중라플라스변환(double Laplace transform)을 써서 Wiener-Hopf 형의 함수를 갖는 이중적분을 얻었는데, Kraut와 Lehman¹⁵⁾이 그의 이중 적분형태의 해가 틀림을 발견하였다. 이 방법은 수정 보완되더라도 임의의 쇄기각에 대해 적용시키기 힘든 것으로 알려져 있다. 이에 대해 일반화된 이중라플라스변환을 써서 Zavadskii¹⁶⁾에 의해 계산된 해는, 무한대에서 발산하는 branch cut의 적분을 포함하고 있음을 Lewin과 Sreenivasiah¹⁷⁾가 찾아 내었다. Aleksandrova와 Khiznyak¹⁸⁾는 임의의 쇄기형 유전체 회절문제에 대한 정확한 해를 특이적분방정식(singular integral equation)으로부터 구하였다고 발표하였으나, 계산과정에서 몇 항이 빠져 있으며 이를 포함시켜서 계산해도 정확한 해를 얻지 못 함이 지적되었다.¹⁷⁾

지금까지 정확한 해를 얻지 못함에 따라 여러 근사방법이 사용되어 왔다. 기하광학적 근사방법을 사용하여 Nefedov와 Sivov¹⁹⁾는 쇄기형 유전체의 두 경계면 중 한 면에 평면파가 입사할 경우에 대해 기하광학파를 계산하였으며 Balling¹⁰⁾은 유전체 내부에서 다중반사되는 파에 대해 계산하였다. 다른 근사인 섭동법(perturbation method)으로, 직각 쇄기형 유전체 내부의 비유전율이 1과 2 사이에 있을 경우 산란되는 전자파를 Neumann 급수해로서 Rawlins¹¹¹⁾에 의해 계산되었으며, Kaminetzky와 Keller¹¹²⁾는 비유전율이 매우 작거나, 쇄기각이 0° 또는 180°에서 조금 벗어 날 경우에 대해 계산하였다. 최근 계산기의 계산능력의 급속한 증가에 힘입어 수치해석적인 방법으로 전자기문제를 푸는 경우가 많아 졌는데, 쇄기형 유전체는 산란체의 크기가 유한하지 않으므로 직접 수치해석 방법들을 적용하기 힘들다. 그러므로 쇄기형 유전체의 모서리로부터 파장이상 먼 곳에서 기하광학적 회절이론을 적용하고 모서리의 끝점 부근에서는 모멘트 방법(moment method)을 이용하여 모서리에서 멀리 떨어진 곳에서의 회절패턴(diffraction pattern)을 수치해석적으로 계산한 결과와 있다.¹¹³⁾ 이러한 수치 해석 방법은 계산된 결과의 오차 원인을 규명하기 힘들어서 수정하는 방법

을 찾기가 힘들고, 모서리에 의한 전자파의 회절 현상을 물리적으로 기술하기 힘들다는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 임의의 유전율과 쇄기각을 가진 쇄기형 유전체에 임의의 방향으로 입사하는 평면파에 의해 회절된 전자파를 물리광학근사법으로 근사적으로 구하였다. 여기서 사용한 식은 공간영역이 아니라 파수(spectral) 영역에서 유도된 쌍 적분방정식(dual integral equation)^{114,115)}으로, 이에 근거하여 구한 물리광학해는 ray-tracing으로 쉽게 구할 수 있는 기하광학과와 모서리에서 회절되는 회절파(diffraction field)의 합으로 표시하였다. 특히 여기서 구한 회절파의 회절함수(diffraction function)은 Fresnel 반사계수들의 곱을 계수로 갖는 cot 함수의 급수와 같은 간단한 형태로 표시하였다. 실제 몇 가지의 대표적 경우에 대해 물리광학해의 패턴을 그림으로 표시하였다. 여기서 물리광학해는 유전체 쇄기의 경계면에서 경계조건을 만족시키지 못하는 근사해를 보일 수 있으며, 이러한 오차를 수정하는 방안에 대해서는 후속 논문에서 다루도록 하였다.

II. 파수영역의 쌍적분방정식

그림 1과 같이 임의의 쇄기각 θ_d 를 갖는 쇄기형 유전체에 모서리와 나란한 방향으로 분극된 평면파 u_i 가 입사시 산란되는 전체전계 u 는 다음과 같은 적분방정식을 만족한다.¹¹¹⁾

$$u(x, y) = u_i(x, y) + (k_d^2 - k_v^2) I(x, y) \quad (1)$$

$$I = \iint_{S_d} dx' dy' u(x', y') G(x, y; x', y'; k_v) \quad (2)$$

여기서 k_d 와 k_v 는 각각 유전체 내부영역 S_d 과 외부영역 S_v 에서의 파수(wavenumber)를 의미하고, 두

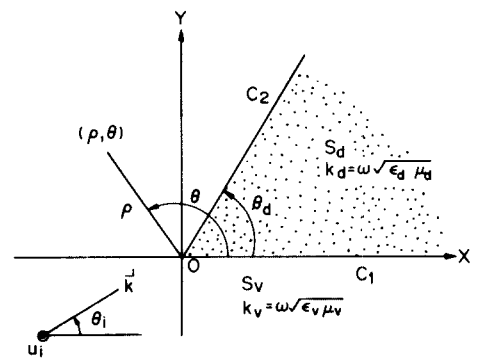


그림 1. 임의의 각을 갖는 쇄기형 유전체의 구조
Fig. 1. Geometry of an arbitrary-angled dielectric wedge.

영역의 투자율이 같을 때에 대하여 다루기로 한다. 시간 의존함수는 $\exp(-i\omega t)$ 를 취하며 여기서는 편의상 생략한다. 전계를 표시하는 좌표로 그림 1에서와 같이 직교좌표계 (x, y) 와 원형좌표계 (ρ, θ) 를 임의로 취할 수 있어서, 편의상 앞으로는 $u(x, y)$ 와 $u(\rho, \theta)$ 가 같은 양으로 좌표 변환에 따르는 변화를 고려하였다고 가정하여 두 좌표계를 임의로 바꾸어 표시하기로 한다.

식 (2)에서 2 차원의 Green 함수인 G 는 무한점에서 복사조건을 만족하도록 order 가 0인 제 1종 Hankel 함수로 이를 다음과 같이 프리에 적분 형태로 쓸 수 있다.^[15]

$$G(x, y ; x', y' ; k_v) = \frac{1}{4} H_0^{(1)}(k_v \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \frac{e^{i\alpha(x-x') + i\beta(y-y')}}{\alpha^2 + \beta^2 - k_v^2} \quad (3)$$

식 (2)에서 Green 함수 G 는 식 (3)과 같이 프리에 변환 되므로, 식 (2)의 I 는 프리에 변환의 convolution 공식을 쓰면,

$$I = \frac{k_a^2 - k_v^2}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \frac{A(\alpha, \beta)}{\alpha^2 + \beta^2 - k_v^2} e^{i(\alpha x + \beta y)} \quad (4)$$

로 되며, 파수 영역의 함수 A 는 유전체 내부의 전계에 대하여 프리에 변환한 것으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$A = F[H(x \sin \theta_a - y \cos \theta_a) H(y) u(x, y)] \quad (5a)$$

$$F^{-1}[A] = H(x \sin \theta_a - y \cos \theta_a) H(y) u(x, y) \quad (5b)$$

여기서 도입된 연산자(operator) F 는 프리에 변환을 나타내고, 이에 대한 역프리에 변환 연산자는 F^{-1} 으로 정의된다. 또 H 는 Heaviside 계단함수를 의미한다.

$$u(x, y) = u_1(x, y) + F^{-1} \{ [1 - K(\alpha, \beta)] A(\alpha, \beta) \} \quad (6)$$

으로 K 는 다음과 같이 정의된다.

$$K(\alpha, \beta) = \frac{\alpha^2 + \beta^2 - k_a^2}{\alpha^2 + \beta^2 - k_v^2} \quad (7)$$

식 (5b) 를 식(6)에 대입하여 두 영역으로 나타내면,

$$u_1(x, y) - F^{-1} \{ K(\alpha, \beta) A(\alpha, \beta) \} = \begin{cases} 0, & S_a \\ u(x, y), & S_v \end{cases} \quad (8a)$$

$$u(x, y) = \begin{cases} 0, & S_a \\ u(x, y), & S_v \end{cases} \quad (8b)$$

으로 표시된다.

식 (5)와 (8)을 정리하면 다음과 같은 두 종류의 쌍적분방정식을 얻을 수 있다. 먼저 함수 A 는

$$F^{-1} \{ A(\alpha, \beta) \} = 0, \quad S_v \quad (9a)$$

$$F^{-1} \{ K(\alpha, \beta) A(\alpha, \beta) \} = u_1(x, y), \quad S_a \quad (9b)$$

와 같은 쌍적분방정식을 만족해야 하며, 여기서 함수 A 를 구하여 원하는 전계 u 를 계산하는 것으로 다음과 같은 쌍적분방정식으로 주어진다.

$$u(x, y) = \begin{cases} F^{-1} \{ A(\alpha, \beta) \}, & S_a \\ u_1(x, y) - F^{-1} \{ K(\alpha, \beta) A(\alpha, \beta) \}, & S_v \end{cases} \quad (10a)$$

$$u_1(x, y) - F^{-1} \{ K(\alpha, \beta) A(\alpha, \beta) \}, \quad S_v \quad (10b)$$

따라서 쌍적분방정식을 푸는 데 있어서 중요한 역할을 하는 파수영역의 함수 A 를 좀 더 살펴 볼 필요가 있다. 식 (5b) 양변에 $(\nabla^2 + k_a^2)$ 를 연산하고 이를 프리에 변환하면, A 에 대해 다음과 같이 유전체 경계면을 따른 선적분 형태로 나타낼 수 있다.

$$A(\alpha, \beta) = \frac{-1}{\alpha^2 + \beta^2 - k_a^2} \left[\int_0^{\infty} d\rho \exp(-i\alpha\rho) A_1(\alpha, \beta) + \int_0^{\infty} d\rho \exp(-i(\alpha \cos \theta_a + \beta \sin \theta_a)\rho) A_2(\alpha, \beta) \right] \quad (11)$$

여기서

$$A_1 = i\beta u(\rho, 0) + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} u(\rho, 0) \quad (12a)$$

$$A_2 = i(\alpha \sin \theta_a - \beta \cos \theta_a) u(\rho, \theta_a) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} u(\rho, \theta_a) \quad (12b)$$

식 (11)의 의미는 유전체 경계면위의 전계와 자계에 대한 선적분 형태로 함수 A 를 나타낼 수 있음을 보인 것으로 식 (9)에서 A 를 계산한다는 것과 등가로 생각할 수 있으며, 식 (10)은 경계면위의 전계와 자계를 정확하게 알면 이것으로부터 전공간의 전자계를 구할 수 있음을 의미한다고 볼 수 있다.

III. 물리광학근사해

1. 기하광학해

그림 2와 같이 θ_1 의 각을 가지고 단위크기의 평면 파 u_1 가 쇄기형 유전체의 경계면 C_1 으로 입사하면, C_1 면에서 θ_r 의 각으로 반사되는 반사파 u_r 는 반사 계수 R_0 를 가지며 θ_1 각으로 유전체 내부로 투과계

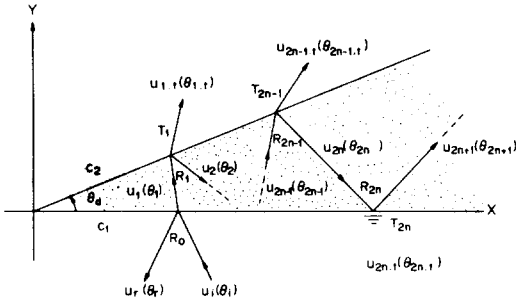


그림 2. C₁면 입사시의 ray-tracing
Fig. 2. Ray-tracing in case of incidence on C₁.

수 T₀를 갖는 u₁이 만들어 진다. 여기서 모든 작은 x축에서 시계 반대방향으로 ray의 진행방향 벡터간의 각을 나타낸다. 입사파가 C₁면에서 만드는 ray의 각과 계수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_r = 2\pi - \theta_i \quad (13a)$$

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \cos \theta_i \right) \quad (13b)$$

$$T_0 = \frac{2 \sin \theta_i}{\sin \theta_i + \sqrt{\epsilon - \cos^2 \theta_i}} \quad (13c)$$

$$R_0 = T_0 - 1 \quad (13d)$$

여기서 ε은 유전체내부의 비유전율을 나타낸다.

유전체 내부로 투과된 파인 u₁은 유전체 내부에서 두 경계면 사이를 다중반사하며 그때마다 외부로 투과해 나가는 파를 그림 2와 같이 만들게 된다. 유전체 내부에서 (2n-2)번 반사 후의 파 u_{2n-1}이 θ_{2n-1}의 각으로 C₂에 입사하면, R_{2n-1}의 반사계수로 반사하는 반사파 u_{2n}과 유전체 밖으로 θ_{2n-1,t}각으로 투과하여 나가는 파 u_{2n-1,t}를 만들며 다음과 같이 각 ray의 진행각을 계산할 수 있다.

$$\theta_{2n-1} = \theta_i - (2n-2) \theta_a \quad (14a)$$

$$\theta_{2n-1,t} = \cos^{-1} (\sqrt{\epsilon} \cos(\theta_{2n-1} - \theta_a)) + \theta_a \quad (14b)$$

$$\theta_{2n} = 2n \theta_a - \theta_i \quad (14c)$$

$$\theta_{2n,t} = \cos^{-1} (\sqrt{\epsilon} \cos \theta_{2n}) \quad (14d)$$

유전체 내부에서의 총 반사횟수를 N이라고 하면, N번 반사 후의 ray는 θ_{N+1}의 각을 가지며 다음과 같이 유전체 내부영역에 존재해야 한다.

$$0 < \theta_{N+1} < \theta_a \quad (15)$$

따라서 총 반사횟수는 식 (14)에 주어진 반사각을 식 (15)에 대입하여 구할 수 있고, N은 C₁면의 반사 횟수 N_e와 C₂면의 반사횟수 N_o의 합으로 각각 (N/2)와 ((N+1)/2)의 정수부분으로 표시 할 수 있다.

식 (14)의 ray의 진행방향의 식을 이용하면 내부에서 (n-1)번 반사 후 외부로 투과하는 ray의 투과 계수 T_n은,

$$T_n = \frac{2 \sin(\theta_i - n\theta_a)}{\sin(\theta_i - n\theta_a) + \sqrt{\frac{1}{\epsilon} - \cos^2(\theta_i - n\theta_a)}} \quad (16a)$$

$$R_n = T_n - 1 \quad (16b)$$

으로 여기서 R_n은 그 경우의 반사계수를 의미한다. 실제로 유전체 내부에서 (n-1)번 반사된 ray의 계수 K_n와 이 ray로부터 유전체 밖으로 투과하는 ray의 계수 K_{n,t}는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_n = T_0 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdots R_{n-1} \quad (17a)$$

$$K_{n,t} = T_0 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdots R_{n-1} \cdot T_n \quad (17b)$$

각 ray는 식 (13a)와 (14)에서 계산되는 ray의 방향과 반사 또는 투과가 일어난 유전체의 경계면의 사이에 존재하고 (lit region), 나머지 영역에서는 이 ray가 존재하지 않는다 (shadow region). 따라서 단위계산함수 D를

$$D(a, b) = \begin{cases} 1, & a < \theta < b \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases} \quad (18)$$

라고 정의하면, C₁면에 평면파 u₁가 입사할 경우 기하광학과 u_g는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u_g(\rho, \theta) = u_{g,v}(\rho, \theta) + u_{g,a}(\rho, \theta) \quad (19)$$

여기서 u_{g,v}는 유전체 외부영역에서의 기하광학과 이고, u_{g,a}는 유전체 내부에서 정의되는 기하광학과로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{g,v} = & D(\theta_i, 2\pi) \exp(ik_v \cos(\theta - \theta_i)\rho) \\ & + D(\theta_r, 2\pi) R_0 \exp(ik_v \cos(\theta - \theta_r)\rho) \\ & + \sum_{n=1}^{N_e} D(\theta_{2n,t}, 2\pi) K_{2n,t} \exp(ik_v \exp(\theta - \theta_{2n,t})\rho) \\ & + \sum_{n=1}^{N_o} D(\theta_a, \theta_{2n-1,t}) K_{2n-1,t} \\ & \times \exp(ik_v \cos(\theta - \theta_{2n-1,t})\rho) \end{aligned} \quad (20a)$$

$$\begin{aligned} u_{g,a} = & \sum_{n=1}^N D(0, \theta_a) K_n \exp(ik_a \cos(\theta - \theta_n)\rho) \\ & + \begin{bmatrix} D(0, \theta_{N+1}) ; N_e = N_o \\ D(\theta_{N+1}, \theta_a) ; N_e \neq N_o \end{bmatrix} \\ & \times K_{N+1} \exp(ik_a \cos(\theta - \theta_{N+1})\rho) \end{aligned} \quad (20b)$$

특히 식 (20a)에서 유전체 내부에서의 반사가 완전반사인 경우 유전체 외부로 투과되는 각은 복소수가 되므로 D에서 변수 $\theta_{2n,t}$ 와 $\theta_{2n-1,t}$ 를 각각 θ_a 와 2π 로 바꾸어야 한다. 식 (20b)에서 유전체 내부에서 마지막 반사된 ray는 마지막 반사가 어느 경계면에서 일어나는가에 따라 lit region이 달라짐을 표시한다.

본 논문에서는 평면파가 입사각 θ_i 가 θ_a 와 π 사이에 있을 경우, 즉 그림 1에서 유전체 경계면 C₁에만 직접 입사할 경우만을 다루었는데 다른 경우에도 앞에서와 같은 방법으로 쉽게 기하광학파를 구할 수 있다.

2. 물리광학해

근사 경계면 전개 표현식 (19)를 식 (12)에 대입한 후, 경계면 C₁과 C₂를 따라 적분하면 A(α, β)에 대한 물리광학적 근사식 A_p(α, β)를 다음과 같이 얻는다.

$$A_p(\alpha, \beta) = \frac{-1}{\alpha^2 + \beta^2 - k_d^2} \times \left[\frac{\beta + k_v \sin \theta_i}{\alpha - k_v \cos \theta_i} + R_0 \frac{\beta + k_v \sin \theta_r}{\alpha - k_v \cos \theta_r} + \sum_{n=1}^{N_0} K_{2n,t} \frac{\beta + k_v \sin \theta_{2n,t}}{\alpha - k_v \cos \theta_{2n,t}} + \sum_{n=1}^{N_0} K_{2n-1,t} \times \frac{(\alpha \sin \theta_a - \beta \cos \theta_a) + k_v \sin(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)}{(\alpha \cos \theta_a + \beta \sin \theta_a) - k_v \cos(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)} \right] \quad (21)$$

여기서 식 (11)의 적분의 수렴은 매질이 약간의 손실을 가진다고 가정하여 k_v 가 매우작은 양의 허수값을 가진다는 극한치에서 보장될 수 있다.

물리광학 전개 u_p는 식 (21)의 A_p를 식 (10a)와 (10b)에 A대신에 대입하여 얻게 된다.

$$u_p(\rho, \theta) = \begin{cases} F^{-1}[A_p(\alpha, \beta)], & S_d \\ u_i(\rho, \theta) - F^{-1}[K(\alpha, \beta) A_p(\alpha, \beta)], & S_v \end{cases} \quad (22a) \quad (22b)$$

식 (22)에서 역프리에 변환 F⁻¹은 복소수인 α, β 의 두 변수에 대해 이중적분을 해야한다. 부록 I에서 A_p(α, β)에 대한 급수식중 각 $\theta_{2n-1,t}$ 을 갖는 항에 대한 역프리에 변환을 자세히 기술하였다. 따라서 부록 I에서와 같은 방법으로 식 (22)를 계산한 결과에 대해 정리하여 쓰면 다음과 같다.

$$u_p(\rho, \theta) = u_g(\rho, \theta) + \begin{cases} v_2(\rho, \theta), & S_d \\ v_1(\rho, \theta), & S_v \end{cases} \quad (23a) \quad (23b)$$

식 (23)에서 u_g(ρ, θ)는 식 (19) 같은 기하광학전계를 준다. 여기서 v₂과 v₁는 각각 부록 I에서 보인바와 같은 그림 3에서 SDP(steepest descent path)에 따

른 적분항으로 표시된다.¹⁵⁾

$$v_2(\rho, \theta) = -\frac{i}{4\pi} \int_{SDP} dw f_2(w) e^{ik_d \rho \cos(w-\theta)} \quad (24a)$$

$$v_1(\rho, \theta) = \frac{i}{4\pi} \int_{SDP} dw f_1(w) e^{ik_d \rho \cos(w-\theta)} \quad (24b)$$

여기서

$$f_1(w) = -\cot\left(\frac{w-\theta_i}{2}\right) - R_0 \cot\left(\frac{w-\theta_r}{2}\right) - \sum_{n=1}^N (-1)^n K_{n,t} \cot\left(\frac{w-\theta_{n,t}}{2}\right) \quad (25a)$$

$$f_2(w) = -(-1)^{N+1} K_{N+1} \cot\left(\frac{w-\theta_{N+1}}{2}\right) \quad (25b)$$

식 (24)에서 주어진 v₁, v₂의 의미는 각각 k_vρ와 k_dρ가 클 경우 SDP적분을 점근적으로 계산해 보면 부록 II의 식 (B2)에서 보인바와 같이 이들이 변수 ρ에 대해 exp(ik_vρ)/√ρ, exp(ik_dρ)/√ρ로 각각 주어지므로 모서리 회절파를 의미함을 알 수 있다.

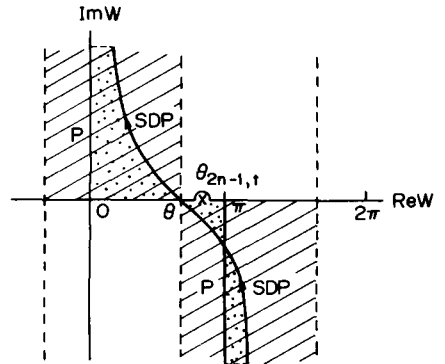


그림 3. 역프리에 적분시의 적분경로
Fig. 3. Integration path of the inverse fourier integral.

IV. 물리광학파의 회절패턴

앞장에서 물리광학근사해는 기하광학파와 모서리 회절파의 합으로 표시됨을 알 수 있다. 본 장에서는 쇄기형 유전체의 대표적인 경우에 대해 앞에서 구한 식으로부터 실제 전개 패턴을 그리도록 하였다. 여기서 취한 경우는 단면입사경우($\theta_a=45^\circ, \theta_i=150^\circ$) 유전체 내부에서 다중반사를 일으키며 특히 완전반사도 일어나도록 택하였다.

식 (19)를 이용하여 쇄기각 $\theta_a=45^\circ$, 입사각 $\theta_i=150^\circ$ 일 경우 비유전율과 측정거리를 변화시켜 계산한 기하광학과 u_g 의 진폭패턴을 θ 에 대해 1° 간격으로 그림 4에 보였다. 이 경우에는 입사파가 경계면 C_1 에서 반사를 일으키며, 유전체 내부로 투과된 파는 내부반사를 2번하고 진행한다. 따라서 모든 경우에 대해 5개의 transition 각이 있으며, 그 각들에서 기하광학과가 불연속을 이룬다. 먼저 그림 4(a)는 비유전율이 2일 때 모서리에서 5과장 떨어진 곳에서 그린것으로 거리를 2배로 늘여 10과장으로 취한 그림 4(b)에서는 간섭현상이 2배 많이 나타남을 볼 수 있다. 비유전율이 10과 100으로 크게한 경우를 그림 4(c)와 그림 4(d)에 각각 그렸는데, 점차 반사가 크게 일어나서 유전체 내부의 전계가 줄어들며 크기 변화는 점차 많아짐을 알 수 있다. 특히 그림 4(a)와 (b)처럼 비유전율이 2일때 유전체 내부에서 2번반사가 일어나는데 2번째 반사가 C_2 면에서 완전반사를 하는데 비해서, (c)와 (d)의 비유전율이 10과

100인 경우는 2번 내부반사 모두가 완전반사 한다. 따라서 그림 6(c)와 (d)에서는 실제 transition 각은 3개처럼 보인다.

그림 5에서는 쇄기각 45° , 입사각 150° 일 때 비유전율이 앞서 보인 세 경우를 식 (25)에 대입하여 구한 회절함수를 겹쳐서 그렸다. 그림에서 보듯이 크기가 발산하는 점들은 그림 5의 기하광학파의 패턴에서 ray가 반사 및 유전체 내부로 굴절해서 진행되는 방향들인 transition angle에 해당됨을 알 수 있다. 특

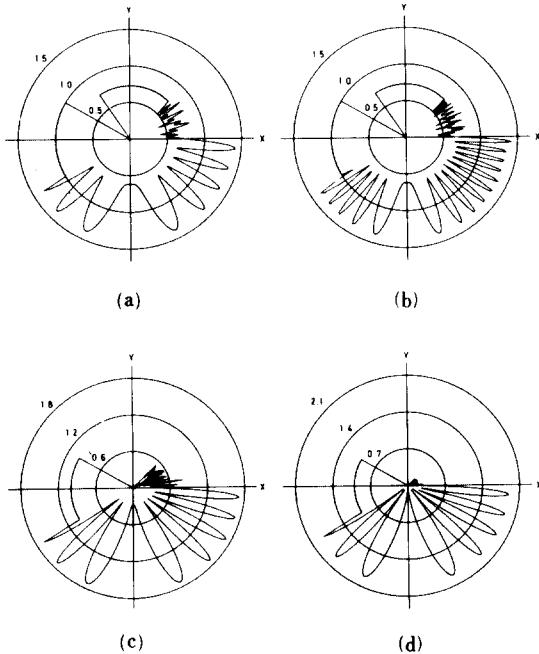


그림 4. 기하 광학파의 진폭패턴 ($\theta_a=45^\circ, \theta_i=150^\circ$)
 (a) $\epsilon=2, \rho=5\lambda$ (b) $\epsilon=2, \rho=10\lambda$
 (c) $\epsilon=10, \rho=5\lambda$ (d) $\epsilon=100, \rho=5\lambda$
 Fig. 4. Amplitude patterns of geometrical optics ($\theta_a=45^\circ, \theta_i=150^\circ$).
 (a) $\epsilon=2, \rho=5\lambda$. (b) $\epsilon=2, \rho=10\lambda$.
 (c) $\epsilon=10, \rho=5\lambda$. (d) $\epsilon=100, \rho=5\lambda$.

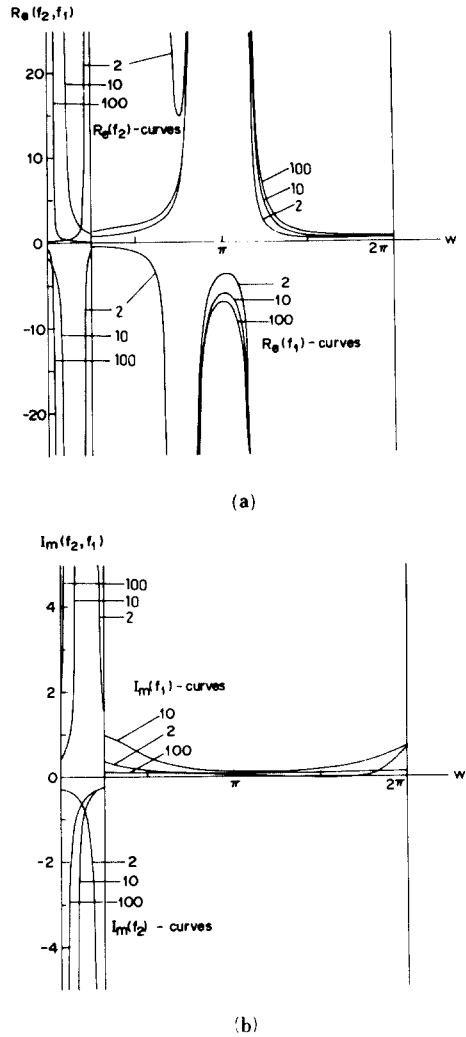


그림 5. 물리광학파의 회절함수 ($\theta_a=45^\circ, \theta_i=150^\circ, \epsilon=2, 10, 100$)
 (a) 실수부분 (b) 허수부분
 Fig. 5. Diffraction function of physical optics ($\theta_a=45^\circ, \theta_i=150^\circ, \epsilon=2, 10, 100$).
 (a) real part. (b) imaginary part.

히 비유전율이 2일 경우는 유전체 내부에서 첫번째 반사는 정상적으로 반사하고 두번째 반사에서 완전 반사를 하는데 비해 비유전율이 10과 100일 경우에는 유전체 외부로 투과되어 나오는 파가 두번 다 완전 반사로 지수적으로 감쇄하여 패턴에서 크기가 발산하는 점이 하나 적음을 보인다. 따라서 비유전율이 어떤 값이든지 완전반사를 함으로 그림 5에서는 항상 완전반사에 의해 생기는 허수부분이 있음도 알 수 있다. 이것이 그림 5(b)에 나타나 있다. 이 경우에 실제 기하광학적인 ray의 진행방향은 유전체 내부에만 있으므로 유전체 외부영역인 $\pi/4 < w < 2\pi$ 에서는 f_1 이 연속이다. 그림 5의 세 경우의 공통점으로 유전체 내부와 외부의 회절함수인 f_2 와 f_1 의 크기가 유전체 경계면인 $w=0$ 과 θ_a 에서 서로 다르다는 점을 발견할 수 있다.

그림 5에서 보여준 회절함수 f_1 과 f_2 를 식 (24)에 대입하여 복소 w -평면에서 SDP 적분을 균일 점근적

(uniform asymptotic)로 계산하는 방법을 부록 II에 보였다. 부록 II의 식 (B3)과 같은 결과를 이용하여 쇄기각 45° , 입사각 150° 일 경우의 모서리 회절파의 진폭패턴을 그림 6에 보였다. 그림 6(a)는 유전체의 비유전율이 2일때 측정위치가 모서리 끝점에서 5 파장 떨어진 곳에서 그린 것이고, (b)는 10파장 떨어진 곳에서 그렸다. (c)와 (d)는 각각 비유전율이 10과 100일 때 5 파장 떨어진 곳에서 계산한 모서리 회절파의 진폭패턴이다. 그림 6의 모서리 회절파의 특징은 그림 4에서 회절함수가 발산하는 지점들인 transition angle에 해당되는 위치에서 모서리 회절파의 진폭이 가장 크다는 점이다. 이는 그림 4에서 보여준 기하광학파가 불연속인 지점을 교정해 주기 위함이다. 이를 잘 보여주는 것이 그림 7인데, 그림 7은 그림 4의 기하광학파와 그림 6의 모서리 회절파를 합한 물리광학파의 진폭패턴으로 transition angle에서 불연속이 없이 부드럽게 연결됨을 보여 준다.

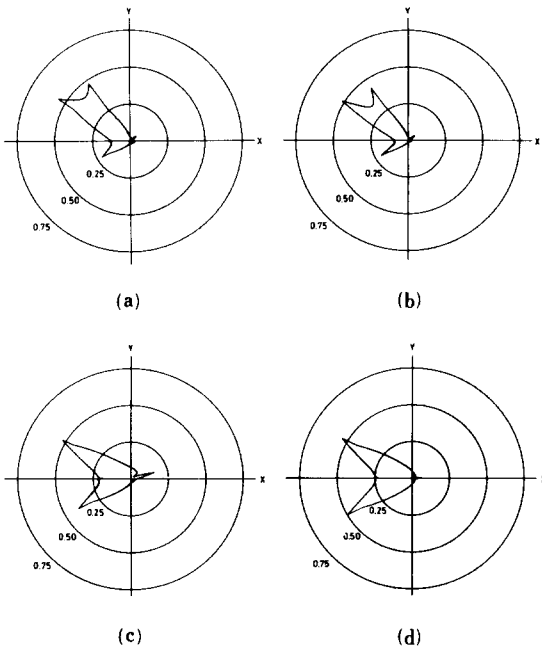


그림 6. 물리광학근사로 구한 모서리 회절파의 진폭 패턴 ($\theta_a=45^\circ$, $\theta_i=120^\circ$)

- (a) $\epsilon=2$, $\rho=5\lambda$ (b) $\epsilon=2$, $\rho=10\lambda$
- (c) $\epsilon=10$, $\rho=5\lambda$ (d) $\epsilon=100$, $\rho=5\lambda$

Fig. 6. Amplitude patterns of edge-diffracted field obtained by physical optics approximation ($\theta_a=45^\circ$, $\theta_i=120^\circ$).

- (a) $\epsilon=2$, $\rho=5\lambda$. (b) $\epsilon=2$, $\rho=10\lambda$.
- (c) $\epsilon=10$, $\rho=5\lambda$. (d) $\epsilon=100$, $\rho=5\lambda$.

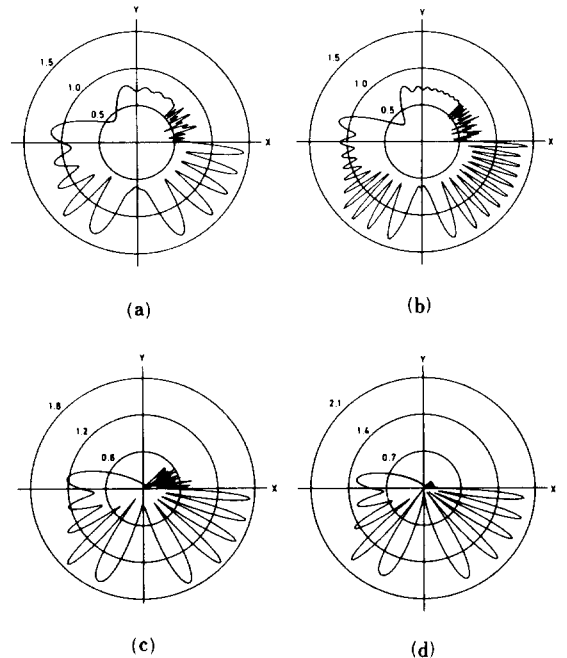


그림 7. 물리광학파의 진폭패턴 ($\epsilon_a=45^\circ$, $\epsilon_i=150^\circ$)

- (a) $\epsilon=2$, $\rho=5\lambda$ (b) $\epsilon=2$, $\rho=10\lambda$
- (c) $\epsilon=10$, $\rho=5\lambda$ (d) $\epsilon=100$, $\rho=5\lambda$

Fig. 7. Amplitude patterns of physical optics ($\epsilon_a=45^\circ$, $\epsilon_i=150^\circ$).

- (a) $\epsilon=2$, $\rho=5\lambda$. (b) $\epsilon=2$, $\rho=10\lambda$.
- (c) $\epsilon=10$, $\rho=5\lambda$. (d) $\epsilon=100$, $\rho=5\lambda$.

앞서 보인 그림을 자세히 살펴보면, 먼저 그림4에서 보인 기하광학파는 유전체 경계면에서는 연속이지만 ray가 입사, 굴절, 반사되는 방향 (transition angle)에서는 불연속이 됨을 알 수 있다. 이와는 달리 그림 7에서 보인 물리광학파의 진폭 패턴에서는 transition angle에서 패턴이 연속적으로 이어지지만 유전체 경계면에서 양 경계면의 크기가 같지 않음을 볼 수 있다. 즉 물리광학해는 유전체 경계면에서 경계조건을 만족하지 않으므로, 이를 교정하는 수정해가 필요하다.

V. 결 론

임의의 쇄기형 유전체에 모서리 방향과 나란한 방향으로 분극된 평면파가 입사시의 물리광학해를 기하광학파와 모서리 회절파의 합으로 나타내었다. 특히 유전체 내부에서 다중반사와 완전반사가 일어나는 경우에 대해서도 고려하였다. 본 논문에서 구한 모서리 회절파의 회절 함수를 cot 함수 형태의 급수로 표시하였는데, 단순히 ray의 진행방향과 Fresnel 반사계수만으로 쉽게 나타내어지므로 물리적인 의미를 쉽게 알 수 있다. 이를 이용하여 몇 가지의 경우에 대해 물리광학파의 회절패턴을 그림으로 나타내었는데, 여기서 물리광학파는 경계면에서 경계조건을 만족하지 않음을 알 수 있다. 본 논문의 연속논문에서 이러한 물리광학해의 오차를 수정하는 방안을 다루도록 하였다.

부록 I. 역프리에 변환

식(21)의 $A_p(\alpha, \beta)$ 중 $\theta_{2n-1,t}$ 의 각을 갖는 항을 $A_{2n-1,t}$ 라고 하면,

$$A_{2n-1,t}(\alpha, \beta) = K_{2n-1,t} \times \frac{(\alpha \sin \theta_a - \beta \cos \theta_a) + k_v \sin(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)}{(\alpha \cos \theta_a + \beta \sin \theta_a) - k_v \cos(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)} \times \frac{-1}{\alpha^2 + \beta^2 - k_a^2} \tag{A1}$$

으로 표시된다. $A_{2n-1,t}$ 의 역프리에 변환을 살펴보기 위해 다음을 계산하도록 하자.

$$I_{2n-1,t}(\rho, \theta) = F^{-1} [K(\alpha, \beta) A_{2n-1,t}(\alpha, \beta)] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \frac{-K_{2n-1,t}}{\alpha^2 + \beta^2 - k_v^2} \times \frac{(\alpha \sin \theta_a - \beta \cos \theta_a) + k_v \sin(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)}{(\alpha \cos \theta_a + \beta \sin \theta_a) - k_v \cos(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)} \times e^{i\alpha \rho \cos \theta + i\beta \rho \sin \theta} \tag{A2}$$

식(A2)에 먼저 β 에 대한 적분을 생각하자, 복소 β -

평면상에서 (A2)의 피적분함수는 다음과 같은 3개의 pole을 가지고 있다.

$$\beta_{P1} = \{k_v \cos(\theta_{2n-1,t} - \theta_a) - \alpha \cos \theta_a\} / \sin \theta_a \tag{A3a}$$

$$\beta_{P2} = \sqrt{k_v^2 - \alpha^2} \tag{A3b}$$

$$\beta_{P3} = -\sqrt{k_v^2 - \alpha^2} \tag{A3c}$$

매질을 손실이 조금 있다고 가정함으로 β_{P2} 의 허수부분은 양이고, β_{P3} 는 음의 허수부분을 갖는다. 특히 β_{P1} 의 허수부분이 양일 때는 $\cos(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)$ 이 양인 경우로 β_{P1} 이 음의 허수를 갖을 때는 반대의 경우이다. 여기서는 편의상 β_{P1} 이 양의 허수부분을 가질 때를 먼저 다루자. 복소 β 평면에서 $0 < \theta \leq \pi$ 인 경우 1과 2상한에의 반원을 만들어 유수정리 (residue theorem)을 쓰고, $\pi < \theta \leq 2\pi$ 일때 3과 4상한의 반원으로 유수정리를 쓰면 $I_{2n-1,t}$ 를 다음과 같이 α 적분형태로 쓸 수 있다.

$$I_{2n-1,t}(\rho, \theta) = I_a(\rho, \theta) + I_b(\rho, \theta) \tag{A4}$$

$$I_a(\rho, \theta) = \begin{cases} \frac{i}{2\pi} K_{2n-1,t} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \times \frac{e^{i(\alpha \sin \theta_a - \theta) + k_v \cos(\theta_{2n-1,t} - \theta_a) \sin \theta} \rho / \sin \theta_a}{\alpha - k_v \cos \theta_{2n-1,t}} & , 0 < \theta \leq \pi \\ 0 & , \pi < \theta \leq 2\pi \end{cases} \tag{A5a}$$

$$I_b(\rho, \theta) = \frac{i}{2\pi} K_{2n-1,t} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \times \frac{(\alpha \sin \theta_a \mp \sqrt{k_v^2 - \alpha^2} \cos \theta_a) + k_v \sin(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)}{(\alpha \cos \theta_a \pm \sqrt{k_v^2 - \alpha^2} \sin \theta_a) - k_v \cos(\theta_{2n-1,t} - \theta_a)} \times \frac{e^{i(\alpha \cos \theta \pm \sqrt{k_v^2 - \alpha^2} \sin \theta) \rho}}{2\sqrt{k_v^2 - \alpha^2}} \tag{A5b}$$

식 (A5b)에서 북부호는 $0 < \theta \leq \pi$ 인 경우이고 아랫부호는 $\pi < \theta \leq 2\pi$ 인 경우이다. 먼저 (A5a)에서 복소 α -평면에서 유수정리를 쓰면,

$$I_a(\rho, \theta) = \begin{cases} -D(0, \theta_a) K_{2n-1,t} e^{ik_v \rho \cos(\theta - \theta_{2n-1,t})} & , \theta_a \leq \theta_{2n-1,t} < \frac{\pi}{2} \\ D(\theta_a, \pi) K_{2n-1,t} e^{ik_v \rho \cos(\theta - \theta_{2n-1,t})} & , \frac{\pi}{2} \leq \theta_{2n-1,t} < \theta_a + \pi \end{cases} \tag{A6}$$

와 같이 구해진다. 식 (A5b)는 직접적분이 되지 않으므로 $\alpha = k_v \cos w$ 로 치환하면 복소 w -평면에서 다음과 같이 I_b 를 쓸 수 있다.^[16]

$$I_b(\rho, \theta) = \frac{-i}{4\pi} K_{2n-1t} \int_P dw \times \frac{-\sin(w \mp \theta_a) - \sin(\theta_{2n-1t} - \theta_a)}{\cos(w \mp \theta_a) - \cos(\theta_{2n-1t} - \theta_a)} \times e^{ik_{v\rho} \cos(w-\theta)} \quad (A7)$$

여기서도 복부호는 식 (A5b) 와 같이 정의된다. 식 (A7) 에서 적분경로 P는 그림 3 에서 보였다. 적분경로 P를 SDP(steepest descent path) 로 바꾸면 폐곡선 P-SDP 에 대해 유수정리를 대입해야 한다.

$$I_b(\rho, \theta) = \begin{bmatrix} D(0, \theta_{2n-1t}) \\ -D(\theta_{2n-1t}, \pi) \\ D(\pi, \theta_{2n-1t}) \end{bmatrix} \times K_{2n-1t} e^{ik_{v\rho} \cos(\theta - \theta_{2n-1t})} + I_c(\rho, \theta) \cdot \begin{cases} \theta_a \leq \theta_{2n-1t} < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} \leq \theta_{2n-1t} < \pi \\ \pi \leq \theta_{2n-1t} < \pi + \theta_a \end{cases} \quad (A8)$$

식 (A8) 에서 앞항은 유수정리로 구한 값이고, I_c 는 SDP 를 따라 적분한 것이다.

$$I_c(\rho, \theta) = \frac{-i}{4\pi} K_{2n-1t} \int_{SDP} dw \times \frac{-\sin(w - \theta_a) - \sin(\theta_{2n-1t} - \theta_a)}{\cos(w - \theta_a) - \cos(\theta_{2n-1t} - \theta_a)} \times e^{ik_{v\rho} \cos(w-\theta)} \quad (A9)$$

식 (A9) 의 피적분함수를 정리하면,

$$I_c(\rho, \theta) = \frac{-i}{4\pi} K_{2n-1t} \int_{SDP} dw \times \cot\left(\frac{w - \theta_{2n-1t}}{2}\right) e^{ik_{v\rho} \cos(w-\theta)} \quad (A10)$$

으로 바꾸어 쓸 수 있다. 식 (A6), (A8), (A10) 을 식 (A4) 에 대입하여 정리하면 I_{2n-1t} 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$I_{2n-1t}(\rho, \theta) = D(\theta_a, \theta_{2n-1t}) K_{2n-1t} e^{ik_{v\rho} \cos(\theta - \theta_{2n-1t})} - \frac{i}{4\pi} K_{2n-1t} \int_{SDP} dw \cot\left(\frac{w - \theta_{2n-1t}}{2}\right) \times e^{ik_{v\rho} \cos\left(\frac{w-\theta}{2}\right)} \quad (A11)$$

위와 같은 과정을 따라 $\cos(\theta_{2n-1t} - \theta_a) \leq 0$ 인 경우에 대해 계산해 보면, 식 (A11) 과 같은 결과를 얻을 수 있다.

위와 같은 방법으로 $Ap(\alpha, \beta)$ 의 어떤항에 대해서도 역프리에 변환을 취할 수 있으며, 그 계산결과가

본문중 식 (23)-(25) 와 같음을 보일 수 있다.

부록 II. 균일 점근해

식 (24b) 의 $v_1(\rho, \theta)$ 에서 θ_{2n-1t} 의 각을 갖는 항의 적분을 $I_c(\rho, \theta)$ 라고 하면,

$$I_c(\rho, \theta) = \frac{-i}{4\pi} K_{2n-1t} \int_{SDP} dw \cot\left(\frac{w - \theta_{2n-1t}}{2}\right) \times e^{ik_{v\rho} \cos(w-\theta)} \quad (B1)$$

으로 식 (A10) 과 같다.

식 (B1) 에서 $k_{v\rho}$ 가 1 보다 매우 크다고하면, 이를 점근적으로 계산할 수 있으며 그 결과는 다음과 같다.^[16]

$$I_c(\rho, \theta) = \frac{K_{2n-1t}}{2\sqrt{2\pi k_{v\rho}}} \cot\left(\frac{\theta - \theta_{2n-1t}}{2}\right) e^{ik_{v\rho} + i\frac{\pi}{4}} \quad (B2)$$

그러나 식 (B2) 에서 θ 가 θ_{2n-1t} 근방에 가면 $I_c(\rho, \theta)$ 가 무한대가 되는 문제가 있다. 따라서 (B1) 의 적분을 균일 점근해로 표시하면 다음과 같은 Fresnel 적분형태로 쓸 수 있다.^[16]

$$I_c(\rho, \theta) = \frac{1}{2} \frac{e^{ik_{v\rho} + i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi k_{v\rho}}} K_{2n-1t} \times \frac{\cos\left(\frac{\theta - \theta_{2n-1t}}{2}\right) - 1}{\sin\left(\frac{\theta - \theta_{2n-1t}}{2}\right)} + \frac{K_{2n-1t}}{2} \operatorname{sgn}(\theta - \theta_{2n-1t}) F(\zeta) e^{ik_{v\rho}} \quad (B3)$$

여기서

$$\operatorname{sgn}(\theta) = \begin{cases} -1, & \theta \leq 0 \\ 1, & \theta > 0 \end{cases} \quad (B4a)$$

$$\zeta = \sqrt{k_{v\rho}} \left| \sin\left(\frac{\theta - \theta_{2n-1t}}{2}\right) \right| \quad (B4b)$$

$$F(\zeta) = \frac{2}{\pi} e^{-12\zeta^2} \int_{(1-i)\zeta}^{\infty} e^{-x^2} dx \quad (B4c)$$

따라서 식 (24b) 의 다른 항에 대해서도 식 (B3) 과 같은 형태로 쉽게 쓸 수 있다.

參 考 文 獻

[1] D.R. Pflug, "Fiber-reinforced composite materials: An EMC perspective," *EMC Tech.*, vol. 1, pp. 70-78, 1982.
 [2] G.L. James, *The geometrical theory of diffraction*, Inst. of Elect. Eng., London, 1976.
 [3] Special issue on circuits, components and

systems, *IEEE Trans. MTT.*, vol. 24, pp. 683-891, 1976.

[4] J. Radlow, "Diffraction of elastic waves by a rigid 90° wedge," *Bulletin of Seismological Soc. of AM.*, vol. 58, pp. 1083-1096, 1968.

[5] E.A. Kraut and G.W. Lehman, "Diffraction of EM waves by a right-angled wedge," *J. of Math. Phys.*, vol. 10, pp. 1340-1348, 1969.

[6] U.Y. Zavadskii, "Certain diffraction problems in contiguous liquid and elastic wedges," *Sov. Phys. Acous.*, vol. 12, pp. 1970-179, 1966.

[7] L. Lewin and I. Sreenivasiah, "Diffraction by a dielectric wedge," Scientific Rep., no. 47, Dept. of Elect. Eng., Univ. of Colorado, 1976.

[8] A.A. Aleksandrova and N.A. Khizhnyak, "Near field diffracted at a dielectric wedge," *J. Appl. Math. Tech. Phys.*, vol. 17, pp. 594-599, 1976.

[9] Y.I. Nefedov and A.N. Sivov, "On the problem of diffraction at an infinite homogeneous dielectric wedge," presented at IRE AN USSR., no. 80, 1971.

[10] P. Balling, "Surface fields on the source-excited dielectric wedge," *IEEE Trans. AP.*, vol. 21, pp. 247-248, 1973.

[11] A.D. Rawlins, "Diffraction by a dielectric wedge," *J. Inst. Math. Appl.*, vol. 19, pp. 231-279, 1977.

[12] L. Kaminetzky and J.B. Keller, "Diffraction by edges and vertices of interfaces," *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 4, pp. 839-856, 1975.

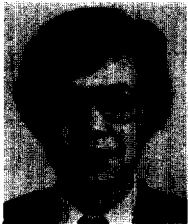
[13] T.K. Wu and L.L. Tsai, "Scattering by a dielectric wedge: A numerical solution," *IEEE Trans. AP.*, vol. 25, pp. 570-571, 1977.

[14] C.S. Joo, J.W. Ra, and S.Y. Shin, "Scattering by right angle dielectric wedge," *Electron. Lett.*, vol. 16, pp. 934-935, 1980.

[15] 주창성, 나정웅, 신상영, "직각 쇄기형 유전체에 의한 전자파 회절," 전자공학회지, 제18권, 제5호, pp. 35-45, 1981.

[16] L.B. Felsen and N. Marcuvitz, *Radiation and scattering of waves*, Prentice Hall, N.Y., 1973.

著 者 紹 介



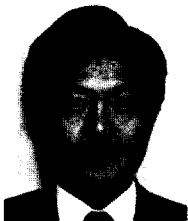
金世潤(正會員)

1955年 3月 22日生. 1978年 서울대학교 전기공학과 졸업(B. S).
 1980年 한국과학기술원(M. S).
 1984年 한국과학기술원(Ph. D).
 1984年 9월~1986年 8월 한국과학기술원(Postdoctor). 현재 한국과학기술원 물리전자 연구실 선임연구원. 주관심분야는 파동의 전파 및 산란, 전자파 역산란 마이크로파 Imaging 등임.



羅正雄(正會員)

1941年 7月 10日生. 1963年 서울대학교 전자공학과 졸업. 1963年~1965年 육군통신학교 Radar 교관 1965年~1971年 Polytechnic Institute of Brooklyn 연구원 전기 물리분야 석사 및 박사. 1971年~현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수. 1982年~1983年 미국 NBS(표준연구소) 초빙 연구원. 1983年~1985年 한국과학기술원 전자공학 부장. 주관심분야는 파동의 전파 및 산란, 안테나, 위성통신, 마이크로파 회로 등임.



申相永(正會員)

1946年 9月 14日生. 1968年 2월 서울대학교 전기공학과 졸업. 1971年 9월~1975年 8월 Polytechnic Institute of New York 연구조교 M. S 및 Ph. D. 1975年 8월~1978年 1월 Polytechnic Institute of New York 연구원. 1978年 2월~현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수. 주관심분야는 파동의 전파 및 산란, 광통신, 광 정보처리 등임.