

새로운 스위칭 변수를 이용한 가변구조제어에 관한 연구

(A Study on the Variable-Structure Control Using New Switching Variables)

李柱張,* 李興揆,* 李炳日**

(Ju Jang Lee, Heung Kyu Lee and Byung Ill Lee)

要 約

새로운 시변 스위칭 변수를 이용한 가변구조제어에 관한 새로운 제어 체계가 본 논문에 제시되었다. Morgan의 알고리듬을 수정함으로 해서 스위칭 평면에 도달하는 시간을 감소할 수 있는 새로운 알고리듬이 제안되었다.

시뮬레이션 결과로부터, 제안된 제어 알고리듬은 정상상태에서 Morgan의 알고리듬보다 외란이 없을 경우 제어입력이 더욱 작았으며, 외란이 있을 경우에는 매우 작은 리플만을 함유하고 있다.

이 제어 알고리듬은 강인성으로 인해 외란에 민감한 영향을 받는 각종 제어대상에 응용될 수 있다.

Abstract

A new control scheme for the variable-structure control system using new time-varying switching variables is presented in this paper. It is proposed to have new algorithm for reducing the reaching time on a switching hyperplane by modifying the Morgan's algorithm.

From the results of the simulation, it is concluded the proposed control algorithm yields smaller control inputs (without disturbance) and ripples (with disturbance) than that obtained by Morgan's algorithm in the steady-state.

This control algorithm can be applied to proper control systems having sensitive effects on disturbances, due to the robustness.

I. 서 론

지난 1960년대부터 소련을 필두로 연구되어진 “가변구조제어”(variable structure systems control)는 최근 마이크로 프로세서 및 전자기술의 발달에 힘입어 1970년대부터 그 이론과 실현에 대한 연구가 활발히 진행되고 있는 제어 이론의 한 분야이다.^{[1][2]}

가변구조제어의 기본 개념은 제어계(system)의 형태(structure)를 의도적으로 그 상태에 따라 바꾸어

*正會員, 韓國科學技術大學 電子·電算學部
(School of Elec. Eng. & Computer Science,
Korea Institute of Technology)

**正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科
(Dept. of Electrical Eng., KAIST)
接受日字 : 1988年 4月 15日

줌으로써 원하는 목적을 달성하고자 하는 것이다. 그 중에서도 특히 상태공간에 존재하는 스윗칭 평면에서 상태변수값이 변하는 슬라이딩 모드(sliding mode)라는 특이한 형태의 움직임을 얻어 낼 수 있다. 이 슬라이딩 모드에서는 여러 연구들을 통하여 제어계의 동작이 제어 대상(plant)의 파라메터(parameter) 변화나 외란(noise)에 매우 둔감한 특징을 가지고 있음이 잘 알려져 있다.^[3]

가변구조제어의 장점은,

첫째, 스윗칭 평면의 설정으로 의도하는 출력을 만들어 낼 수 있다.

둘째, 제어 대상의 파라메터 변동이나 외란에 매우 둔감하다.

등을 들 수 있다.

반면, 가변구조제어는 그 제어 형태상 다음과 같은 문제점이 있다.

첫째, 제어계의 초기상태가 스윗칭 평면에서 벗어나 있는 경우 스윗칭 평면상으로 도달하기 까지의 기간(reaching phase)이 존재하게 되는데, 이 기간중에는 슬라이딩 모드에서의 제어형태를 적용할 수 없으므로 가변구조제어의 장점을 얻을 수 없다.

둘째, 제어계의 상태를 스윗칭 평면위에 계속 유지시키기 위한 제어입력 형태는 이론적으로 무한대의 주파수 성분을 가지고 있다. 그러나 자연계의 제약으로 이같은 제어 입력은 실현할 수 없으므로 시간지연이 생기며, 이로인해 생기는 떨림(chattering) 현상에 대한 고려가 있어야만 한다.

본 연구에서는 스윗칭 평면 도달시간(reaching phase time)을 감소시키는 것에 착안하여 전개하며 제안된 알고리듬에 대하여 시뮬레이션 결과를 정리하고 고찰하여 떨림 현상이 감소됨을 보였다.

II. 스윗칭 변수의 레귤레이션을 이용한 가변구조제어

가변구조제어를 고찰하기 위해 다음과 같은 2차계 시스템을 생각하자.

$$\dot{X}_t = Ax + Bu \quad (1)$$

여기서 x : 상태변수 벡터 ($n \times 1$)

A : $n \times n$ 행렬

B : $n \times 1$ 행열

u : 제어입력

이다.

이와 같은 시스템에 가변구조제어 이론을 적용시

키기 위해 다음과 같은 스윗칭 변수를 생각하자.

$$S = Gx \quad (2)$$

여기서 G^T : $1 \times n$ 정수 매트릭스

$$G = [g_1 \ g_2 \ g_3 \cdots g_{n-1} \ g_n] \text{ 단, } g_i = 1, g_i > 0 \\ i = 1 \cdots n - 1$$

한편 슬라이딩 모드가 존재하는 스윗칭 평면은 $S = 0$ 으로 주어진다. 또 스윗칭 평면에서 슬라이딩 모드가 존재하기 위한 충분조건은

$$SS < 0 \quad (3)$$

으로 알려져 있다.^[1]

1. 스윗칭 변수의 레귤레이션

대부분의 대상시스템은 그 초기상태가 스윗칭 평면으로부터 벗어나 있는 경우가 대부분이다. 따라서 스윗칭 변수 S 는 0이 아닌 값을 가지게 되고 가변구조제어의 특징인 슬라이딩 모드로 되기 위해서는 S 값을 0으로 가져갈 필요가 있다. 기존의 가변구조제어 방식은 이 경우 입력 u 를

$$u = \Psi x, \quad \Psi = \begin{cases} \alpha, & Sx > 0 \\ \beta, & Sx < 0 \end{cases} \quad (4)$$

와 같이 하여 α, β 값을 결정함으로써 이를 실현하고 있다. 한편, R. G. Morgan은 스윗칭 변수의 시간미분을 강제적으로 인가함으로써 새로운 가변구조제어 알고리듬을 제안하였다.^[4]

즉, 초기상태에 따라 변하는 스윗칭 변수의 레귤레이션 속도를 일정하게 만듦으로써 스윗칭 평면 도달시간(reaching time)을 줄이고자 하는 것이다. 그러나 Morgan의 제어 알고리듬은 초기상태와는 무관하게 항상 일정한 레귤레이션 속도를 가질 수 밖에 없고, 따라서 속도가 커질수록 제어입력의 변화가 커진다는 단점이 있다.

본 논문에서는 이와 같은 단점을 보완하기 위해 다음과 같은 알고리듬을 제안한다.

다음과 같은 스윗칭 변수의 운동 방정식을 생각해보자.

$$\dot{S} = -P |S|^{1/2} \operatorname{sgn}(S), \quad P > 0 \quad (5)$$

여기서 \dot{S} 는 스윗칭 변수의 레귤레이션 속도.

S 는 스윗칭 변수

P 는 정수

식 (5)를 풀어보면

$$S = \frac{P^2}{4} \left(t - \frac{2\sqrt{S(0)}}{P} \right)^2, \quad S > 0 \quad (6a)$$

$$S = -\frac{P^2}{4} \left(t - \frac{2\sqrt{|S(0)|}}{P} \right)^2, \quad S < 0 \quad (6b)$$

을 얻을 수 있고, 식 (6)으로부터 스위칭 평면 도달시간은

$$t_r = \frac{2}{P} \sqrt{|S(0)|} \quad (7)$$

로 얻어짐을 알 수 있다(그림 1).

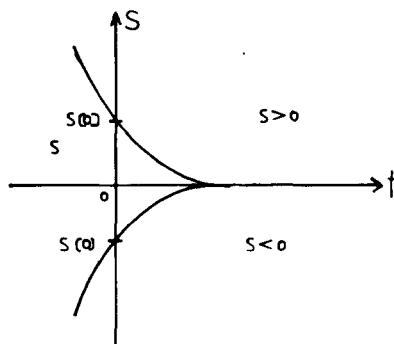


그림 1. 스위칭 변수의 레귤레이션

Fig. 1. Regulation of switching variable.

또한 식 (7)로부터

$$\lim_{P \rightarrow \infty} t_r = 0 \quad (8)$$

이므로 P값을 증가 시킬수록 스위칭 평면 도달시간이 감소함을 알 수 있다.

스위칭 변수의 레귤레이션은 그림 2에서 보는 바와 같이 초기상태가 스위칭 평면에서 멀수록 그 레귤레이션 속도는 스위칭 변수의 제곱근에 비례하여 커지도록 되어 있어 그 접근 속도가 빨라지므로 초기상태의 위치에 따라 효율적으로 스위칭 평면 도달시간을 줄일 수 있다.

한편, 초기상태에 의한 스위칭 변수의 절대값이 4보다 작을 경우에는 일정한 레귤레이션을 가지는 시변 스위칭 변수보다 스위칭 평면까지의 도달시간이 더 길어진다. 그러나, 이 시간은 전체 제어계의 정상상태 도달시간(settling time)에 비하면 매우 적은 시간이며 반면, 스위칭 평면에서의 속도가 둔화됨으로써 다음 절에 설명될 떨림현상의 감소를 가져와 제어계의 구성을 더욱 쉽게 할 수 있는 잇점이 있다.

2. 슬라이딩 모드에서의 떨림(chattering)

제어계의 상태가 스위칭 평면 ($S = 0$)에 도달하면

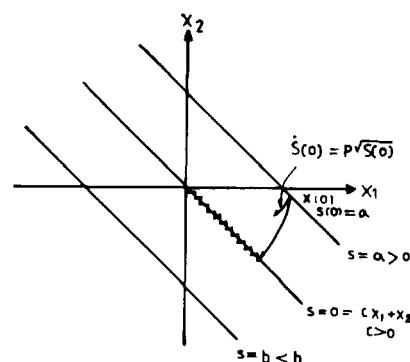
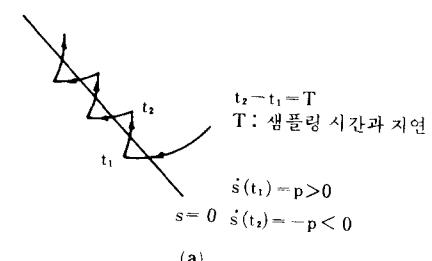


그림 2. 상태 평면에서의 스위칭 레귤레이션

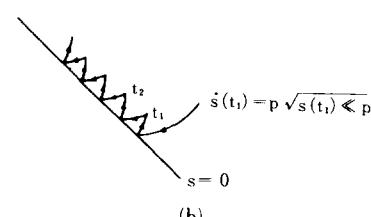
Fig. 2. Regulation of switching variable on phase plane.

제어계는 비로소 가변구조제어의 가장 큰 특징인 슬라이딩 모드로 동작하게 된다. 이때 이상적인 제어계는 대상의 파라미터 변화나 외부 잡음등의 영향을 제거하기 위해 무한대의 주파수를 가진 제어 입력을 생성하게 되는데, 실제 물리계에서는 이와같은 제어 입력을 얻을 수 없으므로 필연적으로 떨림(chattering)이 존재하게 된다.

많은 연구에서 이와 같은 떨림현상을 줄여보고자 노력하였다.^[4,5] 위에서 제안한 스위칭 변수의 레



(a)



(b)

그림 3. 슬라이딩 모드에서의 떨림

(a) Morgan 알고리듬에서의 떨림

(b) 제안된 알고리듬에서의 떨림

Fig. 3. Chattering of sliding mode.

(a) Chattering of Morgan algorithm.

(b) Chattering of proposed algorithm.

글레이션 방법은 스윗칭 평면 부근에서의 레글레이션 속도가 매우 작아지므로 Morgan이 제안한 레글레이션과 같이 항상 일정한 속도를 가지는 방법보다 멀림이 매우 작아짐을 쉽게 알 수 있다(그림 3).

III. 제어 시스템의 설계

식 (1)과 같은 제어대상과 식(2)와 같은 스윗칭 평면을 생각하자. 대상 시스템은 단일 입출력 시스템이다.

스윗칭 변수의 시간 미분을 식 (5)와 같이 놓고 다시 쓰면

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$S = Gx$$

$$\dot{S} = -P|S|^{1/2} \operatorname{sgn}(S), P > 0$$

한편 식 (2)와 식 (5)는 식 (3)의 충분조건을 항상 만족함을 알 수 있다. 식 (3)으로부터

$$SS = SG\dot{x} = SG(Ax + Bu) < 0 \quad (9)$$

또한 식 (5)와 식 (9)로부터

$$\dot{S} = -P\sqrt{|S|} \operatorname{sgn}(S) = G(Ax + Bu) =$$

$$GAx + GBu$$

$$GBu = -P\sqrt{|S|} \operatorname{sgn}(S) - GAx$$

$$\therefore u = \frac{1}{GB} \{-P\sqrt{|S|} \operatorname{sgn}(S) - GAx\} \quad (10)$$

이 되어 식 (9)를 만족시키기 위한 제어입력을 구할 수 있다. 식 (10)과 식 (1)을 결합하여 제어계를 다시 기술해 보면

$$\dot{x} = Ax + \frac{B}{GB} \{-P\sqrt{|S|} \operatorname{sgn}(S) - GAx\} \quad (11a)$$

$$S = Gx \quad (11b)$$

으로 된다.

IV. 시뮬레이션

제어 대상으로는 가장 대표적인 단일 입출력 시스템 중 DC 모터를 선택하였다. 그림 4, 그림5 및 표 1에 각각 DC 모터의 개념도와 블록선도, 그리고 실제 시뮬레이션에 사용한 DC 모터의 각종 상수를 보였다. DC 모터로는 일본 Yashkawa의 200W PM DC 모터이다.

2 차로 근사화 시킨 DC 모터의 모델식은 다음과 같다.

$$\ddot{\theta} + \frac{RB+K_v K_T}{LB+RJ} \theta = \frac{K_T K_v}{LB+RJ} V(t) \quad (12)$$

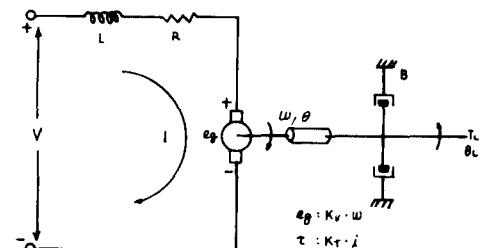


그림 4. DC 모터의 개념도

Fig. 4. Configuration of DC motor.

표 1. DC 모터 상수

Table 1. DC Motor constant.

기호	단위	상수값
L	G	1.44×10^{-3}
R	Ω	0.45
J	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{rad}^2$	1.6828×10^{-4}
B	$(\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad})$ (rad/sec)	2.5267×10^{-4}
K _v	$\frac{\text{V}}{(\text{rad/sec})}$	0.1185
K _T	$(\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad})$ A	0.1185
F	N · m/rad	3.626×10^{-2}

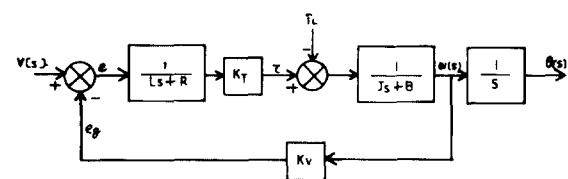


그림 5. DC 모터의 블록 선도

Fig. 5. Block diagram of DC motor.

식 (12)를 위치 오차에 관한 식으로 변환하면

$$e = \theta_d - \theta \quad e' = \dot{\theta}_d - \dot{\theta} \quad \text{이 되고},$$

$$\theta_d = \dot{\theta}_d = 0, e = x_1, e' = x_2 \text{로 놓으면}$$

식 (12)는

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -a_1 x_2 - bu + f \quad (13)$$

$$a_1 = \frac{RB + K_T K_V}{LB + RJ}, \quad b = \frac{K_V K_T}{LB + RJ}, \quad u = V(t), \quad f: \text{외란}$$

$$(= 19.94) \quad (= 184.5)$$

와 같이 놓을 수 있다.

$$S = 6x_1 + x_2 \quad (14)$$

으로 놓고 식 (10)로부터 제어입력을 구하면

$$u = [18.44x_2 - 800\sqrt{|S|} \operatorname{sgn}(S)]/184.5 \quad (15)$$

식 (15)에서 $P = 800$ 은 u 의 크기가 허용되는 범위로

제한되어야 한다. 시뮬레이션에서 Morgan의 알고리듬과 비교하기 위하여 Morgan 알고리듬의 제어입력은 다음과 같이 주어졌다.

$$u_M = 0.999x_2 - 4.33\operatorname{sgn}(S) \quad (16)$$

한편 외란으로는 $f(t) = 20\sin 100t$ 를 인가하였다.

그림 6~그림 9에 시뮬레이션 결과를 나타내었다. 시뮬레이션 결과에서 보듯이 $S = 0$ 부근으로 도달하기까지의 시간은 제안된 알고리듬이 더 빠름을 알 수 있고, 따라서 제어 입력의 크기도 상대적으로 커졌음을 볼 수 있다.

또한 슬라이딩 모드에서의 동작을 보면 외란이 없을 경우 전상 상태에서의 제어입력이 제안된 알고

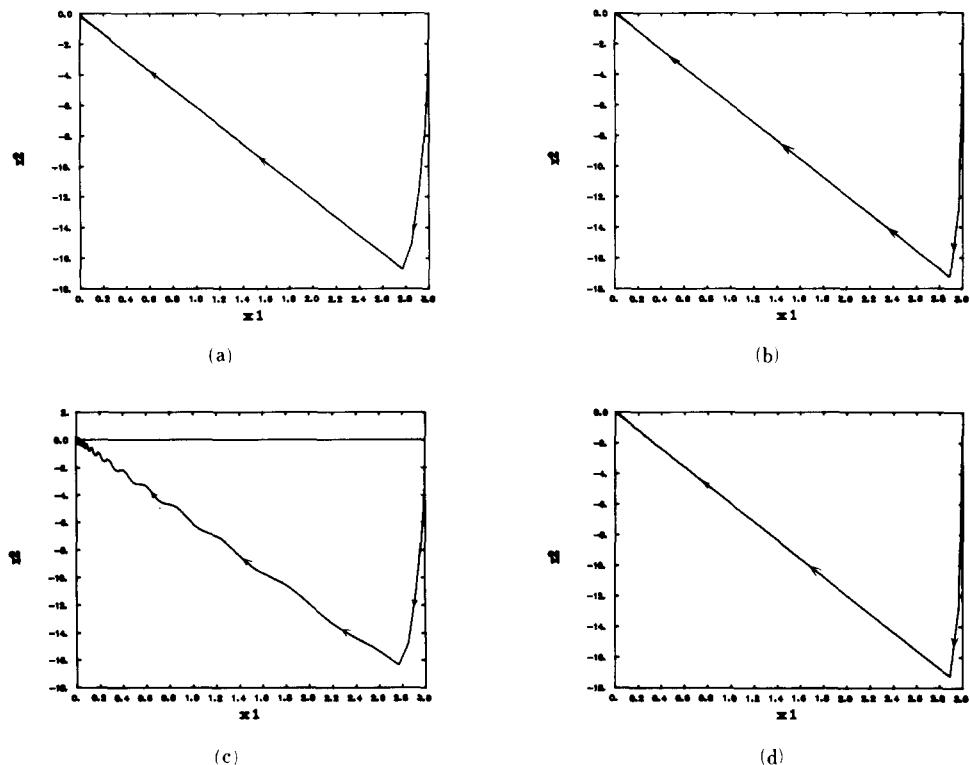
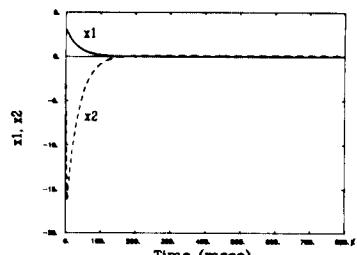
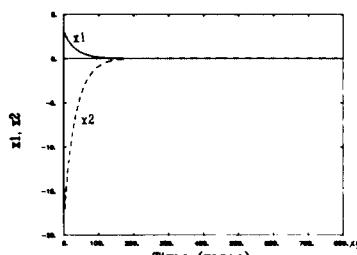


그림 6. (a) Morgan의 알고리듬을 사용한 경우 (외란없음)
 (b) 제안된 알고리듬(외란없음)
 (c) Morgan의 알고리듬을 사용한 경우(외란 있음)
 (d) 제안된 알고리듬(외란 있음)

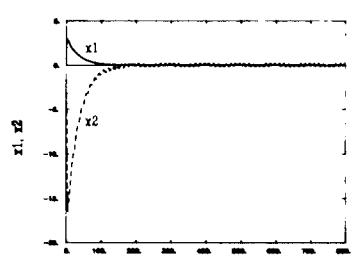
Fig. 6. (a) Using morgan's algorithm (without disturbance).
 (b) Using proposed algorithm (without disturbance).
 (c) Using morgen's algorithm (with disturbance).
 (d) Using proposed algorithm (with disturbance).



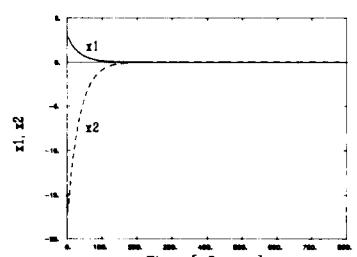
(a)



(b)



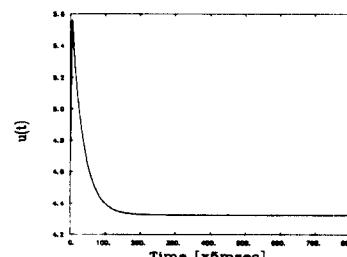
(c)



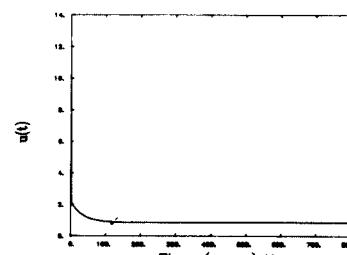
(d)

그림 7. (a) Morgan의 알고리듬을 사용한 경우
(외란 없음)
(b) 제안된 알고리듬(외란 없음)
(c) Morgan의 알고리듬을 사용한 경우
(외란 있음)
(d) 제안된 알고리듬(외란 있음)

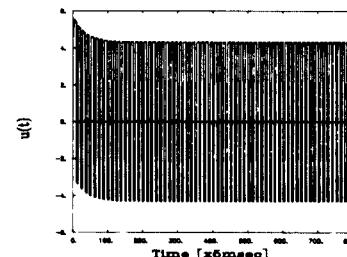
Fig. 7. (a) Using morgan's algorithm (without disturbance).
(b) Using proposed algorithm (without disturbance).
(c) Using morgan's algorithm (with disturbance).
(d) Using proposed algorithm (with disturbance).



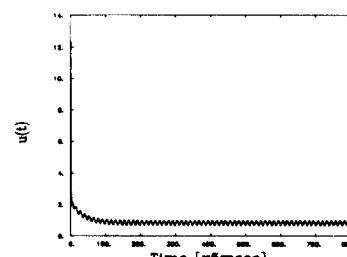
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 8. (a) Morgan의 알고리듬을 사용한 경우
(외란 없음)
(b) 제안된 알고리듬(외란 없음)

(c) Morgan의 알고리듬을 사용한 경우
(외란 있음)

(d) 제안된 알고리듬(외란 있음)

Fig. 8. (a) Using morgan's algorithm
(without disturbance).
(b) Using proposed algorithm
(without disturbance).
(c) Using morgan's algorithm
(with disturbance).
(d) Using proposed algorithm
(with disturbance).

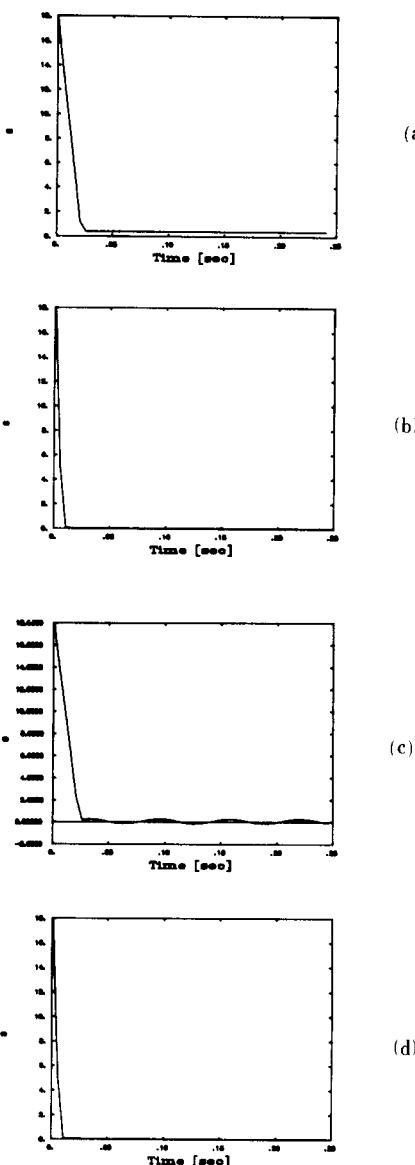


그림 9. (a) Morgan의 알고리듬을 사용한 경우
(외란 없음)

(b) 제안된 알고리듬(외란 없음)

(c) Morgan의 알고리듬을 사용한 경우
(외란 있음)

(d) 제안된 알고리듬(외란 있음)

Fig. 9. (a) Using morgan's algorithm
(without disturbance).

(b) Using proposed algorithm
(without disturbance).

(c) Using morgan's algorithm
(with disturbance).¹

(d) Using proposed algorithm
(with disturbance).

리듬이 더욱 작았으며, 외란이 있을 경우에는 Morgan의 알고리듬이 큰 변화 폭을 가지고 전동하는데 반해 제한된 알고리듬에 의한 제어 입력은 정상상태에서도 매우 작은 리플만을 함유하고 있음을 볼 수 있었다.

위의 결과에서 제어입력의 크기는 주어진 DC 모터의 규격에 충분한 값이므로 실제의 적용에 무리가 없으리라 생각된다.

V. 결 론

보다 강인(robust)하고 효율적이며 적용이 쉬운 제어방법을 제시하고자 많은 연구가 진행되고 있는 최근에 가변구조제어는 새로운 방법을 제시해 주었다. 또한 현재 가변구조제어가 안고있는 문제들을 해결하고자 노력하는 바, 본 논문에서는 보다 개선된 가변구조제어 알고리듬을 제시하고 이를 시뮬레이션하여 그 결과의 유용성을 입증하였다.

이와 같은 제어 알고리듬은 그 장인성과 실현의 용이성으로 인해서 외란에 의해 민감한 영향을 받는 각종 제어대상, 특히 로보트 제어등에 손쉽게 응용될 수 있다.

參 考 文 獻

- [1] V.I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Trans. on Automatic Control* vol. AC-22 no. 2 April 1977.
- [2] V.I. Utkin, "Variable structure systems: present and future," Plenum Publishing Corp., 1984.
- [3] U. Itkis, "Control systems of variable structure," John Wiley & Sons. 1976.
- [4] R.G. Morgan and Ümit Özgüner, "A decentralized Variable Structure Control Algorithm for Robotic Manipulators," *IEEE Journal of Robotics & Automation* vol. RA-1, no. 1 March 1985.
- [5] H. Hashimoto et al., "A microprocessor-based robot manipulator control with sliding mode," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. IE-34 no. 1 Feb. 1987. *

著者紹介

**李柱張(正會員)**

1948年 11月 14日生. 1973年 서울 대학교 전기공학과 공학사학위 취득. 1977年 서울대학교 대학원 전기 공학과 석사학위 취득. 1984年 Univ. of Wisconsin, Dept. of EE & CS 박사학위 취득. 1978年~1979年 미국 G.T.E. Automatic Electric Co. Engineer 근무. 1984年 미국 Wisconsin Electric Power Co. Project Engineer 근무. 1984年~현재 한국과학기술대학 조교수. 주관심분야는 System Control, Robot Controller, Variable Structure Control, Power System Stabilizer 등임.

**李炳日(正會員)**

1962年 11月 11日生. 1981年 3月 ~1985年 2月 금오공과대학 전자 공학과 학사학위 취득. 1985年 3月 ~1987年 2月 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사학위 취득. 1987年 3月~현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정.

**李興揆(正會員)**

1955年 10月 3日生. 1978年 서울 공대 전자공학과 졸업. 1981年~1984年: 한국과학기술원 전산과 석사 및 박사학위 취득. 1984年 9月 ~1985年 2月 한국과학기술원 대우교수로 근무. 1985年~1986年 U. of Michigan의 Integrated Manufacturing Center에서 Research Scientist로 근무. 1986年 9月~현재 한국과학기술대학 조교수. 주관심분야는 분산처리 컴퓨터, 컴퓨터구조, 실시간 제어시스템 등임.