

回轉形 完全導體의 電磁波 散亂特性

(Electromagnetic Wave Scattering of the Perfect Conducting Body of Revolution)

金正祺*

(Jung Ki Kim)

要 約

임의의 형태를 가진 회전형 완전도체(B. O. R.)의 전류분포를 moment method와 C. G. M.을 사용하여 구함으로써 산란특성을 알아보았다.

확장경계조건을 이용하여 3 차원 B. O. R.을 1 차원화 하였다. C. G. M.을 사용함으로써 불량조건과 대용량을 필요로 하는 큰 구조물에 대하여서도 해석이 가능하다.

C. G. M.의 결과와 moment method의 결과가 잘 일치하였다.

Abstract

The method of conjugate gradient (C.G.M.) is applied to the solution of current distribution from body of revolution (B.O.R.).

Using the C.G.M., it is possible to analyze electrically large arbitrarily oriented B.O.R. .

The fundamental differences between C.G.M. and moment method are outlined.

This method converges for any initial guess, and this technique guarantees a monotonic convergence.

Numerical results are presented for electromagnetic case which shows good agreements with moment solution.

I. 서 론

산란체의 해석에 있어서 임의의 전자장 이론의 연산자 방정식은 $AX=Y$ 의 형태로 나타내어 질 수 있다.

A 는 일반적인 미적분 연산자이고 Y 는 주어지는 여진함수이며 X 는 구하고자 하는 미지의 함수이다.

이러한 형태의 식을 푸는데는 크게 두가지의 방법이 있다.

첫째는 Hilbert 공간내에서 span하는 기저함수를 이용한 내적을 통하여 행렬식의 형태로 구성한 후 행렬식을 변형하여 푸는 방법이 있고, 다른 하나는 범함수(functional)를 정의하여 이것을 반복적으로 최소화 시켜서 해를 구하는 것이다.

전자의 방법으로는 moment method, 유한요소법, 최소자승법 등이 있으며, 후자의 경우에는 steepest descent method, conjugate gradient method 등이 있다.

본 논문에서는 moment method와 conjugate gradient method(C. G. M.)를 이용하여 미적분식을 해석하였다.

여기에 사용된 C. G. M. 알고리즘은 Hestenes와 Steifel의 알고리즘과는 차이가 있는 수정된 알고리즘

*正會員, 中央大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Chungang Univ.)

接受日字: 1987年 11月 27日

(※ 이 논문은 1986년도 문교부 자유과제 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.)

을 사용하였다.

또한 산란체의 해석에 기본이 되는 전류분포를 구하는 데는 보통의 표면상에서 전류값이 0 이 되는 homogeneous 이 Dirichlet 경계조건을 이용하는 적분식을 사용하지 않고 모양의 제한이나, 특이점이 없는 Waterman의 확장경계조건을 적용하여 3차원의 B. O. R. (body of revolution)을 1차원화한 적분식을 사용하는데, 이는 연산과정이 단순화되고 적은 메모리로 짧은 C. P. U. 처리시간을 갖는 장점이 있다.

또한 moment method로도 이 식의 해를 얻어서 C. G. M.의 결과와 비교하였다.

C. G. M.과 moment method의 차이점은 moment method는 N개의 미지수를 가질 때 행렬식을 N×N의 형태로 구성하여 Gaussian 소거법에 의해서 해를 구하지만, C. G. M.은 그 문제 자체로부터 반복법으로 얻어진다는 것이 근본적인 차이점이다.

Moment method에서는 기저함수를 펄스함수, 가중함수를 델타함수로 하였다.

본 논문에서는 회전형 물체(B. O. R.)에 확장경계조건(E. B. C.)를 적용한 적분식의 유도 및 moment method와 C. G. M.의 알고리즘을 소개하였다.

이 방법으로해서 컴퓨터의 용량문제나 N이 증가할 때 Gaussian 소거법의 정확성 및 불량조건(특이점)을 극복할 수 있고 non-self-adjoint할 때에도 단조한 수렴성을 보장하고, 초기치를 잘 설정함으로 해서 연산 시간을 줄일 수 있다.

II. 확장경계조건을 적용한 회전형물체의 적분식

자유공간에서 도체에 전계가 인가하면 도체표면에는 E_s 에 의해 전하밀도 σ 와 전류밀도 J 가 유기된다. σ 와 J 에 의해서 산란장 E_s 가 발생한다.

이 관계식은 다음과 같다.

$$E_s = -j\omega A - \nabla\Phi \tag{1}$$

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \iint J' K ds' \tag{2}$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \iint \sigma \cdot K ds' \tag{3}$$

$$\sigma = -\frac{1}{j\omega} \nabla' \cdot J' \tag{4}$$

$$K = \exp(-jkR) / R \tag{5}$$

A; 벡터포텐셜

Φ ; 스칼라포텐셜

μ ; 투자율(permeability)

ϵ ; 유전율(dielectric constant)

k; 전파상수(propagation constant)

K; kernel 함수

위 식들을 회전형물체에 적용한다.

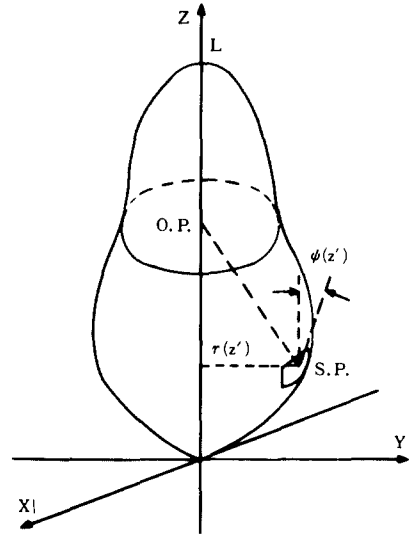


그림 1. B. O. R. 의 좌표
Fig. 1. B. O. R. with coordinate.

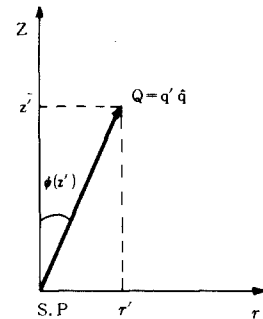


그림 2. 회전체 표면에 접선이고 $\hat{\phi}$ 에 수직인 벡터
Fig. 2. The vector tangential to the surface of the body and perpendicular $\hat{\phi}$.

그림 1에서 S. P.는 전원점, O. P.는 관찰점을 나타낸다.

그림 2에서 3차원 문제를 2차원화하기 위해서 \hat{q} 를 정의한다. (\hat{q} 는 $\hat{\phi}$ 에 수직이다.)

$$\hat{q} = \hat{r} \sin(\psi(z')) + \hat{z} \cos(\psi(z')) \tag{6}$$

표면전류 성분 벡터 J 는

$$J = J_\phi \hat{\phi} + J_q \hat{q} \tag{7}$$

그에 따른 발산은 다음과 같다.

$$\nabla' \cdot J = \frac{1}{r(z')} \left[\frac{\partial}{\partial \phi'} J_\phi' + \frac{\partial}{\partial q'} (r(z') J_q) \right] \tag{8}$$

미소면적 ds' 는 다음과 같다.

$$ds' = r(z') d\phi' dq' = r(z') d\phi' \frac{dz'}{\cos(\psi(z'))} \quad (9)$$

O. P. 와 S. P. 사이의 거리 R 은 다음과 같이 나타내진다.

$$R = (r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\phi - \phi') + (z - z')^2)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

식(7)~(10)을 식(1)~(5)에 대입하면 다음과 같다.

$$\mathbf{E}_s = -j\omega \mathbf{A} - \nabla \Phi \quad (11)$$

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} (J_\phi \hat{\phi} + J_q \hat{q}) K \frac{r(z')}{\cos(\psi(z'))} d\phi' dz' \quad (12)$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} \sigma K \frac{r(z')}{\cos(\psi(z'))} d\phi' dz' \quad (13)$$

$$\sigma = \frac{1}{j\omega r(z')} \left(\frac{\partial}{\partial \phi'} J_\phi + \frac{\partial}{\partial q} (r(z') J_q) \right) \quad (14)$$

$$K = \frac{\exp(-jk(r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\phi - \phi') + (z - z')^2)^{\frac{1}{2}})}{(r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\phi - \phi') + (z - z')^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (15)$$

유기되는 총전계 \mathbf{E} 는

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_s$$

확장경계조건을 적용해서 축상의 총전계는 0으로 놓고 z 성분을 고려하면

$$\mathbf{E}_1|_{r=0} = -\mathbf{E}_s^z|_{r=0} = j\omega \mathbf{A}_z|_{r=0} + \nabla \Phi_z|_{r=0} \quad (16)$$

윗식의 첫항은 다음과 같다.

$$j\omega \mathbf{A}_z|_{r=0} = \left[j \frac{\omega \mu}{4\pi} \int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} (J_\phi \hat{\phi} + J_q \hat{q}) K \frac{r(z')}{\cos(\psi(z'))} d\phi' dz' \right] \hat{z} \Big|_{r=0}$$

여기서 $\hat{\phi}$ 와 \hat{z} 는 수직관계이므로 $\hat{\phi} \cdot \hat{z} = 0$ 이고 그림(b)를 참고하면 $\hat{q} \cdot \hat{z} = \cos(\psi(z'))$ 이고 O. P. 가 z 축 위에 위치하면 $r = 0$ 이므로

$$j\omega \mathbf{A}_z|_{r=0} = j \frac{\omega \mu}{4\pi} \int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} J_q \cdot r(z') K|_{r=0} d\phi' dz' \quad (17)$$

$$K|_{r=0} = \frac{\exp(-jk\sqrt{r(z')^2 + (z - z')^2})}{\sqrt{r^2(z') + (z - z')^2}}$$

둘째항은 $\nabla \cdot \Phi_z \cdot \hat{z}$ 는 \hat{z} 성분만 남으므로 다음과 같이 기할 수 있다.

$$\nabla \cdot \Phi_z \Big|_{r=0} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{r=0}$$

윗식에 식(13)과 (14)를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{r=0} = & - \frac{1}{j\omega 4\pi\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{r(z')} \cdot \frac{\partial J'_q}{\partial \phi'} \right. \\ & K \frac{r(z')}{\cos(\psi(z'))} d\phi' dz' \\ & \left. + \frac{1}{j\omega\epsilon} \int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{r(z')} \frac{\partial}{\partial q'} \{r(z') J_q\} \right. \\ & \left. K \frac{r(z')}{\cos(\psi(z'))} d\phi' dz' \right] \Big|_{r=0} \end{aligned}$$

윗 식의 첫째식을 고려하면 J'_q 가 ϕ' 에 따라서 균일하다면 $\partial J'_q / \partial \phi' = 0$, 혹은 $\partial J_q / \partial \phi'$ 가 ϕ 의 변화에 불연속점이 없이 선형적으로 변한다면 $\int_{-\pi}^{\pi} \partial J_q / \partial \phi' d\phi' = 0$ 이므로 첫째식은 0이 될 것이다.

윗 식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{r=0} = - \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial}{\partial q'} \{r(z') J_q\} K \frac{1}{\cos(\psi(z'))} d\phi' dz' \right] \Big|_{r=0}$$

그림 2에서 dq 가 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$dq = \frac{dr(z')}{\cos(\psi(z'))}$$

그러므로 dq 를 대입하여 윗식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{r=0} = - \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial}{\partial z'} \{r(z') J_q\} K|_{r=0} d\phi' dz' \right] \quad (18)$$

여기서 $K|_{r=0}$ 는 윗식의 $K|_{r=0}$ 와 같다.

회전형물체 단면을 통과하는 총전류는 다음과 같다.

$$I_q(z') = \int_{-\pi}^{\pi} J_q \cdot r(z') d\phi'$$

식(17)과 (18)을 식(16)에 대입하여 수식을 정리하여 보면 $J'_q(\phi', z')$, $K(z, z')|_{r=0}$ 의 함수가 되므로 ϕ' 에 대한 적분은 J_q 에만 적용되므로 $I(z')$ 를 대입할 수 있다.

산란체 양끝의 전류가 0이라고 할 경우 식(16)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} E_z^i|_{r=0} = & j \frac{\omega\epsilon}{4\pi} \int_0^L I_q(z') K(z, z') dz' \\ & + \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_0^L I_q(z') \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} K(z, z') dz' \end{aligned} \quad (19)$$

여기서

$$K = \frac{\exp(-jk\sqrt{r^2(z') + (z - z')^2})}{\sqrt{r^2(z') + (z - z')^2}}$$

(19)식이 확장경계조건을 적용한 회전형 물체의 최종 적분식이 유도된다.

또한 식(19)는 산란체의 양끝이 0이고, 표면전류밀도가 연속이어야 하며 z 성분에 대한 반경도 연속성이 있어야 한다.

III. 수치해석

1. Moment method

미적분방정식을 moment method에 적용하는 방법을 알아보면 방정식을

$$AX = Y \text{로 정의한다.}$$

A: 연산자
 X: 응답함수
 Y: 여진함수

이러한 방정식에 moment method를 적용하면 응답함수는 다음과 같은 함수의 급수로 표현된다.

$$X = \sum_{i=1}^N \alpha_i X_i \quad (20)$$

α_i : 상수
 X_i : 기저함수
 여기에서

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i A X_i = Y \text{ 가 되고} \quad (21)$$

그리고 가중함수 W_i 를 정의할 때 구성식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i \langle W_i, A X_i \rangle = \langle W_i, Y \rangle$$

W_i ; 가중함수

단, $\langle a(x), b(x) \rangle = \int_x a(x) b(x) dx$
 식(21)로부터 미지수 α_i 가 N 개 존재 하게된다.
 이 값들을 구하기 위하여 j 를 1에서 N 까지 변
 화시켜서 N 원 1차 방정식을 풀게된다.

이 식은 행렬식으로 형성되어서
 $[A_{mn}] [\alpha_n] = [Y_m]$ 이 된다.
 그리고 이것은 다음과 같이 변형되어 진다.
 $[\alpha_n] = [A_{mn}^{-1}] [Y_m]$
 단 $[A_{mn}]$ 이 non-singular 해야한다.

이 식으로 부터 α_i 를 구하여 식(21)에 대입해서 해를 구한다.

moment method는 기저함수와 가중함수의 선택에 따라서 오차가 좌우된다.

기저함수와 가중함수를 같이 놓는 것이 Galerkin's method이고 가중함수를 δ (delta) 함수로 하는 것이 collocation method이다.

본 논문에서는 가중함수를 δ 함수로 선정하고 기저함수는 펄스함수를 선정하여 해를 구하였다.

2. Conjugate Gradient Method

우리가 고려해야 할 연산자방정식은 $AX = Y$ 이다.
 이 식을 풀기 위하여 최소화 해야할 범함수 $F(x)$ 를 정의한다.

$$F(x) = (r, H_r)$$

여기서 H 는 Hermitian positive definite 연산자이고 내적은 다음과 같다.

$$\langle C, D \rangle = \int_x C(x) \bar{D} \, dx$$

$\bar{D}(x)$ 는 $D(x)$ 의 conjugate gradient이다.
 C 의 놈(norm)은 다음과 같다.

$$\|C\|^2 = (C, \bar{C}) = \int_x |C^*(x)|^2 dx$$

잔차(residual) r 은 다음과 같다.

$$r = Ax - Y$$

1) A 는 positive 또는 negative definite 연산자이고 Y 는 A 의 범위에 있을 때

$(A^{-1})^*$ 는 A^{-1} 의 adjoint이다.

범함수는 다음과 같이 정의된다.

$$F(x) = (X_e - X, A(X - X_e))$$

X_e : 정확해

$$X_e = A^{-1} Y$$

초기치를 X_0 로 정하고 P_0 는 r_0 와 같이 놓는다.

$$P_0 = -r_0 = Y - A X_0$$

$$X_{k+1} = x_k + t_k P_k \quad (22)$$

$$t_k = \frac{\|r_k\|^2}{(A P_k, P_k)}$$

$$r_{k+1} = r_k + t_k A P_k$$

$$P_{k+1} = -r_{k+1} + q_k P_k$$

$$q_k = \frac{\|r_{k+1}\|^2}{\|r_k\|^2}$$

식(22)에 나타난 반복식을 살펴보면 X_{k+1} 은 전단계의 값 X_k 에서 P_k 방향으로 t_k 만큼 이동하여서 이것을 반복함으로 해서 원하는 정확도에 따르는 해에 이를 때까지 범함수를 최소화해 나가는 것이다.

2) A 가 모든 Y 에서 임의의 연산자일 때 범함수 $F(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$F(x) = (r, r) = \|r\|^2$$

이 범함수는 단조하게 잔차가 감소한다.

초기치 X_0 에서 Hestenes와 Steifel 알고리즘은 다음과 같다.

$$R_1 = Y_1 - A x_1$$

$$P_1 = A^* R_1$$

$$\alpha_1 = \frac{\|A^* R_1\|^2}{\|A P_1\|^2}$$

$$X_{i+1} = X_i + \frac{\|A^* R_i\|^2}{\|A P_i\|^2} P_i$$

$$R_{i+1} = R_i - A P_i \frac{\|A^* R_i\|^2}{\|A P_i\|^2}$$

$$b_i = \frac{\|A^* R_{i+1}\|^2}{\|A^* R_i\|^2}$$

$$P_i = A^* R_{i+1} + \frac{\|A^* R_{i+1}\|^2}{\|A^* R_i\|^2} P_i$$

여기에서 알고리즘을 수정시키기 위해서 Q_i 를 다음과 같이 정의한다.

$$Q_i = \frac{P_i}{\|A^* R_i\|}$$

그러면

$$X_{i+1} = X_i + \frac{\|A^*R_i\|^2 \{ \|A^*R_i\|^2 \} Q_i}{\|AQ_i\|^2 \|A^*R_i\|^4}$$

$$X_{i+1} = X_i + \frac{Q_i}{\|AQ_i\|^2}$$

가 된다.

위 정의에 의하여 다른 식들도 정리하면 본 논문에서 사용된 Hestenes와 Steifel의 알고리즘을 수정시킨 알고리즘이 유도된다.

$$P_0 = -b_{-1}A^*r_0 = -b_{-1}A^*(AX_0 - r)$$

$$X_{i+1} = X_i + t_i Q_i$$

$$r_{i+1} = r_i + t_i A Q_i$$

$$Q_{i+1} = Q_i - b_i A^* r_{i+1}$$

$$t_i = \frac{1}{\|AQ_i\|^2}$$

$$b_i = \frac{1}{\|A^*r_{i+1}\|^2}$$

IV. 결과 및 고찰

본 논문에서 언급한 수치해석 방법들을 적용한 모양체들은 다음과 같다.

첫째 그림 6에 나타난 모양체는 이심률이 0.990066812를 갖는 타원이며, (회전체1) 둘째 그림 7에 나타난 모양체는 반지름이 a인 원통에 양끝은 타원으로 구성된 회전형물체로써 원통에 접하는 타원체의 장축길이 h와 원통반경 a, 전체길이 L일 때 각 구간에서의 r(z')는 다음과 같다. (회전체2.)

$$r(z') = \begin{cases} a \left(1 - \frac{(z'-h)^2}{h^2} \right)^{\frac{1}{2}} & (0 \leq z' < h) \\ a & (h \leq z' < L-h) \\ a \left(1 - \frac{(z'-L+h)^2}{h^2} \right)^{\frac{1}{2}} & (L-h \leq z' \leq L) \end{cases}$$

셋째 그림 8에 나타난 모양체는 z축상에 서로 떨어져 있는 두 타원체가 가지는 공동점선의 두점점을 접해서 가지는 두 타원이 존재하게 된다.

z축상 타원의 장축 b, 단축 a, 전체길이 L 그리고 P점이 주어지면 이때 r(z')를 알아보면 다음과 같다 (회전체3).

$$r(z') = \begin{cases} a \left(1 - \frac{(z'-b)^2}{b^2} \right)^{\frac{1}{2}} & (0 \leq z' \leq z_l) \\ P - A \left(1 - \frac{(z' - \frac{L}{2})^2}{B^2} \right)^{\frac{1}{2}} & (z_l < z' \leq L - z_l) \\ a \left(1 - \frac{(z' - L + b)^2}{b^2} \right)^{\frac{1}{2}} & (L - z_l < z' \leq L) \end{cases}$$

$$A = \left(-m \left(z_l - \frac{L}{2} \right) (x_l - P) + \left(z_l - \frac{L}{2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$B = \left((x - P)^2 - (x_l - P) \left(z_l - \frac{L}{2} \right) / m \right)^{\frac{1}{2}}$$

표 1. 모멘트법을 사용한 회전체 1의 전류값 (입사각 π/2)

Table 1. Current of body of revolution1 using moment method (π/2).

O. P	Real Part	Imag. Part
.056	.16441731E-02	.31610603E-02
.167	.37840380E-02	.72178948E-02
.278	.56382182E-02	.10692455E-01
.389	.68492032E-02	.12944020E-01
.500	.72674919E-02	.13718592E-02
.611	.68494797E-02	.12944237E-01
.722	.56384673E-02	.10692676E-01
.833	.37841545E-02	.72181016E-02
.944	.16442258E-02	.31611549E-02

표 2. C. G. M. 을 사용한 회전체 1의 전류값 (입사각 π/2)

Table 2. Current of body of revolution1. using C. G. M. (π/2).

O. P.	Real Part	Imag. Part
.056	.167384748E-02	.321859124E-02
.167	.381003602E-02	.726737441E-02
.278	.563459299E-02	.106848272E-01
.389	.681887749E-02	.128858409E-01
.500	.722714987E-02	.136417304E-01
.611	.681910190E-02	.128863054E-01
.722	.563460787E-02	.106850006E-01
.833	.380994676E-02	.726728596E-02
.944	.167382671E-02	.321858079E-02

표 3. 모멘트법을 사용한 회전체 2의 전류값 (입사각 π/2)

Table 3. Current of body of revolution2 using moment method(π/2).

O. P	Real Part	Imag. Part
.056	.20059965E-02	.34099587E-02
.167	.48262057E-02	.81386599E-02
.278	.68544060E-02	.11503401E-01
.389	.80244114E-02	.13432760E-01
.500	.84153240E-02	.14075691E-01
.611	.80245074E-02	.13433039E-01
.722	.68544732E-02	.11503668E-01
.833	.48261862E-02	.81388237E-02
.944	.20060077E-02	.34100364E-02

표 4. C. G. M. 을 사용한 회전체 2 의 전류값
(입사각 $\pi/2$)

Table 4. Current of body of revolution2 using C. G. M. ($\pi/2$).

O. P	Real Part	Imag. Part
.056	.20476079E - 02	.34805131E - 02
.167	.48262173E - 02	.81395556E - 02
.278	.68310032E - 02	.11465445E - 01
.389	.79999208E - 02	.13392062E - 01
.500	.83905785E - 02	.14033215E - 01
.611	.80006009E - 02	.13390689E - 01
.722	.68318498E - 02	.11463352E - 01
.833	.48268861E - 02	.81383645E - 01
.944	.20478345E - 02	.34800070E - 02

표 5. 모멘트법을 사용한 회전체 3 의 전류값
(입사각 $\pi/2$)

Table 5. Current of body of revolution3 using moment method ($\pi/2$).

O. P	Real Part	Imag. Part
.056	.28654022E - 02	.11483665E - 03
.167	.16889995E - 01	.47572395E - 03
.278	.28360127E - 01	.60596674E - 03
.389	.32671564E - 01	.65775052E - 03
.500	.33700801E - 01	.67172930E - 03
.611	.32974257E - 01	.65953400E - 03
.722	.30466832E - 01	.62753230E - 03
.833	.15107369E - 01	.42503023E - 03
.944	.35176683E - 02	.12682386E - 03

표 6. C. G. M. 을 사용한 회전체 3 의 전류값
(입사각 $\pi/2$)

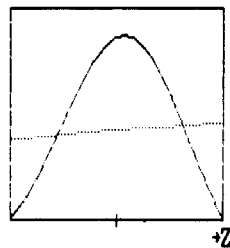
Table 6. Current of body of revolution3 using C. G. M. ($\pi/2$).

O. P.	Real Part	Imag. Part
.056	.29958805E - 02	.11116959E - 03
.167	.17303398E - 01	.48622964E - 03
.278	.28871091E - 01	.63897300E - 03
.389	.32107762E - 01	.66584820E - 03
.500	.34151552E - 01	.68865401E - 03
.711	.33799777E - 01	.67011604E - 03
.822	.30123010E - 01	.64468860E - 03
.833	.15412814E - 01	.43598693E - 03
.944	.35659583E - 02	.13119523E - 03

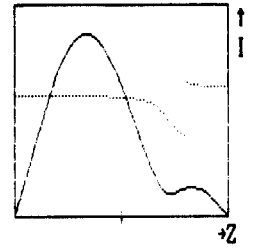
표 7. 오차값

Table 7. 오 Values of error.

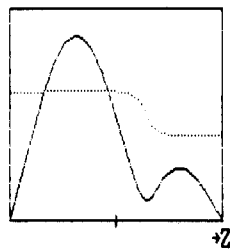
Iteration No.	Error
1	.10000000E + 01
2	.90630150E + 00
3	.83790484E + 00
4	.80603270E + 00
5	.79635933E + 00
6	.76198489E + 00
7	.67025438E + 00
8	.79371362E - 01
9	.87591097E - 02
10	.37085429E - 02
11	.56502047E - 04
12	.29847513E - 04
13	.29241770E - 04
14	.28581088E - 04
15	.26963933E - 04
16	.25010639E - 04
17	.18645357E - 04
18	.96251807E - 06
19	.55925769E - 06
20	.20697107E - 06
21	.70967169E - 07
22	.96314145E - 08



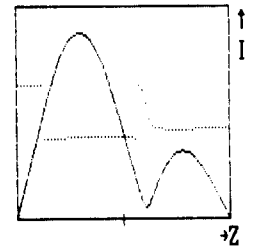
(a) $\pi/2$ (rad.)



(b) $\pi/3$ (rad.)



(c) $\pi/4$ (rad.)



(d) $\pi/6$ (rad.)

그림 3. The current distributions of B. O. R. 1 by each impressed angle.

Fig. 3. 입사각에 따른 회전체의 전류분포

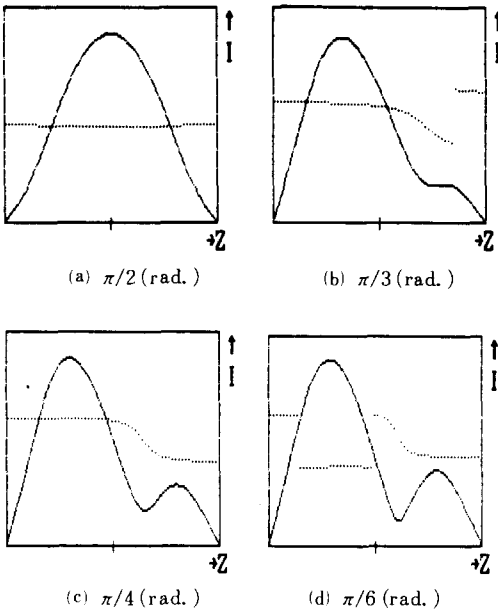


그림 4. 입사각에 따른 회전체 2의 전류분포
 Fig. 4. The current distributions of B. O. R. 2 by each impressed angle.

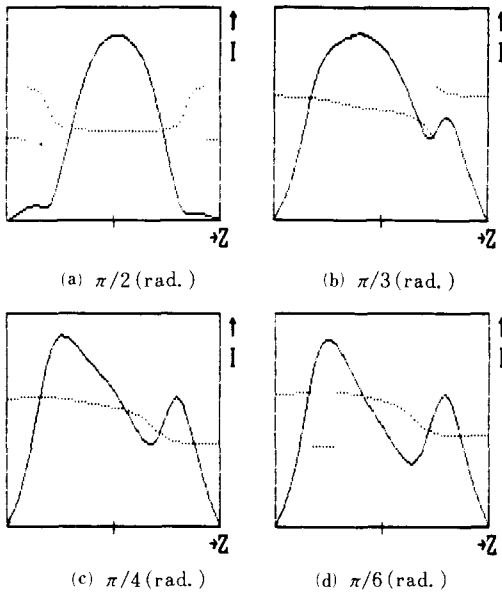


그림 5. 입사각에 따른 회전체 3의 전류분포
 Fig. 5. The current distributions of B. O. R. 3 by each impressed angle.

$$z_l = bL / (L - 2b)$$

$$m = (2z_l - 1) / 2x_l$$

$$x_l = a \cdot (1 - (z_l - b)^2 / b^2)^{1/2}$$

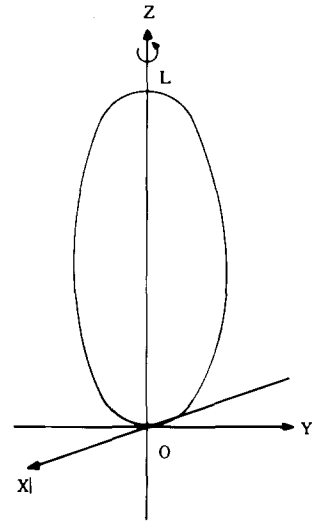


그림 6. 회전체 1
 Fig. 6. Body of revolution 1.

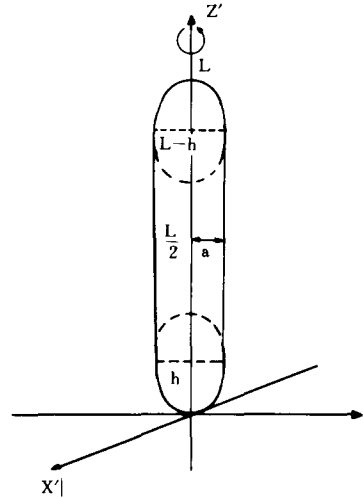


그림 7. 회전체 2.
 Fig. 7. Body of revolution 2.

여기서 m 은 점선의 기울기, x_l 은 점선의 반 지름을 나타낸다.

입사파로는 $\pi/2, \pi/3, \pi/4, \pi/6$ 로 입사할 때를 고려하였고, 표 1, 3, 5는 moment method를 이용하여 구하였고 표 2, 4, 6은 C. G. M.을 이용하여 구하였다.

오차를 판정하는 식은 다음과 같고,

$$e = \frac{\|AX_N - Y\|^2}{\|Y\|^2}$$

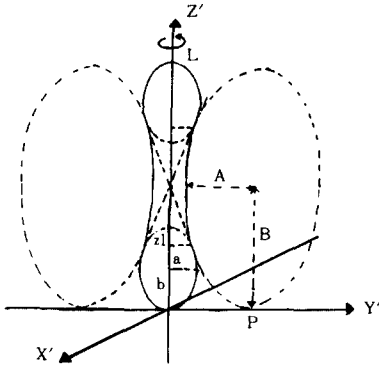


그림 8. 회전체 3
Fig. 8. Body of revolution 3.

오차의 허용치는 10^{-6} 보다 작을 때까지 반복을 시켰으며 전체 산란체를 9개의 조각으로 나누었을 때의 전류분포를 구하였다.

C. G. M.의 경우 회전체 1에서는 22번째 반복에서, 회전체 2에서는 18번째 반복에서, 회전체 3에서는 43번째 반복에서 오차 허용치에 만족한 해를 얻었으며 초기치는 0으로 하였다.

그리고 moment method는 최소한 $N \times (N+1)$ 의 기억용량이 필요하지만 C. G. M.의 경우에는 $5 \times N$ 의 기억용량이 필요하다.

표 7은 회전체 1에 수직으로 입사할 때 수치계산 과정에 있어서 각 단계에서의 오차값을 나타내어 주며 그 오차 값이 단조한 감소를 하므로 각 단계마다 단조하게 정확해에 수렴함을 알 수 있다.

그림 3, 4, 5는 각 회전체와 각 입사각도에 따른 전류분포들이다.

V. 결 론

임의의 모양을 가진 회전형 완전도체(B. O. R.)의 산란특성인 전류분포를 moment method와 C. G. M.을 사용하여 구하였다.

확장경계조건을 사용하여 3차원 B. O. R.을 1차원화하여 복잡한 수식을 단순화 하였다.

수치해석결과 C. G. M.의 결과가 moment method의 결과와 잘 일치하였다. 이러한 C. G. M.을 이용함으로써 moment method가 가지는 잔차의 수렴성을 보장할 수 없고, self-adjoint할 때만 단조하게 수렴하는 moment method로써 해석하기 어려운 non-self-adjoint한 경우에도 결과를 얻을 수 있다.

또한 행렬식의 크기가 커짐에 따른 Gaussian 소거법의 부정확성과 그 필요로하는 컴퓨터의 기억용량

이 최소 $N \times (N+1)$ 인 것에 비하여 C. G. M.은 $5 \times N$ 의 기억용량만 필요하다.

이러한 잇점 때문에 큰 구조물에 대하여서도 해석이 가능해진다.

또한 오차의 한계를 임의로 정함으로 해서 정확성을 마음대로 조정할 수 있는 잇점이 있다.

그리고 초기치를 잘 설정함으로 해서 계산시간을 단축시킬 수 있다.

參 考 文 獻

- [1] Magnus R. Hestenes & Eduard Stifel, "Method of conjugate gradients for solving linear systems" J. Res. Nat. Bur. Standard., vol 49, pp. 409-436, 1952.
- [2] Tapan K. Sarkar "The application of the conjugate gradient method for the solution of operator equations arising in electromagnetic scattering from wire antennas," *Radio Science* vol. 19, no 5, pp. 1156-1172 SEP-OCT 1984.
- [3] T. K. Sakar & S. M. Rao, "An iterative method for solving electrostatic problems," *IEEE Trans*, vol. AP-30, pp. 611-616, July, 1982.
- [4] R. Redlich, "On the extended boundary condition as applied to the dipole antenna problem," *IEEE Trans., Antennas Propagat.* vol. AP-32, no. 4, pp. 403-404, April 1984.
- [5] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, New York; Mcmillan, 1968.
- [6] C. D. Taylor, et al, "The extended boundary condition solution of the dipole antennas of Revolution," *IEEE Trans., Antennas Propagation.*, vol. AP-20, no 6, pp. 772-776, November 1972.
- [7] R. Mittra, *Computer Technique for Electromagnetics*, Pergamon Press, pp. 44-55, 1973.
- [8] T. K. Sarkar, "A note on the choice of weighting functions in the method of moment," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, no. 4, 1985.
- [9] E. P. Ekelman & G. A. Thiele, "A hybrid technique for combining the moment method treatment of wire antennas with the GTD for curved surfaces," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp. 831-839, 1980.

- [10] A.D. Yaghjian, "Augmented electric- and magneticfield integral equations," *Radio Sci.*, vol. 16, pp. 987-1001, 1981.
- [11] R.M. Hayes, "Iterative methods of solving linear problems in Hilbert space," in Contributions to the solution of systems of linear equations and the determination of eigenvalues, O. Taussky, ed. *Nat. Bur. Standards Appl. Math. Ser.*, vol. 39, pp. 71-104, 1954.
- [12] J. W. Daniel, "The conjugate gradient method for linear and nonlinear operator equations," *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 4, no 1, pp. 10-26, 1967.
- [13] Je-Hoon Yun, "The current distribution of revolutionbody antennas with extended boundary codition." Master theisis, Chung Ang Univ., December 1985.
- [14] Jiyong Ahn, " On the analysis of electrostatic problems using an iterative method.", Master thesis, Chung Ang Univ., December, 1986.
-