

모멘트방법을 이용한 새로운 역산란 계산 방법, I : 이론

(A New Inverse Scattering Scheme Using the Moment Method, I : Theory)

金世潤*, 李在敏*, 羅正雄*

(Se Yun Kim, Jae Min Lee and Jung Woong Ra)

要 約

임의의 유전체에 의해 산란된 전자파를 모멘트방법으로 수치계산하는 방식을 역으로 이용하여 임의의 유전체 내부에 분포한 복소 유전율의 실수부와 허수부의 값을 동시에 계산하는 새로운 역산란 계산방법을 제시하였다. 이 방법을 사용하여 여러가지 모형에 대해 수치계산을 행한 결과, 산란전계의 측정위치, 유전체 크기와 모양 및 유전율분포 등에 거의 상관없이 유전율분포를 사용과장에 비해 훨씬 작은 정도로도 분별할 수 있음을 확인하였다.

Abstract

A new technique to reconstruct complex permittivity profiles of dielectric objects by using the moment-method solutions to the electric field integral equation inversely is presented here. Performing numerical calculations for several type of dielectric objects by employing the present scheme, it is demonstrated that this inverse technique provides the superresolution of the reconstructed permittivity profiles regardless of the location measured the scattered field, the size and shape of dielectric objects and the permittivity profile.

I. 서 론

전자파를 임의의 물체에 입사시켜 여기서 산란된 전자파를 측정하여 얻은 자료를 역산란(inverse scattering) 방법으로 처리하여 미지의 물체의 물리적인 성질-유전율 또는 투자율분포-를 계산함으로써 물체의 위치, 종류 및 내부구조를 비파괴적으로 알아내는 것은 레이더에 의한 목표물 탐지, 자원탐사, 원격탐사, 초고주파 영상법에 의한 의학진단등의 여러 분야에서 활발히 응용되고 있다.

역산란 방법^{1,2}으로는 고전적인 해석방법인 Gel'fand-Levitan 방법이 있으나 수학적인 복잡성과 산란파의 모든 주파수 성분을 정확히 측정해야 하는 어려움 때문에 실용성이 없다. 실제 널리 사용되고 있는 근사방법으로 미지의 물체내의 물리적인 특성변화가 매우 작을 경우에는 Born 또는 Rytov 근사법을 많이 사용하고, 사용 전자파의 파장이 물체에 비해 매우 짧을 경우는 전자파가 물체내부를 직진한다는 가정으로 부터 계산하는 CT(computerized tomography) 방법이 널리 사용되나 이들 방법은 투시하려는 물체내에 유전율(또는 투자율)의 차이가 적거나 사용 전자파의 파장이 분별하려고 하는 단위 크기에 비해 매우 작을 경우에만 유용한 결과를 주게 되는 한계성을 지닌다. 왜냐하면 유전율이 다르거나 사용과장이

*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科

(Dept. of Electrical Eng., KAIST)

接受日字 : 1987年 9月 11日

클 경우에는 유전율이 변하는 경계면에서 전자파의 굴절이나 산란이 일어나므로 직진하여 전파한다는 가정이 어긋나기 때문이다. 또 CT 방법은 전자파의 세력감쇄 또는 위상지연중의 어느 한 양만을 계산하므로 물체의 특성을 정확히 알기 힘들다. 이것은 전자파에 대한 물리적인 특성을 나타내는 유전율이 투과된 전자파에 위상지연을 주는 실수부분과 세력감쇄를 주는 허수부분을 동시에 가지는 복소수로 표시되기 때문이다. 이러한 단점들을 보완하고 특히 낮은 주파수의 전자파를 사용함으로써 전파거리가 멀어지고 입사세력이 작아질 수 있는 새로운 역산란 방법이 필요하다.

최근 컴퓨터의 급속한 발전에 힘입어 전자파 문제도 수치해석적인 방법으로 많이 푸는데, 모멘트 방법(moment method)^[4]을 이용하여 2차원 유전체 구조에 의한 산란파를 계산하는 방법이 Richmond^[5]에 의해 개발된 이후 3차원 유전체 문제에도 확장 적용되고 있다.^[6] 이러한 Richmond방법을 역으로 적용하여 산란된 전자파로부터 임의의 물체에 유전율분포를 계산하는 방법이 본 논문의 저자에 의해 제시되어 과기원^[7]에서 계산되었고 이와 독립적으로 Utah대학^[8]에서 개발되었다. 본 연구진과 공동연구를 수행하던 Johnson 등^[9]에 의해 미지의 유전율분포를 수치계산시 pulse 대신 sinc 함수 형태로 basis를 취하여 계산하는 방법이 제시되었다.

본 논문에서는 유전체 내부의 유전율분포를 알 경우 계산하는 과정을 역으로 이용하여, 산란전계를 측정하여 안다고 할 경우 유전체 내부의 유전율분포를 계산할 수 있는 역산란방법을 이론적으로 유도하였으며, 이 식에 대한 물리적인 설명을 하였다. 또 제시된 모멘트방법에 의한 역산란방법의 장단점을 살펴보기 위하여, 유전체의 크기, 모양 및 내부구조의 변화와 산란전계의 측정위치를 다르게 할 경우에 대해 간단한 2차원 유전체의 모형을 이용하여 수치계산으로 살펴보았다.

II. 2차원 역산란 계산방법

1. 산란되는 전자파의 계산

매질내에 숨겨진 물체의 유전율의 분포값과 그 위치를 알 경우에 여기에 가해진 입사파에 의해 산란되는 전자파를 구하는 것은 이미 잘 알려져 있다. 그림 1과 같이 임의의 단면 S를 갖는 유전체 기둥내의 비유전율 $\epsilon_r(x, y)$ 가 주어지고, 유전체 기둥과 나란한 z 방향으로 분극(polarization)된 평면파 E'가 입사할 경우에 전체전계 E는 입사파 E'와 산란파 E^s

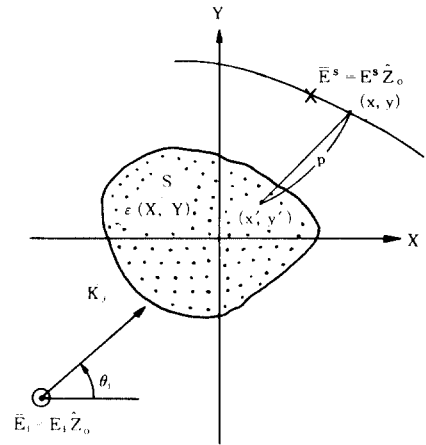


그림 1. 2차원 산란문제의 구조

Fig. 1. Geometry of 2-dim. scattering problem.

의 합으로 표시된다 ;

$$E = E^s + E' \tag{1}$$

이때 모든 전계는 z방향 성분만을 가지고 있으므로 스칼라량으로 표시되고 여기서 점 (x, y)에서의 산란파 E^s(x, y)는

$$E^s(x, y) = \frac{ik_0^2}{4} \iint_S dx' dy' [\epsilon_r(x', y') - 1] E(x', y') H_0^{(2)}(k_0 \rho) \tag{2}$$

과 같이 적분식으로 주어지는데 H₀⁽²⁾는 제2종 Hankel 함수로서 파동 방정식의 2차원 Green함수를 나타낸다. 단, 시간 조화함수를 e^{jωt}로 취하였으며 이는 표현에서 생략하였다. 또 k₀는 파수(wave number)를 의미하고 여기서 ω는 사용전자파의 각도를 의미한다. 식(2)를 식(1)에 대입하면 다음과 같은 적분 방정식이 얻어진다;

$$E(x, y) + \frac{jk_0^2}{4} \iint_S [\epsilon_r(x', y') - 1] E(x', y') H_0^{(2)}(k_0 \rho) dx' dy' = E'(x, y), \tag{3}$$

이때 ρ는 측정점 (x, y)와 유전체 기둥내의 점(x', y')간의 거리로

$$\rho = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

과 같다

식 (3)에서 구하고자하는 전체전계 E는 적분방정식 형태로 주어져 있으므로 일반적으로 수학적인 정확한 해는 얻을 수 없다. 다만 원기둥 단면 S내의 유

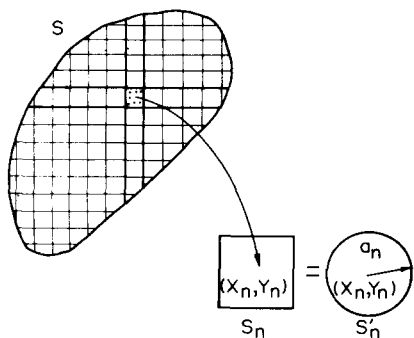


그림 2. 정사각형 cell S_n 의 원형등가화한 cell S'_n
 Fig. 2. Circular cell S_n equivalent to rectangular cell S'_n .

전율분포가 일정하고 단면 모양이 원이나 타원같은 변수분리가 가능한 극히 제한된 경우에만 정확한 해가 존재한다. 따라서 여러가지의 근사방법이 사용되는데, 전산기의 개발에 힘입어 식 (3)의 적분영역을 여러개의 작은조각(cell)으로 잘게 나누어서 푸는 것이 Richmond^[5]에 의해 사용되었다. 이것은 기둥단면 S를 그림 2와 같이 사용과장에 비해 매우 작게 N개로 나누어, 임의의 n번째 cell S_n 에서는 비유전율 ϵ_r 과 전체전계 E가 일정한 값인 ϵ_n 과 E_n 으로 근사시킬 수 있도록 한다. 일반적으로 ϵ_n 과 E_n 은 cell S_n 의 기하학적 중심에서의 값을 취한다. 또 식 (3)에서 구하고자하는 전체전계는 유전체 기둥의 바깥에 위치하고, 적분되어지는 전체전계는 단면 S 내에 있으므로 다음과 같은 2 단계로 나누어서 푼다. 먼저 측정점을 단면 S 내에 있다고 생각하여, 단면내의 전체전계 $E(x', y')$ 에 대해 계산하고, 이로부터 단면밖의 산란전계 $E^s(x, y)$ 를 다시 계산한다. 먼저 단면 S 내의 전체전계를 구하기 위하여 위와같은 가정을 식 (3)에 대입하고 측정점을 각 cell의 중심으로 두고 그 중 한점 (x_m, y_m) 에서의 입사전계 및 전체전계를 각각 E_m^i, E_m^t 으로 표시하면,

$$E_m + \frac{j k_0^2}{4} \sum_{n=1}^N (\epsilon_n - 1) E_n \iint_{S_n} dx' dy' H_0^{(2)}(k_0 \rho_m) = E_m^t \quad (4)$$

으로 ρ_m 은

$$\rho_m = \sqrt{(x_m - x')^2 + (y_m - y')^2}$$

으로 주어지며 $m = 1, 2, \dots, N$ 이다.

식 (4)에서 좌변의 두번째항의 적분식에서 적분영역 S_n 을 그림 2와 같이 그것과 같은 중심과 같은 면

적을 갖는 원 S'_n 로 근사화시켜 소영역 S'_n 내에서의 전계와 비유전율이 중심점의 전계인 E_n 과 ϵ_n 과 같다는 가정하에 적분하면 다음과 같은 연립방정식을 얻을 수 있다;

$$\sum_{n=1}^N C_{mn} E_n = E_m^t, \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

여기서 C_{mn} 은 다음과 같이 주어진다;

$$C_{mn} = \begin{cases} 1 + (\epsilon_m - 1) \frac{j}{2} [\pi k_0 a_m H_1^{(2)}(k_0 a_m) - 2j], & m = n, \\ \frac{j \pi k_0 a_n (\epsilon_n - 1) J_1(k_0 q_n) H_0^{(2)}(k_0 \rho_{mn})}{2}, & m \neq n \end{cases} \quad (6)$$

식 (6)에서 a_n 는 근사화 시킨 원 S'_n 의 반경을 의미하고, ρ_{mn} 은 n번째 cell의 중심과 측정점으로 취한 m번째 cell의 중심간 거리를 나타내는 것으로

$$\rho_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}$$

과 같으며, $H_1^{(2)}, J_1$ 은 1차 Hankel 함수와 Bessel 함수를 나타낸다.

식 (5)는 행렬형태로 표시할 수 있는데, 행렬 C와 벡터 E 및 E^t 를 다음과 같이 정의하면

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \dots & C_{NN} \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{bmatrix}, \quad E^t = \begin{bmatrix} E_1^t \\ E_2^t \\ \vdots \\ E_N^t \end{bmatrix}$$

다음과 같이 식 (5)를 나타낼 수 있다;

$$C \cdot E = E^t \quad (7)$$

식 (6)에서 유전체 기둥의 단면 S 내의 유전율의 분포가 주어지고 측정점 위치를 정하면 C_{mn} 의 값을 알 수 있으므로, 식 (7)에서 행렬 C의 역변환으로부터 단면 S 내의 N개의 cell의 중심에서의 전체전계 E를 구할 수 있다;

$$E = C^{-1} E^t \quad (8)$$

식 (8)로 부터 단면 S 내의 전계를 알 수 있으므로 이를 식 (2)에 도입하고 그림 2와 같이 잘게 나누어진 모형을 쓰면 단면 S 밖의 한점 (x_l, y_l) 에서의 산란전계 E_l^s 는

$$E_l^s = \sum_{n=1}^N D_{ln} E_n \quad (9)$$

로 주어지며 여기서 D_{ln} 은 다음과 같다;

$$D_{ln} = \frac{j \pi k_0 a_n (\epsilon_n - 1) J_1(k_0 a_n) H_0^{(2)}(k_0 \rho_{ln})}{2} \quad (10)$$

이때 측정점의 갯수를 단면 S 밖에서 L개 취하면 식 (9)는 식 (7)과 마찬가지로 행렬형태로 나타낼 수 있다;

$$E^S = D \cdot E \quad (11)$$

여기서 행렬 D와 벡타 E^S는 각각

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & \dots & D_{1N} \\ D_{21} & D_{22} & \dots & D_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{L1} & D_{L2} & \dots & D_{LN} \end{bmatrix},$$

$$E^S = \begin{bmatrix} E_1^S \\ E_2^S \\ \vdots \\ E_L^S \end{bmatrix}$$

와 같이 주어지며 벡타 E는 식 (8)에서 주어진다. 따라서 식 (8)을 식 (11)에 대입하면 산란전계 E^S를 다음과 같이 구할 수 있다;

$$E^S = DC^{-1}E' \quad (12)$$

그러므로 산란전계는 입사전계와 유전체의 유전율의 분포 값이 주어지면 식 (12)로부터 계산할 수 있다.

2. 새로운 역산란 계산방법

앞절에서는 Richmond가 사용한 방법인, 주어진 유전율분포에 의해 산란되는 전자파를 pulse basis를 이용한 모멘트 방법으로 계산하는 방법을 설명하였다. 이절에서는 이를 역으로 이용하여, 산란된 전자파를 측정하여 임의의 유전율분포를 구하는 새로운 역산란 계산방법을 제시한다.

이 절에서 사용하는 변수에 대해서는 앞에서 정의한 것과 같다. 그림 3과 같이 평면파 E'가 입사할 경우 유전체 밖에서의 전체전계를 L개의 점에서 측정할 경우, l번째 측정점 (x_l, y_l)에서의 산란전계 E_l^S를 빼므로서 얻을 수 있다;

$$E_l^S = E_l - E_l' \quad (13)$$

여기서 l=1,2,...,L이다.

식 (9)에서 산란전계와 유전체 내부의 유전율분포 및 전체전계간의 관계를 보였다. 이때 구하고자하는 유전체를 N개의 작은 cell로 나누고, 이 cell 내부에서는 유전율과 전체전계가 거의 일정하다고 할 경우 산란전계 E_l^S는

$$E_l^S = \sum_{n=1}^N A_{ln} (\epsilon_n - 1) E_n \quad (14)$$

으로 A_{ln}은 다음과 같이 주어진다;

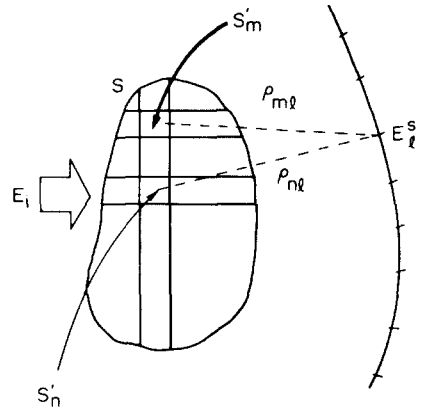


그림 3. 모멘트 방법에 의한 역산란 계산시의 구조
Fig. 3. Geometry for the calculation of inverse scattering by the moment method.

$$A_{ln} = \frac{j\pi k_0 a_n}{2} J_1(k_0 a_n) H_0^{(2)}(k_0 \rho_{ln}) \quad (15)$$

이때 l=1,2,...,L이므로 이를 행렬형태로 나타내면

$$E^S = A(\epsilon - 1)E \quad (16)$$

으로 행렬 A의 요소는 식 (15)로 주어지며, 이것은 단지 측정점의 위치, 구하고자하는 유전체를 어떤 크기 및 어느 범위정도에 대한 변수로만 구성되어 있으므로 쉽게 계산할 수 있다. 따라서 식 (16)에서 A행렬을 역변환 시키면 각 cell의 유전율과 전체전계의 곱에 대해

$$(\epsilon - 1)E = A^{-1}E^S \quad (17)$$

과 같이 구할 수 있다. 식 (17)을 식(4)에 대입하면 m번째 cell에서의 전체전계 E_m에 대해 다음을 얻을 수 있다;

$$E_m = \sum_{n=1}^N B_{mn} (\epsilon_n - 1) E_n + E_m' \quad (18)$$

여기서 B_{mn}은

$$B_{mn} = \begin{cases} -\frac{j}{2} [\pi k_0 a_n H_1^{(2)}(k_0 a_n) - 2j] & , m = n \\ -\frac{j\pi k_0 a_n}{2} J_1(k_0 a_n) H_0^{(2)}(k_0 \rho_{mn}) & , m \neq n \end{cases} \quad (19)$$

으로 주어진다. 이를 행렬형태로 바꾸면

$$E = B(\epsilon - 1)E + E' \\ = BA^{-1}E^S + E' \quad (20)$$

이다. 식 (17)과 (18)로부터 N 개의 $(\epsilon_n - 1) E_n$ 및 E_n 를 각각 계산할 수 있으므로 유전율의 분포 ϵ_n 에 대하여 계산할 수 있다;

$$\epsilon_n = \frac{(\epsilon_n - 1) E_n}{E_n} + 1 \quad (21)$$

이 과정을 물리적으로 설명하면 다음과 같다. 먼저 측정된 전체전계로부터 입사전계를 빼어 산란전계를 얻고, 이를 식 (17)에 대입하여 유전체내에 유기되는 등가 전류분포에 대한 값을 구한다. 다음 이 등가 전류를 식 (18)에 대입하여 각 cell내의 전계를 계산한다. 마지막으로 앞에서 구한 등가전류와 전체전계간의 비를 식 (21)과 같이 각 cell내에서 계산하면 유전체 내부의 유전율분포를 계산하게 된다. 여기서 제시된 역산란 계산방법에 있어서 가장 중요한 요소인 행렬 A 와 B 를 좀 더 살펴보자. 그림 4에서 E_s 는 유전체 내부의 한 cell의 중심점에서의 산란전계이므로 행렬 B 는 $N \times N$ 의 정방향 행렬이며 대각 요소는 cell 자체내의 값이고, 그 이외의 요소들은 상호결합을 고려하는 것으로, 대각요소들의 값이 그외의 요소에 비해 매우 큰것임을 식 (19)로부터 알 수 있다. 왜냐하면 cell의 반경이 파장에 비해 매우 작으므로 $J_1(k_0 a_n)$ 이 매우 작기 때문이다. 다음에는 행렬 B 의 각 요소를 살펴보자. 이때 그림 5에서 보듯이 cell은 파장에 비해 매우 작게 분할되었으므로 식 (15)에서 p_{1n} 은 cell n 의 위치 (x_n, y_n) 의 변화에 크게 달라지지 않음을 알 수 있다. 따라서 행렬 A 의 행 (row)에서는 그 요소들의 변화가 매우 적다는 사실을 알 수 있다. 위의 사실들로부터 행렬 B 의 연산은 쉽게 가능하나 행렬 A 가 거의 singular하므로 역변환시 행렬 A 에 의해 많은 오차를 유발시킬 수 있음을 알 수 있다.

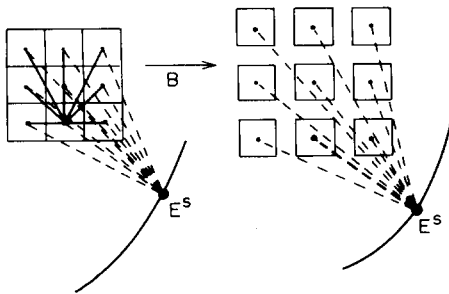


그림 4. cell간의 상호결합에 대한 B행렬
Fig. 4. The matrix B for the mutual coupling between cells.

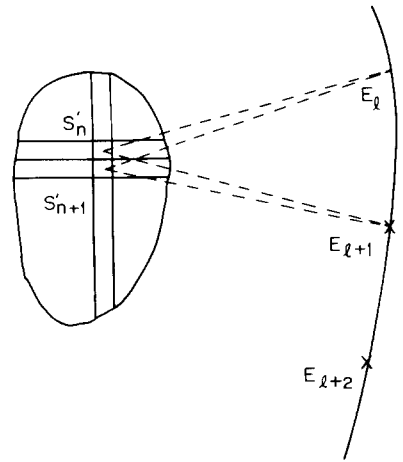


그림 5. 역산란 문제에 내재된 ill-posed 성질
Fig. 5. Ill-posedness inhering in the inverse scattering problem.

III. 수치계산

앞장에서 제시한 역산란 방법의 효용성을 살펴보기 위하여 다음과 같은 수치계산을 행하였다. 본 수치계산에 사용한 기본 모형은 그림 6과 같이 취하였다. 그림 6에서 z 방향으로 분극된 평면파가 x 축 방향으로 유전체에 입사할 경우, 유전체 중심인 원점에서 2λ (파장) 떨어진 $x = x_0$ 선상에서 $y = 0$ 을 중심으로 상하간격 $\Delta y_0 = 0.3\lambda$ 씩 9점을 취하여 이 지점에서 산란전계를 측정하여 안다고 하였다. 실제 산란전계 값은 모멘트 방법¹⁵⁾으로 수치계산으로 계산하였다. 유전체 단면은 한 변이 0.1λ 인 정사각형 cell이 9개로 큰 정사각형 형태로 되어 있고, cell번호 5인 중심 cell의 비유전율의 실수부와 허수부인 $\bar{\epsilon}_r$ 과 $\bar{\epsilon}_i$ 를 각각 2와 0으로 취하고 나머지 cell의 비유전율의

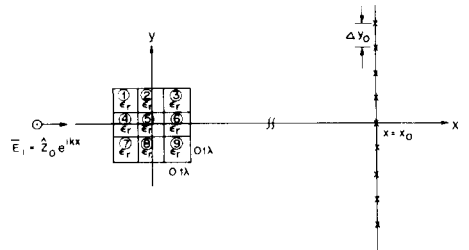


그림 6. 본 수치계산에 사용한 기본형의 구조
Fig. 6. Geometry of the canonical case used in this numerical simulation.

실수부와 허수부인 ϵ_r 와 ϵ_i 를 각각 1.5와 0으로 분포되어 있다고 하였다. 이러한 기본형에 대한 수치 계산결과로부터 재구성된 비유전율 분포는 표 1에서 보인바와 같이 거의 오차가 없이 정확히 계산됨을 볼 수 있다.

표 1. 기본형에 대한 역산란 계산결과
Table 1. Reconstructed result for the canonical structure.

cell 번호	원래의 비유전율분포		역산란방법으로 재구성된 비유전율분포	
	실수부	허수부	실 수 부	허 수 부
1	1.5	0	1.50000000	-2.41E-8
2	1.5	0	1.50000018	-2.70E-7
3	1.5	0	1.49999997	-1.87E-8
4	1.5	0	1.49999961	1.35E-7
5	2.0	0	1.99999875	1.18E-6
6	1.5	0	1.50000006	5.75E-9
7	1.5	0	1.49999997	-4.20E-8
8	1.5	0	1.49999982	-1.75E-7
9	1.5	0	1.49999995	1.76E-8

그림 6에 주어진 경우를 기본형으로 하여 비유전율분포, 수신위치, 유전체 구조등을 각각 표 2와 같이 변화시킨 경우에 대해서도 같은 방법으로 수치계산하여 비유전율분포를 재구성하였다. 먼저 중심 cell의 비유전율의 실수부를 2에서 1.8로 낮추었을 경우의 계산결과를 표 3에 표시하였다. 표 4에는 주변 cell의 비유전율 ϵ_r 을 1.5에서 1.2로 낮출 경우에 대한 계산결과를 표시하였다. 이 경우는 표 3과는 반대로 중심과 주변 cell간의 유전율비가 더 커져 있지만, 유전체 외부의 비유전율이 1인 데에 비해서는 오히려 유전율 변화가 더 적은 상태이다. 표 5에는 유전체가 손실이 있는 매질로 되어 있을 경우를 계산한 것으로 전 cell에 균일하게 비유전율 허수부가 0.1로 분포된 경우를 계산한 결과이다. 표 3,4,5의 결과를 표 1과 비교하면, 비유전율 분포가 다르더라도, 특히 손실이 있는 유전체를 다루어도 본 문에서 제시한 역산란 방법으로 재구성된 비유전율 분포는 오차가 10^{-7} 정도로 거의 정확하게 원래 주어진 비유전율 분포와 일치함을 알 수 있다.

다음은 수신 위치를 바꾸어서 산란전계를 측정하였을 경우, 수신위치의 변화에 따른 영향을 살펴 보도록 하자. 먼저 측정점들이 y축에서 2λ 보다 더 먼 5λ 떨어진 곳에 있다고 할 경우 재구성된 비유전율 분포의 값을 표 6에 보였으며, y축에서 2λ 떨어져

있으나 그 축상에서 각 측정점간의 간격을 2배로 하여 0.6λ 씩 떨어져 있을 경우의 계산결과는 표 7에 나타내었다. 산란전계의 측정위치를 기본형에 비해 2.5배 더 떨어진 곳에 취할 경우, 표 6에서 보였듯이 재구성된 비유전율 분포의 오차가 10^{-5} 정도로 조금 증가하였다. 이는 유전체로부터 멀어질수록 산란전계가 사방으로 퍼지면서 산란전계의 세력이 줄면서 수신위치 변화에 대해 둔감해지므로, 역산란방법으로 계산시 오차가 증가하였다. 이를 확인하는 방법으로 기본형과 같은 수신거리에서 각 수신점간의 간격을 2배로 0.6λ 를 취하면 재구성된 비유전율의 오차가

표 2. 수치계산에 이용한 여러가지 상황 (유전율분포, 측정거리, 수신위치, 단면모양, cell갯수)

Table 2. Various situation used in numerical simulations (dielectric constant distribution, measurement distance and width, cross-sectional shape, and number of cells).

항 목	형	기본형		변 형		계산결과
유 전 율	ϵ_r	2	1.8	표 3		
	ϵ_r	1.5	1.2	표 4		
	ϵ_i, ϵ_i	0	0.1	표 5		
수 신 위 치	x_0	2λ	5λ	표 6		
	Δy_0	0.3λ	0.6λ	표 7		
유전체 단면	모 양	정사각형	형 막대형	표 8		
	cell갯수	9 개	25개	표 9		

표 3. 중앙 cell의 비유전율이 1.8인 경우의 역산란 계산결과

Table 3. Reconstructed result for the relative dielectric constant in the center cell 1.8.

cell 번호	원래의 비유전율분포		역산란방법으로 재구성된 비유전율분포	
	실수부	허수부	실 수 부	허 수 부
1	1.5	0	1.49999999	3.45E-8
2	1.5	0	1.50000000	1.80E-7
3	1.5	0	1.50000004	6.34E-8
4	1.5	0	1.49999983	1.51E-7
5	1.8	0	1.79999929	-6.96E-7
6	1.5	0	1.50000012	1.11E-7
7	1.5	0	1.59999913	3.09E-8
8	1.5	0	1.50000029	5.69E-7
9	1.5	0	1.50000002	-3.14E-8

표 4. 주변 cell의 비유전율이 1.2인 경우의 역산란 계산결과

Table 4. Reconstructed result for the relative dielectric constant in the center cell 1.2.

cell 번호	원래의 비 유전율분포		역산란방법으로 재구성된 비 유전율분포	
	실수부	허수부	실 수 부	허 수 부
1	1.2	0	1.20000002	5.28E-8
2	1.2	0	1.19999995	2.92E-7
3	1.2	0	1.19999996	1.09E-7
4	1.2	0	1.20000000	4.50E-7
5	2.0	0	1.99999910	-5.30E-7
6	1.2	0	1.20000032	1.37E-7
7	1.2	0	1.20000012	-2.28E-8
8	1.2	0	1.20000026	2.55E-7
9	1.2	0	1.20000007	5.95E-8

표 5. 손실이 있을 경우의 역산란 계산결과

Table 5. Reconstructed result for a lossy scatterer.

cell 번호	원래의 비 유전율분포		역산란방법으로 재구성된 비 유전율분포	
	실수부	허수부	실 수 부	허 수 부
1	1.5	0.1	1.49999999	0.10000000
2	1.5	0.1	1.49999988	0.10000038
3	1.5	0.1	1.50000003	0.09999998
4	1.5	0.1	1.49999999	0.10000015
5	2.0	0.1	1.99999913	0.09999984
6	1.5	0.1	1.49999997	0.10000063
7	1.5	0.1	1.50000007	0.10000008
8	1.5	0.1	1.49999974	0.09999997
9	1.5	0.1	1.49999997	0.10000000

10^{-8} 으로 더 줄어들음을 표 7에서 알 수 있다.

다음은 유전체 단면의 모양과 크기가 그림 6에 주어진 기본형과 다르게 주어질 경우에 대해 살펴보았다. 먼저 유전체 단면 모양이 그림 6과 같은 정사각형이 아니고 y축상을 따라 막대모양으로 9개의 cell이 늘어져 있을 경우에 대해 앞에서 제시한 역산란 방법을 써서 표 8에 표시하였다. 이 경우 cell 번호 5번이 중심 cell이고, cell번호 1번이 y축상 맨 위에 있는 cell을 나타낸다. 표 8의 결과에서 보듯이 막대형 유전체의 경우 재구성된 비 유전율의 오차는 10^{-8} 으로 정사각형인 기본형보다 오차가 줄어들음을 볼 수 있다. 이것은 막대형인 경우 cell 간의 거

표 6. 수신거리가 멀 경우의 역산란 계산결과
Table 6. Reconstructed result for the farther receiving location.

cell 번호	원래의 비 유전율분포		역산란방법으로 재구성된 비 유전율분포	
	실수부	허수부	실 수 부	허 수 부
1	1.5	0	1.49999924	1.55E-7
2	1.5	0	1.49999152	3.48E-6
3	1.5	0	1.50000045	5.10E-6
4	1.5	0	1.59991552	2.11E-5
5	2.0	0	1.99999992	-4.81E-5
6	1.5	0	1.50001050	1.17E-6
7	1.5	0	1.50000418	2.62E-6
8	1.5	0	1.49999733	1.26E-5
9	1.5	0	1.50000365	7.38E-7

표 7. 수신간격이 클 경우의 역산란 계산결과
Table 7. Reconstructed result for the larger receiving width.

cell 번호	원래의 비 유전율분포		역산란방법으로 재구성된 비 유전율분포	
	실수부	허수부	실 수 부	허 수 부
1	1.5	0	1.50000012	7.77E-9
2	1.5	0	1.50000063	-2.04E-7
3	1.5	0	1.50000013	1.57E-9
4	1.5	0	1.50000042	-4.36E-7
5	2.0	0	1.99999917	3.99E-7
6	1.5	0	1.50000033	-4.54E-8
7	1.5	0	1.50000002	-1.31E-7
8	1.5	0	1.50000020	-4.73E-7
9	1.5	0	1.50000000	-1.92E-7

표 8. 막대형 산란체의 역산란 계산결과
Table 8. Reconstructed result for the stick-type scatterer.

cell 번호	원래의 비 유전율분포		역산란방법으로 재구성된 비 유전율분포	
	실수부	허수부	실 수 부	허 수 부
1	1.5	0	1.49999999	-2.56E-9
2	1.5	0	1.49999998	3.08E-9
3	1.5	0	1.50000003	-1.60E-8
4	1.5	0	1.49999988	1.50E-8
5	2.0	0	2.00000017	2.08E-8
6	1.5	0	1.49999988	-8.76E-8
7	1.5	0	1.50000011	-4.64E-8
8	1.5	0	1.49999995	-2.16E-8
9	1.5	0	1.50000000	1.51E-9

표 9. 25개 cell인 산란체의 역산란 계산결과
 Table 9. Reconstructed result for the scatterer with 25 cells.

cell 번호	원래의 비 유전율분포		역산란방법으로 재구성된 비 유전율분포	
	실수부	허수부	실 수 부	허 수 부
1	1.5	0	1.50002	5.88E-5
2	1.5	0	1.50015	2.19E-4
3	1.5	0	1.49995	2.00E-4
4	1.5	0	1.50000	-1.34E-5
5	1.5	0	1.50001	-4.17E-5
6	1.5	0	1.50022	7.76E-5
7	1.5	0	1.49860	-1.20E-4
8	1.5	0	1.50006	-1.01E-3
9	1.5	0	1.50020	1.01E-3
10	1.5	0	1.49993	-9.57E-5
11	1.5	0	1.49976	1.24E-4
12	1.5	0	1.50050	-5.57E-4
13	2.0	0	2.00065	-2.90E-4
14	1.5	0	1.49951	-2.60E-4
15	1.5	0	1.50002	1.29E-4
16	1.5	0	1.49962	3.12E-4
17	1.5	0	1.50216	-4.98E-4
18	1.5	0	1.49935	5.54E-4
19	1.5	0	1.49988	-1.21E-4
20	1.5	0	1.50011	-1.92E-6
21	1.5	0	1.49996	7.11E-5
22	1.5	0	1.49980	2.89E-4
23	1.5	0	1.50006	-3.96E-5
24	1.5	0	1.50003	-4.72E-5
25	1.5	0	1.50002	-1.44E-5

리가 멀어져서 역산란 계산시 모멘트방법으로 구한 행렬이 정사각형의 경우에 비해 안정(stable)되기 때문이다.

다음에는 유전체 단면 모양은 정사각형이지만 그림 6에서 보인 기본형인 9개 cell 외부에 인접하여 16개의 cell이 더 있는 25개 cell에 대해 계산하였다. 이 경우 cell 번호는 그림 6과 같은 방식으로 오른쪽 위로부터 순서대로 번호를 붙여서 표시하였다. 이때 산란전계는 y 축으로부터 2λ 떨어진 선상에서 간격 0.3λ로 25개를 측정하였다. 이 경우 재구성된 비유전율의 분포를 원래 주어진 분포와 비교한 결과를 표 9에 표시하였다. 표 9에서 보듯이 25개의 cell의 경우 재구성된 유전율의 오차는 10⁻⁴으로 9개의 cell인 기본형의 오차 10⁻⁷보다 매우 커졌음을 알 수 있다. 이러한 오차 증가의 원인은 cell의 갯수가 증가함에

따라 모멘트방법으로 구한 행렬의 요소(element)가 증가하여 9 × 9 행렬의 역변환 대신 25 × 25행렬의 역변환을 해야하기 때문이다. 이는 역변환에 사용되는 행렬의 요소 A_{in}이 식 (15)에서 주어진 바와 같이 ℓ번째 측정점과 n번째 cell의 중심간의 거리인 p_{in}에 대한 제 2종 Hankel 함수로 표시되므로, ℓ번째 행의 다른 요소들도 A_{in}과 거의 비슷한 값을 갖게된다. 왜냐하면 cell간의 거리가 매우 가깝기 때문에, 서로 다른 cell의 중심들과 ℓ번째 측정점간의 거리들 간에는 거의 차가 없기 때문이다. 따라서 역변환에 사용되는 행렬이 행으로 거의 같은 요소로 구성되어 있으므로 행렬의 요소가 많아 질수록 역변환시 오차가 커지게 된다.

앞 장에서 제시한 모멘트 방법을 이용한 새로운 역산란방법의 효용성을 살펴보기 위하여 여러가지 경우에 대해서 실제 수치계산을 행한 결과, 재구성된 유전율값은 실수부와 허수부가 동시에 거의 정확한 결과를 줄을 알 수 있었다. 특히 이 방법으로는 유전체의 분포를 0.1파장까지 계산할 수 있는 초분해능력(superresolution)을 갖고 있음을 알 수 있다. 그러나 산란전계의 측정위치와 유전체의 모양이나 크기에 따라서 재구성된 유전율값에 오차가 많아지거나 적어짐을 알 수 있다. 여기서는 제시된 역산란 방법을 확인하기 위함으로, 유전체에 의해 산란된 전계의 크기와 위상을 측정하여 구하지 않고 모멘트 방법을 써서 수치계산으로 얻은 값으로 대신 하였으므로 본 논문에서 사용한 산란전계 값에는 거의 측정 오차나 잡음이 없다. 이러한 측정오차나 잡음이 산란전계에 더해질 경우, 측정오차나 잡음이 재구성된 비 유전율분포에 미치는 영향을 앞으로 충분히 고려해야 한다.

IV. 결 론

모멘트 방법에 의한 전자파 산란문제를 푸는 방식을 역으로 적용시킴으로서, 임의의 유전체에 전자파를 가하여 측정된 산란파로부터 사용 전자파의 파장보다 작게 유전체의 복소유전율분포를 분별할 수 있는 새로운 역산란 방법을 개발하였다. 이 방법에 의하면 산란 전자파의 크기와 위상을 정확히 측정할 수 있으면 역산란으로 구한 복소유전율 값은 거의 오차가 없는 정확한 값을 구할 수 있음을 수치계산을 통하여 알 수 있었다. 본 논문에서는 2차원 문제만 다루었으나, 이 방법을 3차원 문제에도 손쉽게 확장할 수 있다.^[1] 그러나 유전체의 크기가 사용파장에 비해 매우 크면 cell이 많아져서 계산용량이 엄청나게

커지며, 산란전계의 크기와 더불어 위상까지 측정해야 하는 단점이 있다.

역산란문제에서 가장 중요한 요소는 측정된 산란파에 측정 오차 또는 잡음이 존재하게 되므로 이들이 재구성된 유전율분포에 미치는 영향을 극소화시키는 것인데, 이에 대해서는 본 논문의 연속논문¹⁰⁾에서 다루기로 한다.

參 考 文 獻

- [1] L. Colin, *Proc. of the Workshop on Mathematics of profile inversion*, Ames Research Center, Moffett Field, CA, NASA Tech. Memorandum X-62. 150, 1972.
- [2] Special Issues on Inverse Methods in Electromagnetics, *IEEE Trans., Antennas Propagat.*, vol. AP-29, no.2, 1981.
- [3] Special Issues on Inverse Problems in Propagation and Scattering, *J. Opt. Soc. Am. A*, 2, no. 11, 1985.
- [4] R.F. Harrington, *Field Computation by Moments Methods*, Macmillans, N.Y., 1968.
- [5] J. H. Richmond, "Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-13, pp.334-341, 1965.
- [6] D. E. Livesay and K. M. Chen, "Electromagnetic fields induced inside arbitrary biological bodies," *IEEE Trans, Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-22, pp.1273-1280, 1974.
- [7] T. H. Yoon, S. Y. Kim and J. W. Ra, "Reconstruction of distributed dielectric objects using low-frequency waves," in *IEEE GRS, IGARRRS '82 Symp. Dig. (Munich)*, pp.3.1-3.4, June, 1982.
- [8] D. K. Ghodgaonker, O. P. Gandhi and M. J. Hagmann, "Estimation of complex permittivities of three-dimensional inhomogeneous biological bodies," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-31, pp. 442-446, 1983.
- [9] S. A. Johnson and M. L. Tracy, "Inverse scattering solutions by a sinc basis moment method-Part I; Theory," *Ultrasonic Imaging*, 5, pp. 361-375, 1983.
- [10] 김 세운, 윤 태훈, 나 정웅, "모멘트방법을 이용한 새로운 역산란 계산방법. II : 잡음의 영향," 전자공학회 논문지, 제25권 3호 pp.6-14, 1988.