

Rayleigh 페이딩 채널에서 GMSK의 비트 에러 발생 확률

(On the Bit Error Probabilities of GMSK in the Rayleigh Fading Channels)

鄭 榮 謨*, 李 商 郁*, 金 在 明**

(Young Mo Chung, Sang Uk Lee and Jae Mounng Kim)

要 約

본 논문에서는 디지털 모빌 레디오의 변조 기법으로 유망한 것 중의 하나인 GMSK(Gaussian filtered minimum shift keying)를 선택하여 이의 비트 에러 발생 확률을 디지털 모빌 레디오 환경에서 발생하는 여러 요인들(AWGN, 슬로우 Rayleigh 페이딩 채널, 동일한 채널 신호에 의한 방해, 인접한 채널 신호에 의한 방해등)이 있을때 구하였다. 이때의 수신기로는 MSK형 수신기를 사용하였으며, 수신기에서의 동기 에러는 없는 것으로 가정하였다. 결과에 의하면 동일한 채널의 방해 신호가 있을 때는 인접한 채널의 방해 신호가 있을때보다 성능의 저하가 더 크게 나타났다. 특히 동일한 채널에 의한 방해는 MSK보다 GMSK에 성능 저하를 더 크게 초래하였다. 그러나 인접한 채널의 방해가 있는 경우는 방해 신호의 전력이 클 때 GMSK의 에러 발생율이 MSK보다 오히려 낮아지는 경향을 보였다. 이는 곧 GMSK의 스펙트럼 효율이 MSK보다 높다는 것을 설명해 주는 것이다.

Abstract

In this paper, we investigated bit error probabilities of GMSK, which is known to be one of promising modulation techniques for a digital mobile radio, under various mobile radio environments.: AWGN, slow Rayleigh fading channel, co-channel interference and adjacent channel interference. We employed an MSK-type receiver for a coherent detection and assumed a perfect carrier recovery at the receiver. The results show that co-channel interference is more degrading to both signals than adjacent channel interference. Especially, it is found that GMSK suffers more degradations than MSK from the co-channel interference. But with a high power adjacent channel interference, GMSK shows less bit error rate than MSK. The results confirm a higher spectrum efficiency of GMSK.

*正會員, 서울대학교 制御計測工學科
(Dept. of Control and Instrumentation Eng.,
Seoul Nat'l Univ.)

**正會員, 韓國電子通信研究所
(Electronics & Telecommunications Research
Institute)

接受日字: 1988年 2月 19日.

I. 서 론

최근에 모빌 레디오를 디지털화 하는데 많은 노력 이 기울여지고 있다. 모빌 레디오를 디지털화 하는 데 있어서 고려되어야 하는 문제는 크게 두가지로 나눌 수 있다. 그 첫째는 음성 신호를 적당히 낮은 전송율의 디지털 신호로 변환하면서 toll quality 내

지 communication quality의 음질을 유지하는 음성 코우딩 기법을 개발하는 것이고, 둘째는 이렇게 소스 코우딩 된 디지털 신호를 모빌 레디오의 환경에서 최적의 변복조 기법을 개발하는 것이다. 모빌 레디오용의 음성 코우딩 기법은 지금까지 많이 연구되어왔다.^[1,2] 또한 모빌 레디오용의 디지털 변조 기법도 현재 많이 연구되고 있는데 모빌 레디오에 사용되는 디지털 변조 기법은 모빌 레디오 채널의 특성상 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다.^[3] 첫째, 모빌 레디오 채널의 대역폭이 제한되므로 좁은 대역에서도 고속의 디지털 신호를 처리할 수 있도록 변조 효율이 높아야 한다. 둘째, 모빌 레디오 채널이 가지는 비선형성이나 페이딩으로 인하여 전송과의 포락선에 정보를 실는 방법은 적당하지 않다. 셋째, 잡음이나 방해파 그리고 페이딩등에 의한 에러 발생률이 낮아야 한다. 그리고 넷째, 수신기의 구조는 복잡하지 않고 하드웨어의 구현이 용이하여야 한다. Aulin 등^[4,5]에 의하여 제안된 CPM(continuous phase modulation)은 위의 조건들을 잘 만족하여 모빌 레디오에의 응용을 위하여 많은 사람들이 연구하였다. CPM 신호는 한 데이터 비트가 한 비트 시간 동안만 위상에 영향을 미치는 full response 신호와, 한 데이터 비트가 인접한 여러 위상에 영향을 미치는 partial response 신호로 나뉜다. partial response 신호는 위상이 좀 더 완만하게 변하므로 전력 밀도는 full response 신호보다 더 좁은 잇점이 있다. 그러나 이러한 partial response 신호는 인접한 위상과의 간섭(intersymbol interference: ISI)에 의하여 에러 발생률이 일반적으로 증가한다. 잘 알려진 MSK(minimum shift keying)^[6]는 full response 신호류에 속하고 Murota에 의하여 제안된 GMSK(Gaussian filtered MSK)^[7]는 partial response 신호류에 속한다. 이러한 CPM 신호들은 Viterbi 알고리즘을 사용하여 최적 수신기를 구성할 수 있으나, Viterbi 수신기는 구성이 매우 복잡하다는 단점이 있다. 그러나 CPM 신호의 수신기로 변조지수가 1/2인 이진 변조인 신호에 대하여 사용 가능한 MSK형 수신기(MSK-type receiver)는 최적 수신기는 아니지만 최적 수신기에 비하여 성능이 크게 저하되지 않는 반면에 간단한 구조를 가지는 장점이 있다.^[8]

본 논문에서는 CPM 신호 중 모빌 레디오용의 변조 기법으로 유망한 GMSK를 선택하여 MSK형 수신기를 사용하였을 때 AWGN(additive white Gaussian noise)과 Rayleigh 페이딩 채널에서의 비트 에러 발생 확률을 구하였다. 또한 모빌 레디오 채널에서 발생할 수 있는 동일한 주파수에 의한 방해신호

(co-channel interference)와 인접한 채널의 방해신호(adjacent channel interference)가 있을 경우의 비트 에러 발생 확률을 AWGN과 Rayleigh 페이딩 채널에서 구하였다. 또한 이상의 각 경우에 대하여 비교의 자료로 MSK의 비트 에러 발생 확률^[9]도 함께 제시하였다. 본 논문에서는 수신기의 동기 신호와 샘플링 시간의 에러는 없는 것으로 가정하였으며 Rayleigh 페이딩 채널은 슬로우 페이딩이라고 가정하였다. 지금까지 비동기형 수신기를 사용하였을 때 GMSK에 대한 해석은 Elnoubi에 의해 발표되어 있으나,^[10] 동기 수신기에 대한 해석은 아직 발표되어 있지 않다. 그러나 최근 Wilson 등에 의해^[11] MSK형 수신기를 사용하였을 때의 MSK에 대한 해석 결과가 소개되어 있다. 따라서 본 논문에서는 이들의 해석기법을 GMSK에 확장 적용하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 GMSK 신호의 성질과 MSK형 수신기에 대하여 고찰하며, 제3장에서는 비트 에러 확률을 구하는 접근 방법에 대하여 논하며, 제4장에서는 제3장에서 방법론으로 구한 결과와 토론을 제시한다. 그리고 마지막 제5장에서는 결론을 제시하였다.

II. GMSK 신호와 MSK형 수신기

디지털 데이터를 나타내는 베이스 밴드에서의 NRZ(non-return to zero) 신호를 가우시안 필터를 통과시킨 다음 변조지수(modulation index) 0.5의 FM 신호로 변환 시킨 것이 GMSK이다. 이러한 GMSK의 변조기의 블록선도를 그림 1에 보였다. GMSK 신호를 포함한 일반적인 CPM 신호들은 다음과 같은 식들로 표시할 수 있다.^[11]

$$s(t) = (2E_b/T)^{1/2} \cos(2\pi f_c t + \phi(t, u, \bar{a})) \quad (1)$$

여기서 \bar{a} 는 정보를 가지는 데이터의 열을 나타내고 $(\dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots)$ 으로 표시된다. 여기서 a_i 는 데이터 한 비트를 나타내고 각각의 a_i 는 서로 독립이면서 +1과 -1의 값을 동등한 확률로 가진다. 그리고 E_b 는 비트당 전송 에너지, T는 한 비트의 주기이고, f_c 는 반송파의 주파수이다. u는 위상의 비

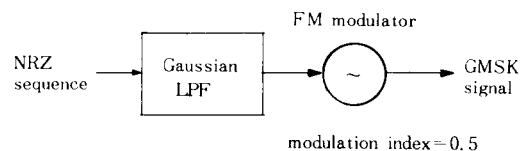


그림 1. GMSK 변조기의 블록선도

Fig. 1. Blockdiagram for GMSK modulator.

트 시간 오프셋을 나타낸다(비트 시간의 동기가 이루어지면 이값은 0으로 된다). ϕ 는 위상으로 식(2)와 같다.

$$\phi(t, u, \bar{a}) = \pi \sum_{i=-\infty}^{\infty} \alpha_i \int_{-\infty}^t g(\tau - iT - u) d\tau \quad (2)$$

여기서 $g(t)$ 는 CPM에서 주파수의 형태를 결정하는 함수로 보통 유한한 구간내에서 0이 아닌 값을 가지고, $g(t)$ 를 $-\infty$ 에서 ∞ 까지 적분한 값은 1/2로 표준화 된 것을 선택한다. GMSK 신호에 있어 주파수 성형 함수 $g(t)$ 는 다음과 같다.^[11]

$$g(t) = \frac{1}{2T} \left[Q(2\pi B_b \left(\frac{t-T/2}{(\ln 2)^{1/2}} \right)) - Q(2\pi B_b \frac{t+T/2}{(\ln 2)^{1/2}}) \right] \quad (3)$$

그리고 여기서 $Q(t)$ 는 다음과 같다.

$$Q(t) = \int_t^{\infty} 1/(2\pi)^{1/2} \exp(-\tau^2/2) d\tau \quad (4)$$

식(3)에서 B_b 는 가우시안 필터의 3dB 대역폭을 나타내는데, 본 논문에서는 $B_b T = 0.25$ 로 하였다. 그리고 $g(t)$ 는 이론적으로 $(-\infty, \infty)$ 의 모든 구간에서 0이 아닌 값을 지나나, t 의 절대값이 커짐에 따라 $g(t)$ 는 급격히 작아지므로 계산의 편의상 어느 정도 외의 구간에서는 0의 값을 가진다고 가정하여도 무방하다. 독립적인 한개의 비트는 위상을 $\pi/2$ 만큼 증감시키지만 여러 열의 비트는 인접 비트의 위상과 간섭을 초래하므로 주변 비트의 정보가 있어야 비트 시간 T 에서의 위상 변화를 알 수 있다. \bar{a} 를 $(\alpha_{-4}, \alpha_{-3}, \alpha_{-2}, \alpha_{-1}, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$ 의 7비트로 하여 그림 ϕ 의 모든 궤적을 그림 2에 제시하였다.

MSK형 수신기는 parallel MSK 수신기^[11]에 기초를 한 것으로 그림 3의 구조를 가진다. MSK형

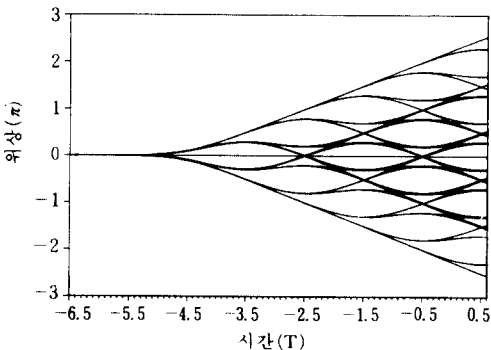


그림 2. GMSK 신호에서의 phase tree
Fig. 2. Phase tree for GMSK signal.

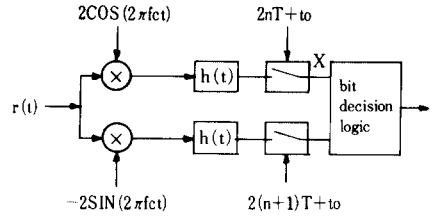


그림 3. MSK형 수신기의 블록선도
Fig. 3. Blockdiagram for MSK-type receiver.

수신기에는 위상을 검출하는 두개의 가지가 있는데 각각의 가지는 필터와 샘플러로 구성된다. 각각의 가지에서는 번갈아 가며 샘플링이 이루어지며, 마지막 비트 결정 회로에서는 차분 해독(differential decoding)으로 위상의 증감을 판단한다. 이러한 위상의 증감이 곧 송신된 데이터 비트의 내용이 된다. 본 논문에서 사용한 후검출 필터(postdetection filter) $h(t)$ 의 임펄스 응답은 다음과 같이하였다.^[9]

$$h(t) = \begin{cases} \text{SIN}\{\pi t/(2T)\} & , 0 < t < 2T \\ 0 & , \text{그외} \end{cases} \quad (5)$$

식(5)의 후검출 필터는 MSK 신호에 정합 즉, 최적화 된 것이고 GMSK 신호에서는 정합이 된 것이 아니다. GMSK 신호는 그림 2에서와 같이 현재의 위상이 인접한 비트에 따라 여러 값을 가지므로 평균 에러 발생율을 최소화 시키는 관점에서 여러 판단 기준을 사용하여 최적의 후검출 필터를 설계하여야 한다. GMSK를 포함한 partial response 신호의 AWGN 하에서의 최적 필터의 설계는 El-Tanany 등^[12]이 발표한 바 있다. 그러나 본 논문에서는 식(5)의 필터를 GMSK 신호에 대하여 사용하였는데 이때의 에러 발생율은 이론적으로 구할 수 있는 AWGN 하에서의 최소 에러 발생율^[7]과 비교하였을 때 성능 저하는 그리 크지 않았다. 이에 대한 자세한 결과는 제 4장에서 제시하였다.

III. 비트 에러 발생 확률

방해신호가 있는 경우 여러 CPM 신호들에 대하여 AWGN의 조건에서 에러 발생 확률의 해석은 Wilson 등^[1]이 하였다. 그리고 페이딩 채널에서의 에러 발생 확률은 AWGN에서의 에러 발생 확률을 평균(averaging) 함으로써 구하였다. 본 장에서는 [9]에서 제시된 AWGN 하에서의 에러 해석을 토대로 하여 이와는 다른 방법으로 Rayleigh 페이딩 채널에

서의 에러를 해석한다. 에러 발생 확률을 유도하는 과정에서 서로 독립적으로 페이딩이 일어나는 방해 신호가 있을 경우에는 에러 발생 확률이 단순히 AWGN에서의 에러 발생 확률의 평균으로서 주어지지 않으나, 뒤에서 설명하는 어떤 조건을 부가하게 되면 간단한 평균의 형태로 에러 발생 확률을 구할 수 있다는 것을 본 장에서 제시한다. 아울러 이러한식에 GMSK를 확장하여 적용하는 방법에 대하여 논한다.

[9]에 의하면 AWGN이 더하여지고 방해파가 있을 때 수신기의 입력단의 신호 $r(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다. (방해 신호는 동일한 변조 기법의 CPM 신호라고 가정한다.)

$$r(t) = (2E_b/T)^{1/2} \{ \cos(2\pi f_c t + \phi(t, u, \bar{\alpha})) + (I/C)^{1/2} \cos(2\pi(f_c + \Delta f)t + \phi(t, v, \bar{\beta}) + \theta) \} + n(t) \quad (6)$$

여기서 $\bar{\alpha}$ 는 원하는 신호의 데이터 열이고 $\bar{\beta}$ 는 방해신호의 데이터 열이다. Δf 는 방해신호의 주파수와 원하는 신호의 반송파 주파수와의 차이를 나타낸다. v 는 방해 신호와의 비트 시간 오프셋을 나타내므로 이것은 임의의 값을 가지는 랜덤 변수(random variable)이며 θ 또한 방해신호와의 위상차를 나타내므로 역시 랜덤 변수이다. v 는 $(0, T)$ 에서, θ 는 $(0, 2\pi)$ 에서 균일한 분포를 가지고 서로 독립이라고 가정한다. 그리고 C/I 는 수신기에서 원하는 신호와 방해신호와의 전력비를 나타낸다. $n(t)$ 는 양면 전력 밀도가 $N_0/2$ Watt/Hz인 AWGN이다.

이상의 방해 신호가 있는 수신파를 확장시켜 Rayleigh 페이딩 채널을 통과하였다면 수신파 $r(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r(t) = (2E_b/T)^{1/2} \{ R_1(t) \cos(2\pi f_c t + \phi(t, n, \bar{\alpha}) + \theta_1(t)) + (I/C)^{1/2} R_2(t) \cos(2\pi(f_c + \Delta f)t + \phi(t, v, \bar{\beta}) + \theta + \theta_2(t)) \} + n(t) \quad (7)$$

여기에서 $R_1(t), R_2(t), \theta_1(t), \theta_2(t)$ 는 다경로 전송에 의하여 생긴 것으로 $R_1(t)$ 와 $R_2(t)$ 는 Rayleigh 프로세스가 되고 $\theta_1(t)$ 와 $\theta_2(t)$ 는 $(0, 2\pi)$ 사이에서의 균일 프로세스가 된다. 슬로우 페이딩 채널의 경우 각각의 랜덤 프로세스는 랜덤 변수 $R_1, R_2, \theta_1, \theta_2$ 로 볼 수 있고,^[13] 또한 수신기에서 완벽한 위상의 동기가 이루어 진다고 가정한다. 그러면 이러한 신호가 그림 3과 같은 수신기에 입력되었을 때, 상단의 가지(in-phase 채널)에서 후검출 필터를 통과한 다음 샘플러에서 이상적인 샘플링 시간 t_0 에서 샘플링 되면 위상 검출은 다음의 샘플러 출력 X 로 이루어 지게 된다.

$$X = (2E_b T)^{1/2} R_1 \mu(\bar{\alpha}) + (2E_b T)^{1/2} (I/C)^{1/2} R_2 \lambda(\bar{\beta}, \Delta f, v, \theta) + N \quad (8a)$$

$$\mu(\bar{\alpha}) = 1/T \int_{t_0} h(t) \cos(\phi(t, 0, \bar{\alpha})) dt \quad (8b)$$

$$\lambda(\bar{\beta}, \Delta f, v, \theta) = 1/T \int_{t_0} h(t) \cos(2\pi \Delta f t + \phi(t, v, \bar{\beta}) + \theta - \theta_1 + \theta_2) dt \quad (8c)$$

$$\text{var}\{N\} = \sigma^2 = N_0 \int h^2(t) dt \quad (8d)$$

식 (8a)에서 첫번째 항은 원하는 신호에 의한 것이고, 두번째 항은 방해 신호에 의한 것이다. 그리고 마지막 항은 AWGN에 의한 것으로 평균은 0이고 식 (8d)와 같은 분산을 갖는 가우시안 랜덤 변수가 된다.

여기서 R_1, R_2 는 서로 통계학적 독립이라고 가정한다. 그리고 $\Psi = \theta - \theta_1 + \theta_2$ 의 랜덤 변수는 서로 독립인 세개의 균일한 분포를 가지는 랜덤 변수가 더하여져 있으므로 가우시안 분포에 가까운 확률 밀도 함수를 가지게 되나 $(0, 2\pi)$ 사이에서 균일한 분포를 갖는다고 근사시킨다. 한편, Hansen^[14]에 의하면 짧은 시간의 페이딩 모델은 식 (9)와 같은 확률 밀도 함수로 나타낼 수 있다.

$$f_r(r) = \begin{cases} r/x_0 \exp(-r^2/(2x_0)) & , r > 0 \\ 0 & , \text{그외} \end{cases} \quad (9)$$

여기서 r 은 진폭, x_0 는 평균 수신 전력이다. 따라서 랜덤 변수 R_1, R_2 가 다음과 같은 확률 밀도 함수를 가지면 식 (7)과 같은 수신파에서 원하는 신호의 평균 수신 전력이 $\Gamma_1 = E_b/T$ 로, 그리고 방해 신호의 평균 수신 전력이 $\Gamma_2 = (E_b/T)(I/C)$ 로 된다.

$$f_r(r) = \begin{cases} 2r \exp(-r^2) & , r > 0 \\ 0 & , \text{그외} \end{cases} \quad (10)$$

이러한 X 가 주어졌을 때 위상 검출에 에러가 발생하는 경우는 양으로 판단되어야 하는 어느 특정한 데이터 열 $\bar{\alpha}_{n1}$ 가 전송되었을 때 X 를 음으로 판단하거나, 음으로 판단 되어야 하는 데이터 열 $\bar{\alpha}_{n1}$ 가 전송되었을 때 양으로 판단하는 경우이다. $\bar{\alpha}_{n1}$ 가 전송되었을 때 위상 검출의 에러를 $\bar{\beta}, \Delta f, v$ 와 Ψ 의 조건부 확률 $P_e(\bar{\alpha}_{n1}, \bar{\beta}, \Delta f, v, \Psi)$ 로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_e(\bar{\alpha}_{n1}, \bar{\beta}, \Delta f, v, \Psi) &= \text{Pr}\{ (2E_b T)^{1/2} R_1 \mu(\bar{\alpha}_{n1}) + (2E_b T)^{1/2} (I/C)^{1/2} R_2 \lambda(\bar{\beta}, \Delta f, v, \Psi) < N \} \\ &= \iiint_{n > (2E_b T)^{1/2} R_1 \mu(\bar{\alpha}_{n1}) + (2E_b T)^{1/2} (I/C)^{1/2} R_2 \lambda(\bar{\beta}, \Delta f, v, \Psi)} f_{NR1R2}(n, r_1, r_2) dn dr_1 dr_2 \quad (11) \end{aligned}$$

여기서 $f_{NR_1R_2}(n, r_1, r_2)$ 은 랜덤 변수 N, R_1 과 R_2 의 조인트 확률 밀도 함수이다. N 과 R_1 과 R_2 는 통계적 독립이므로 식 (11)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_e(\bar{\alpha}_{p1}, \bar{\beta}_j, \Delta f, v, \Psi) = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \{f_N(n) dn\} \{f_{R_1}(r_1) dr_1\} \{f_{R_2}(r_2) dr_2\} \\ = \int_0^\infty \int_0^\infty Q \{ (2\Gamma_1)^{1/2} \mu(\bar{\alpha}_{p1}) r_1 + (2\Gamma_2)^{1/2} \lambda(\bar{\beta}_j, \Delta f, v, \Psi) r_2 \} f_{R_1}(r_1) dr_1 \} \{f_{R_2}(r_2) dr_2\} \quad (12)$$

그러므로 Δf 의 주파수 차가 있는 방해신호가 있을 때 위상 검출 에러 P_e 는 모든 $\bar{\alpha}_{p1}, \bar{\beta}_j, v, \Psi$ 에 대하여 식 (12)의 평균값을 구한 것이 된다. 즉 P_e 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_e = \sum_{i=1}^{M_1} \frac{1}{M_1} \sum_{j=1}^{M_2} \frac{1}{M_2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \int_0^T \frac{1}{T} P_e(\bar{\alpha}_{p1}, \bar{\beta}_j, \Delta f, v, \Psi) dv d\psi \quad (13)$$

여기서 M_1 은 $\mu(\bar{\alpha}_{p1})$ 가 다른 값을 가질 수 있는 모든 경우의 수인데, 이 값은 필터에 영향을 미치는 열의 길이로 결정된다. 본 논문에서는 식 (3)의 $g(t)$ 의 구간을 $5T$ 로 잡았다. 이 경우 $2T$ 의 폭을 가지는 필터에 영향을 미치는 데이터 비트는 6개가 된다. 따라서 M_1 의 값은 $2^{4-1}=32$ 가 된다. 그리고 M_2 는 λ 값을 변화시키는 $\bar{\beta}_j$ 의 모든 경우의 수로 최소 M_1 의 4배로 잡는다.

μ 를 음으로 하는 데이터 열 $\bar{\alpha}_{n1}$ 이 전송되었을 때의 위상 검출 에러도 위의 조건들과 같으므로 식 (13)은 곧 in-phase 채널에서의 위상 검출 에러가 된다. 또한 그림 3에서 하단의 가지(quadrature 채널)에서의 샘플러 출력은 시간이 T 만큼 이동된 것을 제외하면 식 (8a)와 같다. 그러므로 quadrature 채널에서의 위상 검출 에러 역시 식 (13)과 같이 된다. 한편 최종적인 비트의 검출은 각각의 채널로부터 얻은 위상 검출의 차분 해독으로 얻어지므로 비트 에러 발생 확률 P_b 는 식 (13)의 위상 검출 에러로부터 다음과 같은 식으로 얻어진다.⁽¹¹⁾

$$P_b = 2P_e(1 - P_e) \quad (14)$$

식 (12)는 결과적으로 적분 변수의 변환을 하게 되면 [9]에서 제시한 결과와 같게 된다. 특히 이것은 가우시안 랜덤 변수에 가까운 Ψ 를 $(0, 2\pi)$ 사이의 균일 분포의 랜덤 변수로 근사시킴으로써 얻어진 결과이다. 만약 이러한 가정이 없으면 페이딩 채널에서의 에러 발생 확률은 AWGN에서의 에러 발생 확률의 평균으로 주어지지 않는다. 한편 AWGN의 경우

에서는 랜덤 변수 R_1 과 R_2 를 상수 1로 두고 θ_1 과 θ_2 는 상수 0으로 두어 에러 발생 확률을 구할 수 있다. 그러므로 식 (12)에서 랜덤 변수 R_1 과 R_2 의 평균과정을 제거하여 식 (14)의 P_b 를 구하면 이것이 곧 AWGN 하에서의 비트 에러 발생 확률이 된다.

IV. 계산결과 및 검토

식 (14)의 비트 에러 발생 확률을 구하는데는 가우시안 베이스 밴드 필터링, 주파수에서 위상으로의 변환, 후검출 필터에서의 컨벌루션 적분, Q 함수의 계산 그리고 랜덤 변수 $\theta, \Psi, v, R_1, R_2$ 등의 평균을 계산하는데 적분 계산을 필요로 한다. Q 함수를 적분하는데는 15차의 GQR(Gaussian quadrature rule)을 사용하였으며, 그외의 적분에는 사다리꼴 공식을 사용하였다. 사다리꼴 공식에서의 적분오차는 적분 간격의 제곱에 의하여 바운드(bound)되므로 적분 간격이 좁으면 적분 오차는 줄어들지만 계산시간은 증가하게 된다. 본 논문에서는 적분 간격을 줄여 나갔을 때 적분값의 변화율이 충분히 작을때까지 하여 적분 오차를 가능한한 줄였다. 그리고 식 (12)의 랜덤 변수 R_1 과 R_2 의 적분은 계산의 부담을 덜기 위하여 Wilson 등⁽¹⁾의 해석적인 결과를 이용하였다.

한편 앞장에서도 언급한 바 있지만 $g(t)$ 는 유한한 구간의 신호가 아니다. 그러나 어느 정도의 영역 외에서는 급격히 줄어드는 성질을 가지므로 본 논문에서는 $g(t)$ 영역을 $5T$ 로 잡았다. 이렇게 하였을 때 $(-\infty, \infty)$ 구간에서 적분한 $g(t)$ 의 값은 0.4997로 이론적인 값 0.5에 매우 근사하다. 수치적인 비트 에러 발생 확률을 제시하기 앞서, GMSK에서 위상에서의 ISI가 성능에 미치는 영향을 알아 보기 위하여 그림 4의 (a)에 방해 신호가 없을 때 수신기 필터 출력에서의 아이 패턴(eye pattern)을 제시하였다. 그리고 (b)에는 MSK의 아이 패턴을 비교 목적으로 제시하였다. 이때 필터 출력의 크기는 표준화 시켜서 도시하였다(즉 식 (8b)에서 t_0 를 연속적으로 변환시킨 μ 값이다). 여기서 보면 GMSK의 패턴은 여러개의 제적을 보이고 있고 이상적인 샘플링 시간 t_0 는 $0.5T$ 라는 것을 알 수 있다. $0.5T$ 에서 필터 출력은 MSK의 이상적인 샘플링 시간에서의 필터 출력보다 큰 값을 가지는 경우도 있고 작은 값을 가지는 경우도 있다. 그러나 작은 값을 가지는 경우가 더 많아 전체적으로는 성능 저하로 나타난다. 참고로 최대 eye opening 평균값은 1.931로 MSK의 2보다 작다.

한편 Murota⁽⁷⁾와 Svensson⁽⁸⁾에 의하면 AWGN

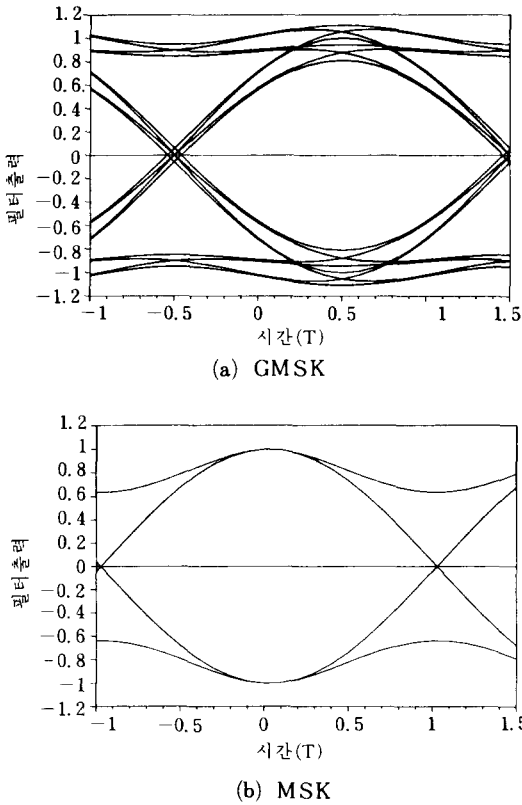


그림 4. 아이 패턴
Fig. 4. Eye pattern.

하에서 얻을 수 있는 GMSK의 최소 P_e 는 신호대 잡음비가 클때 다음의 식으로 바운드 된다.

$$P_e = Q \{d_{\min} / (2N_0)\}^{1/2} \quad (15)$$

여기서 d_{\min} 은 Hilbert 공간에서 0과 1을 나타내는 신호사이의 최소 거리를 일컫는다. 이러한 P_e 의 최소 바운드는 MSK형 수신기의 필터를 최적화시켰을때 얻어질 수 있는 값이다. 최적 수신기에서 에러 발생 확률을 본 논문에서 구한 GMSK의 결과와 MSK의 결과의 비교를 P_b 를 통하여 그림 5에 제시하였다. 그림 5로부터 본 논문에서 구한 GMSK의 결과는 $P_b=10^{-5}$ 에서 MSK에 비하여 약 1dB의 저하가 생기고 최적 수신기와의 약 0.35dB의 손실이 생겼다. 따라서 본 논문에서 사용한 수신기는 최적 수신기에 비하여 성능의 차이는 그리 크지않음을 알 수 있다. 지금부터 제시되는 GMSK의 결과는 모두 본 논문에서 사용한 수신기에 의한 것이다. 그림 6에는 방해 신호가 없을때 Rayleigh 페이딩 채널에서의 GMSK와 MSK의 P_b 를 도시하였다. 그림에서

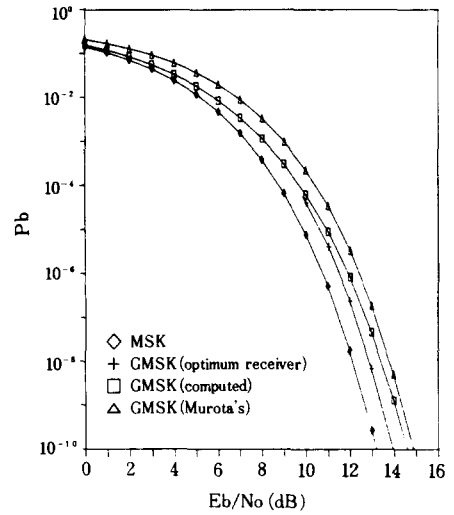


그림 5. 최적 수신기와의 P_b 비교
Fig. 5. P_b comparison with an optimum receiver.

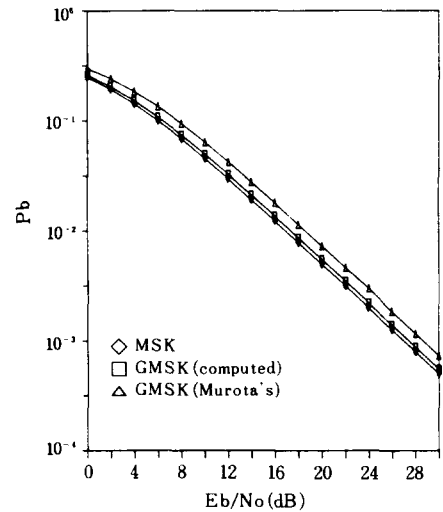


그림 6. Rayleigh 페이딩 채널에서 방해 신호가 없을때 P_b
Fig. 6. P_b under Rayleigh fading with no interference.

GMSK는 MSK에 비하여 $P_b=10^{-3}$ 에서 약 0.4dB의 손실을 가짐을 보여주고 있다. 또한 Rayleigh 페이딩 채널에서 GMSK인 경우 $P_b \leq 10^{-3}$ 인 통신을 하기 위해서는 E_b/N_0 가 27.4dB 이상이 되어야 함을 알 수 있다. 참고로 그림 5와 6에는 Murota의 실험 결과^[7]를 동시에 도시하였는데 계산 결과와 거의 일

치함을 알 수 있다.

그림 7과 8에는 동일 채널에 의한 방해 신호가 있을 때 ($\Delta f=0$ 일때) AWGN과 Rayleigh 페이딩 채널에서의 P_b 를 각각 제시하였다. 우선 그림 7의 AWGN의 경우를 보면 $C/I \geq 20\text{dB}$ 인 경우에는 방해 신호가 없는 경우와 거의 같다. 그러나 C/I 가 이보다 작아지면 성능이 저하되기 시작하는데 GMSK는 동일 주파수에 의한 방해 신호가 있을 때 MSK에 비해 더 영향을 받기 쉽다. 예로 $P_b=10^{-5}$ 일때 C/I 가 20dB에서 10dB로 바뀌면 MSK가 약 2.1dB의 저하를 보이는 반면, GMSK는 약 3.4dB의 저하를 보인다. 그림 8의 Rayleigh 페이딩의 경우에는 동일 채널에 의한 방해 신호의 영향이 더욱 심각하게 대두됨을 관찰할 수 있다. AWGN의 경우에는 비교적 안전한 방해 신호의 레벨이었던 $C/I=20\text{dB}$ 에서도 큰 성능의 저하를 가져온다. 특히 방해 신호가 있는 경우에는 슬로우 페이딩 채널의 P_b 곡선과 비슷한 형태를 가지게 되어 E_b/N_0 가 무한히 커지더라도 줄일 수 없는 에러가 존재하게 된다. 그러므로 GMSK가 P_b 를 10^{-3} 이하로 가지기 위해서는 C/I 가 30dB 이상이 되어야 한다. 참고로 MSK의 경우에도 이값이 30dB 정도이다.

그림 9와 10에는 인접한 채널에 의한 방해 신호가 있을 때 ($\Delta f \neq 0$ 일때) AWGN과 Rayleigh 페이딩 채널에서의 P_b 를 제시하였다. 그림 9는 $\Delta f=1.5$ 일때

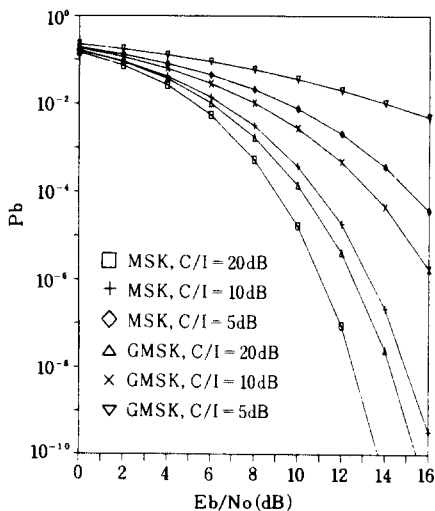


그림 7. AWGN 하에서 동일 채널의 방해 신호가 있을 때의 P_b

Fig. 7. P_b under AWGN with co-channel interference.

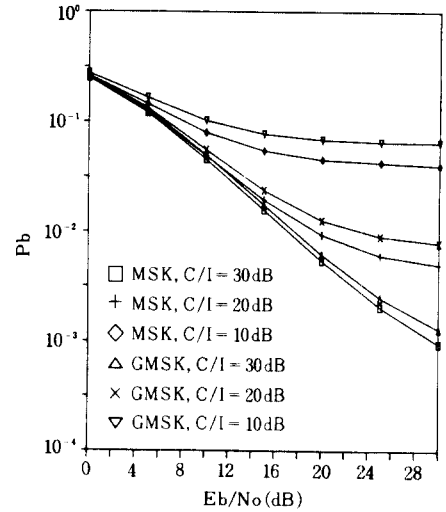


그림 8. Rayleigh 페이딩 채널에서 동일 채널의 방해 신호가 있을 때의 P_b

Fig. 8. P_b under Rayleigh fading with co-channel interference.

AWGN에서의 P_b 를 도시한 것이다. 여기서 보면 인접한 채널에 의한 간섭에는 두 변조 기법이 모두 강한 특성을 보이는데 $C/I \geq 0\text{dB}$ 이면 인접한 채널에 의한 방해는 거의 받지 않는다. 여기서 특기할만한 것은 인접한 채널은 방해 신호가 강할때 GMSK는 MSK보다 오히려 훌륭한 P_b 특성을 보인다는 것이다. 특히 $C/I=-20\text{dB}$ 일때 이 현상은 뚜렷이 나타난다. 그러나 이러한 우위는 C/I 가 증가함에 따라 점점 좁혀지다가 $C/I=-10\text{dB}$ 에서 격차는 거의 없어지게 되고 그 보다 C/I 가 증가하면 MSK의 특성이 GMSK보다 좋아지게 된다. 그림 10에는 역시 $\Delta f=1.5$ 로 하였을때의 Rayleigh 페이딩 경우에 P_b 를 구한 것이다. 여기서도 AWGN의 경우와 같이 방해 신호의 전력이 클때는 GMSK의 특성이 MSK보다 우수함을 알 수 있다. C/I 가 약 0dB를 경계로 하여 이보다 C/I 가 작을 때는 GMSK의 성능이 좋으나, 이보다 클 때는 MSK의 성능이 좋게 된다. 이와 같이 방해 신호의 전력이 클때 GMSK의 성능이 MSK보다 좋아지는 것은 GMSK 신호의 대역폭이 MSK보다 좁기때문에 인접한 채널에 미치는 영향이 그만큼 적어지기 때문이라고 여겨진다. 이는 수학적으로 해석된 GMSK의 스펙트럼의 효율이 MSK의 그것보다 높다는 사실과도 잘 일치한다.

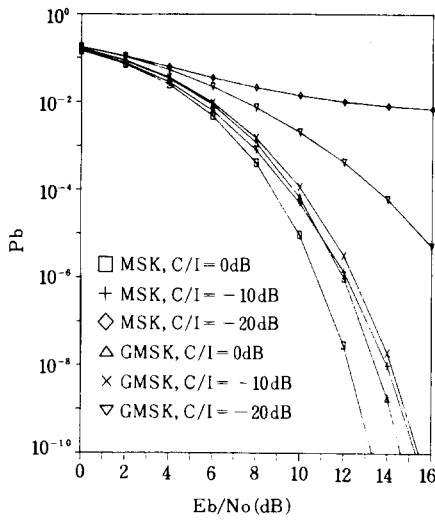


그림 9. AWGN 하에서 인접한 채널의 방해 신호 ($\Delta f=1.5$) 가 있을때의 P_b
 Fig. 9. P_b under AWGN with adjacent channel interference ($\Delta f=1.5$).

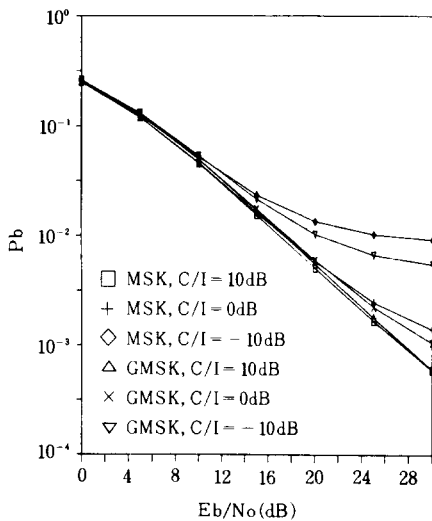


그림 10. Rayleigh 페이딩 채널에서 인접한 채널의 방해 신호 ($\Delta f=1.5$) 가 있을때의 P_b
 Fig. 10. P_b under Rayleigh fading with adjacent channel interference ($\Delta f=1.5$).

V. 결 론

본 논문에서는 디지털 모빌 레디오의 변조 기법으로 유망한 것 중의 하나인 GMSK를 선택하여 비트

에러 발생 확률을 디지털 모빌 레디오 환경에서 발생하는 여러 요인들(AWGN, 슬로우 Rayleigh 페이딩 채널, 동일한 채널 신호에 의한 방해, 인접한 신호에 의한 방해등)이 있을때 수치적으로 구하고 이를 CPM 신호들 중 에러 발생 확률이 가장 낮은 MSK와 비교 검토하였다. 이때의 수신기로는 MSK형 수신기를 사용하였는데, GMSK 신호에 대하여 후검출 필터의 최적화는 시킨 것이 아니지만 AWGN 하에서의 최적 필터에 대하여 성능 저하는 $P_b = 10^{-5}$ 일때 0.35dB 정도로 그리 크지 않다. 방해 신호가 없을때, GMSK는 MSK에 비하여 AWGN 하에서 $P_b = 10^{-5}$ 일때 약 1dB의 E_b/N_0 의 저하가 생기며, Rayleigh 페이딩 하에서는 $P_b = 10^{-3}$ 일때 약 0.4dB의 저하가 생겼다. 그리고 동일한 채널의 방해 신호가 있을때는 인접한 채널의 방해 신호가 있을때보다 성능의 저하는 더크다. 방해 신호의 영향을 전혀 받지 않기 위해서는 AWGN 하에서 GMSK, MSK 모두 동일 채널의 간섭에서는 C/I가 20dB 이상 필요하였으나, 인접 채널의 방해인 경우 0dB 정도만 있어도 충분하다. Rayleigh 페이딩의 경우에는 GMSK, MSK 모두 동일 채널의 간섭에서는 C/I가 30dB 이상 필요하였으나, 인접 채널의 방해인 경우 10dB 정도가 필요하였다. 특히 인접한 채널의 방해가 있는 경우는 방해 신호의 전력이 클때 GMSK의 에러 발생율이 MSK보다 낮아지는 경향을 보였다. 이는 곧 GMSK의 스펙트럼 효율이 MSK보다 높다는 것을 설명해 주는 것이다.

參 考 文 獻

- [1] R.D. Hoyle and D.D. Falconer, "A comparison of digital speech coding methods for mobile radio systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. SAC-5, pp. 915-920, June 1987.
- [2] S.U. Lee, Y.M. Chung and J.M. Kim, "Performance comparison of the SBC and CVSD over the Rayleigh fading channel," *Proc. 37th IEEE Veh. Technol. Conf.*, pp. 512-518, Tampa, FL, June 1987.
- [3] M.K. Simon and C.C. Wang, "Differential detection of Gaussian MSK in a mobile radio environment," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. VT-33, pp. 307-320, Nov. 1984.
- [4] T. Aulin and C-E.W. Sundberg, "Continuous phase modulation-Part I: Full response signaling," *IEEE Trans. Commun.*, vol.

- COM-29, pp. 196-209, Mar. 1981.
- [5] T. Aulin, N. Rydbeck and C-E.W. Sundberg, "Continuous phase modulation-Part II: Partial response signaling," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-29, pp. 210-225, Mar. 1981.
- [6] S. Paspathy, "Minimum shift keying: A spectrally efficient modulation," *IEEE Commun. Soc. Magazine*, vol. 19, pp. 14-22, July 1979.
- [7] K. Murota and K. Hirade, "GMSK modulation for digital mobile radio telephony," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-29, pp. 1044-1050, July 1981.
- [8] A. Svensson and C-E. Sunberg, "Optimum MSK-type receivers for CPM on Gaussian and Rayleigh fading channels," *IEE Proc.*, vol. 131, Pt. F, pp. 480-490, Aug. 1984.
- [9] R.B. Rhodes, Jr., S.G. Wilson and A. Svensson, "MSK-type reception of continuous phase modulation: Cochannel and adjacent channel interference," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-35, pp. 185-193, Feb. 1987.
- [10] S.M. Elnoubi, "Worst case cochannel interference and spectrum efficiency of GMSK in cellular mobile radio systems," *Proc. 37th IEEE Veh. Technol. Conf.*, pp. 253-257, Tampa, FL, June 1987.
- [11] C-E. Sundberg, "Continuous phase modulation," *IEEE Commun. Soc. Magazine*, vol. 24, pp. 25-38, Apr. 1986.
- [12] M.S. El-Tanny and S.A. Mahmoud, "Mean-square error optimization of quadrature receivers for CPM with modulation index 1/2," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. SAC-5, pp. 896-905, June 1987.
- [13] J.G. Proakis, *Digital Communications*, New York: McGraw-Hill, 1983.
- [14] F. Hansen and F.I. Meno, "Mobile fading-Rayleigh and lognormal superimposed," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. VT-26, pp. 332-335, Nov. 1977.