

평균치 분리 벡터 양자기를 이용한 영상 코딩의 성능 분석

(The Performance of the Image Coding Using a Separating Mean Vector Quantizer)

金 東 植*, 李 商 郁**

(Dong Sik Kim and Sang Uk Lee)

要 約

본 논문에서는 평균치 분리 벡터 양자기를 사용하여 영상 데이터의 감축을 시도하였으며 실험과 이론적으로 평균치 분리 벡터 양자기의 성능을 분석하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 평균치 분리 벡터 양자기를 실제 영상에 적용시킨 결과를 제시하였으나 일반 벡터 양자기에 비해서 좋은 성능을 얻을 수 없었다. 본 논문에서는, 일반적인 MSE(mean square error) 측정에 기초한 평균치 분리 벡터 양자기는 좋은 성능을 얻을 수 없다는 것을 실험적 결과와 이론적인 분석을 통해 논하였다.

Abstract

In this paper, attempts have been made to code images employing a separating mean vector quantizer (SMVQ). Then we analyzed the performance of the SMVQ experimentally as well as analytically. The results of simulation with natural images are presented. But, conclusively the performance of the SMVQ technique is not better than that of the conventional vector quantizer. In this paper, a brief analysis in which we revealed that the performance, based on the mean square error measure, of the SMVQ is not favorable is discussed.

I. 서 론

최근에 벡터 양자기(vector quantizer : VQ) 를 이용한 영상 코딩 방법에 대해서 활발한 연구가 진행되고 있는데, 이는 VQ가 상관계수가 높은 영상 데이터를 효율적으로 코딩함으로써 낮은 전송률을 얻을 수 있으며, 정보 이론 측면에서도 차수가 증가함에 따라 양자화 왜곡치를 감소시킬 수 있기 때문이

다. 이렇게 VQ의 성능은 벡터의 차수를 높일수록 좋아지나 그와 반면에 코딩 복잡성(coding complexity)은 기하급수적으로 높아지게 된다. 이러한 VQ의 단점을 해결하기 위해서 여러가지 코딩 기법들이 연구되어졌는데,^[1] 예를 들면 다단 VQ(multistep VQ)와 부분 탐색 VQ(partial search VQ) 등이 있다. 분류 벡터 양자기(classified VQ : CVQ)는 후자에 속하는 것으로 코딩 복잡성을 줄이고 가장자리(edge) 방향에 따른 분류기(classifier)에 의해 가장자리 성분의 손상(edge degradation)을 줄여 주는 방법으로 제안되었다.^[5,12,13] 한편 평균치 분리 벡터 양자기(separating mean vector quantizer : SMVQ)는 다

*準會員, **正會員, 서울대학교 制御計測工學科
(Dept. of Control and Instrumentation Eng.,
Seoul Nat'l Univ.)

接受日字 : 1988年 1月 19日.

단 벡터 양자화 방법의 일종으로 양자화하고자 하는 벡터의 평균치를 분리해서 평균치는 스칼라 양자기 (scalar quantizer : SQ) 로 전송하고 나머지는 VQ 로 양자화하여 전송하는 방법인데 벡터에서 분산이 큰 평균치 성분을 제하여 VQ로 양자화 하기 때문에 VQ의 코딩 복잡성을 줄일 수가 있으며, 아울러 낮은 전송률을 가지는 VQ의 문제점인 코드북의 강인성을 좋게 할 수 있을 것으로 기대된다.^[11] 본 논문에서는 SMVQ를 [5]의 DCT 영역에서의 분류에 기초를 둔 CVQ에 적용하여 영상 코딩의 성능을 더 좋게 하려고 시도하였으나,^[12] SMVQ를 실제 영상에 적용시킨 결과는 일반 VQ에 비해서 좋은 성능을 얻을 수 없었으며 코드북의 강인성에 있어서도 일반 VQ의 코드북에 뒤짐을 알 수 있었다.^[11]

본 논문에서는 SMVQ를 CVQ 기법을 사용하여 실제 영상 코딩에 적용하고 그 성능을 실험적 자료와 이론적인 분석을 통해 고찰해 보았으며 이를 뒷받침하는 실험 결과를 제시하였다.

II. DCT 영역에서의 입력 벡터의 분류

CVQ는 부분 탐색 벡터 양자기의 일종으로 코딩 복잡성을 줄일 수가 있다. 본 논문에서는 [5]에서 제안된 DCT 영역에서의 분류에 기초를 둔 CVQ에 SMVQ를 적용시켜서 각 부류마다 독립적으로 통계적 특성을 알아봄으로 SMVQ의 성능을 고찰해 보았다.

[5]에서 제안된 DCT 영역에서의 분류는 DCT의 계수들을 상관 관계가 0인 가장자리 특이점 (edge feature)으로 정의하고, 가장자리 특이점 벡터에 대해 LBG 알고리즘을 사용하여 준최적으로 MSE가 최소가 되도록 부류(class)를 나누게 된다.^[11] 이러한 방법은 DCT 계수를 임의의 임계치(thresholding value)를 사용하여 분류하는 것보다 분류기의 설계가 보다 단순하며 주어진 영상에 대해서 [5]에서 정의된 가장자리 성분에 대해 최적의 분류기 설계가 가능하다. 그림 2는 그림 1에서 수직성분 V_1, V_2 와 수평 성분 H_1, H_2 의 값과 부호가 공간 영역에서의 가장자리 형태와 어떠한 관계를 가지는가를 도시한 것이다. 가장자리 특이점의 크기가 클수록 선명한 가장자리를 의미하고 있으며, 특이점의 부호를 고찰해 봄으로 가장자리의 방향 및 위치를 알 수 있다.

하나의 벡터 내에 한 개의 가장자리 성분만이 존재한다고 가정하면 위의 4개의 특이점으로 가장자리 성분을 묘사할 수가 있으며, 선명한 가장자리 부류로 갈수록 energy가 특이점에 몰려서^[12]가중치가 커짐으로 영상코딩에서 가장자리 방향을 충실히 보존

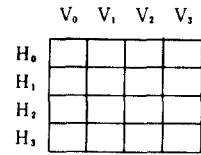
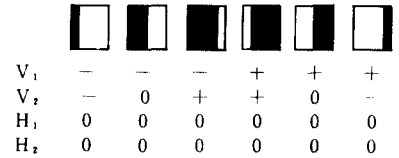


그림 1. 2-D DCT 계수
Fig. 1. 2-D DCT coefficients.

50	50	90	90	$V_0=H_0=115.0$
50	50	50	90	$V_1=-15.8, H_1=15.8$
50	50	50	50	$V_2=5.0, H_2=5.0$
50	50	50	50	$V_3=1.1, H_3=-1.1$

(a)



(b)

그림 2. 가장자리 형태와 DCT 계수

- (a) DCT 계수의 값
- (b) DCT 계수의 부호

Fig. 2. The patterns of edge and DCT coefficients.

- (a) The values of the DCT coefficients.
- (b) The sign of the DCT coefficients.

시킬 수가 있다.

그림 3은 그림 4의 원영상을 [5]의 방법에 의해 16개의 부류로 나누었을 때 각 부류의 공간 영역에서의 형태를 도시한 것이다. [5]에서 제안된 CVQ의 성능은 실제 영상에 대한 실험 결과를 통해 0.625 bpp-0.75 bpp에서 시각적으로 좋은 결과를 얻었다.^[12] 본 논문에서 사용한 CVQ에 대한 자세한 내용은 [5]와 [12]를 참고하기 바란다.

III. 평균치 분리 벡터 양자기 (SMVQ)

SMVQ의 구조를 그림 5에 도시하였는데 기본적인 동작은, 양자화되기 위해 입력된 벡터 신호 x에서 표본 평균치를 구해서 평균치 영상을 구성하고 이 영상을 SQ로 양자화하며, 양자화된 평균치 영상과 원신호 x의 차를 VQ로 양자화 하게 된다. SMVQ



그림 3. 16부류의 가장자리 형태
Fig. 3. The patterns of the 16 classes.



그림 4. 원영상, Lenna, 256×256, 8 bits/pixel
Fig. 4. Original image, Lenna, 256×256,
8 bits/pixel.

에서 전송되는 데이터는 SQ의 인덱스와 VQ의 인덱스가 된다.

SMVQ의 기본적인 원리는 높은 분산을 가지는 평균치 성분을 따로 보내고 평균치가 제외된 입력 벡터를 보다 낮은 전송률을 가지는 벡터 양자기로 코딩하는 것이다. 즉 VQ에 소요되는 전송률을 낮추어 줌으로 코딩 복잡성을 줄이고 또한 코딩 성능을 높이는데 목적이 있다.

일반적으로 벡터 양자기의 평균 왜곡치는 식(1)과 같이 코딩하고자 하는 입력 벡터의 determinant 함수가 포함된 형태로 나타낼 수가 있다.^{12,13} 부록(1)에 식(1)의 유도 과정을 나타내었다.

$$d = K(k) N^{-2/k} \{\det P\}^{1/k} \quad (1)$$

이 식에서 거리 함수는 (2)와 같다.

$$d(x, y) = \sum_{j=1}^k |x_j - y_j|^2 \quad (2)$$

식(1), (2)에서 k는 입력 벡터의 차수이고, K(k)는

입력 신호의 분포와 벡터의 차수에 관계되는 상수이고, P는 입력 벡터의 상관 분산 행렬이며, N은 VQ의 코드북 크기이다. 만일 입력 영상 신호의 상관계수를 0으로 만드는 변환 T가 있다고 하면, 변환 T는 행렬 P를 식(3)과 같이 대각화 시키게 된다.

$$T P T^{-1} = \begin{bmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & 0 & \\ & 0 & \cdot & \\ & & & a_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

이때 식(1)의 determinant 함수 값은 식(4)와 같다.

$$\det \{P\} = \det \{T P T^{-1}\} = \prod_{j=1}^k a_j \quad (4)$$

또한 벡터의 k개 원소가 서로 상관 관계가 없다고 할 때 평균 왜곡치는 벡터를 구성하는 각 원소의 분산의 기하학적 평균에 비례함을 알 수 있다. 즉 식(5)와 같이 벡터 분산을 정의하게 되면, 식(1)은 SQ와 마찬가지로 왜곡치가 분산에 비례하는 형태의 식(6)의 관계를 얻을 수 있다.^{13,14}

$$\left[\prod_{j=1}^k a_j \right]^{1/k} = \bar{\sigma}^2 \quad (5)$$

$$d = K(k) N^{-2/k} \bar{\sigma}^2 \quad (6)$$

식(3), 식(4)의 변환 T는 영상신호의 경우 DCT(discrete cosine transform)를 사용하여 근사적으로 수행할 수가 있으며,¹⁵ 따라서 벡터 양자화의 평균 왜곡치는 DCT 변환 계수들의 각각의 분산의 기하학적 평균에 비례하게 된다. 이때 각 분산치들 중에서 벡터의 평균치에 해당되는 분산이 가장 크므로¹⁶ 평균치를 분리해서 벡터를 구성하여 식(5)의 분산치를 작게 하면, VQ로 양자화하기 위해 소요되는 전송률을 낮출 수가 있다. 그러나 실제 영상 코딩에 있어서는 이러한 특성을 이용한 SMVQ는 좋은 성능을 얻을 수가 없었는데 그에 대한 시뮬레이션과 분석을 IV장과 V장에서 논하였다.

IV. SMVQ의 시뮬레이션

[5]에서 제안된 분류 벡터 양자기(CVQ)를 사용하여 SMVQ를 컴퓨터로 시뮬레이션 하였다(SMCVQ).

코딩되기위해 입력되는 영상은 가장자리 성분에 따라 16개의 부류로 DCT 영역에서 분류가 되며 256×256에 8 bits/pixel의 원영상은 4×4의 부블럭(sub block)으로 나뉘어져서 각각의 평균치를 구하여 64×64의 평균치 영상을 구성하게 되며 이 평균치 영상을 SQ로 양자화하게 된다. SQ의 설계는 평균

치 영상의 화소간 상관 관계를 이용하여 보다 낮은 전송률을 얻기 위해 64×64 의 평균치 영상을 다시 16×16 의 부영상으로 나누어서 DCT 한뒤 bit할당을 통해 1,2,3 bits/vector로 코딩하였다.^[6] 이때 SQ의 설계는 다섯장의 영상을 트레이닝 연속 영상으로 사용하여 LBG 알고리즘을 적용하였다.^[7] SQ의 설계에 있어서도 VQ의 코드북 설계와 마찬가지로 트레이닝 영상을 사용하여 주어진 영상에 대해 최적한 양자기를 설계할 수 있는데, 이때 LBG 알고리즘은 1 차원의 데이터에 대해 수행된다. 그림 4의 원영상에 대해 그림 6은 64×64 의 평균치 영상에 대한 스칼라 양자화 결과이다. 3 bits/vector의 전송률에 PSNR은 약 38.0 dB로, 원평균치 영상을 충실히 재생시키고 있다.

한편 그림 5에서 스칼라 양자화된 영상과 원영상과의 차로 구성되는 256×256 의 차영상을 4×4 의 벡터 차수에 16부류 벡터 양자기^[8]로 각각 7,8,9bits/vector로 양자화하였다. 트레이닝 영상으로는 Lenna, Girl, Couple의 약 12,200개의 vector를 사용하였다. 표 1에 SMCVQ의 양자화 결과를 나타내었다. 영상 1,2,3은 트레이닝 영상에 속하는 것이고 영상 4,5,6은 외부 영상이다. 이때 표 1에서 각 수치는 식(7)에 의해 계산되었다.

$$PSNR = 10 \log \left\{ 255^2 / M^{-1} \sum_{i=1}^M (x_i - y_i)^2 \right\} \text{ dB} \quad (7)$$

이 식에서 M은 코딩하고자 하는 영상의 화소 개수이다.

표 1의 결과를 고찰해보면 SMVQ의 경우가 VQ보다 성능이 좋지 않음을 알 수 있다. 또한 SMVQ에 있어서도 VQ쪽에 전송률을 많이 할당할수록 좋은 PSNR을 얻을 수 있었으며, 트레이닝 영상 외부의 영상에 대한 코딩 성능도 좋음을 알 수 있었다. 그림 7은 각각 SQ=3bits, VQ=7bits의 전송률로 구성된 SMCVQ로 코딩한 결과이고 그림 8은 CVQ로만 코딩한 결과이다. SMCVQ로 코딩한 결과를



(a)



(b)

그림 6. 평균치 영상의 양자화

(a) 원 평균치 영상, 64×64

(b) 양자화 결과, 3 bits/vector

Fig. 6. Quantization of the average image.

(a) Original average image, 64×64 .

(b) Scalar quantized image, 3 bits/vector.

표 1. SMCVQ의 시뮬레이션 결과

Table 1. The simulation results of the SMCVQ. SQ+VQ (bits/vector)

IMAGE	1+8	1+9	2+8	3+7	10 VQ
1 LENNA	27.06	28.78	27.51	29.13	31.54
2 GIRL	30.17	31.52	31.04	31.25	31.50
3 COUPLE	31.17	31.96	31.58	31.68	31.50
4 MSAM	34.64	35.30	33.63	31.53	34.22
5 CRONK	28.76	29.49	27.06	24.78	31.35
6 LIM	26.22	28.91	27.61	24.21	31.40

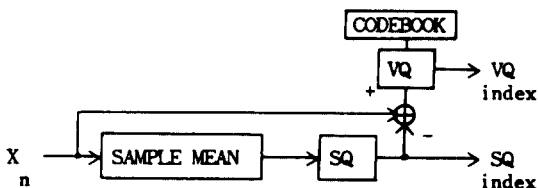


그림 5. SMVQ의 블럭 선도

Fig. 5. The block diagram of the SMVQ.



그림 7. SMCVQ, 3 + 7 bits/vector
Fig. 7. SMCVQ, 3 + 7 bits/vector.



그림 8. CVQ, 10 bits/vector
Fig. 8. CVQ, 10 bits/vector.

보면, 가장자리 방향은 보존되지만 그림 8에 비해서 가장자리 부근의 왜곡이 많음을 관찰할 수 있다.

V. SMVQ의 성능 분석

IV장에서 SMVQ의 시뮬레이션을 통해서 그 성능을 평균치를 분리하지 않고 양자화하는 일반 VQ 방법과 비교해 보았다. SMVQ가 그 성능면에 있어서 일반 VQ보다 좋지 않은데 본 장에서는 실험치와 이론적인 분석을 통해서 SMVQ의 성능을 고찰하여 보았다.

SMVQ의 시뮬레이션은 공간 영역에서 수행하였지만 이론적인 분석을 위해서 식(1), (5)의 벡터 분산을

계산해야 되는데 식(1)의 왜곡치는, DCT가 orthogonal 변환이므로 DCT의 거리보존(distance preserving)특성에 의해 DCT 영역에서나 공간영역에서나 모두 같게 나오게 된다. 그런데 DCT를 사용하여 식(4)의 관계를 만족시킬 수 있다고 가정하면 식(5)와 (6)에 의해서 VQ의 양자화 왜곡치를 용이하게 구할 수가 있다.

먼저 영상 신호를 DCT를 사용하여 상관계수를 0으로 만들었다고 가정하면 [5]의 CVQ에서 부류 i 의 평균 왜곡치의 최소값은 각 DCT 계수 분산의 기하학적 평균에 비례하는 식(8)의 관계식을 얻을 수 있다.

$$d_{L1} = K_L(k) N^{-2/k} \bar{\sigma}_i^2$$

$$\bar{\sigma}_i^2 = \left[\prod_{j=1}^k \sigma_{Lj}^2 \right]^{1/k} \quad (8)$$

SMVQ에서는 영상과 평균치 영상에 벡터 양자화를 적용하게 되므로 식(8)에서 DCT 계수들은 각각 인덱스 j 인 분산을 가지고 서로 독립인 라플라시안 분포로 가정할 수가 있으며 이때 충분히 큰 N 에 대해서 $K(k)$ 의 근사적 최소값은 식(9)로 유도된다. 부록 2에 식(8)과 식(9)의 유도 과정을 나타내었다.^{12, 101}

$$K_L(k) = [k / \{\pi(1+k/2)\}] \times \Gamma^{2/k}(1+k/2) \\ \times [k / (k+2)] \times \{1-2/(k+2)\}^{k/2-2} \quad (9)$$

그림 9에 평균 왜곡치의 실험치와 식(8), 식(9)의 이론적인 최소치를 도시하였다. 그림 9에서 왜곡치 d_i 는 식(8)에 4를 곱한 값이다. 이와 같이 벡터 양자화하고자 하는 신호의 벡터 분산을 알게 되면 그때의 평균 왜곡치를 구할 수가 있다. 그림 10은 식(8), 식(9)의 왜곡치를, 벡터 분산이 1일때, 벡터의 차수에 대해서 도시한 것으로 벡터의 차수가 증가할수록 양자화 왜곡치가 감소하게 되는데 벡터의 차수가 약 9에서 16일때 VQ의 성능면에서도 적합함을 알 수 있다. 일반 VQ와 평균치를 SQ로 양자화 하여 빼낸 차영상 간의 벡터 분산을 비교해 봄으로 엔코더의 성능을 비교해 볼 수가 있는데 그림 11은 식(10)와 같이 정의되는 분산을 서로 비교해 본 것이다.

$$\bar{\sigma}_{VQ}^2 : \text{원영상의 각 부류에 대한 분산}$$

$$\bar{\sigma}_{SMVQ}^2 : \text{차영상의 각 부류에 대한 분산} \quad (10)$$

SMVQ가 좋은 성능을 얻으려면 평균치를 빼낸 차영상의 분산이 일반 VQ의 분산보다 상당히 줄어들어야 한다. 그러나 그림 11의 예에서는 두 분산의 비가 각 부류에 관계 없이 일정하게 1.24 정도 밖에 안되며 일반 VQ에서 10 bits/vector의 전송률을 할당

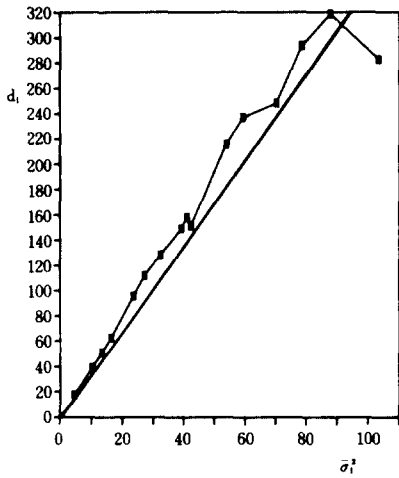


그림 9. 평균 왜곡치와 벡터의 분산
□ 실험치 ---이론치

Fig. 9. Average distortions and vector variances.
□ experimental value ---theoretic value.

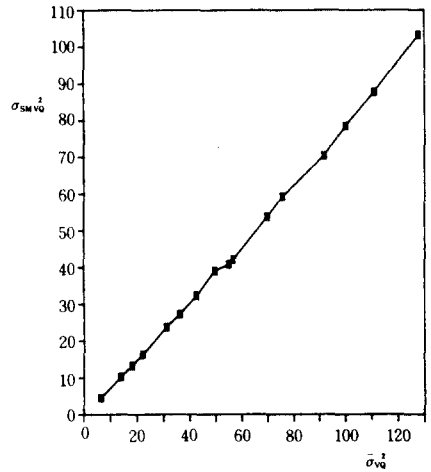


그림 11. 벡터의 분산과 가장자리 분산의 관계
Fig. 11. Vector variances and edge variances.

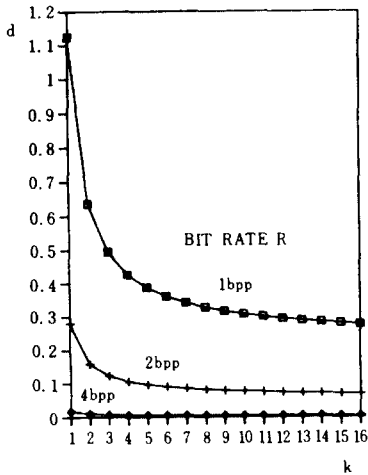


그림 10. 근사 평균 왜곡치와 벡터의 분산
Fig. 10. Asymptotic average distortions and vector dimensions.

해주었을 때와 같은 왜곡치를 얻기 위해서는 SMCVQ의 VQ 부분에 식(8), 식(9)로부터 약 9.8 bits/vector의 전송률을 할당해주어야 한다. 즉 일반 CVQ의 10 bits/vector의 성능을 SMCVQ에서는 SQ에 소요되는 3 bits/vector까지 포함하여 12.8 bits/vector의 전송률이 필요하게 된다. 이러한 결과는 벡터 양자화되기 위해 입력되는 벡터를 그의 평균치로 양자

화하게 되면 오히려 엔코더의 성능이 떨어짐을 의미하고 있다. 또한 이러한 분석을 IV장의 시뮬레이션 결과가 입증해 주고 있다.

일반 VQ의 distortion-rate 함수인 식(1)은 k 가 무한대가 될때 Shannon의 최소 왜곡치가 된다.^[1] 즉 식(1)의 왜곡치는, 식(1)의 $K(k)$ 는 k 가 증가함에 따라 감소하게 되어, Shannon의 최소 왜곡치에 수렴하게 되는데 식(1)은 $k=1$, 즉 SQ의 경우에 왜곡치가 최대가 되므로 SQ를 함께 사용하는 코딩 방식인 SMVQ는 정보 이론적 측면에서 일반 VQ에 비해서 성능이 떨어지게 된다. 또한 SMVQ에서 양자화하고자 하는 입력 벡터 하나에 대해 SQ와 VQ로 나누어서 양자화 하는 것은 일반 VQ에 중복성(redundancy)이 부가되는 것이므로 좋은 결과를 얻을 수가 없다.

또한 코드북의 강인성과 엔코더의 전송률과의 관계를 고찰해 보면, 먼저 source Λ 에 대해 ϵ -strongly robust 엔코더는 식(11)로 정의된다.^[17, 20, 21]

$$r(C_k) \leq R$$

$$\rho_\mu(C_k) \leq \delta_\Lambda(R) + \epsilon \text{ for all } \mu \in \Lambda \quad (11)$$

이 식에서 R 은 고정 전송률이며 $\rho_\mu(C_k)$ 는 source μ 에, 벡터의 차수 k 인 코드북 C_k 에 대한 평균 왜곡치가 된다. 나머지 기호들의 정의는 [17], [19], [21]을 참조하기 바란다. 그런데 [17]의 Theorem 1 증명에서 식(11)이 만족되기 위한 super codebook^[21]:

$$C_k = \bigcup_{j=1}^L (C_{\mu_j})^N$$

은 식(12)의 관계식을 만족 시켜야 된다.^{117,221}

$$(kN)^{-1} \log L < R \tag{12}$$

식(12)에서 compact source A의 finite subcovering set의 갯수 L은 전송률 R에 의해서 제한을 받으며 전송률이 낮아질수록 L 값은 작아져야 된다. 즉 전송률이 낮아질수록 강인성 있는 코드북 작성이 불리해지게 되며 강인성 있는 코드북을 만들기 위해서는 벡터의 차수인 k를 증가시켜 줌으로 식(12)의 관계를 만족시켜 주어야 된다. 또한 식(12)에서 벡터의 차수가 커질수록 전송률이 코드북의 강인성에 미치는 영향이 커지게 됨을 알 수 있다. 그러므로 동일한 전송률의 SMVQ와 일반 VQ에 있어서 SMVQ의 VQ에 할당되는 전송률이 일반 VQ보다 낮아지게 되므로 일반 VQ에 비해 SMVQ의 코드북 강인성은 낮아지게 된다.

VI. 결 론

본 논문에서는 [5]에서 제안된 CVQ를 SMVQ에 적용하여 그 성능을 CVQ와 비교하였다. 먼저 SMVQ의 성능을 이론적인 분석을 통해 고찰하였으며, 이에 대한 실험치를 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검토하였다. 해석 결과에 의하면 SMVQ는 평균치를 분리하여 부호화하기 때문에 동일한 전송률에서 일반적인 VQ에 비해 성능이 좋지 않음을 알 수 있었으며 부호화된 영상들의 주관적인 평가에서도 SMVQ는 그 성능이 좋지 않음을 알 수 있었다. 또한 트레이닝 영상의 외부 영상에 대한 코딩에서도 더욱 좋지 않은 결과를 나타내었다. 따라서 SMVQ는 일반 VQ와 비교할 때 엔코딩 복잡성은 줄일 수 있더라도 성능면에서는 좋지 않음을 알 수 있었다.

부 록 1

왜곡치를 측정하기 위해 (A1)의 weighted quadratic norm을 사용할 때 k차수의 벡터 양자화의 근사적 최소 왜곡치는 (A2)로 주어진다.¹³¹

$$\|x\|^2 = x^T B x \tag{A1}$$

$$d_k = \{k/(k+2)\} \times \{N V_k\}^{-2/k} E \{S^{-2/k}(x)\}$$

$$V_k = \{\det B\}^{-1/2} \times \{2\Gamma^k(1/2) / \{k \Gamma(k/2)\} \tag{A2}$$

이 식에서 S(x)는 대표 벡터의 분포이고 V_k는 (A1)에 대한 단위 구의 체적이며 Γ(·)는 감마 함수이다.^{16,231} 또한

P = E {x x^T}에서 P는 positive definite 행렬이므로 Q Q^T = E {x x^T}를 만족시키는 nonsingular

행렬 Q가 존재하며

I = E {Q⁻¹ x x^T Q^{-T}} = E {y y^T}에서 y = Q x는 단위 분산에 상관 계수가 0인 신호가 된다. 만일 왜곡치 측정에

$$\|x\|^2 = x^T x \text{를 사용한다고 하면(non-weighting)}$$

$$\|x\|^2 = x^T x = y^T Q^T Q y = y^T P y \text{의 형태가 된다.}$$

그러므로 (A2)에서 평균 왜곡치는, 상관 분산 행렬 P는 P = B 이므로 (A3)가 성립된다.

$$d_k = K_L(k) N^{-2/k} \{\det P\}^{1/k} \tag{A3}$$

식 (A3)에서 근사적으로 벡터의 평균치 양자화 왜곡을 식(1)과 같은 형태로 나타낼 수가 있다.

부 록 2

SMVQ의 차양상을 DCT 한 계수들의 분포를 (A4)로 가정하고, 대표 벡터의 분포를 (A5)라 하면,^{13,121}

$$P(x) = \prod_{i=1}^k \{(\mu_i/2) \exp\{-\mu_i |x_i|\}\} \tag{A4}$$

$$S(x) = \prod_{i=1}^k \{(\tau \mu_i/2) \exp\{-\tau \mu_i |x_i|\}\} \tag{A5}$$

와 같이 되는데 여기서 τ는 비례 상수이다.

그리고 식 (A2)에서

$$E \{S^{-2/k}(x)\} = \{\tau^{-2}/(1-2\tau/k)\} \times 2 \bar{\sigma}^2$$

이며, 위 식에서

$$\mu_i = 2/\sigma_i, \quad \bar{\sigma}^2 = \left\{ \prod_{i=1}^k \sigma_i^{-1/k} \right\} \tag{A6}$$

이다. 식 (A6)의 최소치는 τ = k/(k+2) 일때 구해지며 이때의 평균 왜곡치 (A2)는 식(8), 식(9)가 된다.

參 考 文 獻

[1] R.M. Gray, "Vector quantization," *IEEE ASSP Mag.*, vol. 1, pp. 4-29, April 1984.
 [2] Y. Yamada, S. Tazaki and R.M. Gray, "Asymptotic performance of block quantization with difference distortion measure," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-26, pp. 6-14, Jan. 1980.
 [3] N.S. Jayant and P. Noll, *Digital Coding of Waveforms*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984.
 [4] R.J. Clarke, *Transform Coding of Images*, NJ: Academic Press, 1985.
 [5] S.U. Lee and D.S. Kim, "Image vector

- quantization based on a classification in the DCT domain," *IEEE TENCON-87*, vol. 2, pp. 413-417, Aug. 1987.
- [6] W.K. Pratt, *Digital Image Processing*, New York, John Wiley and Sons, 1978.
- [7] H.C. Tseug and T.R. Fisher, "Transform and hybrid transform/DPCM coding of images using pyramid vector quantizations," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM35, pp. 79-86, Jan. 1987.
- [8] A.P. Prudnikov, Y.A. Brychkov, and O.I. Marichev, *Integrals and Series*, vol. 1, Translated by N.M. Queen, Gordon and Breach Science Publishers, 1986.
- [9] A. Gersho, "Asymptotically optimum block quantization," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-25, pp. 373-380, July 1979.
- [10] P.L. Zador, "Asymptotic quantization error of continuous signals and the quantization dimension," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, pp. 139-149, Mar. 1982.
- [11] 김동식, 이상욱, "평균치 분리벡터 양자기를 이용한 영상코딩의 성능 분석," 대한 전자 공학회 학술 대회 논문집, vol. 10, no. 1, pp. 600-603, 1987. 11.
- [12] 김동식, "분류 벡터 양자기를 이용한 영상 데이터의 감축," 석사학위논문, 서울대학교 제어계측공학과, 1. 1988.
- [13] B. Ramamurthi and A. Gersho, "Classified vector quantization of images," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-34, pp. 1105-1115, Nov. 1986.
- [14] Y. Linde, A. Buzo, and R.M. Gray, "An algorithm for vector quantizer design," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-28, pp. 84-95, Jan. 1980.
- [15] N. Ahmed, T. Natrajan, and K.R. Rao, "Discrete cosine transform," *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-23, pp. 90-93, Jan. 1974.
- [16] R.L. Baker and R.M. Gray, "Differential vector quantization of achromatic imagery," *Proceedings of the International Picture Coding Symposium*, Mar. 1983.
- [17] D.L. Neuhoff and R. Garcia-Munoz, "Robust source coding of weakly compact classes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-33, pp. 522-530, July 1987.
- [18] H.M. Leung and S. Cambanis, "On the rate distortion functions of spherically invariant vectors and sequences," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-24, pp. 367-373, May 1978.
- [19] D.L. Neuhoff and P.C. Shields, "Fixed-rate universal codes for Markov sources," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-24, pp. 360-367, May 1978.
- [20] J. Wolfowitz, *Coding Theorems of Information Theory*, 3rd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1978.
- [21] D.L. Neuhoff, R.M. Gray, and L.D. Davisson, "Fixed rate universal block source coding with a fidelity criterion," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-21, pp. 511-523, Sept. 1975.
- [22] R.B. Ash, *Real Analysis and Probability*, New York: Academic, 1972.
- [23] R.W. Hamming, *Coding and Information Theory*, NJ: Prentice-Hall, 1986.