

영상 피라미드를 위한 최적 Half-Band FIR 필터

(An Optimal Half-Band FIR Filter for Image Pyramid)

朴 涉 亨*, 李 商 郁*

(Seop Hyeong Park and Sang Uk Lee)

要 約

본 논문에서는 영상 피라미드의 구성 과정을 간축, 보간 과정으로 해석하고, 간축 필터, 보간 필터에 적합한 FIR 필터의 성능평가지수를 제안하였다. 지금까지는 대부분의 간축, 보간 필터들이 이상적인 저대역통과 필터를 원형으로 하여 이의 근사화 과정을 통해서 설계되었다. 그러나 본 논문에서는 원하는 보간 신호와 실제 보간 신호 사이의 주파수 가중 평균자승 오차의 최대값을 최소화하는 성능평가지수를 제안하고, 이에 근거한 최적 필터의 한 예로 최적 half-band 필터를 제시하였다.

실제 영상을 사용한 실험에서 본 논문에서 제안한 최적 half-band 필터는 계산량이 같은 다른 필터들에 비해서 PSNR 면에서 우수한 성능을 보였으며, 재생된 영상의 화질도 우수한 것으로 나타났다.

Abstract

In this paper, we analyze the generation of an image pyramid as a 2-dimensional decimation-interpolation process, and suggest a performance index of FIR filter for decimation and interpolation filter.

Until now, most decimation and interpolation filters are designed via the approximation of the impulse response of an ideal filter. In this paper, however, we propose a new performance index that minimizes the maximum frequency-weighted mean square error between the desired and the generated interpolated signal, and propose an optimal half-band filter based on the proposed performance index as an example.

Some simulation results with real images show that the proposed optimal half-band filter yields a higher PSNR as well as the more preferable image quality, in comparison with other currently used filters with the same computational complexity.

I. 서 론

영상처리 분야에서 계층적인 영상 데이터 구조를

영상 피라미드라고 한다.¹⁾ 영상 피라미드는 입력 영상이 해상도가 낮은 연속적인 영상으로 표현되기 때문에 이 구조를 이용하면 입력 영상의 전체적인 특징(global feature)을 피라미드 영상의 지역 연산을 통해서 얻을 수 있는 장점이 있다. 따라서 메모리의 과중한 부담을 줄일 수 있기 때문에 컴퓨터 비전 분야에서는 영상 피라미드 구조를 효율적으로 이용할

*正會員, 서울대학교 制御計測工學科
(Dept. of Control and Instrumentation Eng.,
Seoul Nat'l Univ.)

接受日字: 1988年 4月 8日

수 있는 방안이 많이 연구되고 있다.^{2,3,4)}

영상부호화 분야에서 2세대 영상 부호화 기법으로 알려져 있는 라플라시안 피라미드 부호화 기법도 피라미드 구조를 이용한 대표적인 경우에 속한다. 라플라시안 피라미드 부호화 기법은 E. H. Adelson과 P. J. Burt에 의해서 제안된 영상부호화 기법으로,⁵⁾ 점진적(progressive) 정보 전송에 적합한 피라미드 구조를 지니고 있다. 그림 1은 라플라시안 피라미드 부호화의 블럭도이다. 그림에서 입력 영상으로부터 구성되는 계층적인 피라미드 형태의 영상들을 Gauss 평면이라 하고, 이웃하는 Gauss 평면 사이의 실제로 전송되는 차영상을 Laplace 평면이라 한다. 여기에서 가장 큰 영상을 0층, 그리고 점차로 표본율이 줄어드는 작은 크기의 영상들을 각각 1층, 2층, ..., N층이라 한다. 이때 L층의 Gauss 평면은 (L-1)층의 Gauss 영상에 간축(decimation)을 적용하여 구성할 수 있고, L층의 Laplace 평면은 L층의 Gauss 평면의 영상과 (L-1)층의 Gauss 영상에 보간(interpolation)을 적용하여 확대시킨 영상과의 차영상을 의미한다.

입력 신호를 특정한 주파수 대역별로 분리하여 부호화한다는 의미에서는 subband 부호화 기법도 라플라시안 피라미드 부호화 기법과 유사한 방법이다. Subband 부호화 기법은 음성신호 등과 같은 1차원 신호처리에 많이 이용되었으나, 최근에는 영상부호화에 적용되고 있다.⁶⁾ Subband 부호화 기법에서는 필터의 설계가 매우 중요한 문제로 인식되어 이에 관한 많은 연구가 이루어졌다. 특히 QMF(quadrate mirror filter)가 subband 부호화에 적합한 필터

로 알려진 이후 QMF 설계에 대한 이론들이 많이 소개되었다.^{7,8)}

라플라시안 피라미드 부호화 기법이 소개된 이후에 이를 이용하여 전송 정보량을 줄이기 위한 많은 연구가 이루어졌으나,^{9,10)} 대부분의 경우는 Laplace 평면 신호의 부호화에만 관심을 기울여왔고, Laplace 평면 신호의 특성을 결정하는 간축 필터와 보간 필터에는 상대적으로 적은 관심을 보였다.

Burt¹¹⁾는 라플라시안 피라미드 부호화의 구현을 고려하여 계산량이 적은 간단한 필터를 제안하여 사용하였다. 1987년에 Merr 등은 영상 피라미드의 발생 커널(generating kernel), 즉 간축 필터와 보간 필터를 주파수 영역에서 해석하여 이상적인 저대역 통과 필터의 equiripple 근사화에 의한 최적 필터를 제시하였다.¹²⁾ [11]에서는 간축 과정만을 고려하였고, 보간에 필요한 최적 필터는 간축 필터와 동일하다는¹²⁾ 이유로 제시한 필터를 보간 과정에도 사용할 수 있다고 제안하였다. 그러나 결론적으로 말하면 실제 영상을 사용한 경우 Merr 등이 제안한 필터에 의하여 보간된 신호는 PSNR(peak-signal-to-noise-ratio) 값도 낮을 뿐 아니라, 체크 부위 형태의 잡음이 발생하는 등 보간 과정에서 심각한 결점이 있는 것이 밝혀졌다.

또한 라플라시안 피라미드 부호화 기법은 점진적 정보 전송에 적합한 구조로 알려져 있다. 이러한 구조에서는 최종적으로 복원된 영상은 물론이고 중간 단계에서 복원된 영상(intermediate approximation)의 화질도 매우 중요하다. 이러한 관점에서 보간된 영상의 화질을 개선하기 위한 연구도 함께 진행되고 있으며,^{13,14,15)} 따라서 보간 필터에 많은 관심들이 집중되고 있다. 그리고 라플라시안 피라미드 부호화 기법에서는 저전송율을 얻기 위하여 0층의 Laplace 평면의 신호를 전송하지 않거나 이 신호에 적은 양의 비트 수를 할당한다.¹⁵⁾ 0층의 Laplace 신호를 전송하지 않을 경우에 최종적으로 복원된 영상은 1층의 Gauss 영상으로부터 보간된 영상과 유사해진다. 이 경우 보간된 신호는 보간 필터의 성능에 따라서 큰 차이를 보이므로 보간 필터가 갖는 의미는 매우 중요하다.

필터의 성능과 함께 고려해야 하는 것이 필터를 구현할 때 필요한 계산량으로, 특히 실시간 구현시 계산량이 적은 수록 유리하다. 간축 필터와 보간 필터로써 IIR(infinite impulse response) 필터를 사용하면 계산량을 줄일 수 있으나, 대부분의 경우, 특히 영상 신호에 있어서는, 선형 위상(linear phase) 조건이 중요한 제약이 되기 때문에, FIR(finite impulse

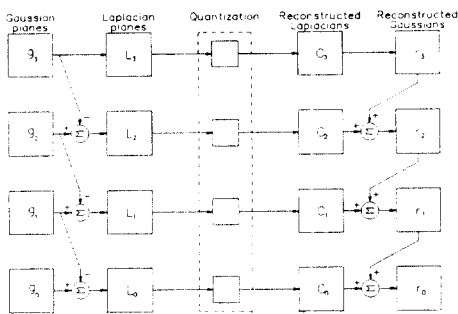


그림 1. 라플라시안 피라미드 부호화의 블럭도
Fig. 1. Block diagram of Laplacian pyramid coding.

response) 필터가 많이 사용된다. 또한 FIR 필터를 사용하면 안정도(stability)가 보장되는 장점이 있다.

FIR 필터는 대부분 이상적인 저대역통과 필터를 원형(prototype)으로 하여, 이의 근사화 과정을 통해서 설계된다. 이때 흔히 쓰이는 기법으로는 windowing, equiripple 근사화 등이 있고, 그 이외의 half-band 설계와, 선형 보간, Lagrangian, spline 등의 고전적인 보간 기법 등이 있다.^[12] 이러한 대부분의 필터들이 입력신호의 특성을 고려하지 않고 설계되고 있으나, 실제로 사용될 때 좋은 성능을 얻기 위해서는 입력 신호의 특성을 고려해야 한다.^[12]

본 논문에서는 영상 피라미드를 위한 FIR 간축, 보간 필터를 설계하는 접근 방법으로 이상적인 저대역통과 필터를 사용하였을 경우의 원하는 보간 신호와 실제의 저대역통과 필터를 사용하였을 경우의 실제 보간 신호 사이의 오차신호를 이용하여, 주파수 영역에서 주파수 가중 평균 자승 오차 (frequency-weighted mean square error)의 최대값을 최소화하는 필터의 성능평가 지수를 제안하였으며, 이에 근거한 최적 필터로 계산량이 적은 최적 half-band 필터를 제안하였다.

II. 영상 피라미드 구조의 주파수 영역에서의 해석 및 간축 필터와 보간 필터의 최적화

그림 2에는 2 차원 영상 신호를 입력으로 한 간축, 보간 시스템을 도시하였다. Burt 등이 제안한 라플라시안 피라미드 부호화 시스템에서 각 층의 Gauss 피라미드 신호와 Laplace 피라미드 신호들도 그림 2의 시스템을 통해서 구할 수 있다.

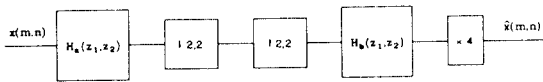


그림 2. 영상 신호에 대한 2 차원 간축, 보간시스템
Fig. 2. Two dimensional decimation and interpolation system for image signal.

Burt는 영상 피라미드의 구성 과정에 사용되는 간축 필터를 발생 커널이라 하고, 발생 커널이 만족해야 할 조건으로 정규화(normalization), 대칭성(symmetry), 균등기여(equal contribution), 가분리(separable) 등의 조건을 제시하였다.^[5,16]

그리고 Merr 등은 간축 과정만을 고려하여 발생 커널에 대한 주파수 영역에서의 조건을 제시하였다.^[11]

이상적인 저대역통과 필터를 원형으로 하여 실제 필터와 이상적인 필터 사이의 유사도를 측정하기 위한 기준으로 antialiasing index와 filtering index를 제안하였다. Merr 등이 제안한 최적 발생 커널은 Chebyshev 기준에 근거한 이상적인 저대역통과 필터의 equiripple 근사화이다. 그리고, 천이 대역(transition band)이 $\theta = \pi/2$ 를 중심으로 대칭이고, 통과 대역과 정지 대역(stop band)의 허용 ripple이 같은 경우 half-band 필터의 계수와 유사한 계수들을 얻을 수 있다는 사실에 착안하여 계산상의 잇점을 고려한 최적 half-band 필터를 제시하였다. 또한 간축과정에서 사용한 필터를 보간 과정에도 사용할 수 있다고 제안하였다.

그러나 영상 피라미드를 구성할 때 사용하는 발생 커널, 즉 간축 필터와 보간 필터들의 선택이나 설계를 위한 필터의 성능평가 지수를 정의할 때는 간축뿐만 아니라 보간 과정도 고려해야 한다. 그러나 Burt 등은 간축, 보간 과정을 염두에 두지 않았으며, Merr 등도 이러한 과정을 모두 고려하지 않고 단순히 이상적인 저대역통과 필터와의 유사도만을 고려하여 필터의 성능평가지수를 제안하였다.

또한 필터를 설계하기 위한 성능평가지수를 정의할 때 입력 신호의 주파수 특성을 고려하면 오차 에너지를 더욱 적게하는 필터를 구할 수 있다.^[17]

따라서 본 논문에서는 간축, 보간 과정을 모두 고려하고, 입력신호의 주파수 특성을 고려하여 다음과 같은 주파수 가중 평균 자승 오차의 최대값을 최소화하는 성능평가 지수를 제안하였다.

먼저 그림 2에서 $h_a(m, n)$, $h_b(m, n)$ 이 각각 다음과 같은 가분리(separable) 필터라고 가정한다.

$$h_a(m, n) = h_1(m) h_1(n) \tag{1a}$$

$$h_b(m, n) = h_2(m) h_2(n) \tag{1b}$$

그리고 $h_1(m)$, $h_2(m)$ 이 각각 N차 대칭, 선형 FIR 필터의 임펄스 응답이라고 가정한다. 또한 $\hat{x}(m, n)$ 을 간축, 보간 과정을 거쳐 복원된 신호, $x_a(m, n)$ 을 이상적인 저대역통과 필터를 사용했을 때의 원하는 보간 신호라 하면, 오차신호 $e(m, n)$ 은 다음과 같다.

$$e(m, n) = x_a(m, n) - \hat{x}(m, n) \tag{2}$$

이때 $e(m, n)$ 의 평균자승값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E = \frac{1}{K^2} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} |e(i, j)|^2 \tag{3}$$

그런데 Parseval의 정리에 의해서 식 (3)은 다음과

같이 나타낼 수 있다.

$$E = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |E(e^{iu}, e^{iv})|^2 du dv \quad (4)$$

, 여기서 $E(e^{iu}, e^{iv})$ 는 $e(m, n)$ 의 푸리에 변환을 나타낸다.

이때 주파수 영역에서 minmax 평균자승오차는 다음과 같이 표시된다.

$$\hat{E} = \min_{h_1(m), h_2(m)} \max E \quad (5)$$

여기에서 $\max E$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \max E = & \left| \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \left\{ \sum_{m=0}^2 \sum_{n=0}^1 (|M_2(u) M_2(v) \right. \right. \\ & \left. \left. - \delta(m, n) |M_1(u - \pi m) M_1(v - \pi n)| \right) \right|^2 du dv \\ & + \int_0^{\pi/2} \int_{\pi/2}^{\pi} \left\{ \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 |M_2(u) M_2(v) \right. \\ & \left. M_1(u - \pi m) M_1(v - \pi n) M_x(u - \pi m, \right. \\ & \left. v - \pi n) \right|^2 du dv \\ & + \int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{\pi} \left\{ \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 |M_2(u) M_2(v) \right. \\ & \left. M_1(u - \pi m) M_1(v - \pi n) M_x(u - \pi m, \right. \\ & \left. v - \pi n) \right|^2 du dv \quad (6) \end{aligned}$$

$$\delta(m, n) = \begin{cases} 1, & m=0 \text{ and } n=0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

그리고 $M_1(u)$, $M_2(u)$, $M_x(u, v)$ 는 각각 $h_1(m)$, $h_2(m)$, $x(m, n)$ 의 푸리에 변환의 크기를 나타낸다. 이에 관한 유도 과정은 부록에 상세히 제시하였다.

그러면 (5)에서 정의한 minmax 평균자승오차를 성능평가지수로 정의하게 되면 (5)식을 만족하는 필터의 계수가 원하는 최적 필터이다. 여기에서 (6)식의 값을 구하려면 입력신호의 스펙트럼을 알아야 하지만 일반적인 입력신호의 스펙트럼을 알 수 없기 때문에 이에 대한 모델이 필요하게 된다. 본 논문에서는 입력 신호를 1차 Markov process의 가분리 2차원 모델로 가정하였다. 그리고 이산(time-discrete) 파형에서는 식 (7)과 같이 정의되는 periodogram을 전력 스펙트럼 밀도 함수의 예측값으로 사용할 수 있으므로,^[18] 1차 Markov process 모델의 전력 스펙트럼 밀도함수를 입력 스펙트럼 크기의 모델을 구할 때 사용하여 성능평가지수에 이용하였다.

$$P_{xx}(u, v) = \frac{1}{N^2} M_x(u, v)^2 \quad (7)$$

입력 신호를 1차 Markov process의 가분리 2차원 모델로 가정하면 전력 스펙트럼 밀도 함수는 다음과 같다.^[18]

$$P_{xx}(u, v) = \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos u} \times \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos v} \quad (8)$$

, 여기에서 ρ 는 자기상관계수를 나타낸다.

일반적으로 필터의 차수가 커질수록 필터의 성능은 향상된다. 그러나 영상 피라미드 구성을 위한 필터를 선택할 때는 성능과 계산량을 모두 고려해야 한다. 본 논문에서는 이를 고려해서 half-band 필터^[12]를 최적필터의 한 예로 제시하였다. Half-band 필터는 영상 피라미드와 같이 간축율, 보간율이 2인 경우에 적합하고, 같은 차수의 다른 필터들에 비해서 계산량에서 훨씬 유리한 장점이 있다. 또한 큰 표본율(sampling rate) 변화를 필요로 하는 시스템을 다중구현(multistage implementation) 할 때 효과적으로 사용할 수도 있다.

Half-band 필터의 임펄스 응답을 $h(m)$ 이라하면, $h(m)$ 은 다음과 같은 성질을 갖는다.^[12]

$$h(m) = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 0, & m = \pm 2, \pm 4, \dots \end{cases} \quad (9)$$

여기에서 half-band 필터가 다음과 같은 정규화 조건을 만족한다면,

$$\sum_{k=-3}^3 h(k) = 1 \quad (10)$$

Burt의 5차 필터와 계산량이 같은 7차 half-band 필터를 일반적으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} h(0) &= 0.5 \\ h(1) &= h(-1) = a \\ h(2) &= h(-2) = 0.0 \\ h(3) &= h(-3) = b \end{aligned} \quad (11)$$

, 여기서 $b = 1/4 - a$

그러면 이러한 7차 half-band 필터로 이루어진 가분리 2차원 필터는 Burt가 제시한^[5,16] 정규화, 대칭성, 균등기여 등의 조건들을 만족한다는 것을 쉽게 알 수 있다.

본 논문에서 제안한 성능평가지수에 의하여 최적화된 필터를 구하기 위해서 이미 잘 알려진 Brent의 방법, Powell의 방법 등의 최적화 기법들을 이용

할 수도 있지만, 식 (11)에서 정의된 half-band 필터는 변수 1 개에 의해서 결정될 수 있기 때문에 시행착오(trial and error)에 의해서 구할 수 있다. 그림 3 에는 위에서 정의한 7 차 half-band 필터의 변수 a 의 변화에 따른 성능평가지수의 변화값을 그래프로 표시하였다. 이때 영상신호는 자기상관 계수가 0.95 인 가분리 1 차 Markov 신호로 가정하였다. 성능평가지수를 최소화하는 a 값을 식 (11)에 대입하면 최적 필터를 구할 수 있다. 그림 3 에서 보면 성능평가지수가 최소값이 될 때의 a 값은 0.292 가 된다.

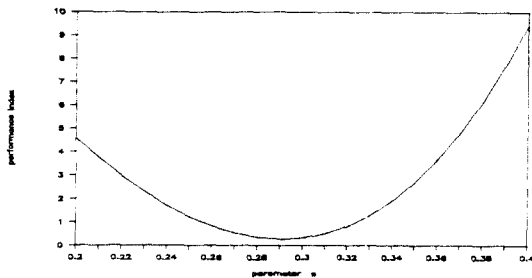


그림 3. Half-band 필터의 변수 a 의 변화에 따른 성능평가지수

Fig. 3. Dependence of the performance index on the parameter a.

Cubic Lagrange 필터와 cubic spline 필터 등은 선형 보간 필터와 cubic spline 필터의 중간 성능을 갖는 cubic convolution 필터의 함께 고전적인 보간 기법에서 이미 많이 사용되는 필터들이다. 이러한 필터들은 그 성능이 잘 알려져 있고, 실제로 많이 응용되고 있다.^{13,14,15)}

그러나 고전적인 보간 기법에 사용되는 필터들은 차수에 따라서 계수가 고정되기 때문에, 영상 신호 등과 같이 입력 신호들의 특성이 변할 경우 적용할 수 없는 단점을 가지고 있다. 반면에 본 논문에서 사용한 half-band 필터는 스펙트럼의 모델이 다른 입력 영상에 대해서 성능평가 지수가 달라지기 때문에 필터의 계수도 함께 변화시킬 수 있는 장점을 지니고 있다.

Ⅲ. 실험 결과 및 검토

먼저 영상 피라미드 구성에 사용할 수 있는 여러 가지 필터와 제안한 필터의 성능을 비교하였다. 간

촉 필터와 보간 필터는 반드시 같은 필요는 없지만 성능 비교를 위해서 간촉 필터와 보간 필터는 동일한 것으로 가정하였다. 실험에 사용된 입력 영상은 LENA (256×256×8 bits) 와 GIRL (256×256×8 bits) 영상이다.

표 1 에서 각 필터들을 사용했을 경우에 원영상과 간촉, 보간 과정을 거쳐 재생된 영상과의 PSNR 값과, 본 논문에서 제안한 성능평가지수를 비교하였다. Burt 의 5 차 필터에서 특정한 입력 영상(LENA)에 대해서 보간된 신호의 PSNR 값이 가장 큰 경우인 a=0.6 을 선택하였다. 제안한 최적 필터는 계산량이 많은 다른 필터들에 비해서 PSNR 값이 높게 나타나는 것을 알 수 있다. 그리고 각 보간신호들의 PSNR 값과 성능평가지수의 순서가 같기 때문에 제안한 성능평가 지수가 타당하다는 것을 알 수 있다.

표 1. 여러가지 필터에 따른 보간신호의 PSNR 과 성능평가지수

Table 1. Comparison of performance indices and PSNR of interpolated signal.

filter	PSNR(1)	PSNR(2)	차수(3)	성능평가지수
Ideal LPF	30.59	33.41		0.0000
32차 QMF	30.50	33.19	32(32)	0.1865
Burt, a=0.60	29.12	31.72	5(5)	0.7756
Cubic Lagrange	29.31	32.09	7(5)	0.2563
Cubic Spline	29.49	32.27	7(5)	0.2245
Merr et al.	26.65	29.35	11(7)	28.9942
proposed	29.57	32.36	7(5)	0.2119

주: (1) 입력영상 LENA (256×256×8bits)
 (2) 입력영상 GIRL (256×256×8bits)
 (3) 차수의 괄호 안의 숫자는 계산에 사용되는 계수의 수이다.

그림 4 에서 입력 영상과 여러가지 필터들에 의해서 간촉, 보간을 거쳐서 재생된 영상들을 보았다. 그림 4(c) 에서 알 수 있듯이 Burt 의 필터에 의해 재생된 영상은 사람의 인식과정에서 중요하다고 알려진 가장자리(edge) 부근에서 심한 왜곡이 발생하는 것을 볼 수 있다. 그리고 그림 4(d) 의 Merr 등이 제안한 최적 필터를 적용한 경우의 영상에서는 체크 무늬 형태의 잡음이 발생하는 것을 볼 수 있다. 그 이유는 Merr 등이 제안한 필터는 균등기여의 조건을 만족하지 못하기 때문이다. 균등기여의 조건을 만족

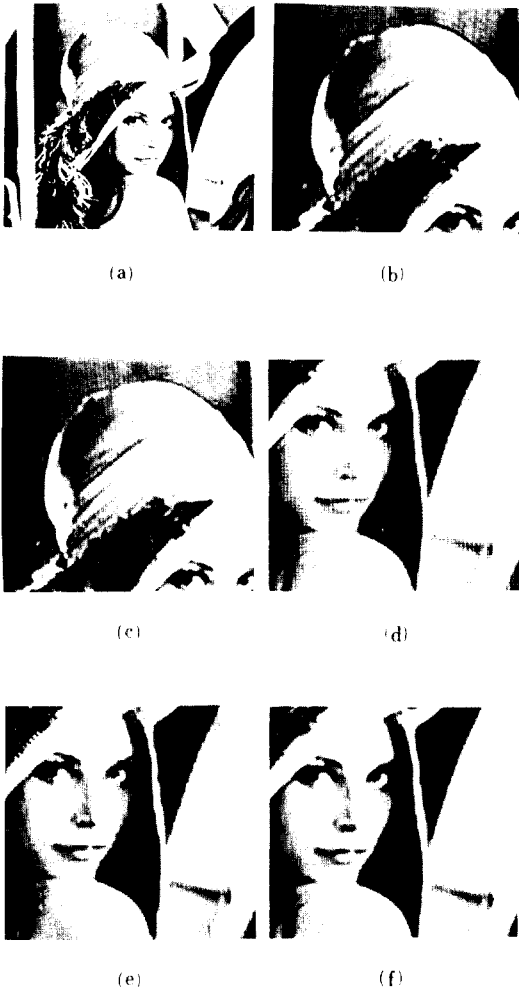


그림 4. (a) 원영상
 (b) ideal 저대역통과 필터에 의해 재생된 영상
 (c) 32차 QMF에 의해 재생된 영상
 (d) Merr의 최적필터에 의해 재생된 영상
 (e) Burt의 5 차 필터에 의해 재생된 영상
 (f) 본 논문에서 제안한 필터에 의해 재생된 영상

Fig. 4. (a) Original "LENA" image.
 (b) An image processed with the ideal low pass filter.
 (c) An image processed with the QMF order of 32.
 (d) An image processed with the optimal filter proposed by Merr et. al.
 (e) An image processed with Burt's filter order of 5.
 (f) An image processed with the proposed optimal filter.

하지 못하면 적류 성분에서 심한 중첩(aliasing) 이 발생한다. 영상 신호와 같이 적류성분이 강한 신호에 대해서 이러한 현상은 그림4(d)에서와 같은 치명적인 잡음을 초래한다. Merr 등이 제안한 필터는 다른 필터들에 비해서 계산량도 많고, 보간신호의 PSNR 값도 낮다(표 1 참조). 특히 화질이 상당히 나빠지기 때문에 시각적으로도 좋지 않다. Merr 등은 제안한 필터를 보간과정에도 적용할 수 있다고 하였으나 영상 신호의 보간에는 전혀 적합하지 않은 필터인 것을 쉽게 알 수 있다.

이상적인 저대역통과 필터에 의해서 재생된 영상과 상대적으로 차수가 높은 32차 QMF(quadrature mirror filter)에 의해서 재생된 영상은 높은 PSNR 값을 보이기는 하지만 Gibbs 현상이 나타나는 것을 볼 수 있다. Gibbs 현상은 그림 4의 (b)와 (c)에서 모자 부근에서 볼 수 있는 물결 부의 형태로 나타나는데 이것 역시 시각적으로 좋지 않은 현상이므로 이것은 실제로 사용될 때 커다란 장애요인의 하나로 작용할 수 있다.

반면에 본 논문에서 제안한 필터를 적용한 영상에서는 Burt의 필터를 적용한 경우보다 윤곽선이 분명해지는 것을 볼 수 있다. 또한 이상적인 저대역통과 필터나 QMF에서 볼 수 있었던 Gibbs 현상도 발생하지 않기 때문에 시각적으로 가장 좋은 영상을 얻을 수 있다.

라플라시안 피라미드 부호화에서는 각 층마다 간축, 보간 과정이 필요하기 때문에 앞에서 보았던 필터에 따른 영향이 각 층마다 나타난다. 따라서 입력 영상의 스펙트럼과 사용하는 간축, 보간 필터들의 성능에 따라서 부호화 해야 할 신호의 특성이 변한다. 표 2에서는 각 필터들을 사용했을 경우의 라플라시안 피라미드 부호화 시스템에서 발생하는 Laplace 신호들의 엔트로피를 비교하였다. 이때 부호화 해야 할 신호는 N층의 Gauss 신호와 모든 층의 Laplace 신호들이다. 그러나 N층의 Gauss 신호는 크기가 작아서 전체 전송정보율에 미치는 영향이 적기 때문에 대개는 8 비트 균일 양자기로 양자화한다.^[1] 따라서 전송정보율을 낮추기 위해서는 Laplace 신호를 효율적으로 부호화 해야 한다. Laplace 신호는 층이 낮을수록 전체 정보 전송율에 큰 영향을 주게 되므로 낮은 층, 특히 0 층의 신호에 가능하면 적은 수의 bit를 할당해야 한다. 실험에 사용된 GIRL 영상과 같이 고주파 성분이 상대적으로 적은 경우에는 상대적으로 고주파 성분이 많은 LENA에 비해서 0 층의 Laplace 신호가 제외되더라도 재생 영상의 화질이 크게 나빠지지 않는다. 엔트로피 부호화기법

표 2. 여러가지 필터에 따른 Laplace 신호의 엔트로피

Table 2. Dependence of entropy of Laplacian signals on various filters.

filter	입력영상 (LENNA)			입력영상 (GIRL)		
	0층 (256)	1층 (128)	2층 (64)	0층 (256)	1층 (128)	2층 (64)
ideal LPF	4.3756	5.1718	5.7960	4.0438	4.5854	5.3068
32차 QMF	4.3022	5.0974	5.7734	4.0340	4.5170	5.2744
Burt, $\alpha=0.6$	4.3221	4.9566	5.6690	4.1238	4.5129	5.1895
cubic Lagrange	4.3018	4.8422	5.5656	4.1168	4.3674	5.0688
cubic spline	4.2919	4.8633	5.5915	4.1008	4.3785	5.1069
Merr et al.	5.4216	5.7033	5.9222	4.9398	5.2000	5.4712
proposed	4.2949	4.8869	5.6140	4.0945	4.3944	5.1464

을 사용할 경우,¹⁵⁾ 부호화 할 신호의 엔트로피가 작을수록 유리하다. 표 2에서 보면 제안한 필터와 cubic spline 필터, cubic Lagrange 필터 등의 half-band 필터들이 Burt나 Merr 등이 제안한 필터들에 비해서 entropy가 낮은 것을 알 수 있다.

공간 평면에서 엔트로피 부호화 기법을 사용하면 어느 정도 효율적인 데이터 감축 효과를 얻을 수 있으나 부호의 길이가 변하기 때문에 실제로 응용될 때 까다로운 버퍼 제어(buffer control)와 동기화(synchronization) 등이 문제점으로 지적되고 있다.¹⁶⁾ 한편 영상 부호화 분야에서 많이 사용되는 기법 중의 하나로 변환 부호화 기법이 있다.¹⁷⁾ 이것은 변화 평면에서 부호화를 행하는 기법으로 공간 평면에서의 중복성(redundancy)을 제거한 후에 부호화를 수행하기 때문에 비교적 높은 감축율을 얻을 수 있을 뿐 아니라 부호의 길이가 고정되는 잇점도 있다. 이러한 변환 부호화 기법 가운데 가장 대표적인 기법으로 DCT(discrete cosine transform)를 들 수 있다.

그림 5에서는 입력 영상을 LENNA (256×256×8 bits)로 했을 때의 0층의 Laplace 신호에 부분력(sub block)의 크기가 16×16인 DCT를 적용한 후 DCT 영역에서의 에너지 집중(energy packing)¹⁸⁾ 정도를 비교하였다. 즉 DCT 변환된 영상에서 각 계수들의 에너지의 ensemble 평균값을 크기 순서로 정렬한 후 누적치를 표시하였다. 그림에서 가로 축은 부분력에서의 변화 계수의 숫자를 의미하고, 세로 축은 각 변화 계수가 부분력에서 차지하는 누적 에너지의 백분율을 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 제

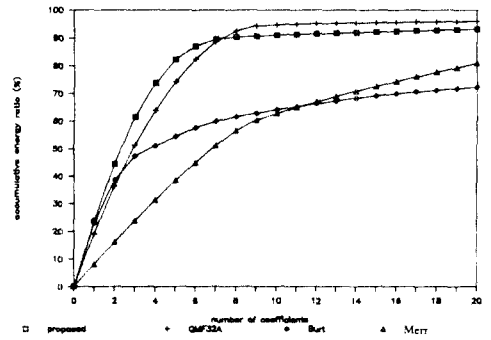


그림 5. 0층 Laplacian 신호의 DCT 영역에서의 에너지 집중비교

Fig. 5. Comparison of energy compaction effect of 0th stage Laplacian signal in DCT domain.

안한 필터는 차수가 가장 큰 32차 QMF와 비슷한 성능을 나타내고 있다. 또한 제안한 Burt나 Merr의 필터에 비해서 에너지 집중 효율이 월등히 좋은 것을 알 수 있다. 이 사실은 제안한 필터가 계산량에 비해서 주파수 영역에서 원하는 주파수의 신호들을 비교적 잘 분리하며, 변환 부호화 기법을 사용할 경우 부호화하기에 유리한 신호를 만들 수 있다는 것을 의미한다. 이에 대한 연구 결과는 차후에 밝히기로 한다.

본 논문에서는 일반적인 영상을 1차 Markov process로 가정하고 이에 적합한 모델을 고려하였기 때문에, 본 논문에서 정의한 성능 평가지수는 입력영상의 스펙트럼의 특성이 크게 바뀌지 않는 한 일반적인 영상에 대해서 정확한 성능 평가 기준이 될 수 있으리라 생각된다. 또한 스펙트럼의 특성이 아주 다른 영상에 대해서는 새로운 모델에 의한 가중치를 고려하여 최적화할 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 영상 피라미드의 구성 과정을 간축, 보간 과정으로 해석하고, 간축, 보간 필터에 적합한 FIR 필터의 성능평가지수로 원하는 보간 신호와 실제 보간 신호 사이의 주파수 가중 평균 자승 오차의 최대값을 최소화하는 성능평가지수를 정의하였다.

영상 피라미드 구성 시스템의 성능은 간축, 보간 필터에 의해서 크게 좌우된다. 또한 필터의 성능은 입력영상의 특성에 따라서 많은 차이를 보인다. 따라서 최적 필터는 입력 영상의 특성에 따라 달라져야 한다. 본 논문에서는 일반적인 입력신호의 스펙

트럼 모델을 1차 Markov 신호의 periodogram 으로부터 구하여 이를 성능평가지수에 이용하였다.

또한 필터의 성능과 계산량을 고려하여 본 논문에서 제시한 성능평가 지수에 의해서 최적화된 half-band 필터를 제안하였다. 제안한 최적 half-band 필터는 계산량에 대해서 우수한 성능을 보였으며, 계산량이 같은 Burt의 5차 필터에 대해서 설명한 성능을 재현하는 것으로 나타났다. 또한 고전적인 보간 기법에 많이 사용되고 있는 깊은 차수의 cubic Lagrange 필터나 cubic spline 필터에 비해서도 약간 우수한 성능을 보이는 것을 알 수 있었다.

부 록

그림 2에서 간격, 보간을 거쳐 복원된 신호는 다음과 같은 식으로 표시할 수 있다.

$$\hat{X}(e^u, e^v) = H_0(e^u, e^v) \left\{ \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 H_a(e^{u-m\pi}, e^{v-n\pi}) X(e^{u+m\pi}, e^{v+n\pi}) \right\} \quad (A1)$$

$h_a(m, n)$, $h_b(m, n)$ 이 각각 식 (1a), (1b)와 같은 가분리 필터라고 가정하자. 그리고 $h_1(m, n)$, $h_2(m, n)$ 이 각각 N차 대칭, 직형 FIR 필터라고 가정하면

$$H_i(e^{j\omega}) = e^{j(N-1)\omega/2} M_i(\omega), \quad i=1,2 \quad (A2)$$

와 같이 표시할 수 있다.

이때 이상적인 저대역통과 필터를 사용했을 때의 원하는 보간신호 $X_d(e^u, e^v)$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$X_d(e^u, e^v) = \begin{cases} e^{j(N-1)u/2} X(e^u, e^v), & 0 \leq |u|, |v| < \pi/2 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (A3)$$

또한

$$H_i(e^{j(\omega-\pi)}) = e^{j(N-1)(\omega-\pi)/2} M_i(\omega-\pi) e^{j(N-1)\pi/2}, \quad i=1,2 \quad (A4)$$

이므로 식(A1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{X}(e^u, e^v) = e^{j(N-1)u/2} \left\{ M_2(u) M_2(v) \left[\sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 M_1(u-m\pi) M_1(v-n\pi) X(e^{u+m\pi}, e^{v+n\pi}) \right] + e^{j(N-1)(m+n)\pi/2} \right\} \quad (A5)$$

여기에서

$$X(e^u, e^v) = M_x(u, v) e^{j(N-1)u/2}, \quad M_x(u, v) \text{는 실수} \quad (A6)$$

라 표시하면,

$$\begin{aligned} e^{j(N-1)u/2} \hat{X}(e^u, e^v) &= M_2(u) M_2(v) \left\{ \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 M_1(u-m\pi) M_1(v-n\pi) M_x(e^{u+m\pi}, e^{v+n\pi}) e^{j(N-1)(m+n)\pi/2} \right\} \quad (A7) \end{aligned}$$

(2)식의 양변에 푸리에 변환을 취하면 다음의 식이 된다.

$$E(e^u, e^v) = X_d(e^u, e^v) \hat{X}(e^u, e^v) \quad (A8)$$

이제 위식을 주파수 구간별로 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} 0 \leq |u| < \pi/2, \quad 0 \leq |v| < \pi/2 \text{ 일때} \\ e^{j(N-1)u/2} E(e^u, e^v) &= e^{j(N-1)u/2} M_2(u) M_2(v) \left\{ \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 M_1(u-m\pi) M_1(v-n\pi) M_x(e^{u+m\pi}, e^{v+n\pi}) e^{j(N-1)(m+n)\pi/2} \right\} M_x(u, v) e^{j(N-1)u/2} \quad (A9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi/2 \leq |u| < \pi/2 \text{ or } \pi/2 \leq |v| < \pi \text{ 일때} \\ e^{j(N-1)u/2} E(e^u, e^v) &= M_2(u) M_2(v) \left\{ \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 M_1(u-m\pi) M_1(v-n\pi) M_x(e^{u+m\pi}, e^{v+n\pi}) e^{j(N-1)(m+n)\pi/2} \right\} \quad (A10) \end{aligned}$$

본문의 식 (5)에서

$$|E(e^u, e^v)|^2 = E(e^u, e^v) E^*(e^u, e^v) \quad (A11)$$

의 최대값을 구해보면

$$\begin{aligned} 0 \leq |u| < \pi/2, \quad 0 \leq |v| < \pi/2 \text{ 일때} \\ |E(e^u, e^v)| &\leq \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 \left[|M_2(u) M_2(v) \delta(m, n)| |M_1(u-m\pi) M_1(v-n\pi) M_x(u-m\pi, v-n\pi)| \right] \quad (A12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } \delta(m, n) &= \begin{cases} 1, & m=0 \text{ and } n=0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \\ \pi/2 \leq |u| < \pi/2 \text{ or } \pi/2 \leq |v| < \pi \text{ 일때} \\ |E(e^u, e^v)| &\leq \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 |M_2(u) M_2(v) M_1(u-m\pi) M_1(v-n\pi) M_x(u-m\pi, v-n\pi)| \quad (A13) \end{aligned}$$

여기에서 $x(m, n)$ 과 $h_1(n)$, $h_2(n)$ 은 모두 실수이므로 식 (4)는 다음과 같다.

$$E = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi |E(e^{ju}, e^{jv})|^2 du dv \quad (A14)$$

따라서 E의 최대값은 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

參 考 文 獻

- [1] S. Tanimoto and T. Pavlidis, "A hierarchical data structure for picture processing," *Computer, Graphics, Image Processing*, vol. 4, pp. 104-119, 1975.
- [2] P.J. Burt, "Tree and pyramid structures for coding hexagonally sampled binary images," *Computer, Graphics, Image Processing*, vol. 14, pp. 271-280, 1980.
- [3] T.H. Hong and A. Rosenfeld, "Compact region extraction using weighted pixel linking in a pyramid," *IEEE Trans. on PAMI*, vol. PAMI-6, no. 2, pp. 222-229, Mar. 1984.
- [4] T.H. Hong and M. Shneier, "Extracting compact objects using linked pyramids," *IEEE Trans. on PAMI*, vol. PAMI-6, no. 2, pp. 229-237, Mar. 1984.
- [5] P.J. Burt and E.H. Adelson, "The Laplacian pyramid as a compact image code," *IEEE Trans. on Communications*, vol. COM-31, no. 4, pp. 532-540, Apr. 1983.
- [6] J.W. Woods and S.D.O'Neil, "Subband coding of images," *IEEE Trans. on Acoust., Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-34, pp. 1278-1288, Oct. 1986.
- [7] M. Vetterli, "Multi-dimensional sub-band coding: Some theory and algorithms," *Signal Processing*, vol. 6, pp. 97-112, 1984.
- [8] P.P. Vaidyanathan, "Quadrature mirror filter banks, M-band extension and perfect reconstruction techniques," *IEEE ASSP Magazine*, pp. 4-20, July 1987.
- [9] C.H. Chen, "Laplacian pyramid image data compression," *IEEE Proc. ICASSP-87* vol. 2, pp. 737-739, Apr. 1987
- [10] A. Tran, et al., "An efficient pyramid image coding system," *IEEE Proc. ICASSP-87* vol. 2, pp. 744-747, Apr. 1987.
- [11] P. Merr, E.S. Baugher, and A. Rosenfeld, "Frequency domain analysis and synthesis of image pyramid generating kernels," *IEEE Trans. PAMI*, vol. PAMI-9, no.4, pp. 512-522, July 1987.
- [12] R.E. Crochiere and L.R. Rabiner, *Multirate Digital Signal Processing* Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1983.
- [13] A. Sanz, C. Munoz, and N. Garcia, "Approximation quality improvement techniques in progressive image transmission," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. SAC-2, no.2, pp. 359-373, Mar. 1984.
- [14] H.S. Hou and H.C. Andrews, "Cubic splines for image interpolation and digital filtering," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-26, pp. 508-517, Dec. 1978.
- [15] R.G. Keys, "Cubic convolution interpolation for digital image processing," *IEEE Trans. on Acoust., Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-29, pp. 1153-1160, Dec. 1981.
- [16] P.J. Burt, "Fast filter transforms for image processing," *Computer, Graphics, Image Processing*, vol. 16, pp. 20-51, 1981.
- [17] T.W. Parks and C.S. Burrus, *Digital Filter Design*, John Wiley and Sons Inc., 1987.
- [18] N.S. Jayant and P. Noll, *Digital Coding of Waveforms*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1984.
- [19] R.J. Clarke, *Transform Coding of Images*, Academic Press Inc., London 1985. *

著 者 紹 介



朴 涉 亨(正會員)

1961年 9月 21日生. 1984年 2月 서울대학교 제어계측공학과 졸업. 1986年 2月 서울대학교 대학원 제어계측공학과 석사학위 취득. 1986年 3月~현재 서울대학교 대학원 제어계측공학과 박사과정 재학중.

주관심분야는 디지털 신호처리등임.



李 商 郁(正會員)

1949年 8月 11日生. 1973年 2月 서울대학교 전기공학과 졸업. 1980年 1月 University of Southern California 전기공학과 졸업(Ph.D) 현재 서울대학교 제어계측 공학과 부교수.

주관심분야는 디지털 신호처리등임.
