

解析技法에 따른 四邊形網의 正確度解析에 關한 研究 A study on the Accuracy Analysis of Quadrilateral Nets by Analytical Methods

姜 準 默* 李 鎭 德**
Kang Joon-Mook Lee Chin-Duk
韓 承 熙*** 李 鎔 昌****
Han Seung-Hee Lee Yong-Chang

要 旨

本 研究는 最小自乘法를 基礎로 角과 距離 觀測要素를 組合시켜 同時 調整하는 結合調整技法의 解析理論을 정립하고 이를 삼각측량 삼변측량 獨立 調整技法과 比較하여 그의 特性을 考察하는데 目的이 있다. 角과 距離의 標準誤차를 減少시킴에 따라, 誤差分布의 比率은 삼각측량, 삼변측량 技法이 各各 39.8%, 33.9% 程度의 誤차를 나타낸 반면, 組合調整(combination adjustment) 技法은 26.3%로, 낮은 비율로 나타나므로 組合技法이 보다 優越함을 알 수 있었다. 測定要素의 標準誤차를 獨立의으로 各各 考慮한 경우, 幾何學的 標準誤차의 減少率은 各 技法이 多樣한 變化를 나타내었으나, 同時에 考慮한 경우는 삼각측량 75.5%, 삼변측량 74.1%, 組合技法 69.2%의 減少率을 나타내었다. Weight Factor를 增加시킴에 따라, 삼각측량 技法은 精度가 向上되었으나, 삼변측량 技法은 減少되므로, 均衡있는 Weight Factor의 決定은 重要한 意味를 가지며 理想的인 Weight-Factor를 決定한다면, combination 解析技法은 보다 正確한 解析技法으로 그 活用이 期待된다.

ABSTRACT

The objective of this paper is to study the characteristics of combination method to correct both angle and distance errors simultaneously based on the least square adjustment methods. Changing the standard errors of distance and angle, the simulation errors of triangulation, trilateration, and combination result in some 39.8%, 33.9%, and 26.3% respectively. As the above, combination method shows more consistent accuracy than other methods. When considering the weight factor about error elements with independence, the diminishing rate of simulated average standard error represents a various change in each method. But considering them simultaneously, it shows a remarkable rate of diminishing 75.5%, 74.1%, and 69.2% in each method. And also, by growing the weight factor, accuracy of triangulation method is growing, whereas that of trilateration is diminishing. Therefore, determining the reasonable weight factors of distance and angle errors simultaneously in the analytical combination method, this method is expected to be one of more accurate and more effective methods for determining horizontal positions on the earth.

1. 序 論

1981년부터 1985년까지 精密測量에 의해 大 韓民國 經緯度 原點이 확정됨에 따라 既設의 測

地網 調査, 分析 및 보다 理想的인 調整技法의 開發은 重要한 意味를 가지고 있다.¹⁾ 그동안 氣象要因을 補正할 수 있는 精密 E. D. M의 出現에 따라 삼변측량 技法이 종래의 삼각측량 技法에 비해, 經濟的이며, 正確度 面에서 優越하리라는 期待下에 여러가지 調整解析 技法의 研究가 進行되고 있으나,⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾⁸⁾⁹⁾¹¹⁾ 아직 大量의 測點을 同時에 調整함에는 많은 어려움이 뒤따

* 忠南大學校 工科大學 副教授
** 忠南大學校 大學院 博士課程
*** 忠南大學校 大學院 博士課程
**** 忠南大學校 大學院 碩士課程

르고 있다.

이에, 本 研究에서는 最近, 實際 現場에서 많이 利用되고 있고, 精度가 優首한 四邊形 網을 모형으로 選定하여 經緯의 精密 E. D. M 으로 實驗을 실시하였고, 三角, 三邊의 獨立 調整技法 뿐만 아니라, 角과 距離의 觀測要素를 적절히 組合시켜 同時調整하는 組合調整의 알고리즘을 訂立하고 測定要素의 標準誤差 및 weight factor의 變化에 따른 삼각, 삼변, 組合技法의 特性을 比較하여 組合 調整技法의 優越性 및 適用 妥當性을 제시하였다. 또한 weight factor의 增減에 따른 삼각과 삼변技法의 殘差 變化樣相을 分析하고, 組合調整技法에 適切한 weight factor의 選定에 대한 重要性도 考察하여, 실제 현장에 적용은 물론, 나가 國家의 精密 測地網 設定에 寄與코자 함에 그 目的이 있다.

2. 組合調整에 의한 四邊形 網의 解析 理論

觀測方程式에 最小二乗技法을 適用시켜 剩餘 觀測數를 考慮한 基本 條件方程式을 構成하면 다음과 같다. 1)2)10)

$$\begin{aligned} v_1 + b_{11}\delta_1 + b_{12}\delta_2 + \dots + b_{1n}\delta_n &= f_1 \\ &\vdots \\ v_n + b_{n1}\delta_1 + b_{n2}\delta_2 + \dots + b_{nn}\delta_n &= f_n \end{aligned} \quad (2-1)$$

式(2-1)을 行列로 바꾸면 다음과 같다.

$$[V] + [B][\Delta] = [f] \quad (2-2)$$

여기서, [V]; 角 距離에 대한 殘差행렬

[B]; 係數 b_i 의 NXU 행렬

[\Delta]; 未知數의 補正 Vector (δ_i)

$$[f] = [c] - [o] \quad (2-3)$$

여기서, [f]; 條件 方程式 構成을 爲한 常數 項目 Vector

[c]; 數值 常數 Vector

[o]; 觀測 Vector

條件方程式 F_i 를 $b_{ij} = \partial F_i / \partial \delta_j$ 關係로부터 線形 化시켜, 係數 行렬 [B]를 얻는다.

式 (2-1), (2-2)의 一般解는 다음과 같다.

$$([B]^T[W][B])[\Delta] = [B]^T[W][f] \quad (2-4)$$

여기서, $[B]^T$; [B]의 傳置행렬

[W]; 經重率행렬

$$[N] = [B]^T[W][B] \quad (2-5)$$

$$[t] = [B]^T[W][f] \quad (2-6)$$

式 (2-5), (2-6)을 利用하여 式 (2-4)를 變形 하면 다음과 같다.

$$[N][\Delta] = [t] \quad (2-7)$$

$$[\Delta] = [N]^{-1}[t] \quad (2-8)$$

計算된 補正量을 代數的으로 大略座標에 더하고 補正值가 임의 設定된 값 이하가 될 때까지 반복 計算한다. 本 研究에서는 許用 限度를 0.1m로 選定하였다. 아래의 四邊形 網에 最小 二乗 調整理論을 適用시켜, 5個의 條件式과 9個의 剩餘 觀測數, 總 14個의 基本 方程式을 構成하면 다음과 같다.

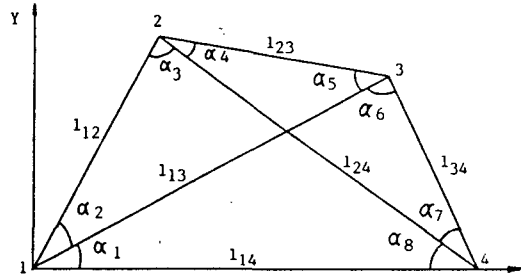


Fig. 1 Angle-distance combination equation. x

$$F_1 = \alpha_1 - (\pi/2) + \tan^{-1}\{(x_3 - x_1)/(y_3 - y_1)\} = 0 \quad (2-9a)$$

$$F_2 = \alpha_2 - \tan^{-1}\{(x_3 - x_1)/(y_3 - y_1)\} + \tan^{-1}\{(x_2 - x_1)/(y_2 - y_1)\} = 0 \quad (2-9b)$$

$$F_3 = \alpha_3 - \tan^{-1}\{(x_1 - x_2)/(y_1 - y_2)\} + \tan^{-1}\{(x_4 - x_2)/(y_4 - y_2)\} = 0 \quad (2-9c)$$

$$F_4 = \alpha_4 - \tan^{-1}\{(x_4 - x_2)/(y_4 - y_2)\} + \tan^{-1}\{(x_3 - x_2)/(y_3 - y_2)\} = 0 \quad (2-9d)$$

$$F_5 = \alpha_5 - \tan^{-1}\{(x_2 - x_3)/(y_2 - y_3)\} + \tan^{-1}\{(x_1 - x_3)/(y_1 - y_3)\} = 0 \quad (2-9e)$$

$$F_6 = \alpha_6 - \tan^{-1}\{(x_1 - x_3)/(y_1 - y_3)\} + \tan^{-1}\{(x_4 - x_3)/(y_4 - y_3)\} = 0 \quad (2-9f)$$

$$F_7 = \alpha_7 - \tan^{-1}\{(x_3 - x_4)/(y_3 - y_4)\} + \tan^{-1}\{(x_2 - x_4)/(y_2 - y_4)\} = 0 \quad (2-9g)$$

$$F_8 = \alpha_8 - \tan^{-1}\{(x_2 - x_4)/(y_2 - y_4)\} + 3\pi/2 = 0 \quad (2-9h)$$

$$F_9 = l_{12} - \{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\}^{1/2} = 0 \quad (2-9i)$$

$$F_{10} = l_{13} - \{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2\}^{1/2} = 0$$

$$F_{11}=l_{14} - \{(x_4-x_1)^2 + (y_4-y_1)^2\}^{1/2}=0 \quad (2-9j)$$

$$(2-9k)$$

$$F_{12}=l_{23} - \{(x_3-x_2)^2 + (y_3-y_2)^2\}^{1/2}=0 \quad (2-9l)$$

$$F_{13}=l_{34} - \{(x_4-x_3)^2 + (y_4-y_3)^2\}^{1/2}=0 \quad (2-9m)$$

$$F_{14}=l_{24} - \{(x_4-x_2)^2 + (y_4-y_2)^2\}^{1/2}=0$$

$$(2-9n)$$

Taylor's series 를 利用하여 $b_{ij}=\partial F_i/\partial U_j$ 관
계로부터 위 式을 線形化시켜 14×5 [B] 행렬을
얻고, 距離함수 정의를 利用하여 最終 座標值로
부터 常數項目 Vector [C]를 구한다.

$$\text{여기서, } [U]=[x_2, y_2, x_3, y_3, y_4]^T \quad (2-10)$$

$$\tan^{-1} \text{ 함수 } H_{ij}=\tan^{-1}\{(x_i-x_j)/(y_j-y_i)\}$$

$$[B]= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{y_3}{L^2_{13}} & \frac{-x_3}{L^2_{13}} & 0 \\ \frac{y_2}{L^2_{13}} & \frac{-x_2}{L^2_{12}} & -b_{13} & -b_{14} & 0 \\ \frac{-y_2}{L^2_{12}} + \frac{y_2}{L^2_{24}} & \frac{x_2}{L^2_{12}} + \frac{x_4-x_2}{L^2_{24}} & 0 & 0 & \frac{-y_2}{L^2_{24}} \\ \frac{-y_2}{L^2_{24}} + \frac{y_2-y_3}{L^2_{23}} & \frac{x_4-x_2}{L^2_{24}} + \frac{x_3-x_2}{L^2_{23}} & \frac{y_3-y_2}{L^2_{23}} & \frac{x_2-x_3}{L^2_{23}} & -b_{35} \\ b_{43} & b_{44} & \frac{y_2-y_3}{L^2_{23}} + \frac{y_3}{L^2_{13}} & \frac{x_3-x_2}{L^2_{23}} - \frac{x_3}{L^2_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-y_3}{L^2_{13}} + \frac{y_3}{L^2_{34}} & \frac{x_3}{L^2_{13}} + \frac{x_4-x_3}{L^2_{34}} & \frac{-y_3}{L^2_{34}} \\ -b_{35} & \frac{x_4-x_2}{L^2_{24}} & b_{65} & \frac{x_3-x_4}{L^2_{34}} & \frac{y_3}{L^2_{34}} - \frac{y_2}{L^2_{24}} \\ b_{35} & \frac{x_2-x_4}{L^2_{24}} & 0 & 0 & -b_{35} \\ \frac{-x_2}{L_{12}} & \frac{-y_2}{L_{12}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-x_3}{L_{13}} & \frac{-y_3}{L_{14}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \frac{x_3-x_2}{L_{23}} & \frac{y_3-y_2}{L_{23}} & -b_{121} & -b_{122} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{x_4-x_3}{L_{34}} & \frac{-y_3}{L_{34}} & -b_{133} \\ \frac{x_4-x_2}{L_{24}} & \frac{-y_2}{L_{24}} & 0 & 0 & -b_{141} \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

$$[C]=$$

$$\begin{bmatrix} \cos^{-1}\{(L^2_{13}+L^2_{14}-L^2_{34})/(2L_{13}L_{14})\} \\ \cos^{-1}\{(L^2_{12}+L^2_{13}-L^2_{23})/(2L_{12}L_{13})\} \\ \cos^{-1}\{(L^2_{12}+L^2_{24}-L^2_{14})/(2L_{12}L_{24})\} \\ \cos^{-1}\{(L^2_{23}+L^2_{24}-L^2_{34})/(2L_{13}L_{24})\} \\ \cos^{-1}\{(L^2_{13}+L^2_{23}-L^2_{12})/(2L_{13}L_{23})\} \\ \cos^{-1}\{(L^2_{13}+L^2_{34}-L^2_{14})/(2L_{13}L_{34})\} \\ \cos^{-1}\{(L^2_{24}+L^2_{34}-L^2_{23})/(2L_{24}L_{34})\} \\ \cos^{-1}\{(L^2_{14}+L^2_{24}-L^2_{12})/(2L_{14}L_{24})\} \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

$$\begin{bmatrix} L_{12} \\ L_{13} \\ L_{14} \\ L_{23} \\ L_{34} \\ L_{24} \end{bmatrix}$$

$$\text{距離함수 } L_{ij}=\{(x_i-x_j)^2 + (y_i-y_j)^2\}^{1/2}$$

初期 座標值 X_2, Y_2, X_3, Y_3, X_4 는 다음과 같다.

$$x_2=l_{12}\cos(\alpha_1+\alpha_2) \quad (2-13a)$$

$$y_2 = l_{12} \sin(\alpha_1 + \alpha_2) \quad (2-13b)$$

$$x_3 = l_{13} \cos \alpha_1 \quad (2-13c)$$

$$y_3 = l_{13} \sin \alpha_1 \quad (2-13d)$$

$$x_4 = l_{14} \quad (2-13e)$$

앞선 식 (2-3), (2-5), (2-6)을 계산하고 식 (2-8)의 補正値를 구한다.

3. 實 驗

本 研究에선 아래와 같은 四邊形 測地網을 特定모형으로 選定하여 大田 近郊의 大德 究研團地와 大田市를 延結하는 約 360M 幅의 甲川 流域을 實驗 場所로 定하고, 大德橋 上流 兩쪽 堤防에 調整測點 4 個를 測設하여 測地網을 形成하였다. 座標軸은 A 測點를 原點으로 座標値를 (10,000, 10,000)으로 假定하였고 測線 AD를 X軸으로, 그 直角 方面를 Y軸으로 設定하였다.

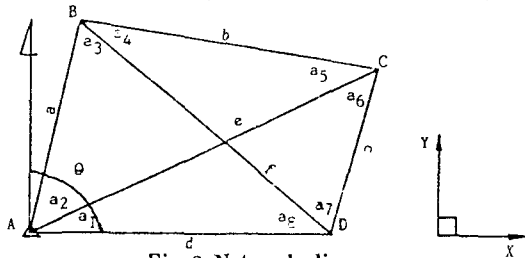


Fig. 2 Network diagram

方位角은 $\theta = 90^\circ - 00' - 00''$ 로 假定하였고, 角觀測은 1"讀 경위의 使用하여, 各 測點別로 單角, 2 倍角으로 各各 2 回 觀測하고 算術平均에

Table 1. Measured angles & distance by 1" Theodolite & E.D.M

ANGLE NO.	ANGLE	LINE	DISTANCE
a1	26-51-23.8	1-2	279.865
a2	51-87-18.4	2-3	436.203
a3	66-36-50.3	3-4	252.418
a4	31-34-08.6	4-1	448.890
a5	30-11-47.1	1-3	550.767
a6	53-27-26.0	2-4	479.209
a7	64-46-43.5	B. L	448.890
a8	34-54-28.1	Azimuth θ	90-00-00

의해 最確 角度를 決定하였다. E. D. M (ABS 5 mm + 5ppm mean square error)에 의한 距離觀測은 測定에 앞서, 實驗 당시의 氣象要因을 補正하기 위해, 溫度와 壓力을 測定하여 入力하고, Monitor 상의 測線 觀測値는 移設한 各 測點에서 E. D. M 下部에 設置된 10"讀 transit를 利用하여 觀測한 鉛直角을 入力하여 自動 10 回 算術平均한 값을 出力하도록 하였다. 離測된 角 距離의 測定 結果는 Table 1 과 같다.

위의 觀測値를 利用하여 구한 各 測點의 初期 座標値는 <Table 2>와 같다.

Table 2. Initial coordinate from initial angle & distance.

angleNo.	COORD. X-COORD. (m)	Y-COORD. (m)
1	10000.000	10000.000
2	10055.893	10274.233
3	10491.365	10248.832
4	10448.890	10000.000

4. 結果의 比較分析

삼각, 삼변獨立 調整法 및 組合技法의 效用性 및 信賴度를 檢討하기 위해 E. D. M 의 상수와 p. p. m, 그리고 角과 方位角 및 基準點이 內包하는 標準誤差를 變化시켜 가면서 weight factor의 變化에 따른 simulation 誤差를 比較 分析하였다. 最小二乘法에서 正規方程式의 解는 Cholesky 方法을 適用하여 반복 計算을 거쳐 測點의 最終 座標 및 그에 대한 標準誤差와 誤差橢圓 要素를 얻었고, 아울러 角과 距離의 最確値와 殘差 및 標準誤差를 얻었으며 各 測線의 方位를 얻었다.³⁾ 3 個 測點에 대한 幾何學的 標準誤差와 實驗的 誤差의 關係는 $S = \sigma_0 \sqrt{Q_{XX}}$ 에 의해 解析된다. 여기서 S는 實驗에 의한 標準誤차이며 $\sqrt{Q_{XX}}$ 는 幾何學的 誤差를 의미한다.³⁾ 各 測點의 2次元 座標에 대한 simulation 標準 測差는 三角 AX, AY, 三邊 LX, LY, 組合 CX, CY로 各各 表記하였다. 또한 組合技法에서 weight-factor 를 $(1, 2, 5 \times 10^n, n=1, \dots, 9)$ 단계

로 점차 변화시키면서 角과 距離의 殘差계급합의 變化 樣相을 토대로 測定要因의 誤差를 全般的으로 考慮할 수 있는 weight-factor의 選定을 모색하였다.

(1) 測定要素에 따른 Simulation 標準誤差比較

1) E. D. M의 상수 誤差

距離 ST. E(standard error)의 變化에 대한 simulation 標準誤差的 平均값을 調整技法 別로 나타내면 Table 3과 같고, 이 결과를 Fig. 4-1에 圖示하였다. Fig. 3에서 距離 ST. E가 減少됨에 따라 AX, AY, LX, LY, CX, CY가 현저히 감소되며, 誤差 減少率 面에서 三邊의 경우, 他技法에 比해서 큰 減少率을 나타내므로 距離의 正確度와 三邊 技法間의 眞實성을 알 수 있었다.

Table 3. Simulated average standard error vs. change of distance standard error(constant) on each methods. (mm)

Dist. St. E (mm) (Constant)	Trilateration		Triangulation		Combination	
	LX	LY	AX	AY	CX	CY
5mm	7.67	6.34	6.84	6.29	4.21	3.78
4mm	6.61	5.47	6.52	5.91	3.91	3.58
3mm	5.57	4.61	5.58	5.59	3.59	3.22
2mm	4.62	3.46	4.94	3.47	3.26	2.78
1mm	3.70	2.56	4.33	3.87	2.83	2.27

(Constant=5ppm, Angle St. E=3.0sec, Azimuth St. E=0.1sec Control Point St. E=0.001M 0.001M)

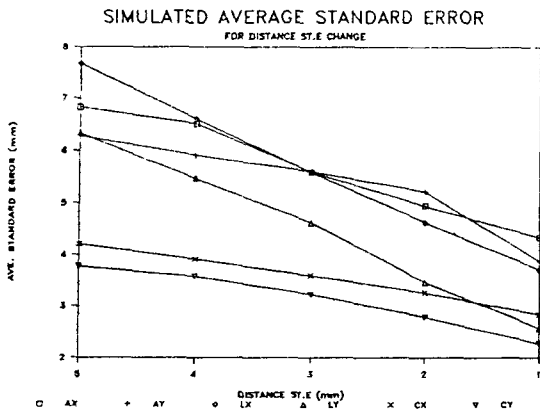


Fig. 3 Line-variation of simulated average standard error vs. change of distance standard error (constant).

距離의 標準誤差를 5mm에서 1mm로 變化시키기에 따라 三角 39.8%, 三邊 35.3% 程度의 誤差를 나타낸 반면, 組合 技法은 25.4%로 三邊이 triangulation보다 6%, 組合은 trilateration에 비해 18%의 正確度 向上을 나타내는 것으로 보아, 組合 技法의 優越性을 알 수 있었다.

2) E. D. M의 p. p. m 誤差

各 경우에 있어서 p. p. m 誤差的 變化에 대한 調整技法別 simulation 平均誤差는 Table 4와 같고, 이 결과를 Fig. 4에 圖示하였다.

Table 4. Simulated average standard error vs. change of distance standard error(ppm) on each methods. (mm)

Dist. St. E (ppm)	Trilateration		Triangulation		Combination	
	LX	LY	AX	AY	CX	CY
5ppm	7.66	6.34	6.84	6.29	4.21	3.78
4ppm	7.16	6.14	6.55	6.07	4.09	3.76
3ppm	6.70	5.95	6.26	5.96	3.97	3.59
2ppm	6.21	5.51	5.98	5.80	3.79	3.56
1ppm	5.73	5.26	5.69	5.59	3.67	3.40

(Dist. St. E=5mm, Control. St. E=0.001M 0.001M Angle St. E=3sec, Azimuth St. E=0.1sec)

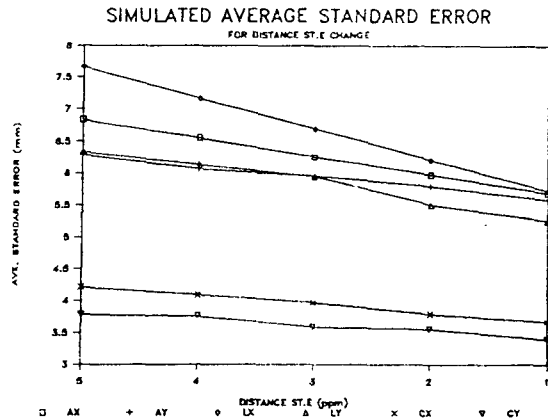


Fig. 4 Line-variation of simulated average standard error vs. change of distance standard error (ppm).

Fig. 4에서 p. p. m이 減少됨에 따라, 단계별 誤差 減少는 상수 경우에 비해 훨씬 작게 나타났지만, p. p. m의 標準誤差를 5 p. p. m에서 1 p. p. m으로 變化시킨 경우에서도 三角 38.0%,

三邊 38.7% 程度의 誤差를 나타낸 반면, 組合技法의 경우 23.5%로 組合技法이 他 技法에 비해 매우 優越함을 알 수 있었다.

3) 角 標準誤差

Table 5와 Fig. 5는 各 경우에 있어서, 角 ST.E의 變化에 대한 simulation ST.E의 平均값을 調整 技法別로 나타낸 것이다.

Table 5. Simulated average standard error vs. change of angle standard error on each methods. (mm)

Angle St. E(sec)	Trilateration		Triangulation		Combination	
	LX	LY	AX	AY	CX	CY
5 sec	7.67	6.34	8.11	8.68	5.23	4.78
4 sec	7.67	6.34	7.50	7.45	4.81	4.31
3 sec	7.67	6.31	6.84	6.29	4.21	3.78
2 sec	7.67	6.34	6.33	5.30	3.67	3.10
1 sec	7.67	6.34	5.92	4.60	3.15	2.43

(Dist. St. E=5mm+5ppm, Azimuth St. E=0.1 sec Control Point St. E=0.001 M 0.001 M)

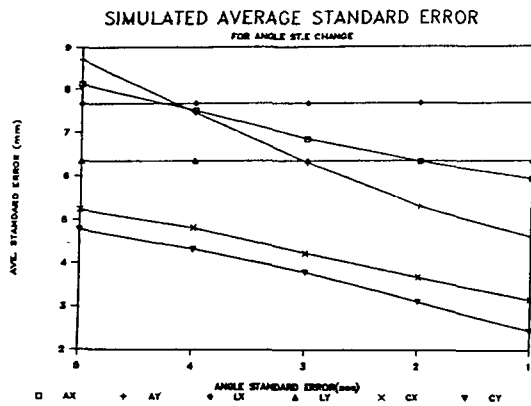


Fig. 5 Line-variation of simulated average stan-

Table 6. Simulated average standard error vs. change of distance & angle standard error on each methods. (mm)

Dist. St. E (Constant) ppm	Angle St. E (sec)	Trilateration		Triangulation		Combination	
		LX	LY	AX	AY	CX	CY
5mm+5ppm	5 sec	7.67	6.34	8.11	8.68	5.23	4.78
4mm+4ppm	4 sec	6.14	5.08	6.49	6.95	4.18	3.83
3mm+3ppm	3 sec	4.69	3.95	5.01	5.32	3.33	3.02
2mm+2ppm	2 sec	3.29	2.72	3.48	3.59	2.42	2.12
1mm+1ppm	1 sec	2.03	1.60	2.11	2.01	1.70	1.38

(Azimuth St. E.=0.1sec, Control Point St. E=0.001M, 0.001M)

ard error vs. change of angle standard error (sec.)

Fig. 5에서 角의 標準誤差가 減少됨에 따라 AX와 AY는 27%, 47.0%, CX와 CY는 各各 39.8%, 49.2% 程度의 誤差 減少率을 나타내어 角測定의 精密도와 三角技法間의 긴밀성을 확인 할 수 있었고, LX, LY는 角의 ST.E에 無關함을 알 수 있었다. 특히 角의 標準誤差를 5초에서 1초로 變化시킴에 따라 三角技法의 경우 64.1%의 誤差를 나타낸 반면, 組合技法은 36%로 三角에 비해 28%의 正確度 向上을 나타내는 것으로 보아 組合調整技法의 優越性을 알 수 있었다.

4) 距離 및 角의 標準誤差

Table 4-4.와 Fig. 6은 各 경우에 있어서 距離 및 角의 ST.E 變化에 대한 simulation 標準誤差의 平均값을 調整技法別로 나타낸 것이다. Fig. 4-4에서 距離 및 角의 標準誤差가 5mm+5ppm, 5초에서 1mm+1ppm, 1초로 감소함에 따라 AX와 AY경우는 各各 74.0%, 76.8%, LX와 LY는 73.5%, 74.8%, CX와 CY는 67.5%, 71.1% 程度로 앞의 경우들에 비해 200%의 현저한 誤差 減少率을 나타내었다. 또한 1mm+1ppm, 1sec로 接近됨에 따라 세가지 技法 모두 約 2mm의 simulation ST.E에 수렴되는 분포를 나타내고 있어, 距離 및 角의 誤差를 獨立의으로 考慮한 경우보다는 同時에 考慮한 경우가 세가지 技法, 모두 正確度 面에서 技法間에 近少한 誤差幅으로 一貫性있는 越等한 誤差 減少率을 보여주고 있다.

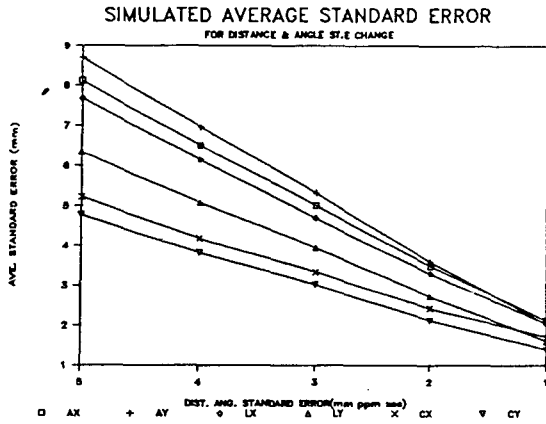


Fig. 6 Line-variation of simulated average standard error vs. change of distance & angle standard error.

Table 7. Simulated average standard error vs. change of azimuth & coordinates standard error on each methods. (mm)

Azimuth St. E (sec)	Control Pt. St. E (m)	Trilateration		Triangulation		Combination	
		LX	LY	AX	AY	CX	CY
0.1 sec	0.002m, 0.002m	8.14	6.57	7.30	6.55	4.83	4.16
0.2 sec	0.001m, 0.001m	7.67	6.34	6.84	6.29	4.21	3.78
0.2 sec	0.002m, 0.002m	8.14	6.57	7.30	6.55	4.83	4.16
0.1 sec	0.001m, 0.001m	7.67	6.34	6.84	6.29	4.21	3.78

(Distance St. E=5mm+5ppm, Angle St. E=3.0sec)

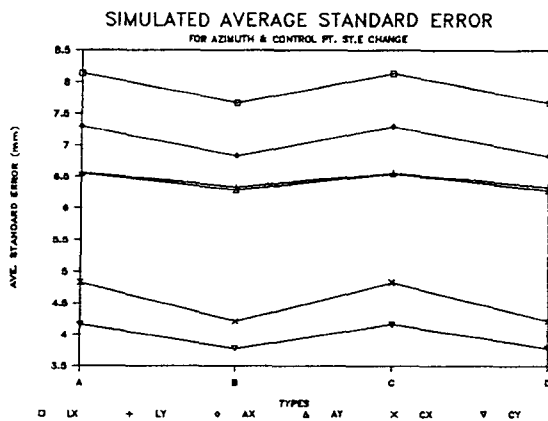


Fig. 7 Line-variation of simulated average standard error vs. change of azimuth & coordinates standard error.

Fig. 7에서 方位角의 誤差를 일정하게 하고 基準點의 標準誤差를 減少시킨 C→B Type 으로의

특히, 앞의 경우와 마찬가지로 角과 距離의 標準誤差를 5mm+5ppm, 5sec.에서 1mm+1ppm, 1sec.로 變化시킴에 따라 三角技法은 39.8%, 三邊 33.9% 程度의 誤差를 나타낸 반면, 組合技法은 26.3%로서 組合技法의 優越性을 알 수 있었다. 이상의 距離 및 角의 標準誤差와의 關係를 分析해본 결과, 測定要素에 따른 誤差를 補正할 수 있는 weight-factor 選定의 重要性을 알 수 있었다.

5) 方位角 및 基準點 座標의 標準誤差

Table 7과 Fig.7은 方位角과 基準點 誤差가 simulation 標準誤差에 미치는 影響을 나타낸 것이다.

分布와 A→D Type 으로의 分布는 AX에 6.3%, AY 4.0%, LX 5.8% LY 13.5%, CX 12.8%, CY 9.1% 程度의 simulation 誤差 減少率을 나타내고 있는 반면, 基準點의 誤差를 一定하게 하고, 方位角의 誤差를 0.2초에서 0.1초로 減少시킨 C→A 型과 B→D 型으로의 分布는 誤差 減少率과 無關係를 알 수 있었다. 위의 關係를 分析해 본 결과, simulation 標準誤差에 미치는 影響은 方位角에 比해 基準點의 標準誤差가 큼을 알 수 있었다. 특히, 方位角 및 基準點의 標準誤差를 0.1초, 0.002m에서 0.1초, 0.001m로 變化시킴에 따라 三邊 39.45%, 三角 37.2% 程度의 誤差를 나타낸 반면, 給合技法은 23.4%로 나타나는 것으로 보아, 給合技法의 優越性을 알 수 있었다.

Fig. 8, 9는 앞선, 5가지 경우의 標準誤差 減少에 따른 simulation 誤差의 變化樣相을 X 및

Y座標로 各期 圖示한 것이다.

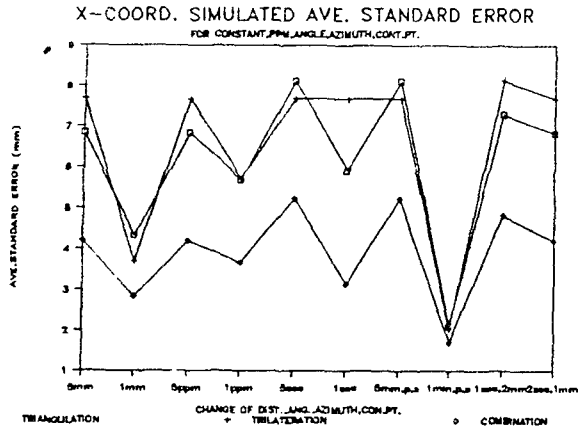


Fig. 8 Line-variation of X-coord. simulated average standard error vs. change of distance (constant, ppm) standard error, angle standard error, dist. & ang. standard error, azimuth & coord. standard error.

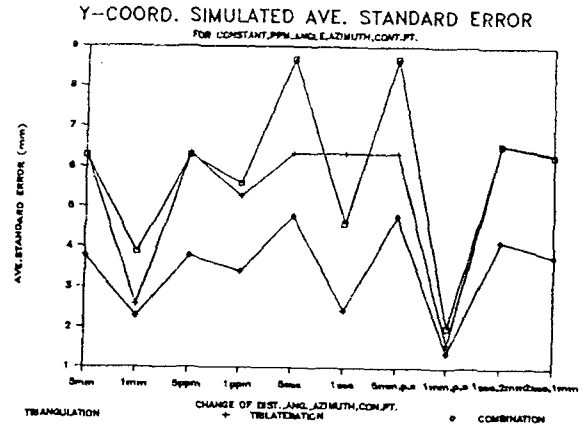


Fig. 9 Line-variation of Y-coord. simulated average standard error vs. change of distance (constant, ppm) standard error, angle standard error, dist. & ang. standard error, azimuth & coord. standard error.

Table 8. Elements of squares of angle & distance residuals.

WFACT.	CASE	N								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1×10 ⁿ	SQA	48.41	48.40	46.96	41.89	33.21	31.49	31.49	31.51	31.48
	SQL	3.49	3.68	3.26	3.55	9.21	17.72	24.42	27.86	28.42
2×10 ⁿ	SQA	48.41	48.25	45.98	39.00	32.21	31.45	31.47	31.48	31.47
	SQL	3.49	3.47	3.40	4.61	12.46	19.20	25.42	28.14	28.21
5×10 ⁿ	SQA	48.40	47.81	44.02	34.97	31.67	31.54	31.43	31.47	31.47
	SQL	3.68	3.33	3.26	6.53	15.73	22.84	27.58	28.21	28.21

전반적으로 X좌표에 비해 Y좌표가 양호한 분포를 나타내고 있는데, 이는 基線軸을 X軸으로 설정한데 기인한 것으로 思料된다. 또한 simulation 誤差面에서 考察할 때 三角技法보다는 三邊技法이 優越하였고, 特히 組合技法의 경우는 他 技法에 비해 월등한 正確度의 向上을 나타내고 있다.

6) Weight Factor 變化에 따른 特性比較
角과 距離에 대한 A-Priori Variance 變化에 따른 weight factor의 선정이 精度에 미치는 영향을 考察하기 위해, weight factor를 1에서 1.0×10⁹까지 (1.2, 5×10ⁿ, n=0, ..., 9) 단계로 變化시키면서 角과 距離의 殘差 供給함을 나타내던 Table 8과 같고, 이 結果를 Fig. 10에

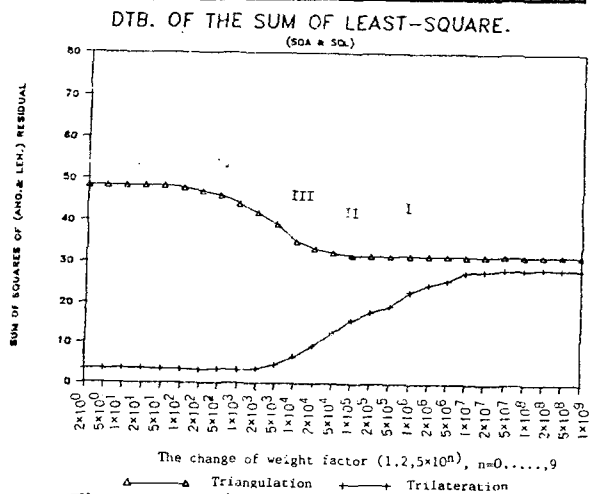


Fig. 10 Variation of sum of angle residuals & length residuals with the weight factor.

圖示하였다.

Fig. 10에서 임의로 角測定에 $0.1''$, 距離測定에 ± 0.5 mm의 誤差를 假想할 때, 距離의 weight-factor를 1로 相當케하는 角의 weight-factor는 1.06×10^6 이었고, 機械的인 誤差를 考慮하여 角에 $3''$, 距離에 5 mm를 假想한 경우는 1.18×10^5 으로, I에서 II로의 變化 樣相을 나타내었다. 또한 weight factor를 1×10^2 에서 2×10^4 , 5×10^8 으로 增加시킴에 따라, 角의 殘差 제공함이 48.40 sec^2 에서 39.0 sec^2 , 31.47 sec^2 으로 減少되는 반면, 距離의 殘差 提供함은 3.68 mm^2 에서 4.61 mm^2 , 28.21 mm^2 으로 增加되므로 三角技法은 精度가 向上되나 三邊技法은 減少됨을 알 수 있다. 그러나, weight-factor가 減少된다면, 三邊技法이 三角에 비해 效率의 임을 알 수 있다. 觀測에 있어, 距離에 比例하는 誤差는 全體誤差에 비해 相對的으로 매우 작으므로 모든 距離觀測에 均等한 weight factor를 考慮한다. 그러므로 角과 距離에 均衡있는 weight factor의 決定은 重要한 意味를 갖으므로 Fig. 10에서 距離殘差 提供함에 큰 變化가 始作되기 前의 III 경우를 組合技法에서 角과 距離의 幾何學的인 面을 理想的으로 調和시킬 수 있는 weight factor로 選擇함이 妥當性 있을 것으로 思料된다.

앞으로, 複雜한 大形 測地網 및 三次元 調整에 대한 研究가 질실히 要望되며, 나아가 G. P. S를 利用한 國家的인 Network 調整에도 지속적인 研究가 요망된다. ¹⁵⁾¹⁶⁾¹⁷⁾

5. 結 論

網 水平位置 解析을 함에 있어, 角과 距離의 變化에 따른 三角, 三邊, 組合 解析 技法의 特性을 比較하여 다음의 結論을 얻었다.

(1) 距離에 대한 標準誤差를 5 mm에서 1 mm, 角의 標準誤差를 5 초에서 1 초로 變化 시킴에 따라, 誤差分布의 比率은 三角 39.8%, 三邊 33.9%, 組合 26.3%로 나타남으로 三角보다는 三邊 技法이, 三角, 三邊技法보다는 組合 技法이 優越함을 알 수 있다.

(2) 測定要素의 標準誤差를 獨立的으로 各各 考慮한 경우의 幾何學的 標準誤差의 減少率은 各 技法이 多樣한 變化로 나타났으나, 同時에 考慮한 경우는 三角 75.5%, 三邊 74.1%, 組合 69.2%의 減少率을 나타내었다.

(3) weight factor를 增加시킴에 따라 三角 技法은 精度가 向上되나, 三邊 技法은 減少되므로, 均衡있는 weight factor의 決定은 重要한 意味를 갖으며, 理想的인 weight factor를 決定한다면 組合解析技法은 보다 正確한 水平位置 解析技法으로 그 活用이 期待된다.

參考文獻

1. William K. Smith and David J. Varnes, 1987, "Least-Squares Adjustment all Angles and Distances are observed," *Surveying and Mapping*, Vol. 47, No. 2, pp. 125~142.
2. Paul R. Wolf, 1984, *Adjustment Computation*, 2nd ed.
3. 姜準默, 1984, "多重 近距離 寫眞 測定에 의한 被寫體의 3次元 精密 解析에 關한 研究,"
4. Danial, N. F., 1980, "Trilateration Adjustment by Finite Elements," *ASCE.*, Vol. 106, No. SU1, NOV.
5. Savidge, R. W., 1980, "A Practical Application of Trilateration in open pit coal mines," *Surveying and Mapping*, Vol. 11, No. 3, Sept., pp. 311~313.
6. Paul R. Wolf, 1973, "Trilateration with short range E. D. M Equipment & Comparison with Triangulation," *ACSM. Fall Convension*, pp. 62~76.
7. Johnson, S. D., M. K. Miles, and B. K. Rheinhart, 1981, "Precise deformation surveys of Gathright Dam," *Proceedings, fall technical meeting ACSM.*, pp. 257~271.
8. Alfred Leick, A. M., 1982, "Minimal constraints in two-dimentional networks," *ASCE.*, Vol. 108, No. SU2. Aug.
9. 田島 念, 1981, "測量의 自由岡平均과 一般逆行列 (上, 下)", *測量誌*, 2, 3月號.
10. Mikhail, E. M. and Gordon Grace, 1981, "Analysis and adjustment of survey measurement of survey measurements," *introductory statical analysis*, Chap. 4, Chap. 5, Chap. 8, pp. 199~230.
11. Papo H. B., 1984, "Free Net analysis in Close Range Photogrammetry," *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*. Vol. 48, No. 4, pp. 309~321.

12. 藤井陽一郎, 1983, “誤差 情圓에서 信賴 情圓까지,” 測量誌 12月號
13. Moir D. Haug, 1984, “Application of Mohr’s circle technique in error analysis,” *Surveying and Mapping*, Vol. 44, No. 4, pp. 309~321.
14. 建設部 國立 地理院, 測地技術 發展 研究 報告書 (韓國 原點에 關한 測地學的 考察), 建設部 國部 地理院, 서울, pp. 21~35, pp. 33~35, pp. 50.
15. B. W. Parkinson, S. W. Gilbert and NAVSTAR, 1983, “Global Positioning System - ten years later,” *Proceedings of the IEEE*, Vol. 71, No.
16. T. A. Stansell Jr, 1983, “Civil GPS from a future perspective,” *Proceedings of the IEEE*, Vol. 71, No. 10, Oct.
17. Dr. James Collins, 1986, “GPS Surveying Techniques,” *issue of P.O.B.*