

표면파 기법을 이용한 자연지반 및 포장지반의 전단파 속도 분포 추정에 관한 연구

Determination of Shear Wave Velocity Profiles of Natural Soils and
Pavement Systems Using Surface Wave Technique

우	제	윤*
Woo,	Je	Yoon
김	수	일**
Kim,	Soo	Il

Abstract

A new analytical inversion technique is developed to determine the shear wave velocity profiles of natural soils and pavement systems from the dispersion curves of Rayleigh waves. Haskell's theory on the dispersion of the surface waves in multi-layered elastic solids is utilized. A frequency-unlimited dispersion equation is developed by use of the delta matrix technique. Rigid halfspace is assumed at the depth of the one wavelength of Rayleigh waves. Computer program is coded and validity of the technique is verified through the numerical model tests.

요 旨

본 연구에서는 표면파 시험으로부터 얻어지는 Rayleigh 파의 분산곡선을 분석하여 자연지반 및 포장 구조체 각 층의 전단파 속도를 결정할 수 있는 새로운 해석적 역산기법을 개발하였다. 본 연구의 역산 기법은 다층 탄성체에서 표면파의 분산에 관한 Haskell의 이론을 토대로 개발된 것이다. 델타 매트릭스 기법을 적용하여 주파수의 크기에 제약을 받지 않는 분산방정식을 유도하여 사용하였으며, Rayleigh 파의 한 파장 깊이 이하를 반무한 강성층(rigid halfspace)으로 대체하는 해석방법을 적용하였다. 분산 곡선의 역산을 위한 컴퓨터 프로그램을 개발하였으며 수치분석을 통하여 본 연구에서 개발한 새로운 해석적 역산기법의 타당성을 검증하였다.

1. 서 론

지반의 동적거동 해석이나 포장구조체의 내하력 평가 등을 위해서는 비교적 작은 변형율하의 지반

및 포장층의 동탄성물성을 결정하여야 한다. 동탄성물성은 탄성과 속도로부터 결정할 수 있으므로 이를 위해서는 탄성과 검측법 등과 같은 동적기법을 이용한다. 현장에서 원위치 지반의 탄성과 속도를 측정하는 시험방법중에서 표면파 시험은 시험공을 뚫을 필요가 없는 비파괴적인 시험법일 뿐

*정회원 · 연세대학교 대학원 박사과정, 토목공학과

**정회원 · 연세대학교 공과대학 교수, 토목공학과

아니라 시험조작이 간단하며 신속하고 경제적인 장점이 있어, 최근 이 시험법을 이용하여 보다 신뢰성있는 결과를 얻기위한 연구들이 수행되고 있다.

표면파 시험은 탄성파중에서 표면파인 Rayleigh 파(이하, R파)를 이용한다. 표면파 시험에서는 현장 실험을 통해 R 파의 파장-전파속도의 관계곡선인, 소위 분산곡선(dispersion curve)을 얻고 이로부터 지반 각 층의 전단파 속도를 역추정하게 되는데 이를 역산(inversion)이라 한다.

역산은 표면파 시험의 핵심부분으로서 적용하는 역산기법의 특성에 따라 역산 결과는 달라진다. 이러한 역산기법은 경험적 역산기법과 해석적 역산기법으로 대분할 수 있다. 경험적 역산기법은 종래에 널리 사용되어 오던 것으로서 일반적으로 지반의 강성(stiffness)이 완만하게 변화하는 경우를 제외하고는 부정확한 결과를 주는 근사적인 역산기법이다. 이러한 경험적 역산기법에는 초기에 개발된 $\frac{1}{2}L_R$ 방법⁽¹⁾ 및 $\frac{1}{3}L_R$ 방법⁽²⁾, 이를 개선한 수정 $\frac{1}{2}L_R$ 방법⁽³⁾ 및 수정 $\frac{1}{3}L_R$ 방법⁽⁴⁾, 그리고 면적비 L_R 방법⁽⁴⁾ 등이 있다. 해석적 역산기법은 경험적 역산기법의 부정확성을 해결하기 위하여 최근에 연구되고 있는 것으로서 다층 탄성체에서 R 파의 분산에 관한 Haskell⁽⁵⁾ 이론을 토대로 하고 있다. 이러한 해석적 역산기법은 Nazarian 등⁽⁶⁾에 의해 최초로 개발된 이래 Nazarian 과 Stokoe^(7, 8, 9)에 의해 보완, 개선된 형태의 방법이 발표되었고 김수일⁽¹⁰⁾도 이와 유사한 형태의 방법을 발표한 바 있다. 그러나 이들 방법들은 경우에 따라서 매우 부정확한 역산 결과를 주거나 해석이 불가능한 경우도 발생하는 등 일반적인 경우에 적용하기에는 많은 문제점이 있는 상태라 할 수 있다.

김수일과 우제윤^(11, 12)은 이와 같은 종래의 해석적 역산기법의 문제점은 근본적으로 고주파수의 해석시 수치연산적 장애를 내포하고 있는 원래의 Haskell 분산방정식을 적용하고 있기 때문임을 밝히고 Dunkin⁽¹³⁾과 Watson⁽¹⁴⁾의 연구성과를 토대로 주파수의 크기에 제약을 받지않는 전산 알고리즘에 입각한 분산해석 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 본 연구에서는 이와 같은 김수일과 우제윤⁽¹²⁾의 연구성과를 토대로 종래의 해석적 역산기법의 문제점을 극복할 수 있는 새로운 해석적 역산기법을

개발하고 그 타당성을 수치분석을 통하여 검증하였다.

2. R파의 분산특성

R 파는 균질 지반에서는 전파속도가 일정하나 비균질 지반에서는 주파수 및 파장에 따라 전파속도가 변화하는 분산특성을 갖는다. 전자의 경우에 해당하는 R 파의 전파속도를 참 R 파 속도(true R-wave velocity)라 하며 후자의 경우에 해당하는 R 파의 전파속도를 겉보기 R 파 속도(apparent R-wave velocity), 또는 위상속도(phase velocity)라 한다.

파동이론으로부터 R 파의 위상속도는 주파수와 파장, 또는 기타의 파동해석과 관련한 매개변수들과 다음의 식 (1)과 같은 관계가 있다.

$$c = f \cdot l = l/T = p/k \quad (1)$$

여기서 c 는 위상속도, f 는 주파수, l 은 파장, $p = 2\pi/f$ 는 각주파수(angular frequency), $k = 2\pi/l$ 은 파수(wave number)이다.

비균질 지반에서 R 파의 위상속도는 분산이론으로부터 얻어지는 분산방정식(dispersion equation)의 해를 구하여 결정하게 되는데 분산방정식의 일반적인 함수식 형태는 다음의 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\Delta(c, k) = 0 \quad (2)$$

식 (2)의 좌변을 분산함수(dispersion function)라고 하며 식 (1)의 관계로부터 분산함수는 $\Delta(c, f)$, $\Delta(c, T)$, $\Delta(c, l)$, $\Delta(c, p)$ 의 형태를 취하기도 한다.

3. Haskell 이론

Haskell⁽⁵⁾은 Thomson⁽¹⁵⁾의 연구를 토대로 다층 탄성체에서 R 파의 분산방정식을 발표하였다. 그림 1에는 최하단의 반무한층 위에 일련의 수평층들로 구성된 반무한 다층 탄성체를 나타내었다.

그림 1에서 각 층은 균질, 등방하고 내부감쇠(internal damping)가 없는 이상적인 탄성 고체로서 횡방향으로 무한히 놓여있으며 모든 층들은 완전접합되어 있어 각 층의 경계면에서 변위 및 응력은 연속적이라 가정한다. 이러한 경우 임의의 m 번째 층에서 팽창(dilatation) ϵ_m 및 회전(rotation) ω_m 은 각각 다음의 식 (3) 및 식 (4)와 같이 압축파 및 전단파에 대한 파동방정식 형태로 표현할 수 있다.

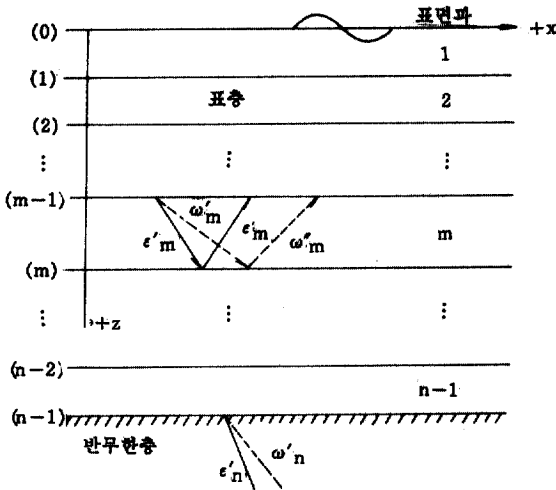


그림 1. 반무한 다층 탄성체에서 표면파의 전파

$$\epsilon_m = [\epsilon'_m e^{-ikr \frac{z}{\alpha_m}} + \epsilon''_m e^{ikr \frac{z}{\alpha_m}}] e^{i(\rho t - kx)} \quad (3)$$

$$\omega_m = [\omega'_m e^{-ikr \frac{z}{\beta_m}} + \omega''_m e^{ikr \frac{z}{\beta_m}}] e^{i(\rho t - kx)} \quad (4)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$ 이고 $0 < z < d_m$ 이며, d_m 은 m 번 층의 두께이다. ϵ'_m 및 ϵ''_m 은 그림 1에 나타내었듯이 m 번 층에서 각각 입사 및 반사되는 압축파의 진폭을 의미하는 상수이고, ω'_m 및 ω''_m 은 각각 입사 및 반사되는 전단파의 진폭을 의미하는 상수로서 다음의 식 (5)와 같다.

$$\epsilon'_m = \left(\frac{P}{\alpha_m}\right)^2 F', \quad \epsilon''_m = \left(\frac{P}{\alpha_m}\right)^2 F'' \quad (5)$$

$$\omega'_m = \left(\frac{P}{\beta_m}\right)^2 G', \quad \omega''_m = \left(\frac{P}{\beta_m}\right)^2 G'' \quad (6)$$

여기서 α_m 및 β_m 은 각각 m 번 층의 압축파 및 전단파 속도이며, F', F'', G', G'' 는 적분상수이다.

그리고 식 (3)과 식 (4)의 r_{am} 및 $r_{\beta m}$ 은 각각 압축파 및 전단파의 입사각, 또는 반사각과 관련한 상수로서 다음의 식 (6)과 같다.

$$r_{am} = -i\sqrt{1 - (c/\alpha_m)^2}, \quad r_{\beta m} = -i\sqrt{1 - (c/\beta_m)^2} \quad (6)$$

탄성이론으로부터 각 층에서 변위와 응력을 식 (3) 및 식 (4)의 팽창 및 회전 함수식 형태로 구하고, 각 층의 경계면에서 변위와 응력의 연속 조건과 자유표면에서 응력은 0이며, 반무한층 내에서는 반사파 성분이 없으므로 식 (3)과 식 (4)에

서 $m=n$ 일 때 $\epsilon_n'' = \omega_n'' = 0$ 이 되는 경계조건들을 적용하면, 다음의 식 (4)과 같은 R 파의 분산방정식을 얻게되는데 이를 Haskell의 분산방정식이라 한다.

$$\Delta(c, k) = KL - MN = 0 \quad (7)$$

여기서, K, L, M, N 은 다음의 식 (8)과 같다.

$$K = r_n r_{an} A_{12} + (r_n - 1)A_{22} - r_{an}(\rho_n c^2)^{-1}A_{32} + (\rho_n c^2)^{-1}A_{41}$$

$$L = r_n r_{an} A_{11} + (r_n - 1)A_{21} - r_{an}(\rho_n c^2)^{-1}A_{31} + (\rho_n c^2)^{-1}A_{41}$$

$$M = -(r_n - 1)A_{12} + r_n r_{\beta n} A_{22} + (\rho_n c^2)^{-1}A_{32} + r_{\beta n}(\rho_n c^2)^{-1}A_{42}$$

$$N = -(r_n - 1)A_{11} + r_n r_{\beta n} A_{21} + (\rho_n c^2)^{-1}A_{31} + r_{\beta n}(\rho_n c^2)^{-1}A_{41} \quad (8)$$

식 (8)에서 ρ_n 은 반무한층의 밀도, $r_n = 2(\beta_n/c)^2$ 이고, $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{42}$ 는 다음의 식 (9)와 같이 표층부를 구성하는 각 층의 물성과 관련한 (4×4) 매트릭스, $a_m (m=1, 2, \dots, n-1)$ 들의 곱으로 이루어지는 곱 매트릭스, A 의 원소이다.

$$A = a_{n-1} \cdot a_{n-2} \cdot \dots \cdot a_2 \cdot a_1 \quad (9)$$

식 (9)의 매트릭스, a_m 의 각 원소는 파수, k 에 관한 초월함수 항을 포함하고 있고 이들 초월함수들은 $c < \beta_m < \alpha_m$, 또는 $\beta_m < c < \alpha_m$ 일 경우에는 쌍곡선함수가 되어 k 값이 증가함에 따라 쌍곡선함수 값은 지수함수적으로 급격히 증가하게 된다. 따라서 k 값이 일정 크기 이상이면, 즉 주파수가 일정 크기 이하로 되면 과대수치가 발생함에 따라 특정 전산기의 한계 수치 초과(overflow) 문제 및 유효 수치 소실로 인한 수치 오차 문제 등이 발생하게 된다.

Dunkin⁽¹³⁾, Thrower⁽¹⁶⁾, Watson⁽¹⁴⁾ 등은 이러한 Haskell 분산방정식의 수치연산적 문제점을 극복할 수 있는 분산이론을 발표하였는데 이들 연구에서 적용한 매트릭스 연산법은 이미 오래 전부터 구조동역학 분야에서 적용되어 오던 소위, 델타 매트릭스(delta matrix) 기법과 동일한 것이다⁽¹⁷⁾. 델타 매트릭스 기법을 이용하면 분산방정식에서 과대수치 발생의 원인이 되는 쌍곡선함수 항들을 고주파수 시 해석적으로 소거할 수 있게 됨으로써 수치연산적 문제점을 해결할 수 있다. 김수일과 우제윤^(11, 12)은 이러한 델타 매트릭스 기법을 적용한 분산방정

식의 특성 및 전산 알고리즘에 대하여 상세히 고찰한 바 있다. 본 연구에서는 김수일과 우제윤⁽¹²⁾의 연구에서 적용한 Watson⁽¹⁴⁾의 분산방정식에서 반무한층에 관한 델타 매트릭스의 원소가 $\gamma_{\beta n}$ 을 분모로 하는 수식형태로 되어 있어 $c = \beta_n$ 이면 식 (6)으로부터 $\gamma_{\beta n} = 0$ 이 되므로 해를 얻을 수 없는 문제점을 개선한 새로운 분산방정식을 유도하였다.

식 (8)의 K, L, M, N 은 다음의 식 (10)으로 정의되는 매트릭스, J 에서 $K = -J_{12}, L = -J_{11}, M = J_{22}, N = J_{21}$ 과 같다.

$$J = E_n \cdot A$$

$$= \begin{bmatrix} -\gamma_n \tau_{an} & -(\gamma_n - 1) \tau_{an} (\rho_n c^2)^{-1} & -(\rho_n c^2)^{-1} \\ -(\gamma_n - 1) \tau_n \gamma_{\beta n} & (\rho_n c^2)^{-1} \gamma_{\beta n} (\rho_n c^2)^{-1} & \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \quad (10)$$

따라서 식 (7)의 분산방정식은 다음의 식 (11)과 같이 매트릭스, J 의 첫번째와 두번째 행 및 열로 구성되는 소행렬식(subdeterminant), $J|_{12}^{12}$ 의 형태로 표현할 수 있다.

$$A(c, k) = KN - LM$$

$$= (-J_{12})(J_{21}) - (-J_{11})(J_{22})$$

$$= (J_{11})(J_{22}) - (J_{12})(J_{21}) = J|_{12}^{12} = 0 \quad (11)$$

델타 매트릭스 기법을 적용하면 식 (11)의 $J|_{12}^{12}$ 는 다음의 식 (12)와 같이 $(1 \times 5) \cdot (5 \times 5) \cdots (5 \times 5) \cdot (5 \times 1)$ 매트릭스 곱산형태로 된다^(13, 14, 17).

$$A(c, k) = J|_{12}^{12} = H_n \cdot B_{n-1} \cdot B_{n-2} \cdots B_2 \cdot B_1$$

$$(1 \times 1)(1 \times 5)(5 \times 5)(5 \times 5) \cdots (5 \times 5)(5 \times 1) \quad (12)$$

여기서 B_m 및 H_n 은 각각 식 (9)의 표층 매트릭스, a_m 과 식 (10)의 반무한층 매트릭스, E_n 의 축소 델타 매트릭스(reduced delta matrix)라 불리우는 매트릭스로서 B_m 의 각 원소에 관한 함수식은 김수일과 우제윤⁽¹²⁾의 논문에 수록된 바와 같다. 그리고 H_n 은 본 연구에서 새로이 유도된 것으로서 각 원소의 함수식은 다음의 식 (13)과 같다.

$$(H_n)_{11} = -\gamma_n^2 \tau_{an} \gamma_{\beta n} - (\gamma_n - 1)^2$$

$$(H_n)_{12} = -(\rho_n c^2)^{-1} \tau_{an}$$

$$(H_n)_{13} = -(\rho_n c^2)^{-1} [\tau_n \tau_{an} \gamma_{\beta n} + (\gamma_n - 1)]$$

$$(H_n)_{14} = (\rho_n c^2)^{-1} \gamma_{\beta n}$$

$$(H_n)_{15} = (\rho_n c^2)^{-2} [\tau_{an} \tau_{\beta n} + 1] \quad (13)$$

식 (13)을 고찰하면 $\gamma_{\beta n}$ 이 분모로 되는 항이 없으므로 $\gamma_{\beta n} = 0$ 이 되는 $c = \beta_n$ 의 경우에도 해를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

4. 표면파 시험의 분산해석

실제의 지반을 대상으로 분산이론을 적용하려면 반무한층을 가정하여야 한다. 그러나 실제적으로 무한깊이에 걸쳐 균질한 반무한층은 존재하지도 않거나와 해석심도를 무한정 깊이까지 고려할 수도 없다.

종래의 해석적 역산기법에서는 해석심도를 단순히 지표면하 충분한 깊이까지를 고려하고 반무한층을 해석심도 아래에 놓이는 실제의 토층으로 간주하는 방법을 적용하고 있다. 그러나 일반적으로 해석심도가 달라짐에 따라 해석시 고려되는 토층 수 및 토층들의 강성 분포 특성이 변화하게 되므로 분산방정식의 해는 달라지게 된다. 따라서 일관성 있는 해석결과를 얻을 수 없게 되며 경우에 따라서는 실험적 결과와 부합하지 못하는 해석결과를 초래하게 된다. 특히 포장지반과 같이 강성이 큰 포장층이 상부에 놓이는 경우에는 매우 부정확한 결과를 얻게 된다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여 Nazarian 과 Stokoe^(8, 9)는 포장지반과 같이 하부의 층보다 상대적으로 매우 큰 강성을 갖는 층들이 상부에 놓이는 경우에는 하부의 저항성층이 존재하지 않는 것으로 가정하고 상부의 고강성층을 복합 자유판(composite free plate)으로 간주하여 분산이론을 적용하는 해석적 역산기법을 발표하였다. 이 방법은 포장지반을 세 층 이하의 이질층을 갖는 단순 지반으로 가정할 때 저항성층인 노반을 전단강도가 없는 액체 반무한층(liquid halfspace)으로 가정하며, 나아가 위상속도가 노반의 압축파 속도보다 큰 짧은 파장의 해는 고강성층인 포장층을 자유판으로 간주하여 얻는 휨파(flexural wave)의 해를 적용하는 Jones^(19, 20)의 근사적 해에 토대를 두고 있다. 그리고 이를 일반적인 경우에 확대 적용하기 위하여 Thrower⁽¹⁶⁾의 복합 자유판에서 표면파의 분산방정식을 Dunkin⁽¹³⁾의 방법으로 변환한 분산방정식을 적용하고 있다.

그러나 이와 같은 자유판 이론해에 입각한 방법

은 매우 짧은 파장의 위상속도가 포장층의 참 R 파 속도에 수렴하는 해석결과를 주게는 되나 실제로 전단강도가 있는 지반을 액체층으로 가정한 점과 또한 자유판으로 가정되는 층의 바닥 경계면에서 응력이 0이되는 경계조건을 적용하는 근본적인 문제점이 있다.

표면파 시험에서는 지표면에서 인위적 충격을 가하여 R 파를 유발하게 되므로 비교적 작은 파에너지를 갖고 파장이 짧은 고주파수 성분의 R 파들이 발생하게 된다. 그런데 실제의 지반은 내부감쇠가 있으므로 이러한 고주파수 성분의 R 파들은 저주파수 성분에 비해 파에너지의 감쇠가 크다. 따라서 충격지점으로부터 일정거리 이상 떨어지면 사실상 파에너지는 소멸된다.

식 (7)의 분산방정식은 매질을 내부감쇠가 없는 이상적인 탄성체로 가정하여 얻어진 것으로서 실제의 적용에 있어서는 해석심도 내의 모든 층에서 파에너지의 강도는 충분한 크기의 변형을 유발할 수 있을 정도가 됨을 가정한 것이라할 수 있다. 따라서 파에너지가 실제적으로 소멸되는 깊이 이하에 놓이는 토층까지를 해석에 고려하면 실제와 부합하지 못하는 해석결과를 주게 된다고 할 수 있다.

지표면의 충격으로 발생하는 지반 진동파 에너지의 약 2/3는 R 파의 형태로 전파되며⁽²⁾, R 파 에너지의 대부분은 대략 한 파장 깊이 이내에 분포함⁽²⁾을 고려하면 표면파 시험의 분산해석시 R 파의 한 파장 깊이 이하의 토층에서 유발되는 변형은 무시할 수 있다고 가정해도 무방하다. 따라서 식 (3) 및 식 (4)에서 R 파의 한 파장 깊이 이하에 놓이는 모든 토층에 대하여 $\epsilon_m = \omega_m = 0$ 이라 가정할 수 있다. 그런데 식 (5)를 고찰하면 $\beta_m \rightarrow \infty$ 이면, $\alpha_m > \beta_m$ 이므로 $\alpha_m \rightarrow \infty$ 이고 따라서 $\epsilon_m' = \epsilon_m'' = \omega_m' = \omega_m'' \rightarrow 0$ 이므로 $\epsilon_m = \omega_m \rightarrow 0$ 으로 될 수 있음을 알 수 있다. 나아가 $\epsilon_m'' = \omega_m'' = 0$ 은 반무한층을 의미하는 것임을 고려할 때 표면파 시험의 R 파 분산해석시에는 한 파장 깊이 이하에 놓이는 모든 토층들은 전단파 속도값이 매우 큰 반무한 강성층(rigid half-space)으로 가정하여 분산방정식의 해를 구하면 실제와 부합하는 해석결과를 얻게 된다. 그런데 수치적으로 무한한 강성을 고려할 수는 없으므로 해석 지반 모델에서 R 파의 위상속도가 큰 변화가 없게

되는 반무한층 전단파 속도의 임계치를 결정하면 된다. 이는 차후 수치분석을 통하여 그 타당성을 분석하고자 한다.

5. 새로운 해석적 역산기법의 개발

해석적 역산에서는 해석지반 모델에 대하여 분산이론을 적용하여 얻은 이론적 분산곡선이 실측 분산곡선과 허용오차 내에서 일치하게 되는 지반 각 층의 물성을 시행착오적인 반복가정을 통하여 산정한다. 이러한 해석적 역산시 지반 각 층의 밀도와 포아손비는 실제의 지반특성을 고려하여 적절한 값을 가정하게 되고 파장 및 위상속도는 실측 분산곡선으로부터 주어지게 된다. 따라서 실제적으로 역산시 분산방정식의 미지변수는 지반 각 층의 전단파 속도가 되는데 해석지반의 토층 수가 하나 이상이 되면 역산시 분산방정식은 부정방정식이 된다.

본 연구에서는 R 파의 한 파장 깊이에 반무한 강성층을 가정하는 분산해석을 토대로 한 새로운 해석적 역산기법을 개발하였다. 이 방법은 최상부 토층부터 순차적으로 지반 각 층의 전단파 속도를 역산할 수 있는 것으로서 이를 도식적으로 나타내면 그림 2와 같다. 그림 2에서 \circ 표시가 되어 있는 토층은 전단계에서 역산으로 전단파 속도가 기 결정된 토층을 의미하고 \times 표시가 되어 있는 토층은 해당단계에서 역산의 대상이 되는 토층을 의미한다. 그리고 최하단층은 반무한 강성층이며 $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ 은 각 토층의 하부 경계면의 깊이에 해당하는 R 파의 실측 파장을 의미한다.

이와 같은 역산방법을 적용하면 매번의 역산단계에서 전단파 속도를 결정해야 하는 토층 수는 하나가 됨으로써 역산시 분산방정식이 부정방정식이 되는 것을 배제할 수 있다. 따라서 사전에 모든 토층의 전단파 속도를 어느 정도 근사한 값으로 초기 가정해야 할 필요가 없다. 다만 계산시간을 단

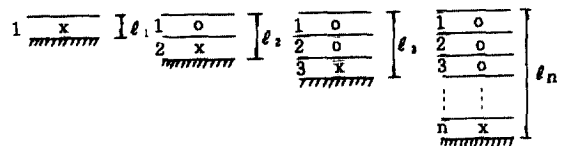


그림 2 새로운 해석적 역산기법의 개념도

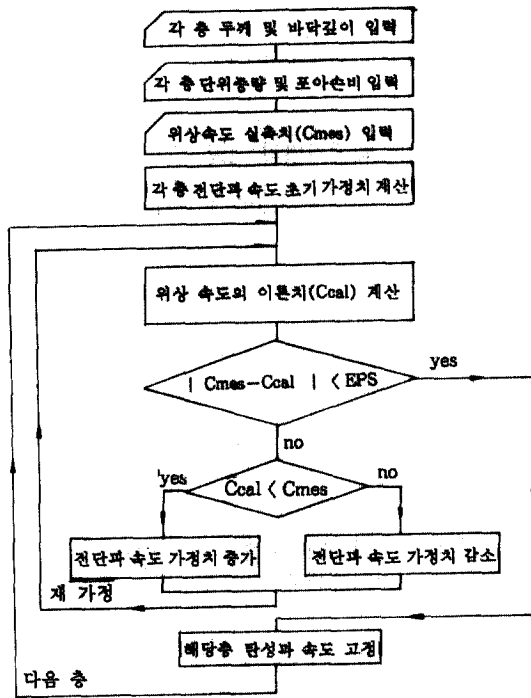


그림 3. 역산 컴퓨터 프로그램의 흐름도

축하기 위하여 실제값과 큰 차이가 없는 초기 가정치를 적용하면 되는데 이를 위하여 본 연구에서는 해당 과정에서 실측 위상속도들 역산의 대상이 되는 토층의 참 R 파 속도의 초기 가정치로 하는 방법을 적용하였다. 초기 전단파 속도값은 이와 같이 결정된 초기 참 R 파 속도와 가정된 포아손비 값으로부터 결정된다.

위상속도의 실측치와 이론치는 기본모드(fundamental mode)를 비교하는 방법을 적용하였으며 실측치와 이론치가 허용오차, EPS 내로 될 때까지 전단파 속도의 가정치를 반복가정하는 방법이 사용되었다. 그림 3에는 이와 같은 역산방법을 전산화한 역산 컴퓨터 프로그램의 흐름도를 나타내었다. 위상속도의 이론치 계산은 김수일과 우재윤⁽¹²⁾이 개발한 분산곡선 도출 컴퓨터 프로그램에서 관련 서브루틴을 활용하였다.

6. 수치분석

본 연구에서 개발된 해석적 역산기법의 타당성을 검증하기 위하여 강성이 다른 3개의 토층으로 이루어진 지반모델을 선정하여 수치분석을 실시하

표 1. 수치모델의 성층구조 및 물성

모델구분	토층번호	무차원 두께	무차원 단위중량	포아손비	무차원 전단파 속도	비고
모델 1	1	1	1.00	0.45	1	상부에서하부로
	2	1	1.15	0.35	2	강성일률증가
	3	1	1.25	0.25	3	
모델 2	1	1	1.25	0.25	3	상부에서하부로
	2	1	1.15	0.35	2	강성일률감소
	3	1	1.00	0.45	1	
모델 3	1	1	1.15	0.35	2	상부중간강성층
	2	1	1.00	0.45	1	중앙저강성층
	3	1	1.25	0.25	3	하부고강성층
모델 4	1	1	1.25	0.25	3	상부고강성층
	2	1	1.00	0.45	1	중앙저강성층
	3	1	1.15	0.35	2	하부중간강성층
모델 5	1	1	1.00	0.45	1	상부저강성층
	2	1	1.25	0.25	3	중앙고강성층
	3	1	1.15	0.35	2	하부중간강성층
모델 6	1	1	1.15	0.35	2	상부중간강성층
	2	1	1.25	0.25	3	중앙고강성층
	3	1	1.00	0.45	1	하부저강성층

였다. 표 1에는 각 모델의 성층구조 및 물성을 나타내었다. 분산방정식의 수식적 형태는 포아손비를 제외한 모든 물성치는 특정 토층의 해당 물성치를 기준한 비율값으로 적용할 수 있는 특성을 가지므로⁽⁵⁾ 표 1에서 포아손비를 제외한 모든 물성치는 각 모델에서 무차원 전단파 속도값이 1인 토층의 물성치를 기준한 무차원 값으로 하였다.

3개 토층의 두께는 동일한 경우를 고려하였고 무차원 전단파 속도값은, 각각 1, 2, 3으로 하였다. 대부분의 흙에서 단위중량은 $1.6 \sim 2.0 \text{ t/m}^3$, 포아손비는 0.25 이상인 점을 고려하고 이들 값은 흙의 강성과 밀접한 관련이 있음을 감안하여 무차원 전단파 속도값이 1, 2, 3인 3개의 토층에서 무차원 단위중량값은 각각 1.0, 1.15, 1.25로 하였으며, 포아손비는 각각 0.45, 0.35, 0.25로 하였다.

각 모델에서 네번째 층을 반무한층으로 하고 반무한층의 전단파 속도값이 위상속도의 변화에 미치는 영향의 정도를 분석하기 위하여 반무한층의 무차원 전단파 속도값을 3~300까지 변화시키면서

세번째 토층의 바닥깊이에 해당하는 파장에서 위상속도의 변화를 분석하였다. 분석결과, 기본모드의 위상속도는 모든 모델에서 0.05% 이상의 변화를 나타내지 않음을 알 수 있었다. 이는 한 파장 깊이 이하에 놓이는 반무한층의 강성이 실제적으로 위상속도에 큰 영향을 미치지 않음을 의미하는 것으로서 반무한층의 전단파 속도값을 표층에 비해 충분히 큰 값으로 가정하면 강성 반무한층의 조건을

충족시킬 수 있게 됨을 의미하는 것이다.

그림 4에는 표 1의 각 모델에 대하여 반무한층의 전단파 속도값은 충분히 큰 값인 300으로 하고 각 토층을 4등분하여 얻은 총 12개의 파장에서 기본모드의 위상속도를 구한 후, 이를 실측 위상속도로 간주하여 각 세분토층의 전단파 속도를 역산한 결과를 나타내었다. 역산시에는 반무한층의 R파 속도값, c_R 을 각 모델에서 최대 위상속도값, c_{max} 의

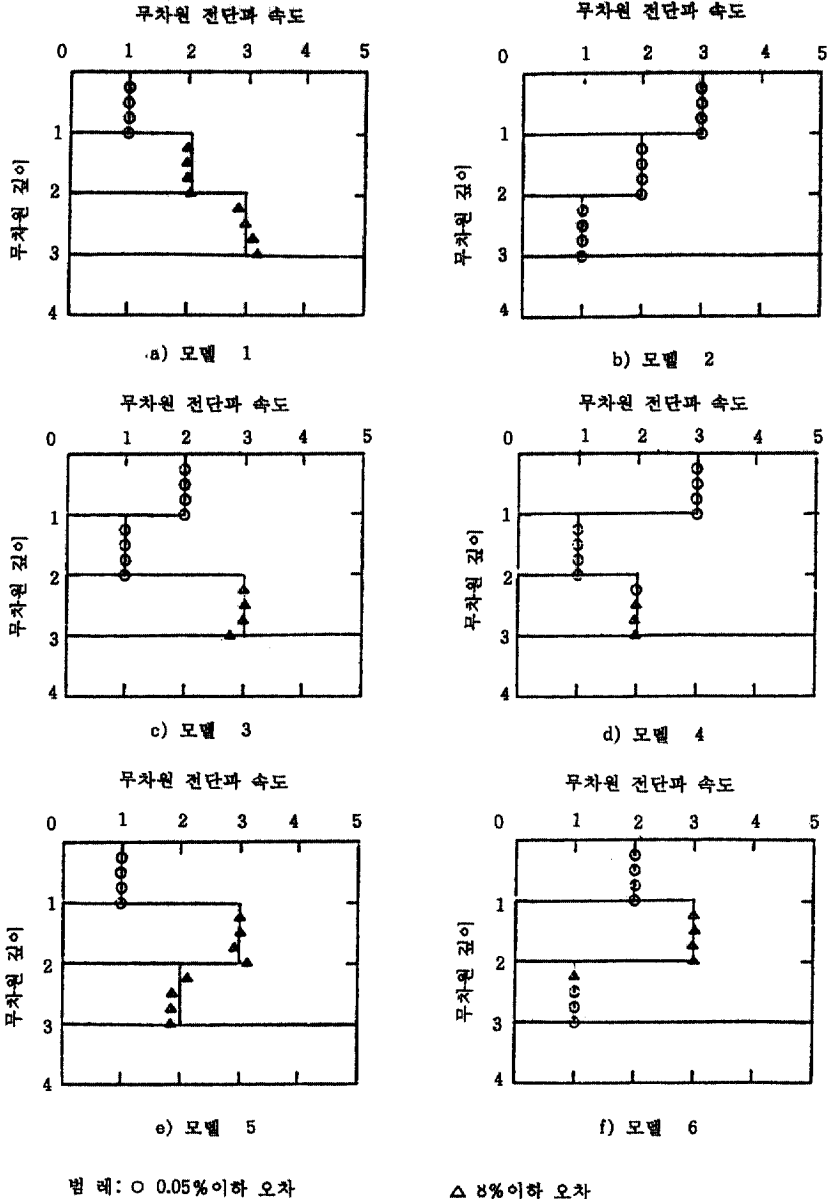


그림 4. 단위중량 및 포아손비를 실제값으로 고려한 수치모델의 역산 결과

100배로 하였는데 이는 실제의 경우에 지반 각 층의 전단파 속도값을 사전에 알 수 없는 점을 고려하여 $c_R \sim 100c_{max}$ 로 하면 강성 반무한층의 조건을 충족시키게 되어 역산결과에 큰 차이가 없게 됨을 검증하기 위함이다.

그림 4의 결과는 단위중량과 포아손비값을 실제 값으로 하고, EPS 값을 실측 위상속도 값의 0.001%로 하여 얻은 결과로서 모든 모델에서 역산오차는 최대 8% 이하의 양호한 결과를 주고 있음을 알 수 있다. 이는 본 연구의 해석적 역산기법이 다양한 강성분포 특성을 갖는 일반적인 경우에 적용할 수 있음을 입증하는 것이다.

7. 결 론

본 연구에서는 표면파 시험으로부터 얻어진 Rayleigh 파의 실측분산곡선을 해석하여 지반 각 층의 전단파속도 분포를 추정할 수 있는 새로운 해석적 역산기법이 개발되었으며 이를 컴퓨터 프로그램화 하였다. 역산기법의 개발을 위하여 Haskell의 이론을 토대로 주파수의 크기에 제약을 받지 않는 Rayleigh 파의 분산방정식이 유도되었으며 분산해석시 Rayleigh 한층으로 대치하는 방법이 사용되었다. 수치해석 결과 본 연구에서 개발된 방법은 실제와 부합하는 역산결과를 얻을 수 있음이 밝혀졌다.

감사의 글

본 연구는 1986년도 한국과학재단 연구비의 지원으로 수행된 것으로서 본 연구의 결실을 가능케 하여준 재단 당국에게 깊은 감사를 드린다.

參 考 文 獻

1. Heukelom, W. and Foster, C. R. "Dynamic Testing of Pavement," *J. SMFE. ASCE*, Vol. 86, No. SM1, Part 1, 1960. pp. 1-28.
2. Szendrei, M. E. and Freeme, C. R., "Road Responses of Vibration Tests," *J. SMFE. ASCE*. Vol. 96. No. SM6. 1970. pp. 2094-2124
3. Satoh. *Satoh's Automatic Underground Research System: MODEL GR-810*. Big. Co., Tokyo. 1985.
4. 김수일, 이두희, 우제윤, "Rayleigh 파의 해석을 통한 다층토의 동적 물성 추정에 관한 연구", 연세대학교

산업기술연구소 논문집, 제17집, 제 2권, (23), 1985, pp. 237-245

5. Haskell N. A., "The Dispersion of Surface Waves on Multi-Layered Media," *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 43, 1953, pp. 17-34.
6. Nazarian. S., Stokoe, K. H., II. and Hudson. W. R. "Use of Spectral Analysis of Surface Wave Method for Determination of Moduli and Thicknesses of Pavement Systems," *Transp. Res. Rec. 930* TRB. 1983. pp. 38-45.
7. Nazarian. S. and Stokoe, K. H., II, "Nondestructive Testing of Pavements Using Surface Waves," *Transp. Res. Rec. 993*. TRB, 1984, pp/ 67-79.
8. Nazarian, S. and Stokoe, K. H., II, "In Situ Determination of Elastic Moduli of Pavement Systems by Spectral-Analysis-of-Surface-Waves Method(Practical Aspects)," *Research Report 368-1F*, Center for Transportation Research," The Univ. of Texas, Austin, Texas, 1985.
9. Nazarian, S. and Stokoe, K. H., II, "In Situ Determination of Elastic Moduli of Pavement Systems by Spectray-Analysis-of-Surface-Waves Method(Theoretical Aspects)," *Research Report 437-2*, Center for Transportation Research, The Univ. of Texas, Austin, Texas, 1986.
10. 김수일, "지표면 진동에 의한 지반특성 분석," 연세대학교 산업기술연구소 논문집, 제17집, 제 1 권, (22), 1985. pp. 59-66
11. 김수일, 우제윤, "표면파 해석 기법을 이용한 자연지반 및 포장구조의 동적 물성 추정에 관한 연구," 대한토목학회 학술 발표회 개요집, 1986, pp. 595-601.
12. 김수일, 우제윤, "표면파 기법을 이용한 자연지반 및 포장구조의 동적물성 추정에 관한 연구 : 이론적 분산곡선," 대한토목학회 논문집, 제 7 권, 제 2호, 1987, pp. 121-130.
13. Dunkin, J., "Computation of Modal Solutions in Layered, Elastic Media at High Frequencies," *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 55, 1965, pp. 335-358.
14. Watson, T.H., "A Note on Fast Computation of Rayleigh Wave Dispersion in the Multilayered Halfspace," *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 60, 1970. pp. 161-166.
15. Thomson, W. T., "Transmission of Elastic Waves

- Through a Stratified Solid Medium," *J. Appl. Phys.* Vol. 26, 1950, pp. 89-93.
16. Thrower, E. N., "The Computation of the Dispersion of Elastic Waves in Layered Media," *J. Sound Vib.* Vol. 2, 1965, pp. 210-226.
 17. Pestel E. C. and Leckie, F. A., *Matrix Methods in Elastomechanics*. McGraw-Hill. New York, 1963, pp. 192-213.
 18. Ewing, W. M., Jardetzky, W. S., and Press, F., *Elastic Waves in Layered Media*, McGraw-Hill, New York, 1957.
 19. Jones, R., "A Vibration Method for Measuring the Thickness of Concrete Road Slabs In Situ," *Mag. Conc. Res.* Vol. 7, No. 20, 1955, pp. 97-105.
 20. Jones, R., "Surface Wave Technique for Measuring the Elastic Properties and Thickness of Roads: Theoretical Development," *Brit. J. Appl. Phys.*, Vol. 13, 1962, pp. 21-29
 21. Richart, F. E., Jr., Wood, R. D., and Hall, J. H. Jr., *Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice-Hall Prentice-Hall. Englewood Cliffs, 1969.

(接受: 1988. 10. 8)