

降伏線理論에 의한 슬래브의 解析

Analysis of Slabs by the Yield Line Theory

吳 柱 源*
Oh, Ju Won

Abstract

When a R.C. slab is designed by the yield line theory, there is a possibility of local failure caused by an extreme moment distribution on the yield lines. To reduce the local failures the use of the formula in which the plastic resistance moment in the middle strips is different from that in the column strips was suggested.

The formula also has a few other parameters for which the values have to be determined to design the R.C. slab. An attempt was made to determine the ideal values of all these parameters. This will make it easy and realistic to design the R.C. slab by the yield line method.

要 旨

鐵筋콘크리트 設計를 위하여 降伏線理論을 이용하는 경우에는 降伏線을 따라서 發生하는 過度한 모멘트分配로 인하여 局部的인 破壞가 일어날 수 있다. 柱列帶와 中間帶의 塑性抵抗모멘트를 하나의 媒介變數를 이용하여 다르게 취하므로써 이러한 局部的 破壞를 줄일 수 있는 降伏線理論에 의한 解析公式이 提案되었다.

또한 降伏線理論에 의한 解析公式에 포함되어 있는 여러가지 媒介變數들의 理想的인 값을 提案하므로써 降伏線法에 의한 鐵筋콘크리트 슬래브의 設計를 보다 용이하고 合理的으로 실시할 수 있게 하였다.

1. 序 論

슬래브를 解析하고 設計하는데는 彈性理論이나 塑性理論을 利用할 수 있다. 지금까지 대부분의 슬래브 設計에는 彈性的 線型理論을 많이 使用하여 왔으며 이는 단순화된 設計過程때문에 상당히 편리하게 設計에 이용될 수 있었다. 그러나 현재 슬래브設計에도 塑性理論의 사용이 점점증대되고 있다⁽¹⁻⁹⁾.

지금까지 슬래브의 解析에 降伏線理論을 利用할 때는 모두 슬래브의 降伏線 全 길이에 걸쳐서 塑性抵抗모멘트가 同一하다고 가정하고 이를 구하게 된다⁽¹⁰⁻¹³⁾. 그러나 슬래브에서는 降伏線이 길게 發生하므로 降伏線 全 길이가 동시에 降伏狀態에 도달하는 것이 아니며 먼저 中間帶 부분이 塑性抵抗모멘트에 도달하고 그후 모멘트가 分配됨에 따라 점진적으로 柱列帶부분이 塑性抵抗모멘트에 도달한다. 이 경우에는 作用荷重이 所要荷重에 미치지 못한 경우에도 中間帶

* 正會員 · 韓南大學校 理工大學 助教授, 土木工學科

一部에서는 이미 塑性狀態에 도달하여 局部的인 破壞가 進行되게 된다. 또한 柱列帶部分이 塑性 모멘트에 到來할 때는 中間帶部分 특히 제일 먼저 塑性 모멘트가 發生되었던 部分은 극심한 局部的 破壞가 예상된다. 특히 鐵筋콘크리트 슬래브등에서는 이러한 部分에서 균열에 의한 鐵筋腐蝕 등의 문제가 發生할 것이다. 물론 이를 防止하기 위하여 균열 및 처짐에 대한 限界狀態條件을 設計時 檢討하게 된다. 그러나 塑性抵抗 모멘트 計算時 이러한 限界狀態條件을 超過할 可能性을 줄여 주는 것이 보다 合理的이다. 가장 合理的인 設計를위해서는 降伏線의 모든 위치에서 모멘트 分配가 없는 狀態로 동시에 塑性抵抗모멘트에 到達하도록 하는 것이 理想的인 것이나 이는 事實상 不可能하다. 따라서 本 研究에서는 通常 나누는 柱列帶와 中間帶의 큰 두 부분으로 나누어 어떤 荷重이 作用할 때 이 두 부분이 동시에 塑性抵抗모멘트에 到達하도록 이 두 부분의 塑性抵抗모멘트를 달리하고, 아울러 負의 塑性抵抗모멘트(M_p)와 正의 M_p 도 위와같은 이유에서 서로 달리 취하여, 또한 長方向과 短方向의 M_p 도 서로 달리 취하여 이들 媒介變數들을 포함하는 降伏線理論에 의한 解析式을 提案하여 슬래브 設計時 이용될 수 있도록한다. 또한 解析式에 포함된 媒介變數들에 대하여 理想的인 媒介變數값들을 提案한다. 지금까지는 柱列帶와 中間帶의 M_p 에 의한 媒介變數를 降伏線에 의한 解析式에 포함시킨 경우는 없었으며 또한 슬래브設計를 위한 理想的인 媒介變數들의 값을 提案한 研究가 없었다.

媒介變數들의 값은 彈性理論에 의하여 슬래브내에 發生하는 分布모멘트들의 比에 一致하도록 決定되는 것이 理想的이므로 슬래브 두 邊의 比에 따라 다를 것이다. 彈性理論에 의하여 슬래브내에 發生하는 모멘트의 分布는 既存의 公式를 이용하거나 數值解를 이용할 수 있으나^(14,15) 本 研究에서는 보의 理論을 이용한 Strip의 문제로 近似化시켜 구하였다. 適用된 슬래브는 4邊 固定슬래브에 限 하였다.

2. 4邊 고정 슬래브에 대한 降伏線 解析

그림 1-a와 같은 降伏線모드를 가진 4邊固

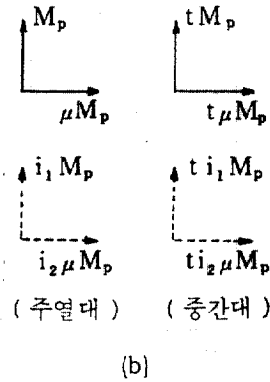
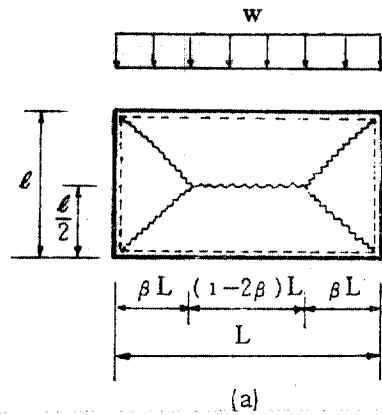


그림 1. 降伏線모드 및 塑性抵抗모멘트

定 2方向슬래브가 단위면적당 등분포하중 ω 를 받고 있다고 하자. 이 슬래브의 塑性抵抗모멘트는 그림 1-b와 같이 長方向 塑性抵抗모멘트가 短方向 塑性抵抗모멘트의 μ (直交異方形係數임)배, 中間帶의 塑性抵抗모멘트가 柱列帶의 塑性抵抗모멘트의 t 배, 短方向과 長方向으로 각각 負의 塑性抵抗모멘트가 正의 塑性抵抗모멘트의 i_1, i_2 배라 한다. 이때 中間帶는 슬래브 中央部의 $\frac{l}{2}$ 과 $\frac{L}{2}$, 柱列帶는 양쪽 端部로부터 각각 $\frac{l}{4}$ 과 $\frac{L}{4}$ 까지로 定한다. 이와같은 崩壞메카니즘에 대하여 中央部의 變位를 1이라 가정할때 假想일의 原理를 適用하여 解析하면 다음과 같다.

$$W_{ext} = \omega \times \frac{l}{2} \times (1-2\beta)L \times \frac{1}{2} \times 2 + \omega \times \frac{1}{2} \times \beta L \times \frac{l}{2} \times \frac{1}{3} \times 4 + \omega \times \frac{1}{2} \times l \times \beta L \times \frac{1}{3} \times 2$$

$$= \frac{K(3-2\beta)}{6} \omega l^3$$

$$\begin{aligned}
 W_{in_1} &= tM_p(1+i_1) \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{l/2} \times 2 + M_p(1+i_1) \\
 &\quad \times \frac{L}{4} \times \frac{1}{l/2} \times 4 + t\mu M_p(1+i_2) \times \frac{l}{2} \\
 &\quad \times \frac{1}{\beta L} \times 2 + \mu M_p(1+i_2) \times \frac{l}{4} \times \frac{1}{\beta L} \times 4 \\
 &= M_p(1+t) \left[2K(1+i_1) + \frac{\mu}{\beta K}(1+i_2) \right]
 \end{aligned}$$

$W_{ext} = W_{in_1}$ 에 의하여 외식을 정리하면

$$M_p = \frac{K^2(3-2\beta)}{6(1+t) \left[2K^2(1+i_1) + \frac{\mu}{\beta}(1+i_2) \right]} \times \omega l^2 \quad (1)$$

여기서, $K = \frac{L}{l}$: 두 변의 비

만일 $i_1 = i_2 = i$ 라면

$$M_p = \frac{K^2(3-2\beta)}{6(1+t)(1+i) \left[2K^2 + \frac{\mu}{\beta} \right]} \times \omega l^2 \quad (2)$$

β 는 降伏線의 위치를 나타내는 媒介變數로서 M_p 가 最大가 되도록 決定되어야 하므로

$$\frac{\partial M_p}{\partial \beta} = 0 \text{에서}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{\mu^2(1+i_2)^2 + 3K^2\mu(1+i_1)}(1+i_2) - \mu(1+i_2)}{2K^2(1+i_1)} \quad (3)$$

만일 $i_1 = i_2 = i$ 라면

$$\beta = \frac{\sqrt{\mu^2 + 3K^2\mu} - \mu}{2K^2} \quad (4)$$

임의의 邊比 K 에 대하여 슬래브를 設計하는 경우에는 理想的인 i_1, i_2, t, μ 의 값이 주어지면 式(1)과 (3) 또는 式(2)와 (4)에 의하여 슬래브의 塑性抵抗모멘트를 구할 수 있다.

$i_1 = i_2 = i$ 이고 주열대와 중간대의 소성저항모멘트가 같은 경우에는 $t=1$ 로서 다음과 같이 정리된다.

$$M_p = \frac{K^2(3-2\beta)}{12(1+i) \left[2K^2 + \frac{\mu}{\beta} \right]} \times \omega l^2 \quad (5)$$

참고문헌(12)와 비교하기 위하여 $\omega = q, K = \frac{1}{\alpha}$,

$Kl = L$ 을 代入하고 정리하면

$$M_p = \frac{\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha\beta}{3} \right)}{2(1+i) \left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\alpha\mu}{\beta} \right)} \times qL^2 \quad (6)$$

식(6)은 참고문헌(12)의 식(8.16)과 잘 일치되

므로 본 연구에서 유도된 공식은 합리적인 항복선 공식으로 판단된다.

3. 4변 고정 슬래브에 대한 彈性解析

그림 1-a와 같은 4邊固定 2方向 슬래브의 彈性解析을 위해서 Marcus⁽¹⁵⁾의 方法과 같이 그림 2와 같은 점선부분의 直角方向의 要素를 생각한다. 공인된 결과로서 Timoshenko의 해석결과식을 이용하여도 무방하나 해석과정의 복잡함 때문에 근사적인 해석방법으로서 Marcus의 보이론을 수정하였다. 보의 비틀림을 무시할 때 임의점 $P(x, y)$ 에서 垂直荷重 ω 는 그 점을 지나는 直交하는 두 개의 長方向보와 短方向보의 저항모멘트에 의하여 지지된다. 長方向보가 支持하는 荷重을 ω_1 , 短方向보가 支持하는 荷重을 ω_2 라 하면

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega \quad (7)$$

變位條件으로서 Marcus는 中央點에서 처짐이 동일하게 되도록 하는 ω_1, ω_2 를 구하여 要素에 等分布로 작용하는 것으로 近似化시켰으나 본 研究에서는 모든 점에서 독립적으로 처짐이 같아지는 ω_1, ω_2 를 각각 구하여 要素에 變分布荷重으로 작용하는 것으로 近似化시켜 좀더 실제에 가깝게 거동하도록 하였다. 이를 위하여 그림 3-a와 같은 兩端固定보의 처짐을 생각한다. 그림 3-a에서 처짐은 그림 3-b, c, d의 처짐들의 합으로 생각할 수 있으며 임의점의 처짐은 다음과 같다.

$$\delta_x = \delta_{x_b} + \delta_{x_c} + \delta_{x_d} \quad (8)$$

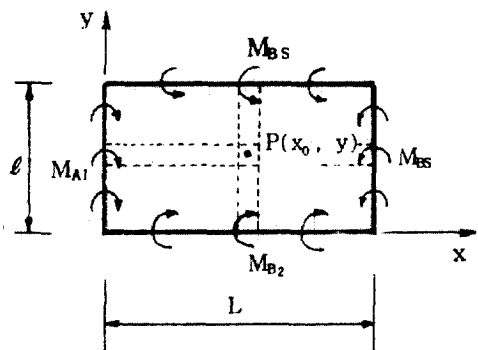


그림 2. 4변고정 2방향슬래브의 要素

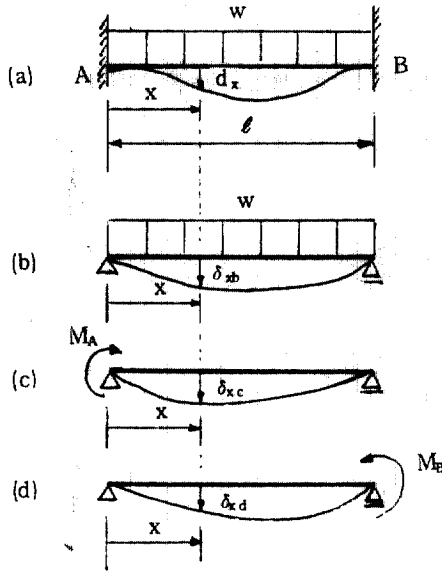


그림 3. 양단고정보의 처짐

여기서,

$$\delta_{xb} = \frac{\omega l^4}{24EI} \left[\left(\frac{x}{l}\right) - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right]$$

$$\delta_{xc} = \frac{M_A l^3}{6EI} \left[2\left(\frac{x}{l}\right) - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$$

$$\delta_{xd} = \frac{M_B l^3}{6EI} \left[\left(\frac{x}{l}\right) - \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$$

따라서 $x=aL$, $y=bL$ 인 그림 2의 슬래브상 임의점 $P(aL, bL)$ 에서 두 직교보의 처짐은 서로 같아야 하므로

$$\frac{\omega_1 \cdot L^4}{24EI} (a - 2a^3 + a^4) + \frac{L^2}{6EI} [M_{A1}(2a - 3a^2 + a^3) + M_{B1}(a - a^3)] = \frac{\omega_2 \cdot l^4}{24EI} (b - 2b^3 + b^4) + \frac{l^2}{6EI} [M_{A2}(2b - 3b^2 + b^3) + M_{B2}(b - b^3)]$$

이 식을 정리하면

$$\omega_1 \cdot L^4 (A_1 + 4C_{a1} \cdot A_2 + 4C_{b1} \cdot A_3) = \omega_2 \cdot l^4 (B_1 + 4C_{a2} \cdot B_2 + 4C_{b2} \cdot B_3) \quad (9)$$

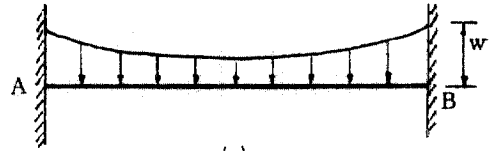
여기서, $A_1 = a - 2a^3 + a^4$

$$A_2 = 2a - 3a^2 + a^3$$

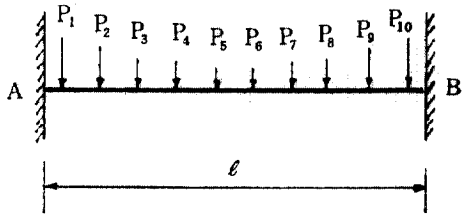
$$A_3 = a - a^3$$

$$B_1 = b - 2b^3 + b^4$$

$$B_2 = 2b - 3b^2 + b^3$$



(a)



(b)

그림 3. 변분포하중을 받는 양단고정보

$$B_3 = b - b^3$$

$$M_{A1} = C_{a1} \times \omega_1 \cdot L^2, \quad M_{A2} = C_{a2} \cdot \omega_2 \cdot l^2$$

$$M_{B1} = C_{b1} \times \omega_1 \cdot L^2, \quad M_{B2} = C_{b2} \cdot \omega_2 \cdot l^2$$

$a =$ 상수 $(0.0 \sim 1.0)$, $b =$ 상수 $(0.0 \sim 1.0)$

$C_{a1}, C_{b1}, C_{a2}, C_{b2} =$ 단 조건을 결정짓는

단 모멘트계수(양단고정시: $-\frac{1}{12}$)

式(7)과 式(9)을 정리하여 임의점 P 에서 長, 短方向으로 支持되는 荷重을 구하면

$$\omega_1 = f_1 \cdot \omega \quad (10a)$$

$$\omega_2 = f_2 \cdot \omega \quad (10b)$$

여기서,

$$f_1 = \frac{B_4}{A_4 + B_4} : \text{장방향 하중분배율} \quad (11a)$$

$$f_2 = \frac{A_4}{A_4 + B_4} : \text{단방향 하중분배율} \quad (11b)$$

$$A_4 = K^4 (A_1 + 4C_{a1} A_2 + 4C_{b1} A_3)$$

$$B_4 = B_1 + 4C_{a2} B_2 + 4C_{b2} B_3$$

式(10)을 이용하면 그림 4-a와 같이 長短方向의 임의의 보 요소에 대한 荷重은 變分布荷重이 된다. 이러한 變分布荷重을 받는 임의의 보 요소로부터 임의점의 휨모멘트를 구하기 위하여 그림 4-b와 같이 다시 近似的인 方法을 사용한다. 보를 10개의 區間으로 나누고 각 구간마다 중간값을 구하여 그 區間의 平均값으로 취하므로써 集中荷重을 받는 보 요소로 近似化시킨다. 여기서 荷重 P_i 는 短方向보에 대해서는

表 1. 4 변고정슬래브의 모멘트계수

| a 또는 b | | | | | | | | | | | |
|--------|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| K | 모멘트계수 | 0.05 | 0.15 | 0.25 | 0.35 | 0.45 | 0.55 | 0.65 | 0.75 | 0.85 | 0.95 |
| 1.0 | $-C_s \times 10^3$ | 6.9 | 27.1 | 40.8 | 48.1 | 51.3 | 51.3 | 48.1 | 40.8 | 27.1 | 6.9 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 2.0 | 10.5 | 17.2 | 21.1 | 22.8 | 22.8 | 21.1 | 17.2 | 10.5 | 2.0 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 6.9 | 27.1 | 40.8 | 48.1 | 51.3 | 51.3 | 48.1 | 40.8 | 27.1 | 6.9 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 2.0 | 10.5 | 17.2 | 21.1 | 22.8 | 22.8 | 21.1 | 17.2 | 10.5 | 2.0 |
| 1.1 | $-C_s \times 10^3$ | 9.2 | 33.6 | 48.0 | 55.1 | 58.0 | 58.0 | 55.1 | 48.0 | 33.6 | 9.2 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 2.8 | 13.6 | 21.0 | 24.8 | 26.4 | 26.4 | 24.8 | 21.0 | 13.6 | 2.8 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 6.2 | 25.9 | 40.8 | 49.5 | 53.4 | 53.4 | 49.5 | 40.8 | 25.9 | 6.2 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 1.7 | 9.5 | 16.6 | 20.9 | 22.9 | 22.9 | 20.9 | 16.6 | 9.5 | 1.7 |
| 1.2 | $-C_s \times 10^3$ | 11.9 | 40.0 | 54.4 | 61.0 | 63.5 | 63.5 | 61.0 | 54.4 | 40.0 | 11.9 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 3.9 | 16.8 | 24.5 | 28.1 | 29.5 | 29.5 | 28.1 | 24.5 | 16.8 | 3.9 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 5.5 | 24.6 | 40.0 | 49.6 | 54.0 | 54.0 | 49.6 | 40.0 | 24.6 | 5.5 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 1.5 | 8.6 | 15.6 | 20.2 | 22.4 | 22.4 | 20.2 | 15.6 | 8.6 | 1.5 |
| 1.3 | $-C_s \times 10^3$ | 14.9 | 46.1 | 59.9 | 65.7 | 67.9 | 67.9 | 65.7 | 59.9 | 46.1 | 14.9 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 5.1 | 20.0 | 27.5 | 30.7 | 32.0 | 32.0 | 30.7 | 27.5 | 20.0 | 5.1 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 4.9 | 23.1 | 38.7 | 48.8 | 53.6 | 53.6 | 48.8 | 38.7 | 23.1 | 4.9 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 1.3 | 7.7 | 14.4 | 19.2 | 21.5 | 21.5 | 19.2 | 14.4 | 7.7 | 1.3 |
| 1.4 | $-C_s \times 10^3$ | 18.2 | 51.6 | 64.4 | 69.4 | 71.2 | 71.2 | 69.4 | 64.4 | 51.6 | 18.2 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 6.5 | 22.9 | 30.0 | 32.8 | 33.9 | 33.9 | 32.8 | 30.0 | 22.9 | 6.5 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 4.4 | 21.7 | 37.1 | 47.4 | 52.5 | 52.5 | 47.4 | 37.1 | 21.7 | 4.4 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 1.1 | 6.9 | 13.3 | 17.9 | 20.3 | 20.3 | 17.9 | 13.3 | 6.9 | 1.1 |
| 1.5 | $-C_s \times 10^3$ | 21.8 | 56.6 | 68.1 | 72.3 | 73.8 | 73.8 | 72.3 | 68.1 | 56.6 | 21.8 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 8.1 | 25.6 | 32.1 | 34.5 | 35.4 | 35.4 | 34.5 | 32.1 | 25.6 | 8.1 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 3.9 | 20.3 | 35.3 | 45.7 | 50.9 | 50.9 | 45.7 | 35.3 | 20.3 | 3.9 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 1.0 | 6.2 | 12.2 | 16.6 | 19.0 | 19.0 | 16.6 | 12.2 | 6.2 | 1.0 |
| 1.6 | $-C_s \times 10^3$ | 25.6 | 60.8 | 71.0 | 74.6 | 75.8 | 75.8 | 74.6 | 71.0 | 60.8 | 25.6 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 9.8 | 28.0 | 33.8 | 35.8 | 36.6 | 36.6 | 35.8 | 33.8 | 28.0 | 9.8 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 3.5 | 19.0 | 33.6 | 43.9 | 49.1 | 49.1 | 43.9 | 33.6 | 19.0 | 3.5 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 0.9 | 5.6 | 11.1 | 15.4 | 17.6 | 17.6 | 15.4 | 11.1 | 5.6 | 0.9 |
| 1.7 | $-C_s \times 10^3$ | 29.5 | 64.5 | 73.4 | 76.3 | 77.4 | 77.4 | 76.3 | 73.4 | 64.5 | 29.5 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 11.6 | 30.0 | 35.1 | 36.9 | 37.5 | 37.5 | 36.9 | 35.1 | 30.0 | 11.6 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 3.1 | 17.7 | 31.9 | 42.0 | 47.1 | 47.1 | 42.0 | 31.9 | 17.7 | 3.1 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 0.8 | 5.1 | 10.2 | 14.2 | 16.3 | 16.3 | 14.2 | 10.2 | 5.1 | 0.8 |
| 1.8 | $-C_s \times 10^3$ | 33.5 | 67.5 | 75.2 | 77.7 | 78.6 | 78.6 | 77.7 | 75.2 | 67.5 | 33.5 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 13.6 | 31.8 | 36.2 | 37.7 | 38.2 | 38.2 | 37.7 | 36.2 | 31.8 | 13.6 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 2.8 | 16.5 | 30.2 | 40.0 | 45.1 | 45.1 | 40.0 | 30.2 | 16.5 | 2.8 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 0.7 | 4.6 | 9.3 | 13.1 | 15.1 | 15.1 | 13.1 | 9.3 | 4.6 | 0.7 |
| 1.9 | $-C_s \times 10^3$ | 37.4 | 70.1 | 76.7 | 78.8 | 79.5 | 79.5 | 78.8 | 76.7 | 70.1 | 37.4 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 15.5 | 33.3 | 37.1 | 38.3 | 38.8 | 38.8 | 38.3 | 37.1 | 33.3 | 15.5 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 2.6 | 15.4 | 28.5 | 38.1 | 43.1 | 43.1 | 38.1 | 28.5 | 15.4 | 2.6 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 0.6 | 4.2 | 8.5 | 12.1 | 14.0 | 14.0 | 12.1 | 8.5 | 4.2 | 0.6 |
| 2.0 | $-C_s \times 10^3$ | 41.3 | 72.2 | 77.9 | 79.7 | 80.3 | 80.3 | 79.7 | 77.9 | 72.2 | 41.3 |
| | $+C_s \times 10^3$ | 17.5 | 34.5 | 37.8 | 38.8 | 39.2 | 39.2 | 38.8 | 37.8 | 34.5 | 17.5 |
| | $-C_L \times 10^3$ | 2.3 | 14.4 | 27.0 | 36.3 | 41.1 | 41.1 | 36.3 | 27.0 | 14.4 | 2.3 |
| | $+C_L \times 10^3$ | 0.6 | 3.8 | 7.8 | 11.1 | 12.9 | 12.9 | 11.1 | 7.8 | 3.8 | 0.6 |

表 2. 본 연구와 참고문헌(14)의 최대치 비교

| K | 본 연구 | | | | 참고문헌 | | | |
|-----|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| | 중 양 점 | | 고 정 단 | | 중 양 점 | | 고 정 단 | |
| | $C_s \times 10^3$ | $C_L \times 10^3$ | $-C_s \times 10^3$ | $-C_L \times 10^3$ | $C_s \times 10^3$ | $C_L \times 10^3$ | $-C_s \times 10^3$ | $-C_L \times 10^3$ |
| 1.0 | 22.8 | 22.8 | 51.3 | 51.3 | 23.1 | 23.1 | 51.3 | 51.3 |
| 1.1 | 26.4 | 22.9 | 58.0 | 53.4 | 26.4 | 23.1 | 58.1 | 53.8 |
| 1.2 | 29.5 | 22.4 | 63.5 | 54.0 | 29.9 | 22.8 | 63.9 | 55.4 |
| 1.3 | 32.0 | 21.5 | 67.9 | 53.6 | 32.7 | 22.2 | 68.7 | 56.3 |
| 1.4 | 33.9 | 20.3 | 71.2 | 52.5 | 34.9 | 21.2 | 72.6 | 56.8 |
| 1.5 | 35.4 | 19.0 | 73.8 | 50.9 | 36.8 | 20.3 | 75.7 | 57.0 |
| 1.6 | 36.6 | 17.6 | 75.8 | 49.1 | 38.1 | 19.3 | 78.0 | 57.1 |
| 1.7 | 37.5 | 16.3 | 77.4 | 47.1 | 39.2 | 18.2 | 79.9 | 57.1 |
| 1.8 | 38.2 | 15.1 | 78.6 | 45.1 | 40.1 | 17.4 | 81.2 | 57.1 |
| 1.9 | 38.8 | 14.0 | 79.5 | 43.1 | 40.7 | 16.5 | 82.2 | 57.1 |
| 2.0 | 39.2 | 12.9 | 80.3 | 41.1 | 41.2 | 15.8 | 82.9 | 57.1 |

0.1 $\omega_1 l$ 이 되고, 長方向보에 대해서는 0.1 $\omega_1 L$ 이 된다. 그림 4-b로부터 휨모멘트를 구하여 一般式으로 整理하면 다음과 같다.

$$M_S = C_S \omega l^2 \quad (12a)$$

$$M_L = C_L \omega l^2 \quad (12b)$$

여기서, M_S : 短方向 휨모멘트

M_L : 長方向 휨모멘트

C_S : 短方向 모멘트係數

C_L : 長方向 모멘트係數

ω : 單位面積當 等分布荷重

l : 슬래브의 短邊길이

위와같은 方法으로 4 변고정슬래브에 대하여 K에 따라 계산한 결과는 表 1과 같다. 그 결과를 檢討하기 위하여 表 2와 같이 미분방정식을 이용한 엄밀해로써 참고문헌(14)에 提示된 最大值와 비교하였다. 결과는 비교적 잘 일치하였으나 K의 값이 증가함에 따라 약간 차이가 있음을 알 수 있다.

위의 方法은 端條件이 다른 여러가지 슬래브에 대해서도 그대로 적용이 可能하다. 다만 端條件에 따라 $C_{a1}, C_{b1}, C_{a2}, C_{b2}$, 등이 端部條件에 맞도록 주어져야 한다.

4. 媒介變數값의 決定

슬래브 設計를 위하여 式(1)로 부터 塑性抵抗모멘트를 구하는 경우에 媒介變數들 i_1, i_2, t, μ, β

의 값을 決定하지 않으면 안된다. β 의 값은 나머지 媒介變數들의 값이 決定되면 式(3) 또는 式(4)에 의하여 決定되므로 媒介變數값의 決定은 i_1, i_2, t, μ 의 값決定으로 된다. 이 媒介變數들은 슬래브내에 發生하는 彈性狀態의 모멘트들의 比에 일치되도록 決定되는 것이 理想的이므로 表 1의 결과를 이용한다. 그러나 分布狀態를 精確하게 일치시키는 것은 不可能할 뿐 아니라 무의미하므로 代表값으로서 中間帶의 0.35l(또는 0.35L)부분의 塑性抵抗모멘트값과 柱列帶의 0.15l(또는 0.15L)부분의 塑性抵抗모멘트를 취하여 算術平均값으로 媒介變數들의 값을 구하려 한다.

i_1 의 값은 短方向의 負의 塑性抵抗모멘트값의 절대치를 正의 塑性抵抗모멘트 값으로 나누어 대략적인 平均値로 구하고, i_2 의 값은 長方向의 負의 塑性抵抗모멘트값의 절대치를 正의 塑性抵抗모멘트값으로 나누어 대략적인 平均値로 구하며 이들의 結果値는 表 3과 같다.

t 의 값은 短方向의 塑性抵抗모멘트에 대하여 中間帶의 塑性抵抗모멘트값을 柱列帶의 塑性抵抗모멘트값으로 나누어 구하되 正, 負의 塑性抵抗모멘트에 대하여 平均値로 구하면 表 3과 같다.

μ 의 값은 長方向의 塑性抵抗모멘트값을 短方向의 塑性抵抗모멘트값으로 나누어 구하되 中間

表 3. 매개변수값

| K | 1.0 | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.7 | 1.8 | 1.9 | 2.0 |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| i_1 | 2.4 | 2.3 | 2.3 | 2.2 | 2.2 | 2.2 | 2.1 | 2.1 | 2.1 | 2.1 | 2.1 |
| i_2 | 2.4 | 2.6 | 2.7 | 2.8 | 2.9 | 3.0 | 3.1 | 3.2 | 3.3 | 3.4 | 3.5 |
| t | 1.9 | 1.7 | 1.6 | 1.5 | 1.4 | 1.3 | 1.3 | 1.2 | 1.2 | 1.1 | 1.1 |
| μ | 1.0 | 0.9 | 0.8 | 0.7 | 0.6 | 0.6 | 0.5 | 0.5 | 0.4 | 0.4 | 0.4 |

帶에서 正, 負의 塑性抵抗모멘트에 대하여 平均 值로 구하면 表 3과 같다.

따라서 降伏線理論에 의한 解析公式를 이용하여 슬래브를 設計하고자 할 때에는 그 媒介變數 값들의 決定時 表 3에 提案된 대체적인 標準值를 참고하면 용이하고 合理的인 設計가 可能할 것이다.

5. 結 論

슬래브 設計를 위하여 降伏線理論을 이용하는 경우에 모멘트分配의 過度로 인하여 作用荷重이 所要荷重보다 작을 경우에도 局部的 破壞가 일어날 可能性이 있으며 또한 降伏線理論에 의한 解析公式에 포함되는 여러가지 媒介變數들의 값을 設計時 어떻게 決定하느냐 하는 문제점이 있으나 本 研究를 통하여

① 柱列帶와 中間帶의 塑性抵抗모멘트를 媒介變數를 이용하여 다르게 취하므로써 過度한 모멘트分配로 인한 局部的 破壞의 위험을 줄일 수 있는 解析公式이 提案되었다.

② 降伏線理論에 의한 解析公式에 포함되어 있는 여러가지 媒介變數들의 理想的인 값들을 提案하므로써 降伏線에 의한 슬래브의 設計를 보다 용이하고 合理的으로 실시할 수 있게 하였다.

參 考 文 獻

- Horton, T.G., "The Yield-Line Analysis of Rectangular Reinforced Concrete Tanks", Thesis Presented to Oxford University, at Oxford, England, 1969.
- Petcu, V., "Plastic Design of Reinforced Concrete Rectangular Slabs subjected to Loads of Hydrostatic Type," *Indian Concrete J.*, Sept. 1965, pp.

- 947~973.
- Morley, C.T., "Experiments on the yield criterion of isotropic reinforced concrete slabs," *Proc. ACI*, 64, No. 1, 1967, pp.40~45.
- Reddy, D.V., and Murphree, E.L., "Ultimate load analysis of edge-loaded foundation slabs," *The Structural Engineer*, Vol. 46, No. 1, 1968, pp. 13~16.
- Wilby, C.A., "Application of the Strip Method to the Design of Tanks," *Indian Concrete J.*, 1979, pp.109~113.
- Armer, G.S.T., "The strip method: a new approach to the design of slabs," *Current paper, CP 81/68*, Watford, Building Research Establishment, 1968, p.6.
- Wood, R.H., and Armer, G.S.T., "The theory of the strip method for design of slabs," *Proc. ICE*, 41, 1968, pp.285~311.
- Rangan, B.V., "Lower Bound Solutions for Continuous Orthotropic slabs," *J. of the Structural Division*, ASCE, Vol. 99, ST3, 1973, pp. 443~452.
- Rangan, B.V., "Limit State Design of Slabs Using Lower Bound Approach," *J. of the Structural Division*, ASCE, Vol. 100, No. ST2, 1974, pp.373~389.
- Hognestad, E., "Yield-line theory for the ultimate flexural strength of reinforced concrete slabs," *Proc. ACI*, 49, No. 7, 1953, pp.637~656.
- Hillerberg, A., "A Plastic Theory for the Design of Reinforced Concrete Slab", *Sixth Congress, International Association for Bridge and Structural Engineering*, Stockholm, Sweden, June, 1960.
- Moy, S.S.J., *Plastic Method for Steel and Concrete Structures*, The Macmillan Press Ltd., London, 1981, pp.152~199.

13. Kong, F.K., and Evans, R.H., *Reinforced and Prestressed Concrete*, 2nd ed., The pitman press, 1980, pp.240~274.
14. Timoshenko, S.P., and Woinowsky-Krieger, S., *Theory of Plates and Shells*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1959, pp.197~202.
15. Szilard, R., *Theory and Analysis of Plates*, Prentice-Hall, 1974, pp.315~612.

(接受: 1988. 2. 12)