

應答係數를 利用한 건물벽에서의 熱負荷 計算

Thermal Load Calculations on Stud-Frame Walls by Response Coefficient Method

黃 英 奎*, 朴 伊 東**
Y. K. Hwang E. T. Pak

ABSTRACT

An application of thermal response coefficient method for obtaining thermal load on stud-frame walls in a typical house is presented.

A set of stud-frame walls is two-dimensional heat conduction transients with composite structure. The ambient temperature on the right-hand face of the stud-frame walls is a typical day-cycle input and the room temperature on the left-hand face is a constant input. The desired output is thermal load at the left-hand face. The time-dependent ambient temperature is approximated by a continuous, piecewise-linear function each having one hour interval.

The conduction problem is spatially discretized as 8 computer modelings by finite elements to obtain thermal response coefficients. The discretization and round-off errors can be neglected in the range of adequate number of nodes. A 60-node discretization is recommended as the optimum model among 8 computer modelings.

Several sets of response coefficients of the stud-frame walls are generated by which the rate of heat transfer through the walls or some temperature in the walls can be calculated for different input histories.

1. 序 論

복합구조벽(stud-frame wall)에서 벽면 外部에서의 流體의 온도(ambient temperature) 또는 熱복사에 의한 열전달율(heat flux)등이 長期間에 걸쳐 時間에 따라 變할 때, 다른 쪽

벽면에서의 온도분포와 열전달율을 求하는 문제, 즉 時間에 따라 變化하는 強制入力(time-dependent input forcing function)에 대한 多次元의 열전달 解는 냉난방 설계와 태양열 利用 研究 등에 자주 필요하다.

이러한 種類의 問題들을 풀기 위하여 여러

* 정회원, 성균관대학교 기계설계학과

** 정회원, 성균관대학교 기계공학과

가지 방법들이 사용되었는데 理論的인 해석으로는 중첩원리들(superposition principles) 또는 Green 함수 방법 등이 利用되었다.^{1,2)} 이러한 理論的인 해석방법으로는 單一物質로 構成된 一次元 구조벽과 입력함수(input function)가 단순할 경우에만 可能하다. 많은 실제 경우에는 형상이 단순하지 않을 뿐만 아니라, 複合物質로 構成되어 있고 또한 入力함수들이 단순하지 않다.

大容量 컴퓨터를 使用한 有限差分法(finite element method)를 利用한 방법은 解析 對象을 n 개의 節點(node)으로 解析하여 n 개의 연립方程式을 시간의 함수인 入力에 대하여 풀어야 한다. 이때 解는 통상적으로 Euler 또는 Crank-Nicolson 방법을 이용하여 시간에 관해 단계적으로 앞으로 前進해 가면서 求한다. 各各의 time step에서 해석 對象 内部全體에 관해서 온도 分布를 구한 後, 열전달율을 求해야만 하는 것이다. 이 방법의 主된 短點은 수치적 不安定(Numerically induced oscillation)을 피하기 위하여 시간 增分(time step)을 매우 적게 취해야 한다는 것이다.^{1,3,4)}

이미 어떤 구조벽에 대한 시간에 따라 변하는 入力에 관해 解를 얻었다 할지라도, 同一한 구조벽에 대해 다른 入力함수에 대한 問題를 풀기 위하여는 처음부터 完全히 다른 問題를 풀어야 하기 때문에 매우 非經濟的이라 할 수 있다.

Stephenson 과 Mitalas는 중첩방법과 變換理論(transform theory)을 써서 熱 응답(thermal-response) 방법을 展開하였는데 이 방법은 解析 對象 内部 전체에 대한 온도분포를 計算하는 것을 피하기 위해 과거의 入力과 求하고자 하는 出力(output) 사이의 어떠한 연관關係를 찾아서 일련의 응답계수(response-factor coefficients)를 求하였다.^{5,6)} 後에 그들은 熱 응답 방법을 改善하여 z -변환 함수를 사용하여 現在의 出力(output)을 구하기 위해서, 과거와 현재의 入力과 과거의 出力에다 응답계수를 곱하여 現在の 出力을 구하였다.⁷⁾ z -변환 방법은 어떤 구조벽에 대한 응답계수들을 求한 後 동일 구조벽에서 相異한 시간의

함수인 入力들에 관해서 問題를 풀고자 할 때, 전체의 問題를 다시 計算할 必要가 없이 同一한 응답계수를 사용할 수 있다.

간단한 건축 구조들에 대한 열전달 계산을 용이하게 하기위해 z -變換 函數 계수들이 ASHRAE 핸드북⁸⁾에 수록되어 있다. 그러나 z -변환함수 방법은 구조가 단순한 一次元의 複합구조 벽에만 가능하고, 좀더 일반적인 問題, 즉 二次元, 三次元의 형상에 대해서 또는 시간에 따라 변하는 벽 내부의 열발생(heat generation)문제 등에 대해서는 使用할 수가 없다는 것이 단점이다.

Pawelski는 좀더 복잡한 형상의 구조에 대한 일반적인 응답계수(response coefficient)를 구하고자 Euler의 有限差分法(finite difference method)을 利用하여 시간에 따라 변하는 특정한 入力들에 대하여 出力을 計算한 後 최소자승법(least-squares fit)으로서 미지의 응답계수들을 구하였다.⁹⁾

Ceylan 과 Myers는 위에서 열거된 방법들의 問題점들을 보완하기 위해서, 열전달 問題를 有限要素法 및 有限差分法을 사용하여 精確한 응답계수들(response coefficients)를 구하는 long-time solution을 개발했다.¹⁰⁾ 그 방법은 시간의 함수인 入力를 연속적으로 일정한 시간 간격을 가진 區分連續 선형함수(piecewise-linear function)로 만들어서, long-time solution을 利用한 精確한 일련의 응답계수들을 구하는 것이다. 이 방법은 z -변환 함수 방법보다는 좀더 일반적인 열전달 問題를 취급할 수가 있다. 컴퓨터 計算 경비에 있어서도 위에서 열거된 방법들(Euler 또는 Crank-Nicolson 방법을 利用한 有限要素法 및 有限差分法)보다 매우 經濟적이라 하겠다.

이 방법을 적용하여 Ceylan은 태양열 利用에 관한 問題를 수치적으로 해석했다.¹¹⁾

本 論文에서는 전형적인 주택의 複합구조벽(stud-frame walls)에 있어서, 여름에 室外 大氣의 온도가 1일을 주기로 하여 매시간마다 變하며, 室內에서 일정한 공기온도로 냉방하여 유지할 때 室內 壁면에서의 열전달율을 計算하고자 한다. 즉 적절한 냉방 負荷를 算出

하기 위해서는 室內로 전달되는 열전달율을 알아야 되기 때문이다.

이 실제적인 문제를 풀기 위하여 Ceylan 과 Myers의 Long-time solution 方法을 利用하여 목적하는 出力, 즉 室內 공기로 전달되는 열전달율을 求하였다. 이 문제를 푸는데 있어서 8가지의 컴퓨터 모델들을 사용하였다.

2. 理論 背景

非正常 狀態의 열전도를 풀기 위하여 解析 對象을 有限差分法이나 有限要素法을 利用하여 n개의 節點(node) 및 유한한 구역(discrete regions)들로 해석을 하면 아래와 같이 벡터의 1次方程式으로 표현될 수 있다.

$$C\dot{t} + St = r \dots\dots\dots (1)$$

여기서 t 는 온도벡터이고 C 는 Capacitance 행렬, S 는 Conductance 행렬을 나타낸다. r 은 入力벡터이며, 즉 벽면 주위의 流體온도(ambient temperature), 경계조건에서 주어진 열속(heat flux)이나 온도, 그리고 벽내부의 열발생율을 나타낸다.

초기조건은

$$t(0) = t^{(0)} \dots\dots\dots (2)$$

式(1)의 엄밀解(exact solution)는 Duhamel의 理論을 사용하면

$$t(\theta) = X \exp(-\Lambda \theta) X^T C t^{(0)} + X \int_{\tau=0}^{\theta} \exp[-\Lambda(\theta - \tau)] X^T r(\tau) d\tau \dots\dots\dots (3)$$

로 표현된다. 여기서 Λ 는 n개의 固有值의 對角行列(diagonal eigenvalue matrix)이고, X 는 그에 따른 n개의 固有벡터(eigenvector)들이다. 따라서

$$SX = CX\Lambda \dots\dots\dots (4)$$

인데 C 와 S 行列은 대류 또는 주어진 온도의 경계조건을 갖고 있는 한 항상 陽의 固有值를 가지게 된다(positive definite)¹²⁾

式(3)에서는 장기간의 시간에 대하여는 초기

조건 $t^{(0)}$ 의 영향은 곧 소멸된다. 왜냐하면 지수함수항과 곱해져 있기 때문이다. 式(3)의 오른쪽의 적분값은 理論적으로 完全히 구하려면, 入力벡터에 대한 처음부터 現在까지의 時間에 대한 경력을 알아야만 하지만, 指數함수로 因하여 오직 r 에 대한 現在시점 가까이의 경력만을 알아도 상당히 精確한 解를 구할 수 있다.

r 을 아래와 같이 편의상 여러개의 入力함수로 분해할 수 있다.

$$r = Ps + Q\dot{s} + Rp \dots\dots\dots (5)$$

여기서 s 는 분해된 入力벡터(reduced input vector)이고, p 는 상수 入力벡터(constant input vector)이다.

式(1)~式(5)을 利用하여 정리하면 구하고자 하는 出力벡터는 아래와 같이 간략하게 응답계수들과 入力벡터의 시간에 대한 경력 및 과거에서의 出力(output)과의 관계로 표현된다.¹⁰⁾

$$U^{(0)} = B_0 S^{(0)} + \sum_{\mu=1} B_{\mu} S^{(\mu)} + \sum_{\mu=1} C_{\mu} U^{(\mu)} + Dp \dots\dots\dots (6)$$

여기서 μ 는 시간단계 지표(time-step index)이고 現在에는 $\mu=0$ 그리고 한 time-step마다 과거로 거슬러 올라갈 때마다 index가 하나씩 증가한다. U 는 出力(output) Vector이며 B_0, B_{μ}, C_{μ} 및 D 는 응답계수들이다. 일단 응답계수들을 求하면 목적한 값을 式(6)을 사용하여 구할 수 있다.

계산을 시작할 때는 충분히 과도상태에 도달하기까지의 入力에 대한 시간 경력들을 必要로 한다. 또한 式(6)에서는 과거에서의 出力을 필요로 한다. 그러나 求하고자 하는 解가 장시간이 경과한 後에 관한 것이라면(마치 初期조건에 영향처럼) 出力에 대한 不正確한 過去에서의 가정치들은 곧 소멸함으로 解는 별 영향을 받지 않게 된다.

3. 컴퓨터 모델 및 數值解析結果

3.1 解析對象

전형적인 주택의 복합구조벽(stud-frame

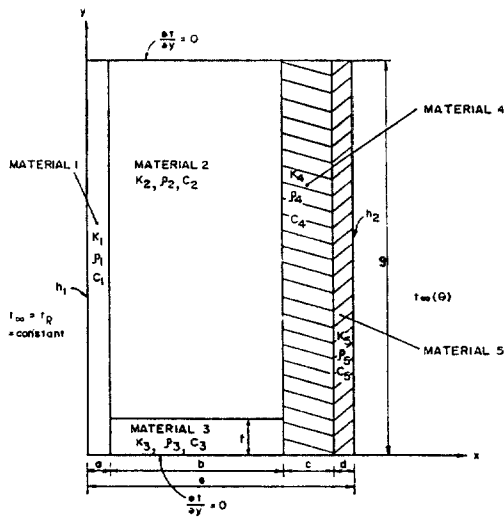


Fig. 1. Problem Geometry and Inputs

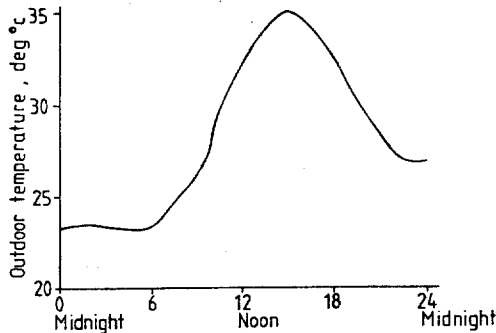


Fig. 2. Typical Daily Outdoor Air-Temperature Variation During Hot Weather

walls)의 구조는 Fig.1과 같다. 여름철의室外 대기의 온도는 시간에 따라 Fig.2와 같이 변화한다.

이때 室內의 온도를 25.6°C로 유지할때 室內 벽면에서의 單位 幅當 전달율을 目的하는 出力으로서 구하고자 한다. 이 문제를 풀기 위하여 解析對象인 Fig.1을 8개의 모델(discretization model)로 有限要素法을 사용하기 위하여 만들었고, 이 각각의 모델에 대하여 앞에서 言及한 Ceylan과 Myers의 Long-time solution⁽¹⁰⁾을 利用하여 응답계수(response coefficients)들을 구한 後 出力으로서 單位 幅當 열전달율을 구하고자 하였다.

問題를 단순히 取扱하기 위하여 모델을 만

들 때 아래와 같은 가정을 하였다.

Table 1. Input Data

| No. | Material | ρ [kg/m ³] | k [W/m°C] | C [KJ/kg°C] |
|-----|-----------------|-----------------------------|-----------|-------------|
| 1 | gypsum boarding | 800.9 | 0.1600 | 1.089 |
| 2 | fiber glass | 18.42 | 0.4257 | 0.837 |
| 3 | wood | 512.6 | 0.1154 | 1.382 |
| 4 | styrofoam | 35.24 | 0.0289 | 1.214 |
| 5 | hard board | 800.9 | 0.0860 | 1.298 |

| Length | [cm] |
|--------|-------|
| a | 1.27 |
| b | 8.89 |
| c | 2.54 |
| d | 0.95 |
| e | 13.65 |
| f | 1.90 |
| g | 20.32 |

$$h_1 = 8.29 [W/m^2°C]$$

$$h_2 = 22.71 [W/m^2°C]$$

$$t_R = 25.6 [°C]$$

1) Fig.1에서 구조벽內의 온도變化는 오직 x와 y 방향의 平面內에만 存在하고 z方向으로는 온도의變化를 무시한다.

2) 構成하는 物質들의 物理的인 性質들은 同一 物質內에서는 均一하다.

3) 水分의 영향들을 무시한다.

Fig.1은 複合구조벽의 形狀을 보이고 Table 1은 구조벽의 치수 및 재료들의 物理的인 性質들 및 경계조건에서의 열전달 계수들을 나타낸다. 이때 사용된 치수는 영국단위계(British Units)를 국제단위계(S. I. Units)로 환산하였기 때문에 소수점이하 여러자리의 값이 입력 데이터로 사용되었다.

3.2 컴퓨터 모델 및 數值解析

問題의 解를 求하기 위하여 有限要素法을 利用한 8가지의 解析 Model들, 즉 17, 18, 33, 60, 84, 96, 134 그리고 144 節點(node)의 discretization 모델이 使用되었다.

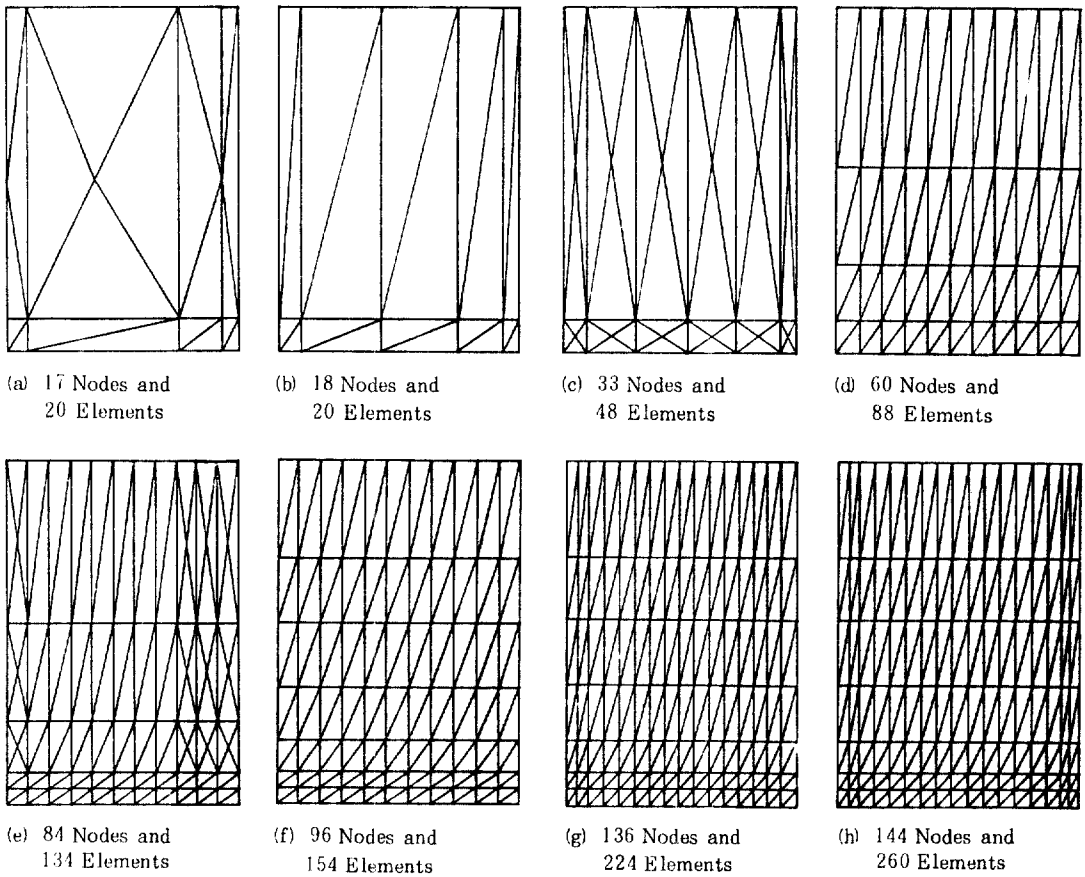


Fig. 3. Discretization Models

Fig. 3(a)에서 (h)까지는 각각의 解析 model 을 나타낸다. 물질 1, 물질 3 과 물질 5 주위에는 相對的으로 조밀하게 節點(node)들을 배치 했고, 따라서 要素의 크기(sizes of element)는 相對的으로 작다.

그외의 물질 2 와 물질 4 에 대해서는 드문 드문 節點들을 배열하여 要素의 크기는 상대적으로 크게 했음을 discretization 모델에서 볼 수 있다. 그 理由는 온도의 구배 및 열흐름이 큰 지역이 물질 1, 물질 3 과 물질 5 이기 때문이다. 위에서 言及된 모델에 대하여 解를 求하기 위한 컴퓨터 프로그램 RC22 를 作成하여 使用되었고, 이 프로그램에서는 固有值를 엄밀解(exact solution)로서 구하고, 固有值들을 그 크기의 순서대로 배열하기 위하여 Subroutine Package EISPACK¹³⁾을 利用하

였다.

프로그램 RC22는 Ceylan의 RC2¹¹⁾를 기초로 하여 그 一部를 수정하여 만들었다.

3.3 數值結果

計算中 時間間隔 $\Delta\theta$ 는 1시간으로 自定을 $\theta=0$ 으로 하였는데, 이것은 Fig. 2의 室外 공기온도 $t_{\infty}(\theta)$ 를 Piecewise-linear 함수로 나타냈기 때문이다. 각각의 모델과 그의 수치적 解와의 關係를 考察하여, 節點(node)의 數를 증가시켰을 때 最終 결과치인 열전달율의 變化가 約 3% 以內에 될때까지 節點의 數를 증가시켰다. 즉 60에서 144까지 節點(node) 數를 증가시켰을 때 벽면에서의 열전달율의 變化는 2.8%미만이였다. 8가지의 해석모델에 대한 응답계수들(response coefficients)과

Table 2. Response Coefficients of Various Computer Modelings to Calculate Rate of Heat Transfer

| node coef. | 17 | 18 | 33 | 60 | 84 | 96 | 136 | 144 |
|----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| C ₁ | 0.67314 | 0.67490 | 0.80275 | 0.99743 | 0.10298 × 10 ¹ | 0.10384 × 10 ¹ | 0.10588 × 10 ¹ | 0.10670 × 10 ¹ |
| C ₂ | -0.10997 | -0.99403 × 10 ⁻¹ | -0.15991 | -0.27988 | -0.30668 | -0.31330 | -0.33188 | -0.34049 |
| C ₃ | 0.60411 × 10 ⁻² | 0.47298 × 10 ⁻² | 0.11282 × 10 ⁻¹ | 0.31806 × 10 ⁻¹ | 0.38049 × 10 ⁻¹ | 0.39586 × 10 ⁻¹ | 0.44092 × 10 ⁻¹ | 0.46722 × 10 ⁻¹ |
| C ₄ | -0.79357 × 10 ⁻⁴ | 0.53183 × 10 ⁻⁴ | -0.26593 × 10 ⁻³ | -0.16458 × 10 ⁻² | -0.22398 × 10 ⁻² | -0.24026 × 10 ⁻² | -0.28392 × 10 ⁻² | -0.31731 × 10 ⁻² |
| C ₅ | 0.14443 × 10 ⁻⁶ | 0.16162 × 10 ⁻⁶ | 0.22598 × 10 ⁻⁵ | 0.42404 × 10 ⁻⁴ | 0.68277 × 10 ⁻⁴ | 0.76462 × 10 ⁻⁴ | -0.96222 × 10 ⁻⁴ | 0.11621 × 10 ⁻³ |
| C ₆ | | | -0.55593 × 10 ⁻⁸ | -0.56270 × 10 ⁻⁶ | -0.11194 × 10 ⁻⁵ | -0.13380 × 10 ⁻⁵ | -0.17946 × 10 ⁻⁵ | -0.24020 × 10 ⁻⁵ |
| C ₇ | | | | 0.37635 × 10 ⁻⁸ | 0.97802 × 10 ⁻⁸ | 0.13065 × 10 ⁻⁷ | 0.18704 × 10 ⁻⁷ | 0.28414 × 10 ⁻⁷ |
| C ₈ | | | | | | | -0.10372 × 10 ⁻⁹ | -0.18106 × 10 ⁻⁹ |
| D | 0.28673 × 10 ⁻¹ | 0.27972 × 10 ⁻¹ | 0.22937 × 10 ⁻¹ | 0.16662 × 10 ⁻¹ | 0.15907 × 10 ⁻¹ | 0.15676 × 10 ⁻¹ | 0.15286 × 10 ⁻¹ | 0.15159 × 10 ⁻¹ |
| B ₀ | -0.90796 × 10 ⁻³ | -0.47155 × 10 ⁻² | -0.54257 × 10 ⁻² | -0.62684 × 10 ⁻² | -0.65152 × 10 ⁻² | -0.62738 × 10 ⁻² | -0.65133 × 10 ⁻² | -0.66301 × 10 ⁻² |
| B ₁ | -0.25426 × 10 ⁻¹ | -0.20076 × 10 ⁻¹ | -0.20961 × 10 ⁻¹ | -0.21629 × 10 ⁻¹ | -0.21635 × 10 ⁻¹ | -0.21675 × 10 ⁻¹ | -0.21042 × 10 ⁻¹ | -0.20639 × 10 ⁻¹ |
| B ₂ | -0.37002 × 10 ⁻² | -0.34332 × 10 ⁻² | 0.31047 × 10 ⁻² | 0.12199 × 10 ⁻¹ | 0.12607 × 10 ⁻¹ | 0.13595 × 10 ⁻¹ | 0.13749 × 10 ⁻¹ | 0.13549 × 10 ⁻¹ |
| B ₃ | 0.14327 × 10 ⁻² | 0.24508 × 10 ⁻³ | 0.46402 × 10 ⁻³ | -0.63958 × 10 ⁻³ | -0.68233 × 10 ⁻³ | -0.96680 × 10 ⁻² | -0.11349 × 10 ⁻² | -0.10880 × 10 ⁻² |
| B ₄ | -0.71331 × 10 ⁻⁴ | 0.81135 × 10 ⁻⁵ | -0.12062 × 10 ⁻³ | -0.34964 × 10 ⁻³ | -0.38406 × 10 ⁻³ | -0.39010 × 10 ⁻³ | -0.38320 × 10 ⁻³ | -0.39124 × 10 ⁻³ |
| B ₅ | -0.82141 × 10 ⁻⁶ | 0.16575 × 10 ⁻⁷ | 0.11899 × 10 ⁻⁶ | 0.24934 × 10 ⁻⁴ | 0.30334 × 10 ⁻⁴ | 0.36348 × 10 ⁻⁴ | 0.39484 × 10 ⁻⁴ | 0.41390 × 10 ⁻⁴ |
| B ₆ | | | 0.28202 × 10 ⁻⁸ | -0.46336 × 10 ⁻⁶ | -0.67982 × 10 ⁻⁶ | -0.97921 × 10 ⁻⁶ | -0.11627 × 10 ⁻⁶ | -0.13009 × 10 ⁻⁶ |

B_μ [W/m²]; C_μ [none]; D [W/m²]

Table 3. Rates of Heat Transfer q of Various Computer Modelings at Time-Step Index μ

| node μ | 17 | 18 | 33 | 60 | 84 | 96 | 136 | 144 |
|---------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 7 | 0.94129×10^{-1} | 0.88113×10^{-1} | 0.20987×10^{-1} | 0.26474×10^{-2} | 0.39117×10^{-3} | 0.16054×10^{-3} | 0.13868×10^{-2} | 0.17969×10^{-2} |
| 8 | 0.10328 | 0.94784×10^{-1} | 0.49138×10^{-1} | 0.23310×10^{-1} | 0.20193×10^{-1} | 0.19363×10^{-1} | 0.17722×10^{-1} | 0.17262×10^{-1} |
| 9 | 0.68294×10^{-1} | 0.60527×10^{-1} | 0.29910×10^{-1} | 0.35295×10^{-2} | 0.54186×10^{-3} | -0.52879×10^{-3} | -0.19111×10^{-2} | -0.22119×10^{-2} |
| 10 | 0.29654×10^{-2} | -0.50969×10^{-2} | -0.25644×10^{-1} | -0.48768×10^{-1} | -0.51484×10^{-1} | -0.52278×10^{-1} | -0.53525×10^{-1} | -0.53802×10^{-1} |
| 11 | -0.95740×10^{-1} | -0.10115 | -0.11593 | -0.13568 | -0.13779 | -0.13865 | -0.13950 | -0.13959 |
| 12 | -0.20782 | -0.21005 | -0.21905 | -0.23286 | -0.23442 | -0.23506 | -0.23558 | -0.23567 |
| 13 | -0.32009 | -0.31990 | -0.32423 | -0.33195 | -0.33291 | -0.33332 | -0.33355 | -0.33361 |
| 14 | -0.42376 | -0.42072 | -0.42114 | -0.42374 | -0.42335 | -0.42361 | -0.42356 | -0.42356 |
| 15 | -0.50644 | -0.50206 | -0.49896 | -0.49532 | -0.49514 | -0.49508 | -0.49486 | -0.49489 |
| 16 | -0.56618 | -0.55847 | -0.55277 | -0.54470 | -0.54774 | -0.54385 | -0.54332 | -0.54324 |
| 17 | -0.58427 | -0.57687 | -0.56806 | -0.55517 | -0.55412 | -0.55366 | -0.55313 | -0.55317 |
| 18 | -0.57214 | -0.56403 | -0.55471 | -0.54027 | -0.53884 | -0.53844 | -0.53777 | -0.53771 |
| 19 | -0.52294 | -0.51544 | -0.50521 | -0.48919 | -0.48771 | -0.48714 | -0.48650 | -0.48650 |
| 20 | -0.44445 | -0.44030 | -0.43111 | -0.41619 | -0.41482 | -0.41413 | -0.41368 | -0.41372 |
| 21 | -0.35657 | -0.35528 | -0.34892 | -0.33768 | -0.33653 | -0.33596 | -0.33566 | -0.33567 |
| 22 | -0.26947 | -0.27069 | -0.26716 | -0.26008 | -0.25929 | -0.25883 | -0.25871 | -0.25873 |
| 23 | -0.19256 | -0.19555 | -0.19477 | -0.19198 | -0.19153 | -0.19126 | -0.19128 | -0.19129 |
| 24 | -0.13023 | -0.13185 | -0.13273 | -0.13296 | -0.13271 | -0.13273 | -0.13271 | -0.13264 |

Time Interval = 1 [hr]; q [W/m]

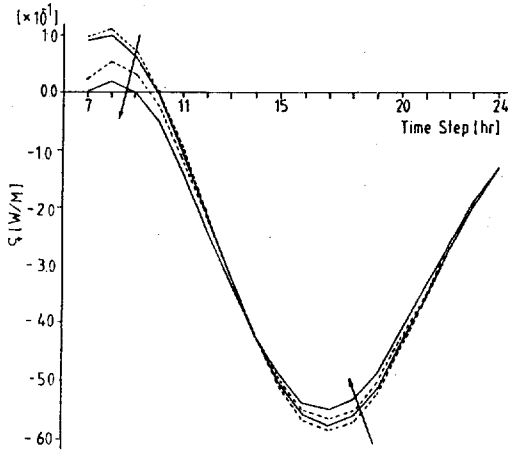


Fig. 4. The Relation between the Heat Transfer Rate and Discretization Models. The Arrow Indicates Increasing Numbers of node: 17(dashed line), 18(solid line), 33(dashed line) and 144(solid line)

單位幅當 열전달율이 Table 2 과 Table 3 에收錄되어 있다. 이때 使用된 컴퓨터는 Harris 6 이었다.

또한 Fig. 4 는 每 時間마다 變化하는 室內벽 면에서의 열전달율을 各各의 모델에 대하여 도시했다. 여기서 열전달율 q 는 실내공기로부터 벽쪽으로 전달되는 열전달율 양의 값으로 잡

았다. 그러므로 음의 값의 q 는 室內쪽 벽면에서 室內 공기로 전달되는 열전달율을 뜻한다.

외부 대기의 온도가 시간에 따라 變할 때 복합구조벽 내부의 온도들을 구하기 위한 일련의 응답계수들을 구할 수 있다. Fig. 1 에서 물질 1 의 좌측하단을 원점(0,0)으로 잡고 물질 2 와 물질 4 와의 접촉면(x = 10.16 cm)에서 4 점, 즉 I(10.16, 20.32), J(10.16, 7.0), K(10.16, 1.91), L(10.16, 0.0)을 임의로 잡았다. 이 4 점들에서의 온도들 t_I, t_J, t_K, t_L 을 구하고자 96-node 컴퓨터 모델을 사용하여 응답계수들이 구하여졌고, 이 값들은 Table 4 에 수록되어 있다. 이때 사용된 컴퓨터는 Univac 1100 이었다. 이 계수들을 이용하여 4 지점에서 계산된 온도들(즉 t_I, t_J, t_K, t_L)은 대기온도와 함께 Table 5 에 수록되어 있다. 이때 대기온도는 시간에 따라 변화하는 입력 함수이고 4 점에서의 온도들은 출력이며, 시간간격(time interval)은 1 시간이다.

컴퓨터 모델 96-node 에 대한 Table 2 의 응답계수 C_μ 와 Table 4 의 C_μ 값은 이론적으로는 동일한 수치를 가져야 하나, 이 차이는 컴퓨터 Harris 6 와 Univac 1100 간의 성능차이에 기인한 것이다.

Table 4. Response Coefficients of 96-Node Model for obtaining temperatures at points I, J, K and L

| Point Coef. | I (10.16, 20.32) | J (10.16, 7.0) | K (10.16, 1.91) | L (10.16, 0.0) |
|----------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| D | 0.74405×10^{-1} | 0.77817×10^{-1} | 0.96462×10^{-1} | 0.10163 |
| B ₀ | 0.37768 | 0.31906 | 0.14251 | 0.10617 |
| B ₁ | -0.10667 | -0.57768×10^{-1} | 0.73812×10^{-1} | 0.10144 |
| B ₂ | -0.16098 | -0.14885 | -0.93522×10^{-1} | -0.84734×10^{-1} |
| B ₃ | 0.59618×10^{-1} | 0.53291×10^{-1} | 0.19885×10^{-1} | 0.13784×10^{-1} |
| B ₄ | -0.66913×10^{-2} | -0.62087×10^{-2} | -0.16007×10^{-2} | -0.70078×10^{-3} |
| B ₅ | 0.29734×10^{-3} | 0.29970×10^{-3} | 0.52882×10^{-4} | 0.58627×10^{-6} |
| B ₆ | -0.49660×10^{-5} | -0.62129×10^{-5} | -0.55612×10^{-6} | 0.81363×10^{-6} |

$C_1 = 0.10383 \times 10^1$, $C_2 = -0.31324$, $C_3 = 0.39575 \times 10^{-1}$, $C_4 = -0.24075 \times 10^{-2}$,
 $C_5 = 0.76426 \times 10^{-4}$, $C_6 = -0.13371 \times 10^{-5}$, $C_7 = 0.13044 \times 10^{-7}$

B_μ [none]; C_μ [none]; D_μ [none]

Table 5. The Time-Dependent Input and Resulting Temperatures at Points I, J, K and L

| Time-Step Index | Input | Output | | | |
|-----------------|---------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | Outdoor Temperature | t _I | t _J | t _K | t _L |
| 8 | 25.3 | 26.3 | 26.2 | 25.9 | 25.8 |
| 9 | 26.7 | 26.9 | 26.7 | 26.1 | 26.0 |
| 10 | 28.8 | 27.8 | 27.4 | 26.6 | 26.4 |
| 11 | 30.6 | 28.8 | 28.4 | 27.3 | 27.1 |
| 12 | 32.2 | 29.8 | 29.4 | 28.1 | 27.8 |
| 13 | 33.6 | 30.7 | 30.3 | 28.9 | 28.6 |
| 14 | 34.4 | 31.4 | 31.1 | 29.7 | 29.3 |
| 15 | 35.0 | 31.9 | 31.5 | 30.2 | 29.9 |
| 16 | 34.4 | 31.8 | 31.6 | 30.5 | 30.3 |
| 17 | 33.8 | 31.5 | 31.3 | 30.5 | 30.3 |
| 18 | 32.4 | 30.7 | 30.7 | 30.3 | 30.2 |
| 19 | 30.8 | 29.7 | 29.8 | 29.7 | 29.6 |
| 20 | 29.4 | 28.7 | 28.8 | 29.1 | 29.1 |
| 21 | 28.2 | 27.8 | 28.0 | 28.3 | 28.3 |
| 22 | 27.2 | 27.1 | 27.2 | 27.7 | 27.7 |
| 23 | 26.6 | 26.5 | 26.7 | 27.1 | 27.2 |
| 24 | 25.6 | 25.9 | 26.1 | 26.6 | 26.7 |

Time Interval = 1[hr]; Temperature [°C]

4. 考 察

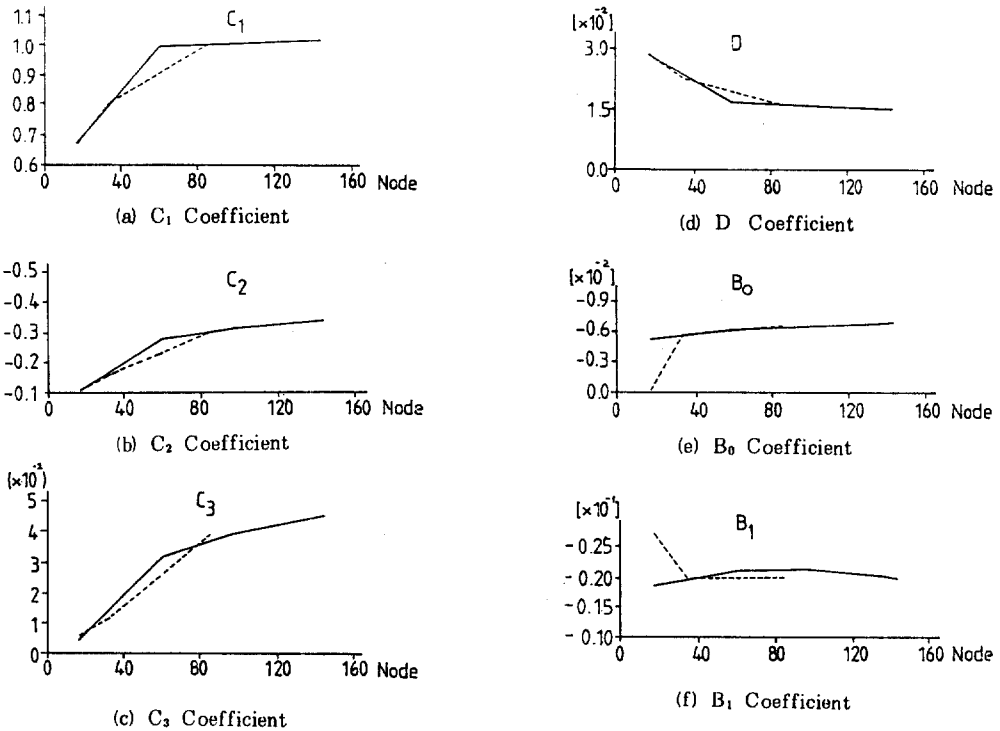
4.1 컴퓨터 모델들에 대한 考察

解析對象을 8개의 discretization 모델로 해석을 하였는데, 그 모델의 形態로 보아서 2가지의 類型으로 나눌 수가 있다. 節點(node)의 類가 18, 60, 96, 136, 144인 모델들을 A類型이라 하고 節點의 數가 17, 33, 84인 모델들을 B類型이라고 하자. 어떠한 類型의 model이 비교적 경제적이고 正確한 解에 가까운가를 판별하기 위해서는 理論解(analytical solution)를 구하여 비교를 해야하나, 本論文의 問題에 대한 理論解는 存在하지 않음으로 우선 最大의 節點을 가진 모델이 最小의 discretization 誤差를 갖게 됨으로 144-node 모델을 그에 상응하는 더 많은 計算中 야기되는 誤差의 누적 및 과급이 심각하지만, 그 영향

을 고려하지 않는 경우로 간주한다. A類型的 18-node 모델과 B類型的 17-node 모델은 同一한 數의 要素(element)들을 갖고 있음에도 불구하고, A類型的 18-node 모델의 解가 B類型的 17-node 모델보다 正確하다(Fig. 5 (a)~(f) 參照).

B類型的의 경우 17-node에서 33-node로 節點을 증가하였을 때 結果들이 현저하게 좋아졌음을 알 수 있다. 대체적으로 A類型的의 discretization이 B類型的의 discretization보다는 경제적이고 효율적임을 확인할 수 있다.

基本的인 discretization의 原則은 온도의 구배가 큰 예상구역, 즉 열확산계수(thermal diffusivity, α)가 작은 물질 1, 물질 3, 물질 5의 지역에 상대적으로 節點을 집중시켰다. 기본 model을 A類型的의 60-node의 discretization으로 잡았을 때, 열확산계수가 적은



Solid Line(—) Showing A Group of Discretization Models
 Slash Line(---) Showing B Group of Discretization Models

Fig. 5. The Relation Between Response Coefficients and Discretization Models

구역들에 더 많은 節點들을 잡은 것이 84-node의 모델이다. 이때 응답계수(response coefficient)인 C_{μ} , D, B_{μ} 계수들이 상당히 144-node의 解에 접근함을 볼 수 있다. 계속해서 節點의 類를 96에서 136으로 증가했을때, 응답계수들의 변화는 매우 적다. 그리고 節點의 숫자를 136에서 144로 증가시켰을 때 열전달율에서의 차는 $7.43 \times 10^{-3} \%$ 였다. 따라서 解는 節點의 숫자가 80 근처에서 수렴(converge)한다고 볼 수 있다. 求하고자 하는 出力인 열전달율을 가지고 판단을 해 볼 경우에 60-node의 解와 144-node의 解와의 差異는 불과 2.8% 미만이므로 60-node의 모델이 비교적 정확한 경계적인 discretization 이라고 간주할 수 있다.

4.2 應答係數 利用에 관한 考察

入力(室外 대기온도)이 時間에 따라 1日週

期(day cycle)로 變할 때, 時間에 따라 變하는 出力(복합구조벽의 室內벽면에서 실내공기로의 열전달율)을 표현하기 위하여는 16개 이하의 응답계수들(response coefficients)로서 충분하다. 8개의 C_{μ} , 1개의 D, 7개의 B_{μ} 계수들로서 수렴(converge)하는 解를 節點의 數가 144인 모델(144 node-discretization model)에 대하여 구하였다. 이 응답계수들을 利用하여 순간적으로 變하는 出力인 열전달율 q를 아래와 같이 表現할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 q^{(0)} = & -0.66301 \times 10^{-2} t_{\infty}^{(0)} \\
 & -0.20639 \times 10^{-1} t_{\infty}^{(1)} \\
 & +1.3549 \times 10^{-2} t_{\infty}^{(2)} \\
 & -1.0880 \times 10^{-3} t_{\infty}^{(3)} \\
 & -0.39124 \times 10^{-3} t_{\infty}^{(4)} \\
 & +0.41390 \times 10^{-4} t_{\infty}^{(5)} \\
 & -1.3009 \times 10^{-6} t_{\infty}^{(6)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 1.5159 \times 10^{-2} \times 25.6 \\
 &+ 0.10670 \times 10 q^{(1)} \\
 &- 0.34049 q^{(2)} \\
 &+ 0.46722 \times 10^{-1} q^{(3)} \\
 &- 0.31731 \times 10^{-2} q^{(4)} \\
 &+ 0.11621 \times 10^{-3} q^{(5)} \\
 &- 0.24020 \times 10^{-5} q^{(6)} \\
 &+ 0.28414 \times 10^{-7} q^{(7)} \\
 &- 0.18106 \times 10^{-9} q^{(8)} \dots\dots\dots (7)
 \end{aligned}$$

윗 式에서 現在의 出力 $q^{(0)}$ 를 求하기 위해 서 과거 8개 time-step에서의 q 를 알아야 한다. 윗 式을 利用하여 計算을 시작하기 위하여 처음에는 임의의 값들을 과거에서의 出力으로 가정하여 使用한다. 그러나 目的하는 出力은 장시간에 대한 주기적인 解(periodic solution)이므로 가정值의 解에 대한 影響을 무시할 수 있다. 現在의 出力은 time-step에 關하여 9번째만에 求하여지고, 여기서 求한 解는 反復적으로 다음 Cycle에서 다시 利用된다. 그러므로 解는 주기적으로 9번째의 time-step으로부터 시작하기 때문에, 初期의 가정치들은 9 time-step 이후이면 소멸된다.

4.3 誤差問題에 대한 考察

상대적으로 많은 회수의 計算과 기억용량을 必要로 하는 本 論文에서의 수치적 解는 컴퓨터 性能의 制約으로 야기되는 반올림(round-off) 誤差問題와 또한 해석대상을 有限한 숫자의 절점(node) 및 요소(element)로 해석하는 것에서 야기되는 discretization 誤差問題로 인하여 多小間의 誤差가 있는 근사치의 解이다. 節點(node)의 數가 증가함으로써, 해석대상의 묘사에서 오는 discretization 誤差는 줄일 수 있겠지만, 상대적으로 컴퓨터의 기억용량(memory storage space) 증대 및 많은 회수의 計算들을 수행함으로 반올림 誤差의 階級 및 축적문제에 심각하게 된다.

節點의 숫자의 증감에 따른 discretization 誤差와 반올림 誤差의 階級 및 축적, 그리고 計算價格을 고려했을 때 60node discretization이 최적의 모델이라고 볼 수 있다.

5. 結 論

건물의 벽은 이차원 복합구조벽으로 이루어져 있으며, 여름철에 실외 대기의 온도가 1일을 주기로 장기간에 걸쳐 변하고 실내 온도를 일정하게 유지할 때, 실내 벽면에서의 열전달율과 복합구조벽 내부의 특정한 지점들의 온도를 구하기 위하여 열응답계수 방법을 利用하였다.

실외 대기 온도 변화는 한 시간 간격의 구간 연속 입력함수로서 취급하였고, 복합구조벽은 유한요소법을 사용하여 8가지의 컴퓨터 모델을 해석하고 엄밀해로서 고유값들을 구하는 과정을 거쳐 수렴하는 몇 련의 응답계수들을 구하였다. 이 응답계수들과 과거와 현재의 入力 및 과거의 出力을 곱하여 현재의 出力인 열전달율 및 온도를 구하였다.

일단 응답계수를 구한 후에는 동일한 구조벽에서 상이한 입력함수에 대한 문제들에 적용할 수 있기 때문에 경제적이다. 즉, 본 논문에서는 응답계수를 이용하여 여름철의 냉방 부하를 계산하였지만 동절기의 난방부하를 求하기 위하여는 동일한 응답계수를 사용하고, 오직 다른 실외 대기의 온도 變化를 1日 주기와 한 시간 간격의 구간 연속함수로서 표현하고, 상이한 실내의 온도를 入力하여 주기만 하면 된다.

參 考 文 獻

1. Myers, G.E., Analytical Methods in Conduction Heat Transfer, McGraw-Hill, N.Y. pp.151-163, 1971.
2. Ozisik, M.N., Heat Conduction, Wiley & Sons, N.Y. pp.209-223, 1980.
3. Myers, G.E., "Finite-Difference and Finite-Element Class Notes," University of Wisconsin-Madison, 1978.
4. Myers, G.E., "The Critical Time for Finite-Element Solutions to Two-dimensional Heat-conduction Transients," ASME

- JOURNAL OF HEAT TRANSFER, Vol. 100, pp.120-127, 1978.
5. Stephenson, D.G. and Mitalas, G.P., "Cooling Load Calculations by Thermal Response Facotor Method," ASHRAE Transactions, Vol.73, Part I, pp.III.1.1-III.1.7. 1967.
 6. Mitalas, G.P. and Stephenson, D.G., "Room Thermal Response Factors," ASHRAE Transactions, Vol.73, pp.III.2.1-III.2.10. 1967.
 7. Stephenson, D.G. and Mitalas, G.P., "Calculation of Heat Conduction Transfer Functions for Multi-Layer Slabs," ASHRAE Transactions, Vol.77, Part II, pp.117-126, 1971.
 8. ASHRAE Handbook and Product Directory, Fundamentals, pp.25.27-27.35. 1977.
 9. Pawelski, M.J., "Development of Transfer Function Load Models and Their Use in Modeling the CSU Solar House I." M.S. Thesis, University of Wisconsin-Madison, 1976.
 10. Ceylan, H.T. and Myers, G.E., "Long-Time Solutions to Heat-Conduction Transients with Time-Dependent Inputs," ASME JOURNAL OF HEAT TRANSFER, Vol.102, pp.115-120, 1980.
 11. Ceylan, H.T., "Long-Time Solutions to Heat-conduction Transients with Time-Dependent Inputs," Doctoral Dissertation, University of Wisconsin-Madison, 1979.
 12. Franklin, J.N., Matrix Theory, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., p.105, 1968.
 13. Eigensystem Subroutine Package (EIS-PACK), 2nd ed., Argonne National Laboratory, Argonne, Ill., 1977.