

주기적인 원주형 장애물이 있는 덕트유동 및 열전달의 비직교좌표변환에 의한 해석

Numerical Analysis of Flow and Heat Transfer in Duct with Repeated
Cylindrical Blockages by Non-orthogonal Coordinate Transformation

최 영 돈*, 이 건 휘**
Y. D. Choi, G. H. Lee

ABSTRACT

This paper is concerned with the prediction of two dimensional turbulent flows in the parallel plate with the repeated cylindrical blockages. The purpose of this paper is to find the effect of the eccentricity and the pitch of the repeated cylindrical blockages on the flow field, heat transfer coefficients and friction factors.

A special technique is developed for the solution of the fully developed turbulent recirculating flow, in which the flow field varies periodically. A non-orthogonal coordinate transformation is employed to solve the momentum and the energy equations.

The results show that the pitch ratio or the eccentricity of the repeated blockages become smaller, or the Reynolds number of the flow larger, friction factors and heat transfer coefficients increase.

기 호 설 명

D_b : 장애물의 직경
 E : Log법칙의 계수
 G : 좌표변환에 의한 속도수정계수
 G_k : 발생항
 K : 우량계수
 k : 난류운동에너지, 열전도계수
 L : 혼합거리
 Nu : 국부 누셀트수

Nu : 평균 누셀트수
 P : 인공 장애물사이의 거리(피치), 압력
 y/P : 인공 장애물 피치와 인공 장애물 높이
의 비
 P_R : 반복압력
 r : 반경방향 좌표
 Re : 레이놀즈수
 R_s : 장애물의 반경
 S : 원천항의 일반식
 S_c : 원천항의 상수항

* 정회원, 고려대학교 기계공학과

** 정회원, 고려대학교 기계공학과 대학원

- S_p : 선형화된 원천항의 계수
 Pr : 프란틀수
 Prt : 난류 프란틀수
 T : 공기의 온도
 T^* : 무차원 온도
 T_b : 평균 온도
 T_w : 벽면 온도
 T_R : 반복 온도
 U : 원주방향 평균속도, X 방향 평균속도
 U_r : 마찰속도($\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$)
 U^* : 무차원 속도
 V : 축방향 평균속도, Y 방향 평균속도
 V_{01} : 제어체적의 부피
 X : 축방향 좌표, 제어체적의 거리
 Y^* : 무차원 거리
 y : 아랫벽으로부터 거리
 〈그리스문자〉
 β : 평균 압력구배
 θ : 원주방향 좌표
 κ : Von Karman의 상수
 ε : 난류운동에너지 소멸율
 ρ : 밀도
 μ : 점성계수
 μ_t : 난류 점성계수
 μ_{eff} : 등가 점성계수
 ν : 동점성계수
 τ_w : 벽면의 전단응력
 η : 무차원화된 축방향 좌표
 ξ : 무차원화된 원주방향 좌표

1. 서 론

지금까지의 난류열전달에 관한 연구를 살펴 보면 덕트내에 2차원 원주가 장애물로 존재할 때, 장애물이 덕트 벽면의 열전달 특성이거나 마찰특성에 미치는 영향이나 원주벽면의 열전달 특성변화에 대하여 많은 연구가 수행되었으며, 대부분의 연구는 덕트상 상하 간격이 장애물의 직경보다 매우 큰 풍동내에서나 수조내에서 수행된 경우가 많으며^{1,2)} 또는 덕트의 중심에 원주를 고정시킴으로써 대칭 유동

에 관한 연구가 많았다.^{3,4)}

그러나 보일러내의 수관이나, 연관, 열교환기의 전열관, 휠 등에서의 장애물은 덕트내의 중심에 위치한 경우보다 편심되어 있는 경우가 많다. 따라서 덕트내에서 장애물의 편심이 덕트 벽면의 열전달 특성이나 마찰 특성에 미치는 영향에 대한 지식은 관로내에 장애물을 포함하는 열유체 기계를 설계할 때 긴요하게 사용될 것이다.

덕트내에 장애물이 존재하는 경우 열전달 특성이거나 마찰 특성에 관한 연구로는 Okamoto¹⁾, Svzuki²⁾, Sparrow와 Krall³⁾, 박⁵⁾, 홍⁸⁾ 등에 의한 실험적 연구가 있었으며 Pope²⁾, Drust와 Rastogi⁶⁾ 및 서⁷⁾에 의한 해석적 연구가 있었다. 그러나 홍의 실험을 제외하고는 모두 장애물이 덕트의 중심에 위치한 경우의 연구이며, 홍의 실험도 실제 열유체 기계에서 많이 발견되는 바와 같이 반복되는 장애물에 대한 것이 아니고 하나의 원주형 장애물이 평행 덕트내에 있는 경우에 대한 열전달 실험이었다. 따라서 편심되고 반복적인 장애물이 덕트 벽면과 장애물 벽면의 열전달 특성과 마찰 특성에 미치는 영향에 대한 연구가 요구되고 있다.

본 연구에서는 2차원 난류평행덕트유동에서 반복적인 원주형 장애물이 주유동에 대해 수직방향으로 편심되어 설치된 경우 그 편심 정도와 장애물의 피치간격과 유동의 레이놀즈수가 덕트 벽면과 장애물 벽면의 열전달 특성과 마찰 특성에 미치는 영향을 알아 보기 위한 수치해석 연구를 하였다. 본 해석에서는 Patankar와 Spalding¹²⁾, 최와 이¹¹⁾, 이⁹⁾ 등이 Cyclic TDMA를 사용한 반복적인 유로형상에서의 유동해석법을 수정하는데 이 방법을 사용하면 완전 확립된 유동장과 온도장을 얻는데 덕트의 입구에서 확립된 유동장까지 계속해서 해석할 필요가 없고, 한피치의 유동만을 해석하면 되며, 출구 경계조건을 입구 경계조건과 같게 놓으면 되는 편리한 방법이다. 또한 Spalding과 Muraoka¹⁰⁾ 등이 배의 선미 유동에 대한 해석에서 사용한 비직교 좌표변환법을 적용하였는데 이 방법의 장점은 안쪽 경계면과 바깥쪽 경계면이 모두 비정규 형상을 가진 경우에

도 쉽게 정규 형상의 경계면으로 변환하여 수치해석할 수 있는 점이다. 본 해석에서 개발된 해석법은 실제 열교환기에서 반복적 관군 주위의 유동과 열전달을 해석하는데 유용하게 사용될 수 있어서, 새로운 형식의 열교환기 개발시에 필요한 실험의 양을 크게 줄여줄 것이다.

2. 난류 재순환 유동의 열전달의 해석

본 해석에서는 반복적 원주형 장애물이 있는 평행 평판 사이의 재순환 유동을 해석하여 원주형 장애물 주위의 유동장과 난류 특성 및 장애물 벽면과 평행 평판 벽면의 마찰 특성과 열전달의 특성을 고찰하고자 하는데 그 목적이 있다.

본 해석에서는 난류모델로 표준 k-ε 방정식을 사용하였고 제어체적방법에 의한 수치해석에서는 Hybrid Scheme을 사용하여 유동을 해석하였으며, k-ε 모델이 본 유동에서의 유동 특성과 열전달 특성을 어느 정도 정확히 해석할 수 있는가를 검토하여 k-ε 모델에 의해 발생하는 오차의 원인과 그 대책에 대해서도 고찰하고자 한다. 본 해석에 사용된 유동모델의 개략도와 좌표계는 Fig.1과 같다.

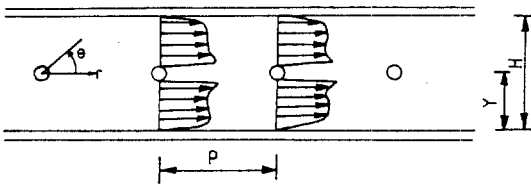


Fig.1 Flow model and across section of parallel plate flow with repeated cylindrical blockage

본 해석에서는 유동이 완전히 확립되었을 때, 한 피치 사이의 유동과 열전달을 해석하였는데 일반적으로 이와 같이 완전히 확립된 난류 유동분포를 해석하려면 덕트 입구부터 유동이 확립되는 과정을 모두 풀어야 하는데 그러기 위해서는 대단히 많은 전산시간과 기억용량이 필요하며 또 유동이 완전히 확립되어도 속도 분포는 주유동 방향에 따라 일정하지 않고 변

하므로 수치해석상 필요한 출구 속도의 경계 조건을 세울 수 없다. 본 해석에서는 확립되는 입구 부근 유동을 해석하지 않고 완전 확립된 유동을 직접 해석하는 이¹¹⁾의 방법을 도입하여 본 해석에 사용한 좌표계에 맞게 수정하여 사용하였다.

2.1 기본 지배 방정식

다음과 같은 조건을 고려하여 원통좌표계로 표시한 평행 평판 사이의 유동에서의 연속방정식, 운동량방정식 및 에너지방정식을 유도하였다.

(1) 벽면에 공급되는 열공급율의 양은 크지 않아서 열전달에 따른 전체 유동장의 온도 변화는 작고, 온도 변화에 따른 각 특성치들의 변화는 무시할 수 있어 유동은 비압축성 정상 유동으로 간주할 수 있다.

(2) 원주의 축방향 평균속도는 없다.

(3) 운동량방정식 속의 레이놀즈 응력은 등가점성계수와 평균속도 구배에 비례한다고 생각하는 다음의 Boussinesq의 가설을 도입하였다.

$$-\rho u_i u_j = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\mu \frac{\partial U_k}{\partial x_k} + \rho k \delta_{ij} \right) \dots\dots\dots (1)$$

난류 열유동율도 이와 유사하게 다음과 같이 표시된다.

$$\left. \begin{aligned} -\rho \overline{v_t} &= \frac{k_t}{C_p} \frac{\partial T}{\partial r} \\ -\rho \overline{u_t} &= \frac{k_t}{C_p} \frac{\partial T}{r \partial \theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

(4) 열전달의 경계조건은 원주형 장애물에서 단열조건이고, 외벽에서 일정한 열유속이 가해지는 경우와 외벽면은 단열이고 장애물 벽면에서 일정한 열유속이 가해지는 경우로 대별된다.

(5) 에너지 방정식에서는 정성응력으로 인한 열에너지 소멸(dissipation)항과 압력차에 의한 일의 에너지 변화량은 본 해석에서는 적어서 무시한다.

연속 방정식

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho U) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

반경방향 운동량 방정식

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho VV) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho UV) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\mu_{\text{eff}} r \frac{\partial V}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\mu_{\text{eff}} \frac{\partial V}{r \partial \theta}) + S_v \quad \dots\dots\dots (4)$$

여기서,

$$S_v = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\mu_t \frac{\partial V}{\partial r}) - \frac{2\mu_{\text{eff}}}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \theta} - \mu_{\text{eff}} \frac{V}{r^2} - \mu_t \frac{V}{r^2} + \frac{\partial}{r \partial \theta}(\mu_t \frac{\partial U}{\partial r}) - \frac{\partial}{r \partial \theta}(\mu_{\text{eff}} \frac{U}{r}) + \frac{\rho U^2}{r} - \frac{\partial P}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (5)$$

이다.

원주방향 운동량 방정식

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho UV) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho UV) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\mu_{\text{eff}} r \frac{\partial U}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\mu_{\text{eff}} \frac{\partial U}{r \partial \theta}) + S_u \quad \dots\dots\dots (6)$$

여기서,

$$S_u = \frac{\partial}{\partial r}(\mu_t \frac{\partial V}{r \partial \theta}) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta}(\mu_t V) + \frac{\mu_t}{r} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\mu_t U) + \frac{2\mu_{\text{eff}}}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \mu_t \frac{U}{r^2} - \rho \frac{UV}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (7)$$

이다.

에너지 방정식

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho VT) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho UT) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\left(\frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\left(\frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{r \partial \theta} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

2.2 난류 모델

본 해석에서는 난류운동에너지 방정식과 난류운동에너지 소멸을 방정식을 풀어 다음 식으로 난류점성계수를 구하였다.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad \dots\dots\dots (9)$$

난류운동에너지 방정식

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V_k) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho U_k) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu + \mu_t}{\sigma_k} r \frac{\partial K}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\mu + \mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial K}{r \partial \theta} \right) + G_k - \rho \epsilon \quad (10)$$

여기서,

$$G_k = \mu_t \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{V}{r} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial V}{r \partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{U}{r} \right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots (11)$$

이다.

난류운동에너지 소멸을 방정식

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V\epsilon) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho V\epsilon) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu + \mu_t}{\sigma_\epsilon} r \frac{\partial \epsilon}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\mu + \mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{r \partial \theta} \right) + \frac{\epsilon}{K} (C_1 G_k - C_2 \rho \epsilon) \quad \dots\dots\dots (12)$$

여기서 G_k 는 식 (11)과 같다.

2.3 벽면 부근의 난류모델

1) 운동량 방정식의 벽면함수

충류역과 난류역 각각에 대해 다음과 같은 무차원 속도분포로 간주한다.

$$U^+ = \frac{1}{k} \ln(EY^+) ; Y^+ \geq 11.63 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$U^+ = Y^+ ; Y^+ < 11.63 \quad \dots\dots\dots (14)$$

벽면부근의 완전난류역에서는 난류운동에너지의 대류항과 확산항이 매우 작아 무시되므로 난류생성과 소멸이 대략적으로 평형되어 난류운동에너지 방정식은 다음과 같이 간단한 식으로 표시된다.

$$-\rho \overline{uv} \frac{dU}{dy} = \rho \epsilon \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$-\rho \overline{uv} = \tau = \mu_t \frac{dU}{dy} \quad \dots\dots\dots (16)$$

식(15)와 (16)에서

$$K = U_\epsilon^2 / \sqrt{C_\mu} \quad \dots\dots\dots (17)$$

이고 식(13), (14)와 (17)에서

$$\tau_w = \mu_{\text{eff}} \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{\kappa \rho C_\mu^{1/4} K_p^{1/2}}{\ln(E y_p^+)} U_p$$

$$; Y_p^+ \geq 11.63 \dots\dots\dots (18)$$

$$\tau_w = \mu \frac{\partial U}{\partial r} = \mu \frac{U_p}{y_p}; Y_p^+ < 11.63 \dots\dots\dots (19)$$

이다. 여기서,

$$Y_p^+ = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\mu} Y_p \dots\dots\dots (20)$$

이며, Y_p 는 벽면으로부터 벽면에 인접한 격자 중심까지의 거리이다.

2) 난류운동에너지 방정식의 벽면함수

1)의 운동량방정식에서 벽면전단응력이 수정되었으므로 이 벽면전단응력을 갖는 난류생성항을 다음과 같이 수정한다.

$$P_k = \mu_{eff} \left\{ 2 \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{V}{r} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\tau_w}{\mu_{eff}} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (21)$$

3) 난류운동에너지소멸을 방정식의 벽면함수

벽면부근에서의 난류구조가 등방성(isotropic)으로 간주하여 난류운동에너지소멸은 다음 식으로 구한다.

$$-\rho \epsilon = -\frac{\rho C_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{\kappa \cdot y} \dots\dots\dots (22)$$

4) 에너지 방정식의 벽면함수

난류열유동율은 외점성계수와 유사하게 난류열확산계수(α_t)와 난류프란틀수($P_{rt} = \nu_t / \alpha_t$)를 도입하여 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{q}_w = -\left(\frac{\mu}{P_r} + \frac{\mu_t}{P_{rt}} \right) C_p \frac{dT}{dy} \dots\dots\dots (23)$$

식(23)을 점성저층과 완전난류역으로 구분하면, 점성저층에서는 열확산계수가 지배적이며 완전난류역에서는 열확산계수는 무시된다. 따라서 식(23)은,

$$\dot{q}_w = \begin{cases} -\frac{\mu}{P_r} C_p \frac{dT}{dy}; & y \leq y_v \\ -\frac{\mu_t}{P_{rt}} C_p \frac{dT}{dy}; & y_v < y \end{cases} \dots\dots\dots (24)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

여기서 y_v 는 온도장의 점성저층영역을 표시하여 대략적으로 속도장과 근사하므로 이와 같다고 가정하였다.

식(24)를 각각의 구간에서 적분하면 다음과 같

이 된다.

$$T^+ = \begin{cases} P_r y^+ & ; y \leq y_v \\ P_{rt} \left[U_p^+ + y^+ \left(\frac{P_r}{P_{rt}} - 1 \right) \right] & ; y_v \leq y \end{cases} \dots\dots (25)$$

여기서 무차원 온도 T^+ 는 $T^+ = \rho C_p K_p^{1/2} C_\mu^{1/4} (T_w - T) / \dot{q}_w$ 로 정의된다. 그러나 일반적으로 식(25)의 두번째 식 대신 $P_r > 0.7$ 의 넓은 범위의 유체에 대해서 다음과 같은 Jayatilike²²⁾의 경험식이 많이 사용되므로 본 해석에서도 이를 사용하였다.

$$T_p^+ = P_{rt} \left[U_p^+ + P_f \left(\frac{P_r}{P_{rt}} \right) \right] \dots\dots\dots (26)$$

여기서

$$P_f \left(\frac{P_r}{P_{rt}} \right) = 9.24 \left[\left(\frac{P_r}{P_{rt}} \right)^{0.76} - 1 \right] \left[1 + 0.28 \exp \left(-0.007 \frac{P_r}{P_{rt}} \right) \right] \dots\dots\dots (27)$$

이다.

2.4 좌표변환

Fig.1과 같이 원주형 장애물이 있는 평행판 사이의 유동을 직교좌표계의 격자망을 사용하여 나누면 장애물 벽면을 계단형으로 만들어야 하며 이 계단형 벽면위의 유동을 벽면함수를 사용하여 해석하면 실제와 다른 유동분포를 예측해 줄 수 있다. 이 문제를 해결하는 방법은 여러가지 있을 수 있으나 비직교좌표계를 사용하는 것이 가장 편리할 것으로 생각되어 본 해석에서 사용하였다. Thompson et al¹³⁾은 Laplace 방정식 혹은 Poisson 방정식을 해석함으로써 비직교 격자망을 구성하였고, Fahgri and Asako¹⁴⁾는 대수적 비직교 좌표변환으로 유한차분방정식을 유도하여 비정규 경계면을 갖는 관로에서의 유동특성을 해석하였으며, 이와 이¹⁵⁾는 Fahgri의 방법을 비정규 경계면을 갖는 밀폐공간 내에서의 자연대류의 수치해석에 적용한 바 있다. 또한 신¹⁶⁾은 선회연소기 내에서의 난류 재순환 유동을 비직교 좌표계를 사용하여 해석하였다. 본 해석에서는 Spalding and Muraoka¹⁰⁾ 등이 배의 선체 주위의 난류유동을 해석하는데 사용한

방법을 이용하여 비교적 좌표변환을 한 후 지배방정식들을 이산화방정식(dircritization equation)으로 만들어 해석하였다. 좌표변환 방법은 다음과 같다. Fig.2에서 장애물의 중심에서 비정규 경계면까지의 거리는 θ 의 함수로써 $\delta(\theta)$ 로 정의하고 r, θ 좌표계를 η, ξ 좌표계로 전환하면 비정규 경계면은 장애물의 원주와 나란히 사상된다.

$$\eta = \frac{r-r_s}{r_N-r_s}, \quad \xi = \frac{\theta-\theta_w}{\theta_E-\theta_w} \dots\dots\dots (28)$$

여기서 r_s 는 장애물의 반경이고 r_N 은 장애물의 중심에서 비정규 경계면까지의 거리이고,

$$\theta_E-\theta_w=2\pi, \quad \theta_w=0 \dots\dots\dots (29)$$

이다.

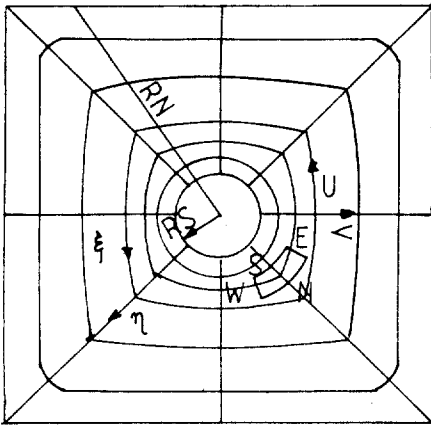


Fig.2 Grid system of the two dimensional parallel plate flow with repeated cylindrical blockage

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} &= \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \theta} &= \frac{1}{\Delta\xi_E} \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{1}{\Delta\eta_N} rG \frac{\partial}{\partial \eta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

여기서,

$$\Delta\eta_N=r_N-r_s, \quad \Delta\xi_E=\theta_E-\theta_w, \quad G=\frac{1}{r} \eta \frac{\partial r_N}{\partial \theta} \dots\dots\dots (31)$$

이다.

3. 수치해석

본 연구의 유동모델과 같이 동일한 인공 장애물이 일정한 간격으로 놓여져, 한 피치내에서 단면적이 변화하는 유동장에서는 입구에서 충분히 떨어진 곳에서 유동이 완전 확립되어도 각 위치마다 유동형태가 달라, 단면적이 변화하지 않는 일반적인 관유동이나 채널유동에서와 같이 동일한 속도분포를 갖지 않는다.

더우기 이렇게 단면이 변화되면 흔히 유동이 박리되고 재순환 영역이 형성된다. 이러한 재순환 유동을 수치해석하는 경우에는 전술한 이유로 입구속도 경계조건 뿐만 아니라 출구속도 경계조건이 필수적으로 주어져야 한다. 입구와 출구의 단면적이 일정한 일반적인 경우의 수치해석에서는 입구속도가 주어지고 유동이 완전확립되면 출구직전의 속도를 출구속도와 같게 놓고 문제를 해석한다.

그러나 본 연구의 유동모델과 같은 주기적으로 단면이 변화되며 재순환 유동역을 갖는 유동장에서는 출구속도가 위치마다 다르므로 위와 같은 동일한 출구속도 조건을 줄 수 없으며 또한 입구 위치를 덕트 입구와 같이 유동 시작점에 두지 않는 한 입구속도도 모르므로 문제를 해결할 수 없다. Patankar^{17,18)}는 층류유동에 대하여 이러한 문제를 푸는 방법을 제시하였고, 이¹¹⁾는 난류재순환 유동에 대하여 이 방법을 확장 적용하였다. 본 해석에서는 입구조건과 출구조건을 결정하는 이의 방법을 본 유동의 해석에 확장하여 사용하였다.

3.1 속도 및 압력장 해석

주기적으로 단면이 변화하는 유동장이라도 입구에서 충분히 떨어진 곳에서는, 한 피치내의 속도는 각 위치마다 다르더라도, 매 피치마다 대응하는 속도는 같다. 즉,

$$\begin{aligned} U(x, y) &= U(x+L, y) = U(x+2L, y) = \dots \\ V(x, y) &= V(x+L, y) = V(x+2L, y) = \dots \end{aligned} \dots\dots\dots (32)$$

이 되며 여기서 L 은 한 피치의 거리이다.

식(32)에 의하여 완전 확립된 유동을 해석하는 경우 입구에서부터 완전확립될 때까지의 전 피치를 해석할 필요가 없으며 어떤 특정한 한 피치 내에서의 유동만 해석하면 된다.

또 이러한 유동을 해석하기 위해서는 운동량방정식의 압력을 알아야 한다. 이 경우의 압력은 단면변화가 없는 관 유동에서의 압력강하와 같은 평균압력강하의 단면이 변화함에 기인된 압력으로 ($P_R(x, y)$)으로 구분하여진다. 평균압력강하는 완전확립된 유동에서는 일정하여 매 피치마다 βL 만큼씩 압력이 강하되나, 단면변화에 의한 압력 $P_R(x, y)$ 는 같은 단면이 매 피치마다 반복되므로 매 피치마다 대응되는 위치의 $P_R(x, y)$ 는 같고 이 반복압력 변화의 모양도 같다고 생각할 수 있다.

따라서 전체압력 $P(x, y)$ 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(x, y) = -\beta x + P_R(x, y) \dots\dots\dots (33)$$

이 식은 직교좌표계에서 원통좌표계로 변환하면

$$P(r, \theta) = -\beta(L/2 - r \cos \theta) + P_R(r, \theta) \dots\dots\dots (34)$$

이 된다.

여기서 β 는 평균압력구배로서 다음과 같이 정의된다.

$$\beta = \frac{P(x, y) - P(x+L, y)}{L} \dots\dots\dots (35)$$

운동량방정식의 압력항에 식(35)를 대입하면 각각의 압력항은 다음과 같이 β 및 반복압력 P_R 로 대체된다.

$$-\frac{\partial P}{\partial r} = -\beta \cos \theta - \frac{\partial P_R}{\partial r} \dots\dots\dots (36)$$

$$-\frac{\partial P}{r \partial \theta} = \beta \sin \theta - \frac{\partial P_R}{r \partial \theta} \dots\dots\dots (37)$$

이러한 반복되는 속도와 압력을 이용하면 입구와 출구에서 속도 및 반복압력이 같다는 조건이 성립되며, 이 입구와 출구조건으로 유동장을 해석할 수 있다.

3.2 온도장 해석

본 연구에서와 같이 일정열전달율(uniform heat flux) 경계조건에 대해서는, 유체의 한 피치를 지나는 동안 벽면에서의 일정열공급율에 의해 속도와는 달리 ΔT 만큼 평균온도가 상승한다. 그러나 이 상승구배는 일정하여

$$\Delta T = T(x, y) - T(x, y) = T(x+2L, y) - T(x+L, y) = \dots\dots\dots (38)$$

의 관계가 성립된다. 열공급율이 일정할 때, 평균온도상승구배는,

$$\gamma = \frac{\Delta T}{L} = 2 Q_w B / \dot{m} C_p L \dots\dots\dots (39)$$

이 된다. 여기서 \dot{m} 는 질량유량이다.

이 γ 를 이용하여 유체의 온도를 평균온도상승과 매 피치마다 반복되는 반복온도 (T_R)로 구분하면 어떤 점의 온도는 다음 식으로 표시된다.

$$T(x, y) = \gamma x + T_R(x, y) \dots\dots\dots (40)$$

이 식을 직교좌표계에서 원통좌표계로 변환하면,

$$T(r, \theta) = \gamma(L/2 - r \cos \theta) + T_R(r, \theta) \dots\dots\dots (41)$$

이 된다.

식(41)을 에너지방정식에 대입하여 온도를 반복온도로 대치하고 입구 및 출구에서의 반복온도 조건을 고려하면 온도장을 해석할 수 있다. 그러나 온도장 해석시 온도 변화에 따른 유체 물성치의 변화를 고려하면 한 피치내의 입출구에서 밀도 변화에 의해 입출구 속도 차이가 생겨 앞질에서 기술한 반복 속도의 입출구 속도 차이가 생겨 앞질에서 기술한 반복 속도의 입출구 조건을 고려할 수 없게 된다. 그러나 본 해석에서는 온도 변화에 따른 물성치의 변화는 작아서 유동장 해석 결과에 큰 영향을 미치지 못하므로 그 변화는 무시하였다.

입구와 출구에서 속도는 직각좌표계에서의 속도로 환산한 후 다시 $\eta-\xi$ 좌표계에서의 속도로 분리하여 대입하였다.

3.3 수치해석 방법

수치해석은 기본적으로 Gosman과 Ideriah

의 TEACH 프로그램²⁰⁾을 본 해석에 맞게 수정하여 시행하였다. 수정 사항중 특기할 사항은 다음과 같다.

(1) SIMPLER Scheme

(2) 난류 반복유동과 반복운도를 푸는 과정

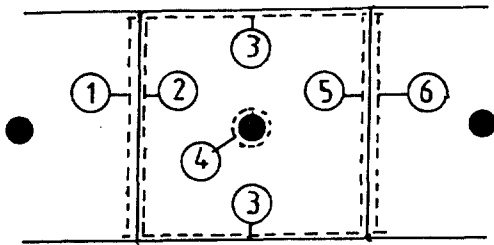
(3) Cyclic TDMA

3.3.1 유동 계산 영역과 격자점의 설정

격자점 설정은 교차격자(staggered grid)를 사용하였다. 장애물이 있는 부근과 바깥벽 부근에서는 유로가 급확대 또는 급수축되고 유선의 곡률이 커짐으로 인한 수치확산(numerical diffusion)을 줄이고 층류유동의 벽면 함수가 적용되도록 세밀하게 하였다.

3.3.2 경계조건

Table 2. Summary of boundary conditions



본 해석에서 사용한 경계조건은 Table 2와 같다.

		U	V	P_R	k	ϵ
①	입 구	U_5	V_5	P_{R5}	k_5	ϵ_5
②	평행평판벽	$A_N=0$	$V=0$	$A_N=0$	벽 함수	벽 함수
③	장애물벽	$A_s=0$	$V=0$	$A_s=0$	벽 함수	벽 함수
④	출 구	U_2	V_2	P_{R2}	k_2	ϵ_3

3.3.3 수치계산 방법과 과정

본 해석과 같은 입·출구에서 속도가 주어지지 않고 주기적으로 반복되는 재순환 유동의 해석에서는 운동량방정식과 그 차분방정식에서 알 수 있듯이 일반적인 재순환유동과는 달리 반복압력 (P_R)외에 평균압력구배 (β)를

알아야 한다. 이 평균압력구배는 일정값의 상수로서 초기에 가정을 하나, 이 가정된 값은 정확한 값이 아니므로 이 값으로 운동량 방정식을 풀어 속도를 구해도 구하고자 하는 레이놀즈수에 해당하는 유량이 나오지 않는다. 층류유동에 대해 Patankar¹⁷⁾는 β 를 임의의 값으로 고정하고 점성계수를 변환하는 방법을 사용하였다. 무차원화한 층류 운동량 방정식에서 층류점성계수는 레이놀즈수로 무차원화되므로 그 점성계수의 변화는 곧 레이놀즈수의 변화로 나타나므로 그 유량차이만큼 레이놀즈수를 변화시킨 것으로 생각된다. 그러나 본 해석과 같은 난류유동에서의 난류점성계수는 층류유동과는 달리 일정치 않으며, 또 위치에 따라서도 크게 변화하여 Patankar의 방법을 사용할 수 없다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 β 를 유량차이 만큼 변화시키는 방법을 사용하였다. 이 방법은 매 반복 계산시마다 처음에 설정한 유량과 계산에 의해 얻어진 유량의 차이에 의해서 β 를 수정하는 반면 유동의 레이놀즈수에 일치하도록 인위적으로 수정시켜 주는 방법이다.

또한 Patankar가 층류유동에서 사용한 Cyclic TDMA를 도입하여 원주방향 격자선 상에서 겹치는 동일 원주방향의 전체 격자점에 영향을 주도록 하였다. 그러나 원주방향의 확산을 고려하여 매방정식마다 한번은 원주방향으로 Cyclic TDMA로 풀고, 또 한번은 반경 방향으로 일반적인 TDMA로 풀어서 η, ξ 방향 전체 격자점들이 이 새로운 입출구 조건의 영향을 받도록 하였다.

3.4 우량계수(Goodness factor)의 계산

열교환기의 관로에서 인공조도나 장애물의 전열 물의 특성을 어느 정도 증진시키는가 하는 것은 우량계수의 값에 의해 판별할 수 있다.

본 연구에서는 Eckert and Webb²⁰⁾에 의해 제안된 우량계수를 사용하여 장애물의 상대적 위치가 관로벽면의 전열특성에 미치는 영향을 알아 보았다. 매끈한 관로와 장애물이 있는 관로의 열전도비는 $K/K_s = hA/h_s A_s$ 로 표시된다.

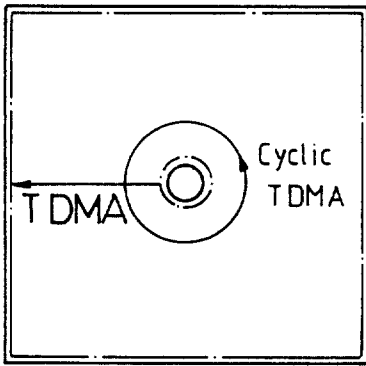


Fig.3 Direction of TDMA and cyclic TDMA

여기서 $h = S_t \rho C_p U_\infty$ 이므로

$$\frac{K}{K_s} = \frac{S_t}{S_{ts}} \frac{A}{A_s} \frac{1}{G_*} \dots\dots\dots (42)$$

이다. 여기서

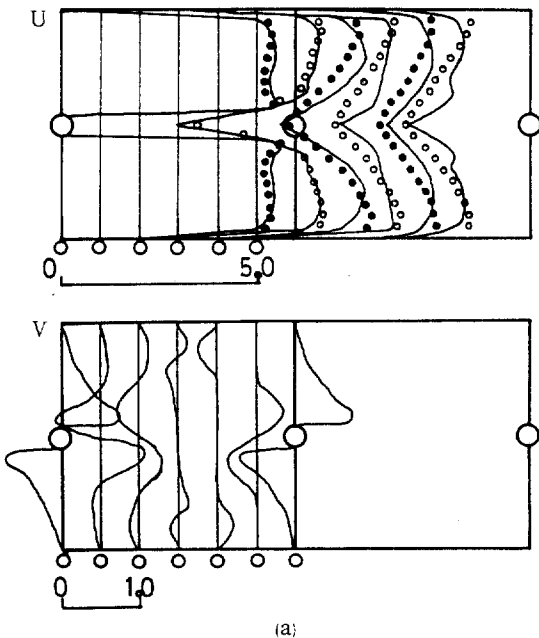
$$G_* = \frac{G_s}{G} = \frac{\rho_s U_s}{\rho U} \dots\dots\dots (43)$$

이다.

장애물이 없는 관로의 열교환기와 장애물을 갖는 관로의 열교환기에서의 펌프 구동력비는

$$\frac{P}{P_s} = \frac{fA}{f_s A_s} \left(\frac{1}{G_*} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (44)$$

로 표시되며 식(44)에서 G_* 를 소거하면



$$\frac{K/K_s}{(P/P_s)^{1/3} (A/A_s)^{2/3}} = \frac{S_t/S_{ts}}{(f/f_s)^{1/3}} \dots\dots\dots (45)$$

이 된다.

식(45)는 스탠톤수(Stanton number)의 비와 마찰계수의 비 그리고 3개의 변수 (K/K_s), (P/P_s), (A/A_s)로 나타낸 식이다. 이들 3개의 변수중 2개의 변수를 고정시키면 남은 1개의 변수를 스탠톤수와 마찰계수의 항으로 나타낼 수 있다.

본 연구에서는 장애물이 없는 관로의 열교환기와 장애물이 있는 열교환기가 전열면적이 같고($A/A_s=1$), 동시에 펌프 구동력이 같을 때($P/P_s=1$), 열전도비(K/K_s)의 변화를 나타내는 다음과 같은 우량계수를 계산하여

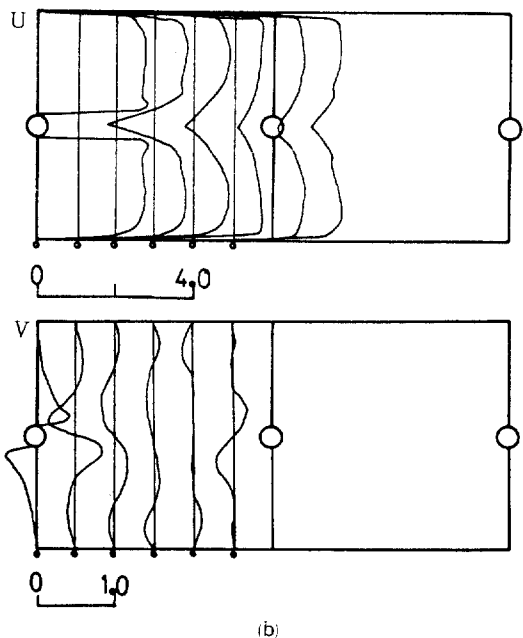
$$\frac{K}{K_s} = \frac{S_t/S_{ts}}{(f/f_s)^{1/3}} \dots\dots\dots (46)$$

장애물 위치의 변화가 전열특성에 미치는 영향을 알아 보았다.

4. 결과 및 고찰

4.1 속도분포에 대한 해석결과

Fig. 4는 한 피치내의 주유동방향과 속도(U)와 그 방향에 직각인 방향의 속도(V)의



(a)

(b)

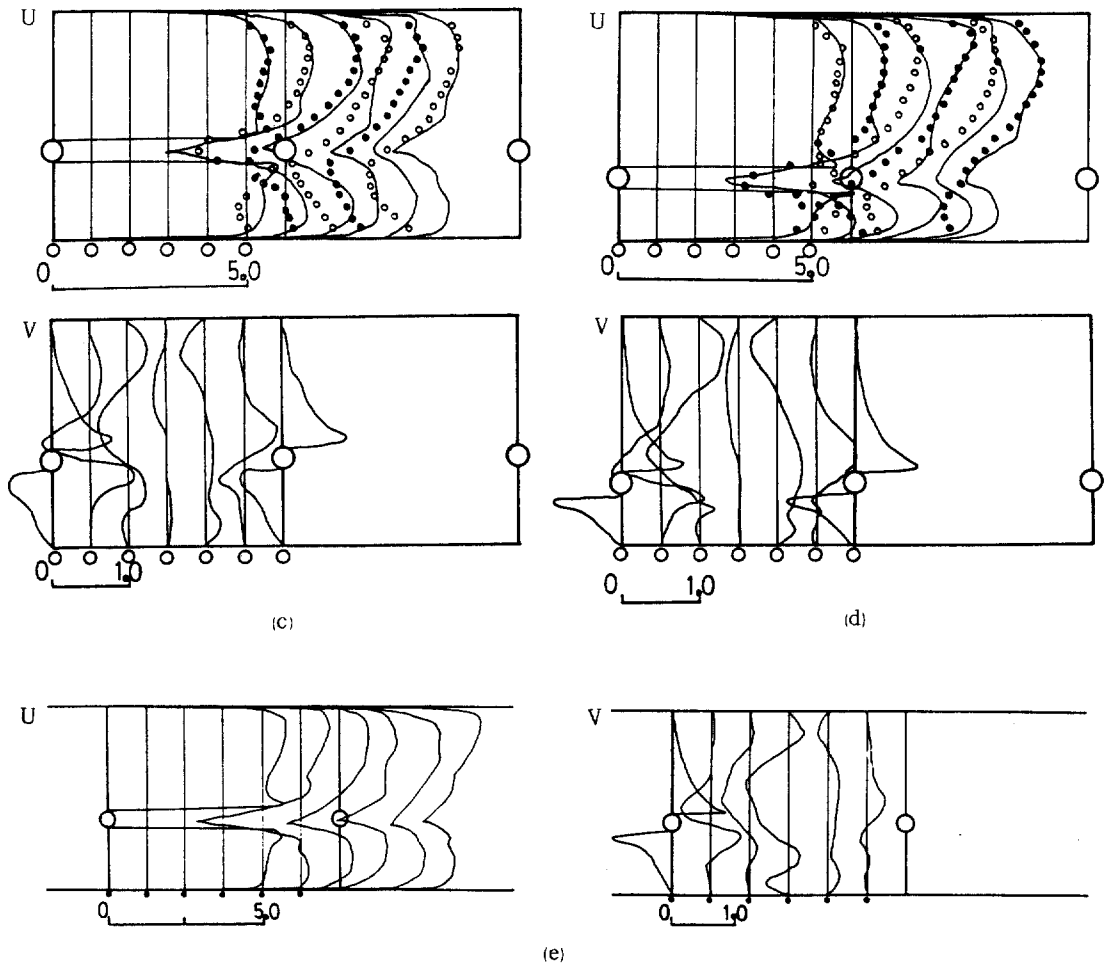


Fig. 4 Velocity profiles

- (a) for $Re = 40,000$, $P/D_b = 10$, $Y/H = 0.5$ (b) for $Re = 20,000$, $P/D_b = 10$, $Y/H = 0.5$
 (c) for $Re = 40,000$, $P/D_b = 10$, $Y/H = 0.3875$ (d) for $Re = 40,000$, $P/D_b = 12.5$, $Y/H = 0.3875$
 (e) for $Re = 40,000$, $P/D_b = 10$, $Y/H = 0.275$ (- ; Numerical result, • ; Experimental result)

변화를 나타낸 그림들이다. 그림에서 실험값은 여¹⁹⁾의 실험결과를 인용한 것이다.

그림에서 볼 수 있는 바와 같이 레이놀즈수가 달라져도 속도분포의 형상은 유사하나 장애물로 인해 감소된 장애물 주변에서의 주유동방향 속도는 낮은 레이놀즈수에서 상대적으로 빠르게 증가됨을 알 수 있다. 또한 피치비가 작으면 장애물 뒷쪽에서 발생하는 재순환 영역이 상대적으로 작으며 장애물이 편심되어 한쪽 평판에 가까워지면 최소속도가 편심된 쪽으로 치우쳐 위치하고 최대속도는 편심된 반대쪽에 나타난다.

주유동방향에 직각 방향의 속도를 고찰해 보면 장애물 뒷쪽에서 재순환 영역이 발생함을 알 수 있고 편심된 경우는 편심된 반대쪽으로 치우쳐 재순환 영역이 발생함을 알 수 있다. 이러한 재순환 영역의 형성은 열전달 특성에 큰 영향을 주리라고 예측되어 진다.

실험결과와 해석결과를 비교하여 보면 편심되지 않은 경우는 두 결과가 상당히 유사하지만 편심된 경우는 편심된 쪽의 해석결과가 부정확해 짐을 알 수 있다. 이는 본 해석에 사용된 $k-\epsilon$ 방정식 모델이 유동의 형태가 비대칭인 복잡한 난류현상을 묘사하는데는 불충분

하다고 생각된다. 그러므로 이에 대한 더 많은 연구가 요구되어진다.

4.2 열전달계수 및 마찰계수에 대한 해석 결과

4.2.1 평행벽면 가열시 열전달계수 및 마찰계수

Fig. 5는 평행평판벽면에 일정율이 열(300 W/m²)을 가하고 장애물벽면은 단열시켰을때

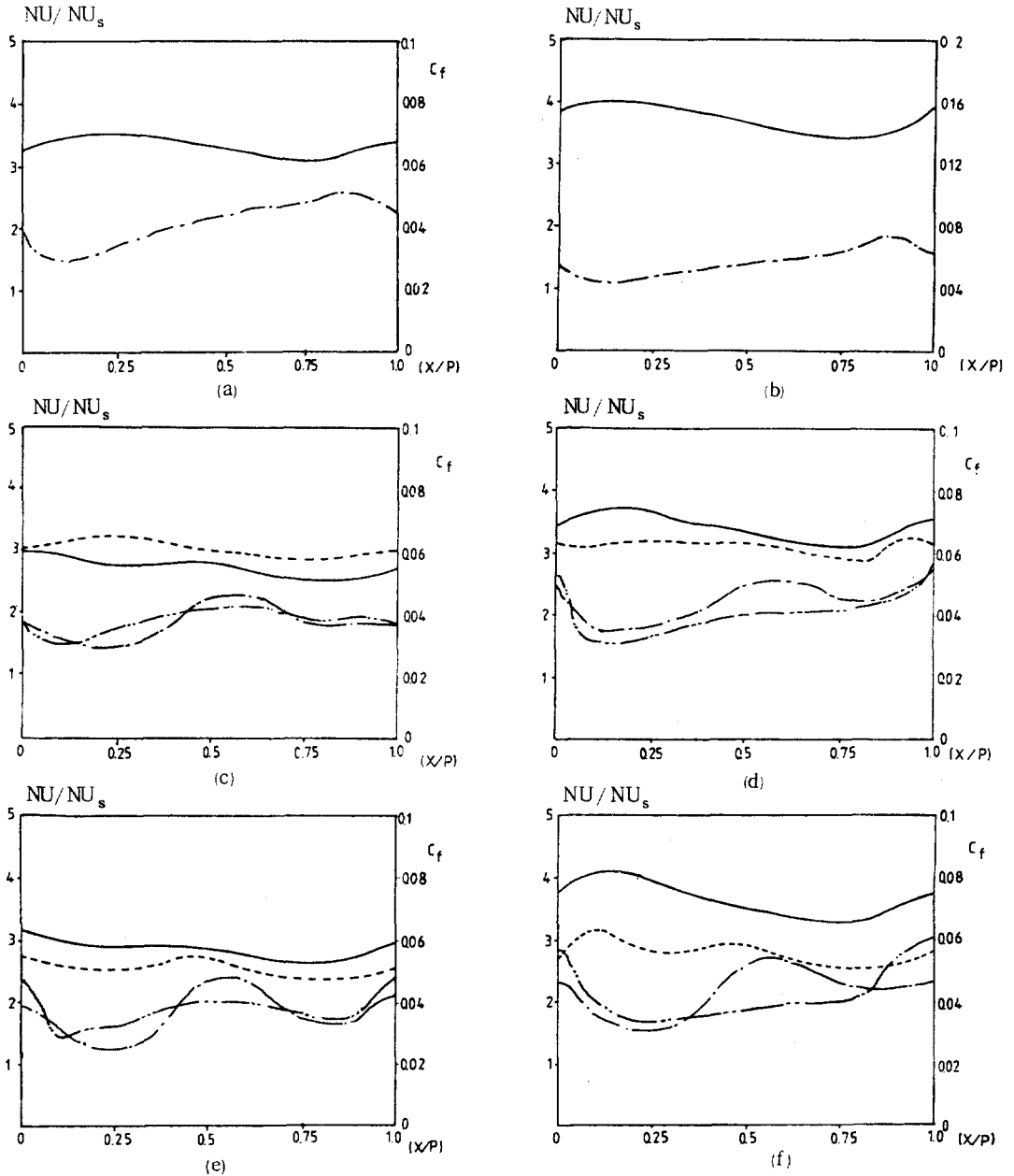


Fig. 5 Nusselt numbers and Friction factors(wall heating)
 (a) for $Re=40,000, P/D_b=10, Y/H=0.5$ (b) for $Re=40,000, P/D_b=12.5, Y/H=0.3875$
 (c) for $Re=20,000, P/D_b=10, Y/H=0.5$ (d) for $Re=40,000, P/D_b=15, Y/H=0.3875$
 (e) for $Re=40,000, P/D_b=10, Y/H=0.3875$ (f) for $Re=40,000, P/D_b=10, Y/H=0.275$
 (— ; Top wall - Nu/Nu_s , ---- ; Bottom wall - Nu/Nu_s , - · - · ; Top wall - C_f , · · · · ; Bottom wall - C_f)

벽면에서의 국부누셀트수와 국부마찰 계수를 나타낸 그림들이다. 그림에서 Nu_s 는 Dittus and Bolter²¹⁾가 추천한

$$Nu_s = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \dots\dots\dots (47)$$

로 계산한 누셀트수이다.

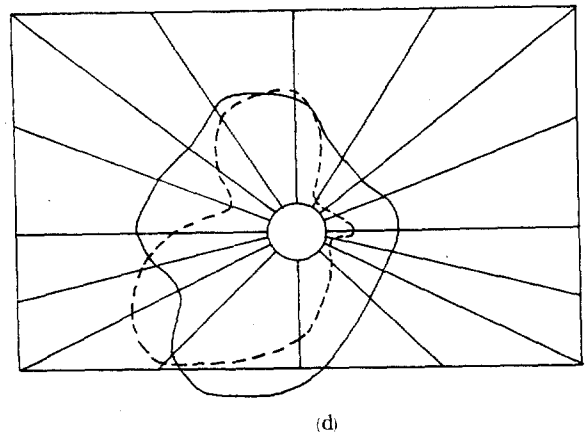
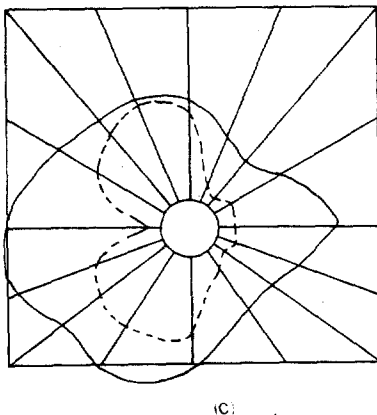
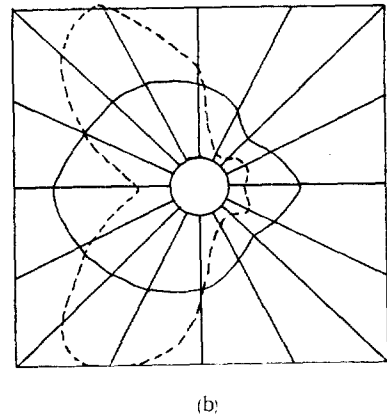
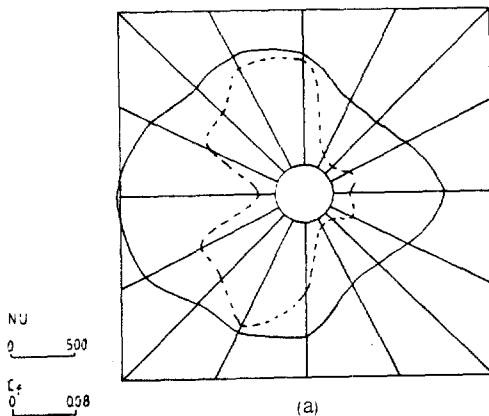
그림에서 장애물은 $X/P = 0.5$ 인 곳에 위치한다. 누셀트수는 장애물의 앞쪽에서 마찰계수는 장애물의 뒷쪽에서 상대적으로 크게 나타나며 편심된 경우는 편심된 반대쪽에서의 누셀트수가 크게 나타나며 편심될수록 두평판 간의 누셀트수의 차는 커지게 됨을 알 수 있다. 또 마찰계수는 편심된 반대쪽에서 값이 크며 변화도 심하게 나타남을 볼 수 있다. 이것은 장애물의 편심에 의해서 편심된 쪽은 유로가 좁아져 유동저항이 커지게 되어 유동속도가 작아졌고 편심된 반대쪽은 유동속도가 커져서

열전달계수와 마찰계수가 커지게 된 것이다. 그러나 장애물이 편심됨에 따라 편심된 쪽에서 누셀트수의 감소는 큰데 비해 마찰계수의 감소는 비교적 근소함을 관찰할 수 있다.

4.3.2 장애물벽면 가열시 열전달계수 및 마찰계수

Fig. 6은 장애물벽면에 일정율의 열($300W/m^2$)을 가하고 평행평판벽면은 단열시켰을 때 장애물 벽면에서의 국부누셀트수 및 국부마찰 계수를 나타낸 그림들이다.

그림에서 볼 수 있듯이 장애물이 앞과 뒷면의 중심에서 마찰계수의 극소점이 생기며 이곳에서 누셀트수가 최대가 되어 가장 열전달이 잘되는 곳이 된다. 마찰계수의 극소점이 발생하는 지점은 유체유동이 정지되어 정체현상이 일어나기 때문이다. 장애물의 앞면보다 뒷면에서 누셀트수가 작은 것은 뒷면에서 재



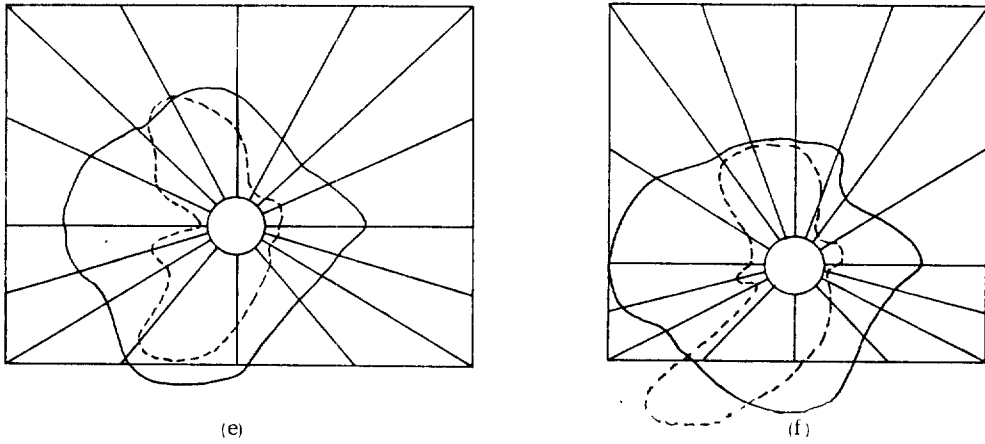


Fig.6 Nusselt numbers and Friction factors (blockage Heating)

(a) for $Re=40,000, P/D_b=10, Y/H=0.5$
 (c) for $Re=40,000, P/D_b=10, Y/H=0.3875$
 (e) for $Re=40,000, P/D_b=15, Y/H=0.3875$
 (— ; Nu, - - - - ; C_f)

(b) for $Re=20,000, P/D_b=10, Y/H=0.5$
 (d) for $Re=40,000, P/D_b=12.5, Y/H=0.3875$
 (f) for $Re=40,000, P/D_b=10, Y/H=0.275$

순환 영역이 발생되기 때문이다.

레이놀즈수가 증가하면 열전달이 증가되나 마찰계수는 감소된다. 피치비가 작아지면 장애물 뒷면에서 재순환 영역이 작아지며 이로 인해 피치비가 작을수록 열전달이 잘되어 누셀트수가 증가함을 알 수 있으며 마찰계수는 피치비가 작을수록 오히려 작아진다. 그러나 피치비가 너무 작아지면 공동유동(cavity flow)이 발생하여 열전달계수가 다시 낮아질 것이 예측되므로 열전달계수를 최적으로 하는 피치비가 존재할 것으로 예측되며 이러한 피치비를 찾기위한 연구가 요구된다.

장애물이 편심되면 편심된 쪽의 장애물벽면에서 국부누셀트수가 상대적으로 커지는데 이는 속도구배가 편심된 쪽에서 크기 때문이며 이 큰 속도구배는 또한 국부마찰계수도 증가시킨다.

4.3 평균누셀트수와 평균마찰계수 및 우량계수

Fig. 7은 레이놀즈수의 변화와 피치비 변화 및 편심비 변화에 따른 평균누셀트수와 평균마찰계수 및 우량계수의 변화를 나타낸 그림들이다. 그림 (a), (b), (c)는 평행벽면을 가열할 때 평행벽면에서의 값들을 나타낸 것이고 그

림 (d), (e), (f)는 장애물을 가열한 경우 장애물 벽면에서의 값들이다.

평행벽면을 가열한 경우를 보면 레이놀즈수가 작을수록 피치비가 작을수록 그리고 장애물이 중앙에 위치할수록 평균누셀트수의비와 평균마찰계수 그리고 우량계수는 모두 증가한다. 따라서 본 해석에서 실험한 장애물의 위치에 따른 열전달 특성을 살펴보면 피치비가 10이고 장애물이 관로의 중앙에 있을 때 양벽면의 전열특성이 가장 우수해진다. 그러나 본 해석은 관로의 폭에 대한 장애물 직경의 비가 1/10인 경우이고 이 비가 증가하거나 감소될 경우 전열특성을 가장 좋게 할 장애물 위치는 변할 가능성이 있으며 이에 대한 연구가 필요하다.

장애물벽면을 가열한 경우에는 레이놀즈수가 커지면 평행벽면을 가열한 경우와는 달리 평균누셀트수는 증가하며 마찰계수는 감소한다. 그러나 우량계수는 레이놀즈수 30,000까지는 감소하지만 레이놀즈수가 40,000인 경우에는 다시 증가하는 특성을 보인다. 피치비가 커지면 평균누셀트수와 우량계수는 감소하며 평균마찰계수는 증가하는데 편심이된 경우에는 그 상승구배가 완만해진다. 장애물이 편심될수록 평균누셀트수는 감소하나 마찰

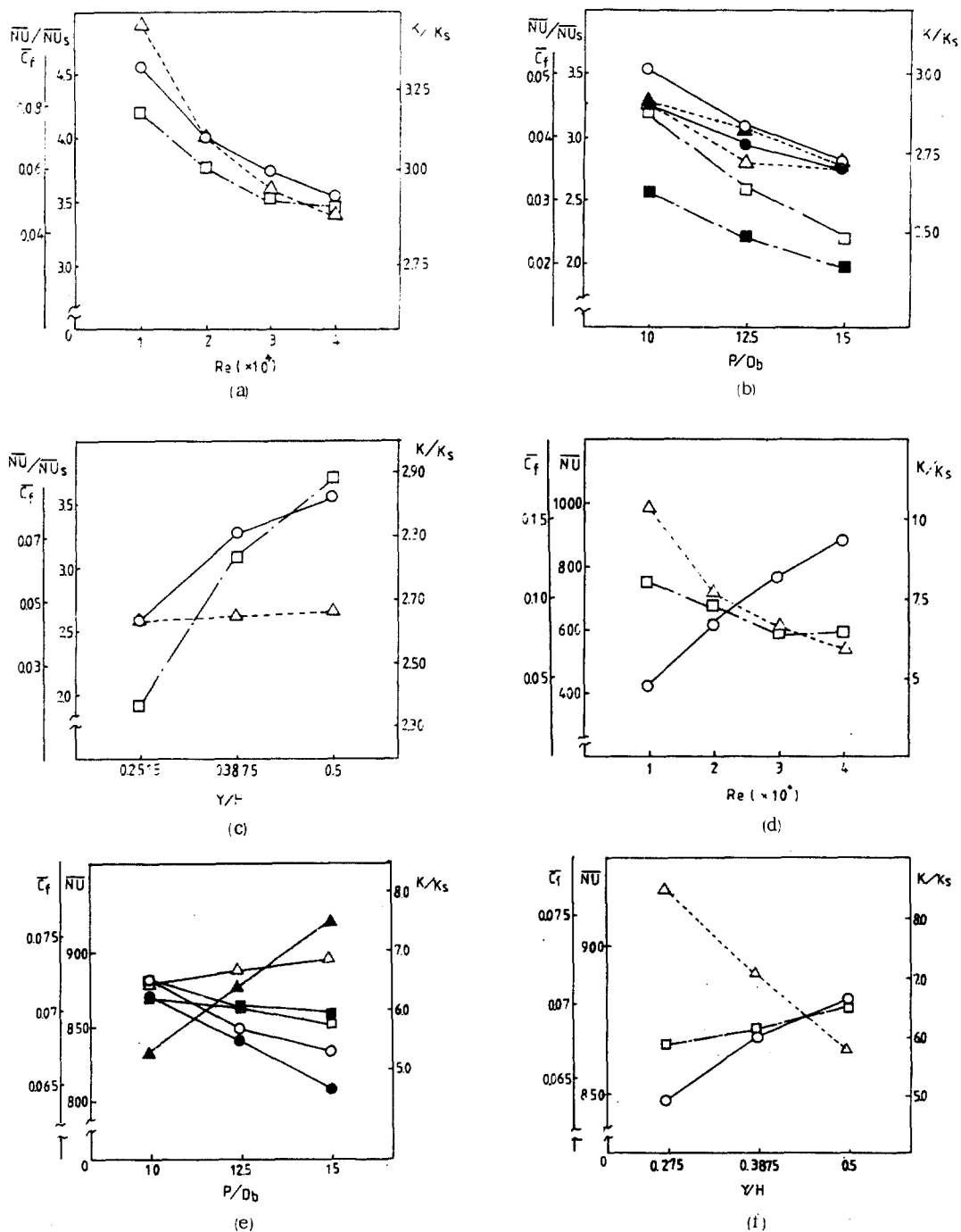


Fig. 7 Comparison of Each factor (Nusselt number, Friction factor, Goodness factor) with respect to Each Variable (Reynolds number, pitch ratio, eccentric ratio)

(○: Nusselt number, △: Friction factor, □: Goodness factor)
 (○, △, □: $Y/H=0.5$; ●, ▲, ■: $Y/H=0.3875$ in (b) and (e))

계수는 증가하며 결과적으로 우량계수는 감소한다.

이와같이 장애물의 피치비나 편심도의 변화에 따른 열전달계수와 마찰계수의 변화는 각 경우에 있어서 유동장의 변화에 따른 영향이며 그 변화의 경향은 본 해석에서의 피치비와 편심도 범위내에 한정된 것이고 피치비와 편심비가 본 해석에서보다 더 크게 변하면 본 해석과 상이한 관계가 나타날 수 있을 것으로 예측되어진다.

5. 결 론

반복되는 원주형 장애물을 갖는 평행벽면 관로내에서 완전 확립된 난류유동에 관한 유동 특성 및 열전달 특성을 파악하고 이것이 함께 고려된 우량계수를 구하기 위해서 $k-\epsilon$ 방정식 모델과 비직교 좌표변환 그리고 Cyclic-TDMA법을 사용하여 난류 재순환 유동장 및 열전달장을 수치해석하여 본 해석에서의 레이놀즈수 범위($Re=10,000\sim 40,000$)와 피치비 범위($P/D_0=10\sim 15$)와 편심비 범위($Y/H=0.5\sim 0.275$)에 대해 다음과 같은 국부적인 유동 특성 및 열전달 특성을 확인하였다.

(1) 최소속도 위치는 편심비에 따라 달라지는데 편심정도가 심해지면 장애물이 편심된 쪽의 벽면쪽으로 이동한다.

(2) 재순환 영역은 편심비에 영향을 받는데 그 발생 위치가 장애물 뒷면에 편심된 반대쪽으로 이동한다.

(3) 재순환 영역은 피치비가 길어지면 길어진다.

(4) 평균열전달계수는 레이놀즈수의 증가에 따라 증가하고 피치비가 작아지면 증가하면 편심이 커지면 감소한다.

(5) 평행벽면에서 평균마찰계수는 레이놀즈수 증가와 피치비 증가에 따라 감소하며 편심이 커지면 감소한다. 장애물벽면에서의 평균마찰계수는 레이놀즈수 증가에 따라 감소하며 피치비가 증가하면 증가하고 편심이 커지면 증가한다.

(6) 우량계수는 평행벽면을 가열 한 경우는 레

이놀즈수 감소에 따라 증가하고 피치비가 작아지면 증가하며 편심이 작아지면 증가한다. 장애물벽면을 가열한 경우는 레이놀즈수가 10,000에서 30,000까지는 감소하나 레이놀즈수가 그 이상 커지면 다시 증가하며 피치비가 작아지거나 편심이 작아지면 증가한다.

참 고 문 헌

1. Okamoto, et al., "Effect of side walls of wind channel on flow around two dimensional circular cylinder and its wake", Journal of Japan Society Mechanical Engineering Trans., Vol.41, No.341, p.181, 1985.
2. Popo Havper, "Low speed wind tunnel testing", John Willey & Sons, Inc. New York, pp.300-310, 1966.
3. Suzuki, et al., "Effect of the channel height on the flow past a circular cylinder", Bulletin of the J.S.M.C., Vol.22, No.167, p.661, 1977.
4. Krall, K.M. and Sparrow, E.M., "Turbulent Heat Transfer in the seperated, reattached and redevelopment regions of a circular tube", J. of Heat Transfer, pp.131-136, 1966.
5. 박준목, "Slat 형 장애물이 부착된 이차원 채널유동에서의 난류 열전달 실험", 고려대학교 대학원 석사학위논문, 1983.
6. Prust, F. and Rastogi, A.K., "Turbulent Flow over Two Dimensional Fences", Pro. of turbulent shear flows 2, pp.218-232, 1979.
7. 서광수, "장애물이 있는 평행평판 사이를 흐르는 난류유동의 열전달해석", 고려대학교 대학원 석사학위논문, 1982.
8. 홍오성, "사각 덕트내 원주형 장애물의 위치 변화에 따른 이차원 난류 열전달현상", 고려대학교 대학원 석사학위논문, 1984.
9. 이병곤, "인공도를 갖는 2중 동심원관의 난류 재순환 유동과 열전달 해석", 고려

- 대학교 대학원 박사학위논문, 1985.
10. Spalding, O.B. and Muraoka, K., "A comparison between the parabolic and partially-parabolic solution procedures for three dimensional turbulent flows around ship's hulls", Numerical Prediction of Flow, Heat Transfer and Combustion, pp.315-324, 1983.
 11. 이병곤, 최영돈, "주기적으로 단면이변화 하는 완전 확립된 난류 재순환 유동과 난류 열전달의 수치해석", 대한기계학회 논문집, 제10권 제1호, pp.138~149. 1986.
 12. Patankar, S.V., "Numerical heat transfer and fluid flow", McGraw Hill, 1980.
 13. Thomson, J.H., "F.C. Thams and C.W. Mastin", J. Comp. Phys., Vol.24, pp. 274-302, 1977.
 14. Fagri, M. and Asako, Y., "Proc. of Asme winter annal meeting, 1984.
 15. 이재현, 이상열, "비정규 경계면을 갖는 밀폐 공간 내에서의 자연 대류에 관한 수치적 연구", 대한기계학회, '86춘계 학술대회, pp.344~349. 1987.
 16. 신종근, "비직교 좌표변환에 의한 선회연스기내 난류 재순환 유동의 수치해석", K.S.M.E. 춘계 학술대회, pp.344~349. 1987.
 17. Patankar, S.V. and Prakash, C., "An Analysis of the Effect of Plate Thickness on "Laminar flow and Heat Transfer in interrupted Plate Passage", Int. J. Heat Transfer, Vol.24, No.11, pp.1801-1810, 1981.
 18. Patankar, S.V. and Spalding, D.B., "A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three Dimensional Parabolic Flows", Int. J. Heat Transfer, Vol.15, 1978.
 19. 여진구, "주기적인 원주형 장애물이 있는 2차원 채널에서의 유동특성 측정실험에 관한 연구", 고려대학교 대학원 석사학위논문, 1988.
 20. Gosman, A.D. and Ideriah, F.J.K., TEACH-ZE; A General Computer Program for Two Dimensional Turbulent, Recirculating Flows, Dept. Mech. Eng., Imperial College, London, 1976.
 21. Dittus, F.W. and Boelter, L.M.K.: Univ. Calif. Pub. Eng. Vol.2, p.443, 1930.
 22. Tayatilleke, C.L.V., "The influence of Prandtl number computation of Turbulent flows", Comp. Method in applied Mechanics and Engineering, Vol.3, p. 269, 1974.