Journal of the KSQC
Vol. 16, No.2 1988

不良品을 考慮한 在庫費用 最小化 模型
Minimization Models of Defective Product Inventory Cost

김 재 련*
유 승 호**

ABSTRACT

In this paper a model is developed for an inventory system in which the number of units of acceptable quality in a replenishment lot is uncertain and the demand during the stockout period is backordered and, also under the same condition an inventory model with experdited stockout is developed.

It is assumed that the fraction of the acceptable quality in a replenishment lot is a random variable whose probability distribution is known. The optimal replenishment policy is synthesized for such a system. A numerical example is used to illustrate the theory.

1. 연구의 개요 및 기존 연구

기존의 논문들은 入庫되는 양이 발주량과 같으며 품절기간중의 수요는 완전히 負在庫 되거나 또는 완전히 遺失販賣된다고 가정하였다. 합격판정된 로트의 수가 불명확한 재고모델에 대한 발주정책의 결정은 입고되는 로트에 있어서의 불량품의 출현에서 기인한다.

Shih[7]는 입고된 양이 모두 합격가능한 것은 아니며 특히 품절이 없는 경우를 다루었으며 Aucamp[2]는 품절기간중의 수요에 대하여 긴급발주를 통해 품절을 해소하는 경우를 다루었다.

본 논문에서는 재고체계에 있어서 발주량과

* 한양대학교 산업공학과 교수
** 한양 대학교 대학원 산업공학과

입고량중 합격판정되는 양의 크기가 서로 같지 않으며 품절기간중의 수요가 부재고 되는 경우의 최적 재주문량과 최적최대재고수준이 결정되어지며 또한 같은 상황하에서 품절발생시 품절량이 긴급발주되는 경우의 최적재주문량의 결정되어진다. 이 경우 입고된 로트중의 불량품 수는 확률변수인 경우와 확정적인 경우를 다루었으며 불만족된 수요는 旣知여야만하며 또한 일정하여야 한다.

2. 수학적 모델링과 그 해석

2.1 가정

1. 단일품목의 경우를 고려하였으며 수요는 확정적이다.
2. 발주량과 재고수준및수요는 연속적인 것으로 한다.
3. 발주량은 각 주기마다 같다.
4. 발주에 의한 입하는 즉각적이다.
5. 로트의 입하 후에는 부재고된 수요량은 즉시 공급된다.
6. 유지비용은 합격판정된 양에만 적용되며 모든 불량품은 각 주기초에 처분된다.

2. 2 기호설명

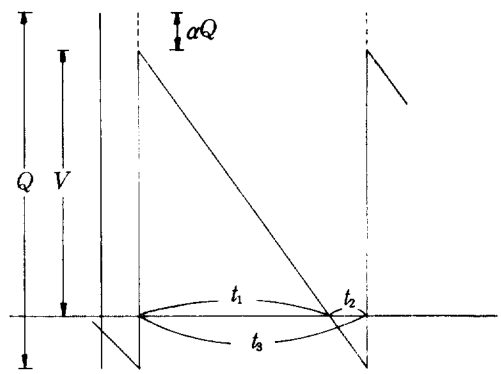
본 연구에서 사용한 기호는 다음과 같다.

Q : 발주량
R : 수요율
P : 로트의 단위당 단가
α : 입고된 로트 중 불량품의 수를 결정하는 불량률
β : 품절 발생 비율(평균적 개념)
K : 주기당 발주비용
E : 주기당 긴급 발주비용
H : 단위당 유지비용
Π : 단위당 부재고 비용
$f(\alpha)$: α에 대한 확률밀도 함수. 발주량과 무관
M_α : α의 평균
$TC(Q)$: 발주량 Q에 대한 총비용
$TC(Q, V)$: 발주량 Q와 최대재고수준 V에 대한 기대총비용

2.3 부재고가 있는 비용모델의 설정 및 분석

입고량에 대한 전수검사가 취해진다면 초기재고수준은 Q에서 V로 감소한다. 그리고 차기발주는 품절 기간중의 총수요가 $(1-\alpha)Q-V$에 이르게 되면 이루어진다. 결과적으로 각 재고 주기의 길이와 발주횟수는 불량품수와 부재고되는 미충족 수요량에 달려 있다고 할 수 있다.

1) 불량률 α가 확정적인 경우



여기서는 매주기마다 일정한 비율로 불량이 발생한다고 할 때를 취급한다.

현 보유재고가 재발주점에 이르면 Q단위에 대한 발주가 이루어진다. 품절량은 $(1-\alpha)Q-V$단위이며, 최대재고 수준은 V단위이다. 매 발주주기에 대한 평균품절량은 $[(1-\alpha)Q-V]/2$이다.

단위당 부재고 비용은 그 지속시간에 비례하며, 년간 π이다. 기간 t_1 동안의 평균 유지비용은 일정한 수요율로 부터

$$\frac{R}{1\text{년}}=\frac{V}{t_1}\text{에서 } t_1=\frac{V}{R}\text{이므로,}$$

$$H*\frac{V}{2}*t_1=\frac{HV^2}{2R} \cdots\cdots (1)$$

기간 t_1 은 陽의 재고잔고가 있는 기간이며, t_2 는 품절기간이다. 기간 t_2 동안의 평균부재고 비용은,

$$\frac{R}{1\text{년}}=\frac{(1-\alpha)Q-V}{t_2}\text{에서,}$$

$$t_2=\frac{(1-\alpha)Q-V}{R}$$

이므로

$$\Pi*\frac{(1-\alpha)Q-V}{t_2}*t_2$$

$$=\frac{\Pi[(1-\alpha)Q-V]^2}{2R} \cdots\cdots (2)$$

따라서 한 기간 t_3 동안의 총비용은

$$QP+K+\frac{HV^2}{2R}+\frac{\Pi[(1-\alpha)Q-V]^2}{2R} \cdots\cdots (3)$$

1년에는 기간 t_3 의 발주주기가 $R/[(1-\alpha)Q]$회 있으므로 총년간비용 $TC(Q,V)$는 식(3)에 $R/[(1-\alpha)Q]$를 곱하면 되므로,

$$TC(Q,V)=\frac{RP}{(1-\alpha)}+\frac{KR}{(1-\alpha)Q}+\frac{HV^2}{2(1-\alpha)Q}+\frac{\Pi[(1-\alpha)Q-V]^2}{2(1-\alpha)Q} \cdots\cdots (4)$$

Q와 V에 대한 최적치를 구하기 위하여, 총비용을 Q와 V에 대해 편미분하여 각각 0으로 놓고 풀면,

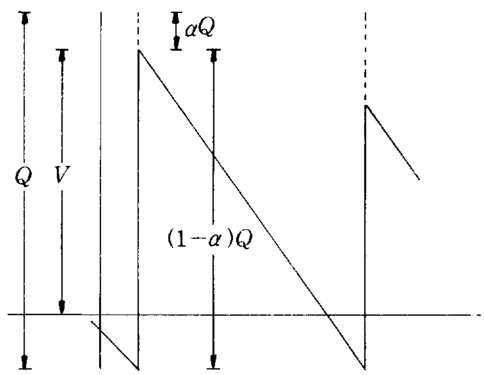
$$V^*=\sqrt{\frac{2KR}{H}}\sqrt{\frac{\Pi}{H+\Pi}} \cdots\cdots (5)$$

$$Q^*=\sqrt{\frac{2KR}{H}}\sqrt{\frac{H+\Pi}{(1-\alpha)^2\Pi}} \cdots\cdots (6)$$

(6)식은 불량률 α가 0에 가까우면 단순한 부재고모델로 환원된다.

2) 불량률α가 확률적인 경우

품절량과 초기 재고수준은 위의 경우와 같다.



주기길이는

$$\frac{V}{R}+\frac{(1-\alpha)Q-V}{R}=\frac{(1-\alpha)Q}{R} \cdots\cdots (7)$$

주기당 총비용은,

$$QP+K+\frac{HV^2}{2R}+\frac{\Pi[(1-\alpha)-V]^2}{2R} \quad \cdots\cdots (8)$$

여기서 평균 주기길이를 구하여 보면,

$$\frac{1}{R}\int_0^1[(1-\alpha)Q]f(\alpha)=\frac{1}{R}[(1-M_\alpha)Q] \quad \cdots\cdots (9)$$

주기당 기대 총비용은

$$\int_0^1\left\{QP+K+\frac{HV^2}{2R}+\frac{\Pi[(1-M_\alpha)-V]^2}{2R}\right\}f(\alpha)d\alpha$$
$$=QP+K+\frac{HV^2}{2R}+\frac{\Pi}{2R}\{[\sigma_\alpha^2+(1-M_\alpha)^2]Q^2-2(1-M_\alpha)QV+V^2\} \quad \cdots\cdots (10)$$

단위시간당 기대총비용은 (10)/(9)로써

$$TC(Q,V)=\frac{RP}{(1-M_\alpha)}+\frac{RK}{(1-M_\alpha)Q}+\frac{HV^2}{2(1-M_\alpha)Q}+\frac{\Pi[\sigma_\alpha^2+(1-M_\alpha)^2]Q^2}{2(1-M_\alpha)Q}-\Pi V+\frac{\Pi V^2}{2(1-M_\alpha)Q} \quad \cdots\cdots (11)$$

이 경우의 최적최대재고수준과 최적발주량은 다음과 같다.

$$V^*=\sqrt{\frac{2KR}{H[\sigma_\alpha^2+(1-M_\alpha)^2]+\Pi_\alpha^2}} * \sqrt{\frac{\Pi(1-M_\alpha)^2}{H+\Pi}} \quad \cdots\cdots (12)$$

$$Q^*=\sqrt{\frac{2KR}{H[\sigma_\alpha^2+(1-M_\alpha)^2]+\Pi\sigma_\alpha^2}} * \sqrt{\frac{H+\Pi}{\Pi}} \quad \cdots\cdots (13)$$

<수치예제>

앞서 설명한 이론은 다음의 값을 갖는 특정한 품목을 고려함으로써 쉽게 설명되어질 수 있다.

$R=250$ 개/년, $P=\$50$/ 개,
$K=\$250$/주문, $H=\$3$/ 개/년,
$\Pi=\$9$/ 개/년

불량률 α가 beta 분포를 갖는다고 하면, (Shih [7] 1980)

$$f(\alpha)=\frac{(u+v+1)}{u!v!}\alpha^u(1-\alpha)^v$$

(단 $u=-0.45$, $V=1$ 이라 하자.)

$$M_\alpha=\frac{u+1}{u+v+2}=0.216$$

$$\sigma_\alpha=\left[\frac{(u+1)(v+1)}{(u+v+2)(u+v+3)}\right]^{\frac{1}{2}}=0.218$$

$$V^* = 154.5$$
$$Q^* = 262.8$$
$$\therefore\ TC^* = 16550.7$$

부재고를 유발하는데 따른 관련비용이 없다면 재고는 유지되지 않을 것이다. 그러나 중간범위 정도의 부재고비용이 있고 따라서 주기의 끝에 즈음하여 어느 정도의 부재고를 유발하는 것이 최적이다.

위의 예를 품절이 없는 Shih[7]의 모델에 적용하여 보면 본 모델의 경우 최적발주량 Q^*는 262.8 단위로 Shih의 최적발주량(250.9)에 비해 높아졌으나 총비용적측면에서 \$16550.7로 Shih의 경우(\$16579.5)에 비하여 다소 낮아졌음을 알 수 있다. 즉, 품절비용이 유한할 때는 품절 발생을 허용함으로써 경제적인 이득을 얻을 수 있다. 많은 경우에 부족을 인정하는데 기인하는 비용의 증가는 유지비용의 감소로 보상되고도 남는다.

2.4 긴급발주가 있는 비용모델의 설정 및 분석

긴급발주를 하는 목적은 어떤 품목에 대해 계획된 제조시간을 줄여 급작스런 품절시의 수요에 대처키 위함이다. 이는 근본적으로 계획된 대기시간을 감소시킴으로써 가능해지는데 실질적인 제조 수행시간은 전형적으로 대기시간의 작은 부분만을 차지할 뿐이며 따라서 나머지 대기시간을 줄임으로써 선행시간을 확실히 줄일 수 있다.

긴급발주는 물론 소요비용 없이 이루어질 수 없으며 특히 정상적인 발주비용에 비해 비용이 크다. 그럼에도 불구하고 긴급발주가 이루어지는 이유는 급작스런 품절시의 수요에 대처하여 유실판매를 막는 동시에 신용의 실추 등을 방지하는 등 재고체계 자체를 품절없이 정상적으로 유지하기 위함이다.

1) 불량율 α가 확정적인 경우

$$TC(Q) = \frac{RP}{(1-\alpha)} + \frac{(K+\beta E)R}{(1-\alpha)Q} + \frac{(1-\alpha)HQ}{2} \quad \cdots\cdots (14)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(K+\beta E)R}{(1-\alpha)^2 H}} \quad \cdots\cdots (15)$$

2) 불량률 α가 확률적인 경우

초기재고는$(1-\alpha)Q$가 되며 주기길이는 $(1-\alpha)Q/R$이고 주기당 총비용은

$$QP + (K+\beta E) + \frac{(1-\alpha)HQ}{2R}. \quad \cdots\cdots (16)$$

여기에 평균주기길이를 구하여 주기당 기대총비용을 구하여보면 평균주기길이는 2.3 절의 경우와 같으므로 따라서 주기당 초기비용은

$$\int_0^1 \left[QP + (K+\beta E) + \frac{(1-\alpha)^2 HQ^2}{2R} \right] f(\alpha) d\alpha$$
$$= QP + (K+\beta E) + \frac{H}{2R}[\sigma_\alpha^2 + (1-M_\alpha)]Q^2 \quad \cdots\cdots (17)$$

이 되고 따라서 단위시간당 기대총비용은 (17)/(3)로써

$$TC(Q) = \frac{(K+\beta E)R}{(1-M_\alpha)Q} + \frac{H[\sigma_\alpha^2 + (1-M_\alpha)^2]Q}{2(1-M_\alpha)} \quad \cdots\cdots (18)$$

여기서 β는 품절이 발생할 확률, 즉 선행기간중의 수요가 재발주시점의 보유재고 보다 클 확률이다.

따라서 최적발주량은 다음과 같게 된다.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(K+\beta E)R}{H[\sigma_a^2 + (1-M_a)^2]}} \qquad \cdots\cdots (19)$$

<수치예제>

선행기간중의 수요가 정규분포를 따른다고 할 때 $E=\$500$ 이고 $\beta=0.0160$, 그리고 나머지는 2.3 절의 수치예에서와 같은 경우, (Aucamp [2] 1986)

$Q^* = 11.5$

$\therefore\ TC^* = 23112.4$

품절의 발생시 품절량 전부를 긴급 발주하는 경우 위 수치예에서와 같이 최적발주량 Q^*는 2.3 절의 경우보다 훨씬 낮아졌으나 총비용적인 측면에선 상당히 높아졌음을 알 수 있다. 따라서 긴급발주가 있는 경우의 재고모델에서는 안전재고(*buffer stock*)의 중요성이 심각하게 부각되어지며 그렇게 하므로써 품절발생의 확률을 낮춘다면 총비용적 측면에서 보다 나은 재고관리가 이루어질 수 있을 것이다.

3. 결 론

본 논문에서는 입고되는 로트에 있어서의 합격판정되는 상품의 양이 불확실한 상태에서의 부재고모델과, 같은 상황하에서 품절이 발생되는 경우 품절량이 긴급발주되는 모델에 대하여 연구하였다.

즉 주문에 의하여 도착되는 상품중 불량품이 발생하는 부재고모델과 같은 상황하에서 품절이 발생하는 경우 긴급발주가 행해지는 모델을 제시하였으며 예제를 들어 설명하였는데 특히 *Shih*[7]의 경우와 비교하여 총비용적 측면에서 보다 양호한 결과를 얻을 수 있었다.

參 考 文 獻

1. 김만식, 1985, 재고시스템(희중당).
2. Aucamp, D.C. 1986, *"An Inventory model with expedited stockout,"* Int. J.Prod, Res., Vol.24, No.1.
3. Mak, K.L. 1985, *"Inventory control of defective products when the demand is partially captive,"* Int. J. Prod. Res., Vol. 23, No.3.
4. Montgomery, D.C., Bazaraa, M.S., and Keswani, A.K. 1973, *"Inventory Models with a mixture of backordering and lost sales,"* Naval Research Logistics Ouarterly, Vol. 20, No. 2.
5. Naddor, E. 1966, Inventory Systems (NewYork : Wiley).
6. Rogenberg, D. 1979, *"A new analysis of a lot size model with partial backlogging,"* Naval Research Logistics Ouarterly, Vol. 26, No. 2.
7. Shih, W. 1980, *"Optial inventory policies when stockout result from detective products,"* Int. J. Prd., Vol. 18.