□論 文□

交通網 平衡理論을 應用한 結合 模型의 開發

全 京 秀
(株) 惟 信 設 計 公 團)

目 次

ABSTRACT

The network equilibrium theory is to estimate the travel choices on a transportation network when the resulting travel times and costs are one basis for the choices.

Increasing use of this principle on travel assignment problem lead to develop the combined choice models including not only travel options such as mode and route, but location options like trip distribution problems. This paper, first, reviews earlier developments of variable demand network equilibrium models, combined modeles of trip distribution and assignment, and entropy constrained combined models. Then various model structures of combining travel choice models based on network equilibrium theory and entropy constraints are discussed.

Ⅰ. 序 論

交通網 平衡理論은 通行時間과 費用에 근거하여 通行量을 交通網에 配定하는 方法이다. 過去에 使用되어오던 여러가지의 配定模型에 비해 交通網 平衡理論에 根據한 模型은 그 理論的 背景과 해를 구하는 알고리즘이 잘 개발되어있어 交通網 解釋에 使用度가 점점 많아져가고 있는 實情이다.

本 論文에서는 그간 開發使用된 交通網 平衡模型의 開發過程 및 그 制約條件等을 檢討하고 이를 利用한 結合模型의 開發 및 그에 따른 問題点을 살펴보고자 한다.

II. 可變需要交通網 平衡模型

交通網 平衡 模型은 원래 2個의 觀點에서 각기 유래하여 最終的으로 같은 形態의 模型으로 應用되고 있다. 그 하나는 Beckmann, McGuire, Winsten(1956)의 硏究에 의해 나타난 것으로서 0-D需要와 平衡을 이룬 交通流에 의해 定義된 通行費用을 算出하고, 이 槪念을 利用하여 Convex프로그램 模型을 開發하였다.

Beckmann et al.은 模型의 成立可能性(Existence and uniqueness of solution)은 증명하였지만 模型을 푸는 效果的인 알고리즘은 提示하지 못하였다.

또 다른 하나의 開發課程은 1950年代 都市交通 計劃機關에서 發展된 段階的 交通需要豫側 方法에서 유래된 것으로 需要豫側 課程중의 둘 또는 세개의 段階를 하나의 課程으로 結合함으로써 0-D의 通行費用과 交通網에서의 通行經路 費用을 一致시키고자 하는데에서 發展하였다. 이와 같은 接近 方法의 가장 代表的인 模型으로 Evans(1973, 1976)의 결과를 들 수 있고 그후 여러 형태로 發展하여 왔다.

本項에서는 전자의 模型을 紹介하고 Evans의 硏究는 다음 項에서 다루도록 한다.

Beckmann et al. (1956)의 模型式은 다음과 같다.

$$\min_{(t_{ij},\, h_r)} \sum_a \int_0^{v_a} S_a(x)\,dx - \sum_i \sum_j \int_0^{t_{ij}} g_{ij}^{-1}(y)\,dy \quad (1)$$

$$\text{Subject to : } \sum_{r \in R_{ij}} h_r = t_{ij} (i \in I,\ j \in J) \quad \cdots\cdots(2)$$

$$h_r \geqq 0 (i \in I,\ j \in J,\ r \in R_{ij}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

여기서, $v_a = \sum_{r \in R} h_r \delta_{ar}$

$S_a(v_a)$ = Link a의 通行量 v_a일때의 通行費用函數 (Increasing function of Va)

g_{ij} = Origin i와 Destination j간의 通行需要 函數

$t_{ij} = g_{ij}(c_{ij})$, c_{ij}의 감소함수

δ_{ar} = Link α가 經路 r에 包含되면 = 1, 그外에는 = 0

h_r = 경로r의 통행량

R_{ij} = i와 j간의 經路의 集合

이 問題의 最適 條件式 (Optimality Condition)을 導出하기 위하여 Lagrangian式을 構成하고 이의 h와 t에 대한 微分式을 θ으로 놓으면

$$L = \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x)\,dx - \sum_i \sum_j \int_0^{t_{ij}} g_{ij}^{-1}(y)\,dy + \sum_i \sum_j u_{ij}\Big(t_{ij} - \sum_{r \in R_{ij}} h_r\Big) + \sum_{r \in R_{ij}} \theta_r(-h_r)$$

여기서 u_{ij}와 θ_r은 Lagrange승수이다.

$$\frac{\partial L}{\partial h_r} = \sum_a S_a(V_a)\,\delta_{ar} - u_{ij} - \theta_r = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_{ij}} = -g_{ij}^{-1}(t_{ij}) + u_{ij} = 0$$

$$\theta_r \cdot h_r = 0 \quad (\theta_r \geqq 0)$$

위의 條件式은 다음과 같이 解釋된다.

(i) if $h_r > 0$, then $\theta_r = 0$ and path travel cost

$$C_r(h) \equiv \sum_a S_a(V_a)\delta_{ar} = u_{ij}$$

(ii) if $h_r' = 0$, then $\theta_r' \geqq 0$ and $C_r'(h) \geqq u_{ij}$

(iii) $g_{ij}^{-1}(t_{ij}) = u_{ij}$ or $t_{ij} = g_{ij}(u_{ij})$

條件式 (i)과 (ii)은 經路 r을 通行하는 通行量이 있는 境遇 ($h_r > 0$), 利用된 經路를 通行하는 費用은 모두 같으며 (u_{ij}), 經路 r의 通行量이 없는 境遇($h_r = 0$)는 通行費用이 使用된 經路의 通行費用인 u_{ij}보다 크다는 意味를 갖는다. 이와같은 分析은 Wardrop(1952)

의 使用者 最適條件을 數學的으로 表現한 것과 같다. 條件式 (iii)은 0-D需要가 使用者 最適化 通行費用인 u_{ij}에 의해 決定됨을 意味한다. 그러므로 0-D需要는 使用者 最適化에 根據한 經路 通行費用과 平衡을 이루고 있다.

Beckmann et al.의 模型에 대한 알고리즘은 1960연대 末에 이르러서야 開發되기 시작하였다. 現在 交通需要豫側이나 交通網 分析에 널리 使用되고 있는 알고리즘은 위의 模型式을 固定需要의 形態로 變形한 交通網 平衡理論에 根據하고 있다.

이를 數式으로 表現하면 다음과 같다.

$$\min\ f(x)=\sum_a \int_0^{V_a} S_a(x)\,dx \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\text{s.t.} \sum_{r\in R_{ij}} h_r = t_{ij} \quad (i\in I,\ j\in J) \quad \cdots\cdots(5)$$

$$h_r \geqq 0 \quad (i\in I,\ j\in J,\ r\in R_{ij}) \quad \cdots\cdots(6)$$

이 模型에 使用된 週期는 模型 (1)-(3)과 같다.

이 模型에 대해 現在 거의 標準化되다시피 使用되고 있는 分析技法은 LeBlanc(1973), LeBlanc et al. (1975)等에 의해 開發된 Frank-Wolfe(1956) 알고리즘을 利用하여 Convex Problem을 푸는 方法이다. Frank-Wolfe알고리즘을 利用함으로써의 長點은 經路上의 通行量을 記憶할 必要가 없이 交通網의 Link通行量만을 調定함으로써 問題를 풀수 있다는데 있다. 이 方法을 要約하여 살펴보면 아래와 같다.

式 (4)-(6)의 制約條件을 滿足시키는 해를 X^1이라하면 目的函數 $f(x)$는 任意의 變數y에 대하여 Taylor展開의 1次 近似式을 取하면

$$f(y)=f(x^1)+\nabla f(x^1+\theta(y-x^1))\cdot(y-x^1),\ \theta\in[0,1] \quad \cdots\cdots(7)$$

θ를 0로 하면 式(7)은

$$f(y)=f(x^1)+\nabla f(x^1)\cdot(y-x^1) \quad \cdots\cdots(8)$$

의 1次 近似式으로 表現된다. 식(8)을 目的函數로하고 식 (5)-(6)을 制約條件으로 하는 해는 線型計劃의 問題가 되며 이의 해를 y^1이라 할때 $d^1=y^1-x^1$은 원래의 目的函數 式(4)을 最小化하는 合理的인 方向이 된다. 그러므로 이 d^1方向內에서 目的函數 式(4)를 最小化하는 點을 찾기 위하여 다음과 같은 1次元 問題를 Line Search技法을 利用하여 푼다.

$$\min_{\lambda}\ f(x^1-\lambda d^1),\ \lambda\in[0,1] \quad \cdots\cdots(9)$$

(9)의 해를 擇하여

$$x^2=x^1+\lambda d^1$$

로 하여 最適해인 x^*에 接近시키게 된다.

LeBlanc은 식(8)과 (5)-(6)의 問題를 푸는 方法으로 旣存에 使用되어온 All-or-nothing 通行配定法을 提案하고 있으며 그 後의 實際 適用해서 合理的인 方法으로 判明되어 使用되고 있다. 같은 模型式 (식(4)-(6))을 풀기 위해 Nguyen(1974)은 위의 方法과 類似한 Convex Simplex알고리즘을 提案하였으며 一部에서 使用되어 오고 있다.

Beckmann et al.이 提案한 원래의 可變需要 交通網 平衡模型에 대한 알고리즘도 꾸준히 開發되어 이제 많은 分野에서 應用되고 있다. 이 中 특기할 만한 方法으로는 Murchland(1970)가 처음 提案한 것으로 Destination에서 Origin쪽으로 Inverse demand function을 link cost function으로 하는 dummy link를 追加시킴으로써 問題를 固定需要化하여 푸는 方法을 들수 있다. 이 方法은 그후 Dantzig, Maier, Lansdowne(1976)에 의해 개량되어 Excess-Demand Formulation技法으로 알려져 있다.

III. 通行分配 및 配定의 結合模型

在來의 段階的 交通需要 豫側方法에 대하여 몇개의 課程을 結合하려는 努力은 여러 學者에 의해 進行되어 왔다. 이는 在來의 需要豫側方法이 Heruistic한 方法인데 반하여 좀더

理論的인 背景을 갖는 技法을 開發코자 하는데 있다.

여기에서 根本을 이루는 條件으로 Wardrop (1952)이 提示한 두 가지의 路線選擇 通行行態를 引用할 必要가 있다. 그에 의하면 交通網에 通行 配定이 이루어지는 두가지 條件으로

1. 實際로 利用된 各 經路의 通行時間은 같으며 利用되지 않은 經路로 通行할 境遇의 時間 보다는 적은 값을 갖는다.
2. 全體의 平均通行時間이 最小化 되도록 配定된다.

여기서 첫째 條件은 使用者 最適化(User-optimal)槪念에 해당하며 後者는 體系 最適化(System-optimal)에 該當한다. 이러한 槪念을 바탕으로 하여 結合模型을 처음 定立한 것으로는 Tomlin(1967)의 通行分配 및 配定 結合模型을 들수 있다.

그러나 Tomlin의 模型은 fixed link cost와 link 容量을 使用함으로써 使用者 最適化 配定이라기 보다는 體系 最適化 配定模型이라고 할 수 있다. Tomlin의 模型式은 다음과 같이 주어진다.

$$\min. \sum_a S_a V_a + \frac{1}{\beta} \sum_i \sum_j t_{ij} l_n t_{ij} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

$$\text{s.t. } V_a = \sum_{r \epsilon R} h_r \delta_{ar} \leqq b_a \ (a \epsilon A) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

$$\sum_{r \epsilon R_{ij}} h_r = t_{ij} (i \epsilon I,\ j \epsilon J) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

$$\sum_j t_{ij} = O_i \ (i \epsilon I) \quad (13)$$

$$\sum_i t_{ij} = D_j \ (j \epsilon J) \quad (14)$$

여기서 S_a=link a에서의 고정통행비용
b_a=link의 용량

Tomlin의 목적함수(10)은 Beckmann et al.의 목적함수(1)의 특정형태로 생각될 수 있다. 한편 Evans(1973, 1976)는 Tomlin의 모형보다 일반적인 형태의 결합모형을 아래와 같이 제시하였다.

$$\min \sum \int_0^{V_a} S_a(x) dx + \frac{1}{\beta} \sum_i \sum_j t_{ij} (l_n t_{ij} - 1) \quad (16)$$

$$\text{S.T. } \sum_{r \epsilon R_{ij}} hr = t_{ij} \ (i \epsilon I,\ j \epsilon J) \quad (17)$$

$$\sum_j t_{ij} = Oi (i = I) \quad (18)$$

$$\sum_i t_{ij} = D_j \ (j \epsilon J) \quad (19)$$

$$hr \geq 0 \ (i \epsilon I,\ j \epsilon J.\ r \epsilon R_{ij}) \quad (20)$$

$$V_a \equiv \sum_{r \epsilon R} h_r \delta_{ar} < b_a' \ (a \epsilon A) \quad (21)$$

이 模型式에서 $\frac{1}{\beta}$는 파라메타이며 외생적으로 주어지는 경우와 모형 그 자체에서 내생적으로 결정되는 두가지의 方法이 있다. Evans는 模型의 알고리즘으로 Rockafellar(1967)의 이론을 사용하여 앞에서 언급한 Frank-Wolfe技法의 線型化 解法 대신 部分的인 線型化 技法을 使用, 提示하였다.

模型의 最適 條件式은 앞에서와 같이 Lagrangian function을 h와 t에 관하여 편微分하면 아래와 같이 주어진다.

$$\frac{\partial L}{\partial h_r} = \sum S_a(V_a) \delta_{ar} - u_{ij} - \theta_r = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_{ij}} = (\ell_n t_{ij})/\beta + u_{ij} - \gamma_i - \delta_j = 0 \ (t_{ij} > 0\text{경우})$$

$$h_r \theta_r = 0 \qquad (\theta_r \geqq 0)$$

여기서 u_{ij}, γ_i, δ_j, θ_r은 각각 式(17), (18), (19), (20)에 관한 Lagrange乘數이다. 式(21)의 制約條件은 Evans의 Link容量 正意上 b'_a에 到達할 수 없으므로 無視된다.

위의 最適條件式은 다음의 意味를 內包하고 있다.

(i) if $h_r > \theta$, then $\theta_r = \theta$ and $C_r(h) \equiv$

$$\Sigma S_a(V_a)\delta_{ar}=u_{ij}$$

(ii) if $h_r'>\theta$, then $\theta_r'=\theta$ and $C_r'(h)\geqq u_{ij}$

(iii) $t_{ij}=\exp[\beta\ (\gamma_i+\delta_j-u_{ij})]$

여기서 식 (18)-(19)를 이용하여 풀면

$$t_{ij}=A_iO_iB_jD_j\exp(-\beta C_{ij})\quad(i\epsilon I,\ j\epsilon J)\ \cdots\cdots(22)$$

$$A_i=[\sum_j B_jD_j\exp(-\beta C_{ij})]^{-1},(i\epsilon I)\ \cdots\cdots\cdots(23)$$

$$B_j=[\sum_i A_i\,O_i\exp(-\beta C_{ij})],\ (j\epsilon J)\ \cdots\cdots(24)$$

$$C_{ij}=u_{ij}$$

로 주어지며 여기서 A_i와 B_j는 制約條件式 (18), (19)를 滿足시키기 위한 Balancing Factor 이다.

위의 (i)과 (ii)는 Wardrop의 使用者 最適 條件에 該當하며 (iii)은 Wilson(1967)에 의해 開發된 entropy maximization模型과 一致하며 이때 使用된 通行費用은 交通網 平衡에서 얻어진 通行費用과 같다.

이외에도 Evans의 模型과 그 알고리즘을 變形한 模型이 많이 開發되었으나 여기서는 言及을 省略키로 한다.

Ⅳ. 엔트로피制約의 結合模型

全體 通行數 T가 주어졌을 때 어느 特定 매트릭스 k가 일어날 수 있는 可能한 方法은

$$W(k)=\frac{T!}{\prod_i\prod_j t^k_{ij}!}$$

로 주어진다. 또한 可能한 모든 매트릭스로 부터 특정 매트릭스 k가 일어날 수 있는 確率은

$$P(\{t^k_{ij}\})=\frac{W(k)}{\sum_{k\epsilon K}W(k)}=\frac{[\sum_{k\epsilon K}(\prod_i\prod_j t^k_{ij}!)^{-1}]}{\prod_i\prod_j t^k_{ij}!}$$

로 表現된다. 여기서 k는 가능한 모든 메트릭스의 종류이다. 여기에 Stirling의 近似法과 natural logarithm을 適用하고 常數項을 削除하면 소위 엔트로피라고 일컬어지는 $-\sum\sum t_{ij}l_nt_{ij}$가 구해진다. Erlander(1977)는 이를 制約條件으로 하여 fixed travel cost를 이용한 通行分配 模型을 아래와 같이 構成하였다.

$$\min\ \overline{C}=\sum_i\sum_j P_{ij}C_{ij}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

$$\text{s.t.}\ -\Sigma\Sigma P_{ij}\,\ell_nP_{ij}\geqq S\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

$$\sum_j P_{ij}=O_i/T,\ \ (i\epsilon I)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

$$\sum_i P_{ij}=D_j/T,\ \ (j\epsilon J)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

$$P_{ij}\geqq 0(i\epsilon I,\ j\epsilon J)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

여기서 $P_{ij}=\frac{t_{ij}}{T}$이고 S는 주어진 엔트로피값이다. 높은 값의 S는 좀더 均等하게 分布함을 意味하고 낮은 값은 通行費用이 적은 쪽으로 集中하여 分布됨을 意味한다. 이러한 解釋에서 S를 "level of spatial interaction"또는 "measure of accessibility"라고 하기도 한다. Erlander는 위의 模型을 平均通行費用으로 表示되는 "efficiency"와 S에 의해 表示되는 "accessibility"간의 tradeoff를 찾는 문제로 특징지었다. 또한 위의 模型은 式(26)을 目的函數로 하고 式(25)를 制約條件으로 하는 Wilson(1967)의 엔트로피 極大化 模型과 同一함이 證明된다. Erlander의 概念에 따른 엔트로피 制約式을 包含한 通行分配 및 配定의 結合模型은 아래와 같다.

$$\min.\ \frac{1}{T}\ \sum_a\int_0^{V_a}S_a(x)dx\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

$$\text{s.t.}\ -\sum_i\sum_j P_{ij}\,\ell_nP_{ij}\geqq S\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

$$\sum_j P_{ij}=O_i/T\ \ (i\epsilon I)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

$$\sum_i P_{ij}=D_j/T\ \ (j\epsilon J)\ \cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

$$\sum_{r \in R_{ij}} h_r = P_{ij} \cdot T \quad (i \epsilon i,\ j \epsilon J) \cdots\cdots (34)$$

$$h_r \geqq 0 \quad (i \epsilon I,\ j \epsilon J,\ r \epsilon R_{ij}) \cdots (35)$$

여기서 $V_a = \sum_{r \epsilon R} h_r \delta_{ar} \quad (a \epsilon A)$

이 模型은 制約式(27)에 Lagrange 乘數 $\frac{1}{\beta}$를 곱하여 目的函數에 包含시킴으로써 Evans의 模型 (式(16)-(21))과 同一한 模型이 된다. 一般的으로 制約式(27)에서 S의 값은 Base year의 실제 0-D매트릭스의 앤트로피 값을 취하거나 또는 장래의 分布를 考慮한 通行分布에서 假定되기도 한다.

V. 結合模型의 擴大

Evans의 通行分布 및 配定의 結合模型을 根據로 하여 많은 形態의 結合模型이 開發되었다. 여기에서 몇가지를 羅列하면 다음과 같다.

첫째로 通行分配, 手段 및 配定의 結合模型은 選擇의 hierarchy에 따라 여러가지가 있을 수 있겠으나 그 代表的인 것을 보면 아래와 같다.

$$\min.\ \frac{1}{T} \sum_m \sum_a \int_0^{V_a^m} S_a^m(x)\,dx$$

$$\text{s.t.} \quad -\sum_i \sum_j \sum_m P_{ijn}\ l_n\ P_{ijm} \geqq S$$

$$\sum_j \sum_m P_{ijm} = O_i/T \quad (i \epsilon I)$$

$$\sum_i \sum_m P_{ijm} = D_j/T \quad (j \epsilon J)$$

$$\sum_{r \epsilon R^m{}_{ij}} h_r = P_{ijm} T \quad (i \epsilon I,\ j \epsilon J,\ m \epsilon M)$$

$$h_r \geqq 0 \quad (i \epsilon I,\ j \epsilon J,\ m \epsilon M,\ r \epsilon R^m{}_{ij})$$

$$V^m{}_a = \sum_{r \epsilon R_m} h_r \delta_{ar} \quad (a \epsilon A_m,\ m \epsilon M)$$

여기서 index m은 앞에서 正意된 變數의 通行手段別 分類를 意味한다.

이 模型의 最適條件式을 살펴보면

(a) if $h_r > 0$, then $C_r(h) = \sum_{a \epsilon A_m} S_a^m(V_a^m) \times \delta_{ar} = u_{ijm}$

(b) if $h_r' = 0$, then $C_r'(h) \geqq u_{ijm}$

이는 通行手段 m에 의한 i-j간의 通行費用이 Wordrop의 條件을 滿足함을 意味한다. 또한 P_{ijm}에 대한 最適 條件式을 보면

$$P_{ijm} = A_i\ O_i\ B_j\ D_j\ \exp(-\beta\ C_{ijm})$$

$$A_i = [\sum_j \sum_m B_j D_j\ \exp(-\beta\ C_{ijm})]^{-1}$$

$$B_j = [\sum_i \sum_m A_i\ O_i\ \exp(-\beta\ C_{ijm})]^{-1}$$

$$C_{ijm} = u_{ijm}$$

으로 나타난다.

Evans模型의 두번째 應用으로 볼 수 있는 것으로는 link交通量을 利用하여 0-D매트릭스를 推定하는 模型을 들 수 있다. Fisk와 Boyce(1983)에 의한 엔트로피 極大化 模型을 보면

$$\max.\ -\sum_i \sum_j t_{ij}\ \ell_n t_{ij} \cdots\cdots (36)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x)\,dx \leqq C \cdots\cdots (37)$$

$$\sum_j t_{ij} = O_i \quad (i \epsilon I) \cdots\cdots (38)$$

$$\sum_i t_{ij} = D_j \quad (j \epsilon J) \cdots\cdots (39)$$

$$\sum_{r \epsilon R_{ij}} h_r = t_{ij} \quad (i \epsilon I,\ j \epsilon J) \cdots\cdots (40)$$

$$h_r \geqq 0 \quad (i \epsilon I,\ j \epsilon J,\ r \epsilon R_{ij}) \cdots\cdots (41)$$

$$V_a = \sum_{r \epsilon R} h_r\ \delta_{ar} \quad (a \epsilon A)$$

여기에서 式(33)의 오른쪽 項은 調査된 link 通行量이나 또는 그 標本에서 정의된다.

세번째의 應用예로서 Fisk(1980)에 의한 通行配定 模型을 살펴보도록 한다.

Fisk는 固定需要 交通網 平衡 模型을 Logit形態의 路線 選擇으로 一般化하였다.

$$\max. \quad \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x)dx + \frac{1}{\theta}\sum_{r\epsilon R} h_r \ell_n h_r \quad \cdots (42)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r\epsilon R_{ij}} h_r = T_{ij} \quad (i\epsilon I,\ j\epsilon J) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (43)$$

$$h_r \geqq 0 \quad (i\epsilon I,\ j\epsilon J,\ r\epsilon R_{ij}) \quad \cdots\cdots\cdots (44)$$

$$V_a = \sum_{r\epsilon R} h_r \delta_{ar} \quad (a\epsilon A)$$

여기서 T_{ij}는 固定된 通行需要이다. 이 模型의 最適條件式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial h_r} = \sum_a S_a(V_a)\delta_{ar} + \frac{1}{\theta}(\ell_n h_r + 1) - \lambda_{ij} = 0 \quad (45)$$

λ_{ij}는 制約式(49)에 관한 Lagrange乘數이다.

式(41)은 $h_r > 0$에서만 正意되므로 이 境遇

$$\ell_n h_r = \theta[_{ij} - C_r(h)] - 1$$

여기서 $C_r(h) \equiv \sum_a S_a(V_a)\ \delta_{ar}$

이 式을 풀면

$$h_r = T_{ij}\frac{\exp[-\theta C_r(h)]}{\sum_{r\epsilon R_{ij}} \exp[-\theta C_r(h)]} \quad (r\epsilon R_{ij})$$

윗式을 適用하기 위해서는 모든 路線의 通行費用을 算出할 必要가 있어 상당히 어려운 問題라고 하겠다. 실제로 Dial(1971)은 fixed link cost의 通行 配定에서 Logit function을 適用키 위해 모든 가능한 路線의 enumeration 대신 "effective"路線을 正意하여 使用한 바 있다.

Ⅵ. 結 論

本 論文에서 可變需要 交通網 平衡模型과 通行分配 및 配定의 結合模型에 關聯된 여러 模型의 開發을 살펴보았다. 이중 몇몇의 模型은 現在 널리 사용되고 있으나 아직 많은 模型이 理論과 그 테스트 範圍를 벗어나지 못하고 있다.

이는 模型이 理論的으로 깊게 들어감에 따라 模型의 Calibration의 어려움, 또는 應用에 따른 計算量의 엄청난 增加 等에 基因한다고 볼 수 있다. 그러나 최근의 컴퓨터 容量 및 計算 能力의 發達로 因하여 過去에 不可能하였던 模型의 應用이 점차 可能하여지고 있는 趨勢이다.

또한 여기에서 言及할 必要가 있는 事項으로 Anas(1988)의 Erlander등의 模型構成에 대한 統計的 分析이다. Anas는 엔트로피식을 目的函數로 使用할 때 보다 制約式으로 使用할 경우 結果의 bias가 심하여 實際의 엔트로피 값을 適用할 때 조그만 차이가 있어도 상당히 다른 結果를 導出할 可能性이 있어 이의 使用에 主意를 換氣시키고 있다.

REFERENCES

1. Alex, a. 1988. "Statistical Properties of Mathematical Programming Models of Network Equilibrium", *Journal of Regional Science*, 28.
2. Beckmann, M., C. B. McGuire, and C. B. winsten. 1956. *Studies in the Economics of Transportation.* New Haven : Yale University Press.
3. Boyce, D. E., L. J. BeBlanc, and K. S. Chon. 1988. "Network Equilibrium Models of Urban Location and Travel Choices : A Retrospective Survey", *Journal of Regional Science*, 28, 159－183.
4. Dantzig, G. B., S. F. Maier, and A. F. Lansdowne. 1976. *The Application of Decomposition to Transportation Network Analysis*, Report No. DOT－TSC－

OST−76−26, Control Analysis Corporation, Palo Alto.

5. Dial, R. B. 1971. "Probabilistic Multipath Traffic Assignment Model Which Obviates Path Enumeration, "*Transportation Research*, 5, 83−111.

6. Erlander, S. 1977. "Accessibility, Entropy and the Distribution and Assignment of Traffic, "*Transportation Research*, 11, 149−153.

7. Evans, S. P. 1973. "Some Applications of Mathematical Optimization Theory in Transport Planning, "unpublished Ph.D. Disseartation, Research Group in Traffic Studies, University of London, London.

8. Evans, s.p. 1976. "Derivation and Analysis of Same models for combining Trip Distribution and Assignment", Transportation Research, 10, 37−57. 57.

9. Fisk, C. 1980. "Some Developments in Equilibrium Traffic Assignment, "*Transportation Research*, 14B, 243−255.

10. Fisk, C. S. and D. E. Boyce. 1983. "A Note on Trip Matrix Estimation from Link Traffic Count Data, "*Transportation Research*, 17B, 245−250.

11. Frank, M. and P. Wolfe. 1956. "An Algorithm for Quadratic Programming, "*Naval Research Logistics Quarterly*, 3, 95−110.

12. LeBlanc, L. J. 1973. "Mathematical Programming Algortithms for Large Scale Network Equilibrium and Network Design Problems, "unpublished Ph.D. dissertation, Industrial Engineering and Management Sciences, Northwestern University, Evanston.

13. LeBlanc, L. J., E. K. Morlok, and W. P. Pierskalla. 1975. "An Efficient Approach to Solving the Road Network Equilibrium Traffic Assignment Problem, *Transportation Research*, 9, 309−318

14. Murchland, J. D. 1970. "Road Network Traffic Distribution in Equilibrium, "in R. Henn, H. P. Kunzi and H. Schubert (eds.), *Operations Research−Verfahren*, 8, Ⅱ Oberwolfach-Tagung uber Operations Research, Meisenheim am Glan : Verlag Anton Hain

15. Nguyen, S. 1974. "Une approche uniffiee des methodes d'equilibre pour l'affectation de traffic, unpublished Ph.D. dissertation, Department d'Informatique, Universite de Montreal, Montreal.

16. Rockafellar, R. T. 1967. "Convex Programming and Systems of Elementary Monotinic Relation, "*Journal of Mathematical Analysis and Application*, 19, 543−564.

17. Tomlin, J. A. 1967. "Mathematical Programming Models for Traffic Network Problems, "unpublished Ph.D. dissertation, Mathematics, University of Adelaide, Austrialia.

18. Wardrop, J. G. 1952. "Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research", *Proceedings. of the Institution of Civil Engineers*, Part Ⅱ, 1, 325−378.

19. Wilson, A. G. 1967. "A Statistical Theory of Spatial Distribution Models", *Transportation Research*, 1, 253−269.

20. 장현봉. 1987. 교통평형이론에 따른 연속설계변수에 의한 최적가로망 설계, 서울대학교 대학원 박사학위 논문.