

2차원 통계학적 난류특성치의 동시 측정 및 연산방법

노 병 준

전북대학교 정밀기계공학과 교수



●1944년생
●난류분사의 3차원 유동
등의 실험과 해석 총동
분류의 난류 혼합특성에
대한 구조적 분석과 내
연기관의 난류 혼합특성
연구에 관심이 있다.

김 장 권

(주)금성사 창원전기연구소 선임연구원



●1960년생
●유체역학에서의 난류
분사유동을 전공하였으
며 기관내 인료분사 및
혼합과정 랜설계 및 성
능해석 각종 풍동을 응
용한 난류유동 측정에
관심이 있다.

1. 머리말

열·유체 유동중 난류에 대한 유동 현상은 매우 광범위한 영역에서 나타나기 때문에 그 응용성이 매우 크게 작용되어 산업용 설비, 항공기, 자동차, 연소기기 및 각종 스포츠등에 이르기까지 매우 넓게 적용되고 있다.

특히 난류 유동 현상은 유체 유동 소음의 제어라든지, 기관 및 버너내 연소조건의 제어 및 유동장내 물체의 압력에 의한 항력의 제어등 각종 성능 향상에 직접적인 영향을 미치기 때문에 각종 에너지 절감 및 효율향상 측면에서 이에 대한 연구가 크게 고려되어야 한다.

따라서 난류현상을 보다 정확히 평가하기 위해서는 난류를 계측하는 정확한 방법의 기술이 매우 필요하게 된다. 그러나 실제로 난류현상은 매우 복잡하고 무질서(random)한 유동현상을 초래하므로, 난류유동을 정확히 계측한다는 것은 정확한 자료 분석 측면에 많은 도움을 주게 된다.

최근에는 컴퓨터의 보급이 활발히 정착됨에 따라, 보다 정확한 방법으로 난류의 정량적인 자료와 정성적인 난류구조(turbulent structure)를 계측하기 위해서 컴퓨터와 온라인으로 연결한 열선풍속계의 출력을 통계해석(statistical analysis)에 의해 분석하는 방법이 시도되고 있으나, 특히 조건적으로 난류 신호를 받아들이는 앙상블 평균의 통계처리 방법이 대두되고 있다.

한편, 난류신호의 앙상블 통계처리를 하기 위해서는 기본적으로 열선풍속계(hot-wire anemometer)와 FFT(fast-fourier transformation)기능 및 PDF(probability density function)기능등을 갖춘 신호분석기(signal analyser)와 컴퓨터등을 온라인으로 연결하는 등 보다 값비싼 기자재들로 구성하여 측정하여야만 한다.

그러나, 본 연구에서는 열선 풍속계와 A/D 변환기가 내장된 소형 컴퓨터만으로도 온라인으로 직접 연결하여 난류신호에 대한 앙상블 통계처리를 함으로서 보다 값싼 기자재를 사용

하고, 보다 정확하며 많은 자료를 분석할 수 있는 측정 및 연산방법을 소개하고자 한다.

특히 한점에서 발생하는 난류신호를 앙상블 통계처리로 할 경우 본 방법에서는 평균속도, 난류강도, 난류전단응력, 상관계수, 고차모멘트 (higher-order moments), 비대칭도 (skewness factor), 편평도 (flatness factor), 1차원 확률 밀도함수, 결합 확률 밀도함수 (joint probability density function) 및 등확률 밀도함수 (iso-probability density function) 등을 동시에 측정하여 연산할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

아울러 본 앙상블 통계처리 연산 방법은 사용되는 센서 (sensor)의 종류에 관계없이 주기적인 랜덤 신호 (random signal)가 얻어진다면, 어느 응용 분야에서도 동일하게 응용하여 적용할 수 있음을 강조하고 싶다.

2. 열선풍속계에 의한 2차원 속도의 측정

2.1 평균 속도

대부분의 열선 (hot-wire)의 센서는 제한된 길이로 구성되어 있어, 센서 지지대 (sensor supporter)와 프로브 (probe) 몸체의 간섭에 의한 공기 역학적인 열전달까지 고려할 때, 그림 1에서와 같이 일반적인 열선에 반응하는 순간 유효 냉각속도 (instantaneous effective cooling velocity)는 벡터 (vector)의 크기만으로서 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$V_{eff} = \sqrt{V_N^2 + k_T^2 V_T^2 + k_N^2 V_{BN}^2} \quad (1)$$

이때 k_T 는 실험상수로서 일반적으로 $2l_w/d_w = 600 \sim 800$ 에서는 $k_T \approx 0$ 이 된다. 또 k_N 은 센서 지지대의 설계에 따라 좌우되는 상수로서 $k_N = 1.0 \sim 1.2$ 의 범위를 갖게 된다.

그림 2와 같이 1~2평면내에 두 센서가 서로 90°를 이루는 x형 열선을 이용할 때 동시에 두 속도가 얻어지며, 이때 식(1)을 만족하는 각 센서의 순간 유효 냉각 속도는 벡터의 크기만으로서

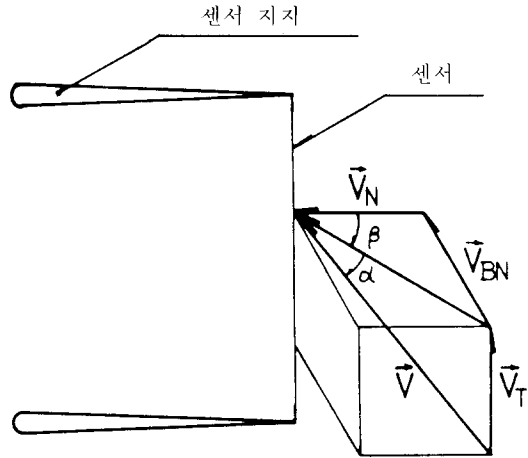


그림 1 센서(열선)에 미치는 속도 성분들의 관계⁽³⁾

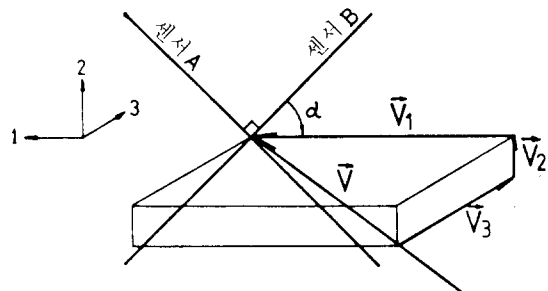


그림 2 x형 센서와 유동 방향의 관계⁽³⁾

$$V_{A,eff}^2 = (V_1 \cos \alpha - V_2 \sin \alpha)^2 + k_T^2 (V_1 \sin \alpha + V_2 \cos \alpha)^2 + k_N^2 V_3^2 \quad (2)$$

$$V_{B,eff}^2 = (V_1 \sin \alpha + V_2 \cos \alpha)^2 + k_T^2 (V_1 \cos \alpha - V_2 \sin \alpha)^2 + k_N^2 V_3^2 \quad (3)$$

이 된다. 이때 3차원 좌표계 공간에서 열선의 위치는 반응이 회전적으로 대칭을 이루어 $V_3 = 0$ 이 되도록 선택될 수 있고, $k_T \approx 0$, $k_N \approx 1$ 이 되도록 $2l_w/d_w$ 가 충분히 크다면, 식 (2), (3)은

$$V_{A,eff}^2 = (V_1 \cos \alpha - V_2 \sin \alpha)^2 + v_3'^2 \quad (4)$$

$$V_{B,eff}^2 = (V_1 \sin \alpha + V_2 \cos \alpha)^2 + v_3'^2 \quad (5)$$

으로 된다. 이때 과동속도 v_3' 이 매우 미소하다면 무시할 수 있으며, 아울러 센서가 유동속

도 V_1 과 $\alpha=45^\circ$ 로 위치해 있다면, 식 (4), (5)는

$$V_{A,eff} = \frac{1}{\sqrt{2}}(V_1 - V_2) \quad (6)$$

$$V_{B,eff} = \frac{1}{\sqrt{2}}(V_1 + V_2) \quad (7)$$

이 되고, 식 (6), (7)로부터 1방향 및 2방향 속도 성분을 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(V_{A,eff} + V_{B,eff}) \quad (8)$$

$$V_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(V_{A,eff} - V_{B,eff}) \quad (9)$$

이때 두 선형기(linearizer)의 출력 전압과 각 센서의 순간 유효 냉각 속도 사이에는 $V_{A,eff} = k_c \cdot E_A$, $V_{B,eff} = k_c \cdot E_B$ 의 관계가 성립하므로 식 (8), (9)는

$$V_1 = \frac{k_c}{\sqrt{2}}(E_A + E_B) \quad (10)$$

$$V_2 = \frac{k_c}{\sqrt{2}}(E_A - E_B) \quad (11)$$

가 된다.

따라서 1방향 및 2방향에서의 평균 속도는 식(10), (11)로부터 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\bar{V}_1 = \frac{k_c}{\sqrt{2}}(\bar{E}_A + \bar{E}_B) \quad (12)$$

$$\bar{V}_2 = \frac{k_c}{\sqrt{2}}(\bar{E}_A - \bar{E}_B) \quad (13)$$

2.2 파동속도

x형 열선을 이용하는 열선풍속계에서 파동속도는 선형기에서 출력된 파동전압(fluctuating voltage)을 e 라 하면, 교정곡선(calibration curve)의 기울기를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$e = \left(\frac{\partial E}{\partial V_1}\right)v_1' + \left(\frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)d\alpha = \left(\frac{\partial E}{\partial V_1}\right)v_1' + \left(\frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)\frac{v_2'}{V_1} = \pm s_1(\alpha) \cdot v_1' \pm s_2(\alpha)v_2' \quad (14)$$

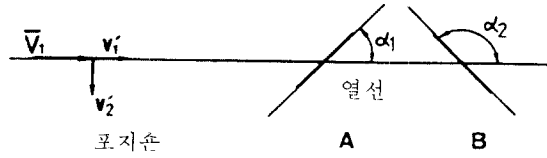


그림 3 경사진 센서에서 난류 속도의 관계⁽⁵⁾

정온형 열선 풍속계의 경우 그림 3과 같이 열선의 형태를 나타내는 위치에 따라 파동전압 e 를 식 (14)에 적용하면,

$$A \text{의 경우 : } e_A = (s_1)_A \cdot v_1' + (s_2)_A \cdot v_2' \quad (15)$$

$$B \text{의 경우 : } e_B = (s_1)_B \cdot v_1' - (s_2)_B \cdot v_2' \quad (16)$$

으로 된다. x형 센서의 경우 위치 A와 B의 조합($\alpha_1=45^\circ$, $\alpha_2=135^\circ$)으로 구성되어 있으므로, 위치 A와 B를 만족하는 열선의 특성이 동일하다면, $(s_1)_A = (s_1)_B$, $(s_2)_A = (s_2)_B$ 가 되어 식(15), (16)으로부터 다음식들을 변형할 수 있다.

$$e_A + e_B = 2s_1 \cdot v_1' \quad (17)$$

$$e_A - e_B = 2s_2 \cdot v_2' \quad (18)$$

이때, 식(17), (18)의 양변을 RMS(root-mean-square)시켜, 다시 정리하면

$$\sqrt{v_1'^2} = \frac{1}{2s_1} \sqrt{(e_A + e_B)^2} \quad (19)$$

$$\sqrt{v_2'^2} = \frac{1}{2s_2} \sqrt{(e_A - e_B)^2} \quad (20)$$

이 된다. 또한 파동속도의 RMS값은 식(12), (13)으로부터 달리 얻을수도 있다. 순간속도는 $V_1 = \bar{V}_1 + v_1'$, $V_2 = \bar{V}_2 + v_2'$ 이 성립하므로, 이에 대한 순간 전압 역시 $E_A = \bar{E}_A + e_A$, $E_B = \bar{E}_B + e_B$ 로 나타낼 수 있다.

따라서 파동속도의 RMS값은

$$\sqrt{v_1'^2} = \frac{k_c}{\sqrt{2}} \sqrt{(e_A + e_B)^2} \quad (21)$$

$$\sqrt{v_2'^2} = \frac{k_c}{\sqrt{2}} \sqrt{(e_A - e_B)^2} \quad (22)$$

으로 된다. 식(19), (20)과 식(21), (22)는 서

로 동일한 식이므로

$$s_1 = s_2 = \frac{1}{kc\sqrt{2}} \quad (23)$$

이 얻어진다.

3.3 난류 전단 응력

난류 전단 응력(turbulent shear stress)은 x형 열선을 이용한 열선 풍속계에서 출력된 파동 전압의 연산으로부터 얻어질 수 있다.

식(15), (16)의 양변을 제곱하여 평균을 취하면

$$\overline{e_A^2} = (s_1)_A^2 \cdot \overline{v_1'^2} + 2(s_1)_A \cdot (s_2)_A \cdot \overline{v_1'v_2'} + (s_2)_A^2 \cdot \overline{v_2'^2} \quad (24)$$

$$\overline{e_B^2} = (s_1)_B^2 \cdot \overline{v_1'^2} - 2(s_1)_B \cdot (s_2)_B \cdot \overline{v_1'v_2'} + (s_2)_B^2 \cdot \overline{v_2'^2} \quad (25)$$

이 된다. 여기서 경사진 두 열선의 특성이 동일하다면, 식(24), (25)로부터 다음식을 얻을 수 있다.

$$\overline{e_A^2} - \overline{e_B^2} = 4s_1 \cdot s_2 \cdot \overline{v_1'v_2'} \quad (26)$$

따라서 난류 전단 응력은 식(23)을 고려할 때

$$\overline{v_1'v_2'} = \frac{kc^2}{2} (\overline{e_A^2} - \overline{e_B^2}) \quad (27)$$

이 된다.

3. 난류 신호의 통계처리 방법

그림 4와 같이, x형 열선으로부터 선형화된 두 경사진 센서의 순간 속도에 비례하는 신호 E_A 와 E_B 가 시간의 증가에 따라, 그림 5와 같이 얻어졌을 때 두 신호의 순간 전압을 평균 및 파동 전압으로 분리하여 나타낼 수 있다. 이때 A/D변환기(analog/digital converter)를 사용하여, 이 두 신호를 컴퓨터에서 동시에 받아들이기 위해서는 사용하는 A/D변환기의 처리용량에 따라 크게 좌우된다. 여기서 편의상 A/D변환기로 처리되는 두 신호의 앙상블(ensemble)수를 100회로 가정하여, 한 앙상블

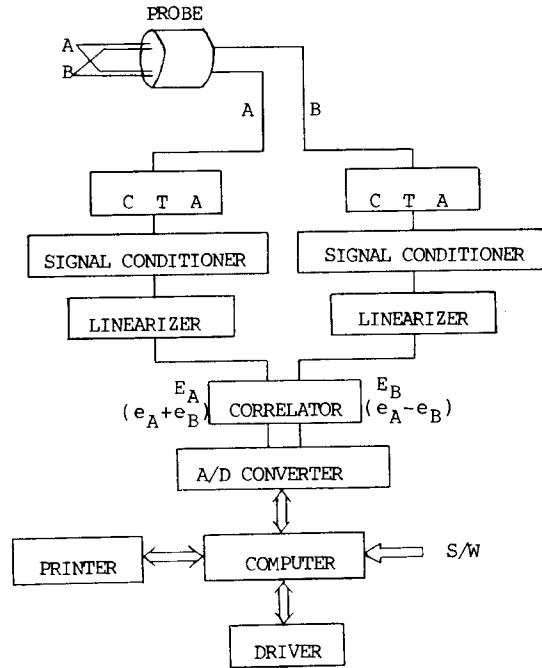


그림 4 온라인(on-line) 컴퓨터 시스템으로 통계 해석을 하기 위한 열선 풍속계의 계통도

신호당 동시에 처리되는 데이터(data)수를 1024(2^{10})개로 하면, 100회 동안 계속 샘플링(sampling)하였을 때, 총 데이터수는 $1024 \times 100 = 102400$ 개가 된다. 또한 A/D변환기가 반응하는 두 신호 E_A , E_B 에 상응하는 최소전압의 크기가 각각 0에서 최대 전압의 크기가 각각 일정한 값으로 E_A^* , E_B^* 라 할 경우, 최대 전압 크기 E_A^* , E_B^* 를 편의상 64구간(class)으로 분할하였을 때, 각 앙상블당 동시에 샘플링된 1024개의 2차원 데이터들은 그림 6과 같은 64×64 매트릭스 배열(matrix array)의 각 해당되는 구간에 분포될 수 있다.

그림 5의 임의의 앙상블 신호에 속하는 시간 T에서 신호 E_A , E_B 를 동시에 샘플링하였을 때, 우편의 히스토그램(histogram)에서 볼 수 있듯이 샘플링된 값들은 신호 E_A 에서는 i 번째 구간에, 신호 E_B 에서는 j 번째 구간에 각각 속할 때, 그림 6에서의 64×64 의 매트릭스 배열

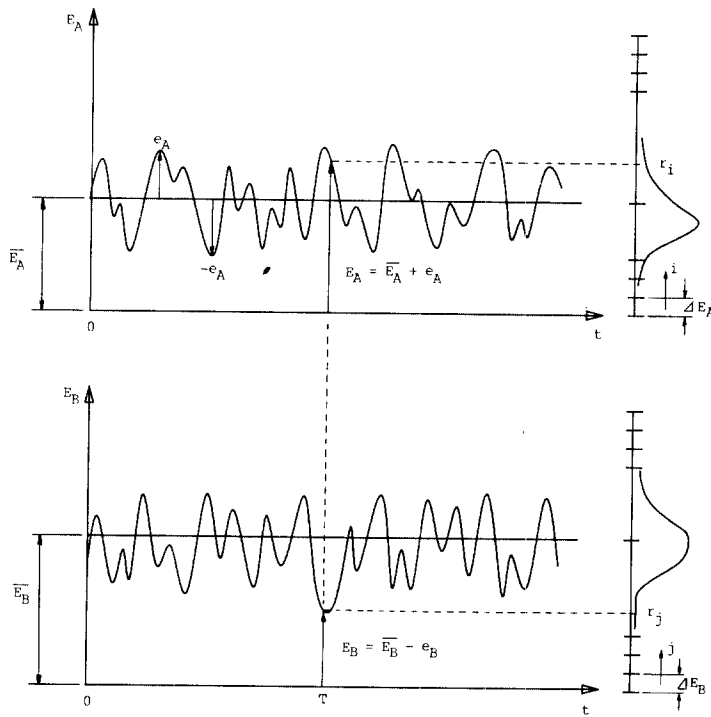


그림 5 x형 센서를 이용하여 선형기(linearizer)로부터 얻어진 두 랜덤 신호들의 분포

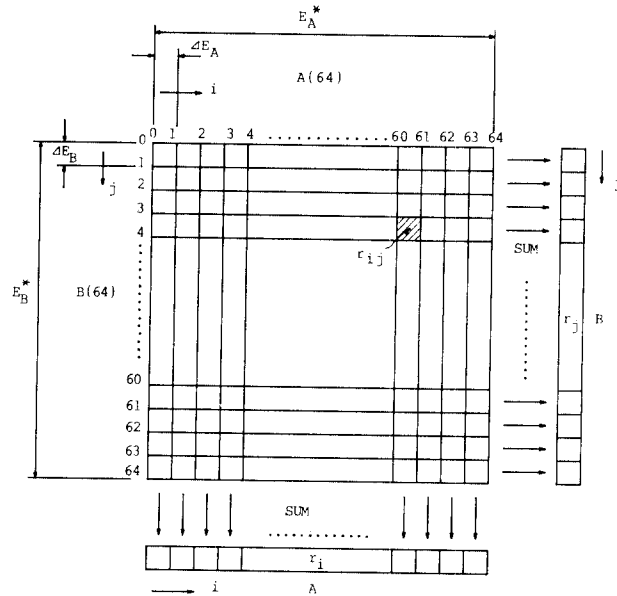


그림 6 두 랜덤 신호(E_A , E_B)들로부터 얻어진 결합 빈도수의 매트릭스 행렬

에서는 $i \times j$ 번째 구간 위치에 결합빈도수 (joint occurrence) 1개가 기록되게 된다.

이와같은 방법으로 하여 각 앙상블당 샘플링 된 데이터들이 $i \times j$ 번째에 속하는 값으로 더 존재하게 되면, 존재하는 값의 갯수가 차례로 $i \times j$ 번째 구간에 기존빈도수와 함께 더해져 기록되게 된다. 따라서 100회의 앙상블을 모두 샘플링하였을 때, $i \times j$ 번째 구간에 축적된 최종 결합 빈도수는 편의상 r_{ij} 로 놓을 수 있다. 이때 64×64 매트릭스 배열에 분포된 전체 결합 빈도수 N 은

$$N = \sum_{i=1}^{64} \sum_{j=1}^{64} r_{ij} = 102400 \quad (28)$$

이 된다. 또한 신호 E_A 와 E_B 에 속하는 1차원 배열의 빈도수 r_i 와 r_j 는 그림 6에서 보는 바와 같이 결합빈도수로부터 i, j 번째 구간을 각각 적산하면, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r_i = \sum_{j=1}^{64} r_{ij} \quad (29)$$

$$r_j = \sum_{i=1}^{64} r_{ij} \quad (30)$$

$$\left(\text{단, } N = \sum_{i=1}^{64} r_i = \sum_{j=1}^{64} r_j = \sum_{i=1}^{64} \sum_{j=1}^{64} r_{ij} \right)$$

한편, 열선풍속계에서 출력되는 신호 E_A, E_B 가 내장된 증폭기(amplifier)에 의해 얻어졌을 때, 증폭기에서 사용되는 이득인자(gain factor)가 각각 G_A, G_B 일 경우, 각각의 신호에 해당하는 단위구간(unit class)의 크기는 다음과 같이 각각 나타낼 수 있다.

$$\Delta E_A = \frac{E_A^*}{64 \cdot G_A} \quad (31)$$

$$\Delta E_B = \frac{E_B^*}{64 \cdot G_B} \quad (32)$$

4. 난류 특성치의 통계 연산 방법

4.1 평균 속도

그림 5와 같이 x형 열선으로부터 출력되는 두 순간전압 E_A 와 E_B 로부터 얻을 수 있는 2차원 평균속도는 앙상블 통계처리에 의해 얻어

진 그림 6에서의 결합빈도수 r_{ij} 및 1차원 빈도수 r_i 와 r_j 를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다. 즉 각 구간 i 및 j 에 축적된 r_i 와 r_j 로부터 만족되는 평균 구간수는

$$\bar{i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{64} i \cdot r_i, \quad \bar{j} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{64} j \cdot r_j \quad (33)$$

로 된다. 또한 두 평균 전압은 단위 구간 크기의 전압에 평균 구간 수를 곱하여 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{E}_A = \Delta E_A \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{64} i \cdot r_i = \Delta E_A \cdot \bar{i} \quad (34)$$

$$\bar{E}_B = \Delta E_B \cdot \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{64} j \cdot r_j = \Delta E_B \cdot \bar{j} \quad (35)$$

따라서 x형 센서를 사용할 경우 열선풍속계에서 얻을 수 있는 그림 2에서의 두 방향 성분의 평균 속도는 식(12), (13)에 식(34), (35)를 각각 대입하면

$$\bar{V}_1 = \frac{k_c}{\sqrt{2}} (\Delta E_A \cdot \bar{i} + \Delta E_B \cdot \bar{j}) \quad (36)$$

$$\bar{V}_2 = \frac{k_c}{\sqrt{2}} (\Delta E_A \cdot \bar{i} - \Delta E_B \cdot \bar{j}) \quad (37)$$

이 얻어진다.

4.2 파동속도에 대한 고차모우먼트

파동속도에 비례하는 두 센서의 파동전압은 순간 전압 E_A, E_B 로부터 평균전압 \bar{E}_A, \bar{E}_B 를 빼주면 다음과 같이 하여 얻을 수 있다.

즉 그림 6에서와 같이 순간 전압에 비례하는 구간수 i, j 에서의 결합빈도수 r_{ij} 와 1차원 빈도수 r_i 및 r_j 로부터 파동전압에 비례하는 구간수 i', j' 는

$$i' = i - \bar{i}, \quad j' = j - \bar{j} \quad (38)$$

로 되어, i', j' 의 평균치는 다음과 같이 얻어진다.

$$\bar{i}' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{64} i' \cdot r_i, \quad \bar{j}' = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{64} j' \cdot r_j \quad (39)$$

따라서 두 파동전압 e_A 와 e_B 는 각각

$$\begin{aligned} e_A &= E_A - \bar{E}_A = \Delta E_A \cdot (i - \bar{i}) = \Delta E_A \cdot \bar{i}' \\ e_B &= E_B - \bar{E}_B = \Delta E_B \cdot (j + \bar{j}) = \Delta E_B \cdot \bar{j}' \end{aligned} \quad (40)$$

로 된다.

또한 파동전압의 평균은 단위크기의 전압에 파동 전압에 비례하는 구간수의 평균을 곱하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{e}_A = \Delta E_A \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{64} i' \cdot r_i = \Delta E_A \cdot \bar{i}' \quad (41)$$

$$\bar{e}_B = \Delta E_B \cdot \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{64} j' \cdot r_j = \Delta E_B \cdot \bar{j}' \quad (42)$$

또한 파동전압에 비례하는 구간수 i' , j' 의 1차원 고차모우멘트와 결합 고차모우멘트의 평균은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\overline{i'^m} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{64} (i' - \bar{i}')^m \cdot r_i \quad (43)$$

$$\overline{j'^n} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{64} (j' - \bar{j}')^n \cdot r_j \quad (44)$$

$$\overline{i'^m j'^n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{64} \sum_{j=1}^{64} (i' - \bar{i}')^m \cdot (j' - \bar{j}')^n \cdot r_{ij} \quad (45)$$

따라서 두 파동전압 e_A 및 e_B 에 의해 얻어질 수 있는 1차원 고차모우멘트와 결합 고차모우멘트는 $i^* = i' - \bar{i}'$, $j^* = j' - \bar{j}'$ 을 고려하여 다음식들로 요약될 수 있다.

$$\overline{e_A^m} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{64} \Delta E_A^m \cdot i^{*m} \cdot r_i = \Delta E_A^m \cdot \overline{i'^m} \quad (46)$$

$$\overline{e_B^n} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{64} \Delta E_B^n \cdot j^{*n} \cdot r_j = \Delta E_B^n \cdot \overline{j'^n} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \overline{e_A^m e_B^n} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{64} \sum_{j=1}^{64} \Delta E_A^m \cdot \Delta E_B^n \cdot i^{*m} \cdot j^{*n} \cdot r_{ij} \\ &= \Delta E_A^m \cdot \Delta E_B^n \cdot \overline{i'^m j'^n} \end{aligned} \quad (48)$$

(단, $m, n = 1, 2, 3, \dots$)

(1) 파동속도의 RMS

한편 x형 열선으로부터 동시에 얻을 수 있는 파동속도의 RMS성분은 식 (21), (22)로부터 정의되므로, 이 식을 만족하는 $(e_A + e_B)^2$, $(e_A - e_B)^2$ 를 구하면

$$\overline{(e_A + e_B)^2} = \overline{e_A^2} + 2\overline{e_A e_B} + \overline{e_B^2} \quad (49)$$

$$\overline{(e_A - e_B)^2} = \overline{e_A^2} - 2\overline{e_A e_B} + \overline{e_B^2} \quad (50)$$

로 되어 식(46)에 $m=2$, 식(47)에 $n=2$, 식

(48)에 $m=n=1$ 을 대입하여 식(49), (50)에 대입하면

$$\begin{aligned} \overline{(e_A + e_B)^2} &= \Delta E_A^2 \cdot \overline{i'^2} + 2\Delta E_A \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i' j'} \\ &\quad + \Delta E_B^2 \cdot \overline{j'^2} \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \overline{(e_A - e_B)^2} &= \Delta E_A^2 \cdot \overline{i'^2} - 2\Delta E_A \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i' j'} \\ &\quad + \Delta E_B^2 \cdot \overline{j'^2} \end{aligned} \quad (52)$$

이 얻어진다. 따라서 x형 열선으로부터 동시에 얻을 수 있는 두 파동속도의 RMS성분은 식(21), (22)에 식(51), (52)를 각각 대입하여 다음식으로 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sqrt{v_1'^2} &= \frac{k_c}{\sqrt{2}} \times \\ &\quad \sqrt{\Delta E_A^2 \cdot \overline{i'^2} + 2\Delta E_A \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i' j'} + \Delta E_B^2 \cdot \overline{j'^2}} \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{v_2'^2} &= \frac{k_c}{\sqrt{2}} \times \\ &\quad \sqrt{\Delta E_A^2 \cdot \overline{i'^2} - 2\Delta E_A \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i' j'} + \Delta E_B^2 \cdot \overline{j'^2}} \end{aligned} \quad (54)$$

이때 난류강도(turbulent intensity)는 식(53), (54)를 식(36)으로 나누어 연산하면 구할 수 있다.

(2) 난류 전단응력

또한 파동속도에 의한 난류 전단응력(turbulent shear stress)은 식(46)에 $m=2$, 식(47)에 $n=2$ 를 고려하여 식(27)에 각각 대입하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{v_1' v_2'} = \frac{k_c^2}{2} (\Delta E_A^2 \cdot \overline{i'^2} - \Delta E_B^2 \cdot \overline{j'^2}) \quad (55)$$

(3) 비대칭도(skewness factor)

난류 신호의 평균치에 대한 대칭성을 판정하는 각 파동속도에 대한 비대칭도 성분은

$$S(v_1') = \frac{\overline{v_1'^3}}{(\overline{v_1'^2})^{3/2}} \quad (56)$$

$$S(v_2') = \frac{\overline{v_2'^3}}{(\overline{v_2'^2})^{3/2}} \quad (57)$$

로 각각 정의된다. 따라서 이들 비대칭도를 만족하는 각 파동속도 성분의 3차 모우멘트(third moment)는 식(17), (18)과 식(23)을

고려하면,

$$\overline{v_1^3} = \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} \overline{(e_A + e_B)^3} = \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} (\overline{e_A^3} + 3\overline{e_A^2 e_B} + 3\overline{e_A e_B^2} + \overline{e_B^3}) \quad (58)$$

$$\overline{v_2^3} = \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} \overline{(e_A - e_B)^3} = \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} (\overline{e_A^3} - 3\overline{e_A^2 e_B} + 3\overline{e_A e_B^2} - \overline{e_B^3}) \quad (59)$$

로 나타낼 수 있다.

또 식(58), (59)를 만족하는 각 파동전압의 항의 차수를 고려하여 식(46), (47), (48)을 (58), (59)에 대입하면

$$\overline{v_1'^3} = \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} (\Delta E_A^3 \cdot \overline{i'^3} + 3\Delta E_A^2 \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i'^2 j'} + 3\Delta E_A \cdot \Delta E_B^2 \cdot \overline{i' j'^2} + \Delta E_B^3 \cdot \overline{j'^3}) \quad (60)$$

$$\overline{v_2'^3} = \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} (\Delta E_A^3 \cdot \overline{i'^3} - 3\Delta E_A^2 \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i'^2 j'} + 3\Delta E_A \cdot \Delta E_B^2 \cdot \overline{i' j'^2} + \Delta E_B^3 \cdot \overline{j'^3}) \quad (61)$$

이 된다.

따라서 파동속도에 의한 두 방향성분의 비대칭도는 식(56), (57)에 식(60), (61)과 RMS값인 식(53), (54)를 각각 대입하면 쉽게 얻을 수 있다.

(4) 편평도(Flatness Factor)

난류 발생의 간헐성(intermittency)을 분석할 수 있는 각 파동속도에 대한 편평도 성분은

$$F(v_1') = \frac{\overline{v_1'^4}}{(\overline{v_1'^2})^2} \quad (62)$$

$$F(v_2') = \frac{\overline{v_2'^4}}{(\overline{v_2'^2})^2} \quad (63)$$

로 각각 정의된다. 이때 편평도를 만족하는 각 파동속도 성분의 4차 모우멘트(fourth moment)는 식(17), (18)과 식(23)을 고려하면

$$\overline{v_1'^4} = \frac{k_c^4}{4} \overline{(e_A + e_B)^4} = \frac{k_c^4}{4} (\overline{e_A^4} + 4\overline{e_A^3 e_B} + 6\overline{e_A^2 e_B^2} + 4\overline{e_A e_B^3} + \overline{e_B^4}) \quad (64)$$

$$\overline{v_2'^4} = \frac{k_c^4}{4} \overline{(e_A - e_B)^4} = \frac{k_c^4}{4} (\overline{e_A^4} - 4\overline{e_A^3 e_B} + 6\overline{e_A^2 e_B^2} - 4\overline{e_A e_B^3} + \overline{e_B^4}) \quad (65)$$

로 나타낼 수 있다.

또 식(64), (65)를 만족하는 각 파동전압의 항의 차수를 고려하여, 식(46), (47), (48)을 식(64), (65)에 대입하면

$$\overline{v_1'^4} = \frac{k_c^4}{4} (\Delta E_A^4 \cdot \overline{i'^4} + 4\Delta E_A^3 \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i'^3 j'} + 6\Delta E_A^2 \cdot \Delta E_B^2 \cdot \overline{i'^2 j'^2} + 4\Delta E_A \cdot \Delta E_B^3 \cdot \overline{i' j'^3} + \Delta E_B^4 \cdot \overline{j'^4}) \quad (66)$$

$$\overline{v_2'^4} = \frac{k_c^4}{4} (\Delta E_A^4 \cdot \overline{i'^4} - 4\Delta E_A^3 \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i'^3 j'} + 6\Delta E_A^2 \cdot \Delta E_B^2 \cdot \overline{i'^2 j'^2} - 4\Delta E_A \cdot \Delta E_B^3 \cdot \overline{i' j'^3} + \Delta E_B^4 \cdot \overline{j'^4}) \quad (67)$$

이 된다. 따라서 파동속도에 의한 두 방향성분의 편평도는 식(62), (63)에 식(66), (67)과 RMS값인 식(53), (54)를 각각 대입하면 쉽게 얻을 수 있다.

(5) 고차 결합 모우멘트(Higher-Order of Joint Moment)

x형 열선으로부터 얻을 수 있는 두 파동속도 성분에 의한 고차 결합 모우멘트는 4차까지 고려할 때, 식(17), (18)과 식(23)을 조합하여 정리하고, 또 파동 전압의 고차 모우멘트와 결합 고차 모우멘트의 식(46), (47), (48)의 차수를 일치시켜 대입하면, 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{v_1'^2 \cdot v_2'^2} &= \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} \overline{(e_A - e_B)^2 \cdot (e_A + e_B)} \\ &= \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} (\overline{e_A^3} + \overline{e_A^2 \cdot e_B} - \overline{e_A \cdot e_B^2} - \overline{e_B^3}) \\ &= \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} (\Delta E_A^3 \cdot \overline{i'^3} + \Delta E_A^2 \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i'^2 j'} - \Delta E_A \cdot \Delta E_B^2 \cdot \overline{i' j'^2} - \Delta E_B^3 \cdot \overline{j'^3}) \quad (68) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{v_1'^3 \cdot v_2'^2} &= \frac{k_c^4}{4} \overline{(e_A + e_B)^3 \cdot (e_A - e_B)} \\ &= \frac{k_c^3}{4} (\overline{e_A^4} + 2\overline{e_A^3 \cdot e_B} - 2\overline{e_A \cdot e_B^3} - \overline{e_B^4}) \\ &= \frac{k_c^4}{4} (\Delta E_A^4 \cdot \overline{i'^4} + 2\Delta E_A^3 \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i'^3 j'}) \end{aligned}$$

$$-2\Delta E_A \cdot \Delta E_B^3 \cdot \overline{i'j'^3} - \Delta E_B^4 \cdot \overline{j'^4}) \quad (69)$$

$$\begin{aligned} \overline{v_1'^2 \cdot v_2'^2} &= \frac{k_c^4}{4} \overline{(e_A + e_B)^2 \cdot (e_A + e_B)^2} \\ &= \frac{k_c^4}{4} \overline{(e_A^4 - 2e_A^2 \cdot e_B^2 + e_B^4)} \\ &= \frac{k_c^3}{4} (\Delta E_A^4 \cdot \overline{i'^4} - 2\Delta E_A^2 \cdot \Delta E_B^2 \cdot \overline{i'^2 j'^2} + \Delta E_A^4 \cdot \overline{j'^4}) \quad (70) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{v_1' \cdot v_2'} &= \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} \overline{(e_A + e_B) \cdot (e_A - e_B)^2} \\ &= \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} (\overline{e_A^3} - \overline{e_A^2 \cdot e_B} - \overline{e_A \cdot e_B^2} + \overline{e_B^3}) \\ &= \frac{k_c^3}{2\sqrt{2}} (\Delta E_A^3 \cdot \overline{i'^3} - \Delta E_A^2 \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i'^2 j'} - \Delta E_A \cdot \Delta E_B^2 \cdot \overline{i' j'^2} - \Delta E_B^3 \cdot \overline{j'^3}) \quad (71) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{v_1' \cdot v_2'^3} &= \frac{k_c^4}{4} \overline{(e_A + e_B) \cdot (e_A + e_B)^3} \\ &= \frac{k_c^4}{4} \overline{(e_A^4 - 2e_A^3 \cdot e_B + 2e_A \cdot e_B^3 - e_B^4)} \\ &= \frac{k_c^4}{4} (\Delta E_A^4 \cdot \overline{i'^4} - 2\Delta E_A^3 \cdot \Delta E_B \cdot \overline{i'^3 j'} + 2\Delta E_A \cdot \Delta E_B^3 \cdot \overline{i' j'^3} - \Delta E_B^4 \cdot \overline{j'^4}) \quad (72) \end{aligned}$$

한편, 파동속도에 의한 결합고차 모우먼트 식 (68), (69), (70), (71), (72)들의 상관계수 (correlation coefficient)는 이들식에 RMS 성분 값인 식(53), (54)의 차수를 조정하여 상관계수들이 무차원 함수가 되도록 함으로서 쉽게 구할 수 있다.

4.3 파동속도 성분에 대한 확률 밀도 함수

x형 센서로부터 얻을 수 있는 두 방향 파동속도 성분의 1차원 확률 밀도 함수와 결합 확률 밀도 함수(joint probability density function)는 그림 5에서와 같은 각 센서 A와 B의 파동전압에 대한 1차원 빈도수와 결합 빈도수로부터는 직접적으로 계산을 할 수 없기 때문에, 편의상 그림 4에서 볼 수 있듯이 열선풍속계의 상관기(correlator)에서 파동속도 성분

v_1', v_2' 에 비례하는 파동전압 $e_A + e_B, e_A - e_B$ 의 신호를 그림 7과 같이 발생시켜, 앞에서와 동일한 개념의 앙상블(ensemble) 통계신호처리로 샘플링하여 얻어진 그림 8의 1차원 빈도수 r_i, r_j 및 결합 빈도수(joint occurrence) r_{ij} 로부터 다음과 같이 직접적으로 연산될 수 있다.

한편 그림 8의 경우 열선 풍속계에서 출력되는 파동전압의 신호 $e_{v1'}, e_{v2}'$ 이 내장된 증폭기에 의해 얻어졌을 때, 증폭기에서 사용된 이득인자(gain factor)가 $G_{v1'}, G_{v2}'$ 라 할 경우, 각각의 파동 전압의 신호 e_{v1}' 과 e_{v2}' 에 해당하는 단위구간(unit class)의 크기는

$$\Delta e_{v1}' = \frac{e_{v1}'^*}{64 \cdot G_{v1}'} \quad (73)$$

$$\Delta e_{v2}' = \frac{e_{v2}'^*}{64 \cdot G_{v2}'} \quad (73)$$

로 된다. 따라서 두 파동속도 v_1', v_2' 에 대한 1차원 확률 밀도 함수는 식(17), (18), (23)과 식(73), (74)를 고려할 때

$$p(v_1') = \frac{P(v_1')}{\Delta v_1'} = \frac{64\sqrt{2} \cdot G_{v1}' \cdot r_i}{k_c \cdot N \cdot e_{v1}'^*} \quad [\text{m/sec}]^{-1} \quad (75)$$

$$p(v_2') = \frac{P(v_2')}{\Delta v_2'} = \frac{64\sqrt{2} \cdot G_{v2}' \cdot r_j}{k_c \cdot N \cdot e_{v2}'^*} \quad [\text{m/sec}]^{-1} \quad (76)$$

로 정의할 수 있다.

결국 식(75), (76)을 도시하면, 그림 9와 같은 형태로 나타낼 수 있다. 또한 두 파동속도 v_1' 과 v_2' 에 의한 결합 확률 밀도함수는 식(17), (18), (23)과 식(73), (74)를 고려할 때

$$\begin{aligned} p(v_1', v_2') &= \frac{P(v_1', v_2')}{\Delta v_1' \cdot \Delta v_2'} \\ &= \frac{2 \cdot 64 \cdot 64 \cdot e_{v1}' \cdot e_{v2}' \cdot r_{ij}}{k_c^2 \cdot N \cdot e_{v1}'^* \cdot e_{v2}'^*} \quad [\text{m/sec}]^{-2} \quad (77) \end{aligned}$$

로 정의할 수 있다. 또 결합 확률 밀도함수는 그림 10과 같이 나타낼 수 있다. 한편 이 방식을 이용할 경우의 그림 7에서의 파동속도에 의

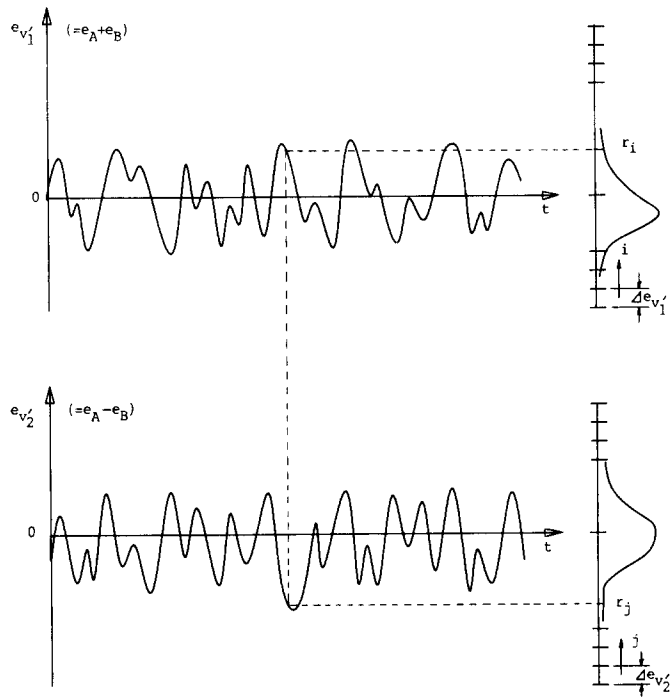


그림 7 x형 센서를 이용하여 상관기(correlator)로부터 얻어진 두 랜덤 신호들의 분포

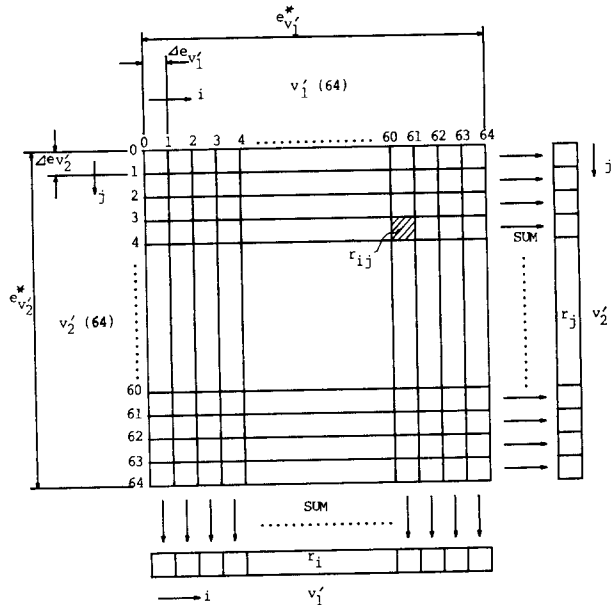


그림 8 두 랜덤 신호(e_{v_1}' , e_{v_2}')들로부터 얻어진 결합 빈도수의 매트릭스 행렬

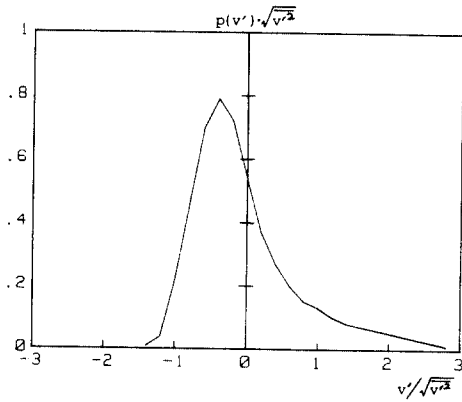


그림 9 파동속도 v' 의 1차원 확률 밀도 함수의 분포

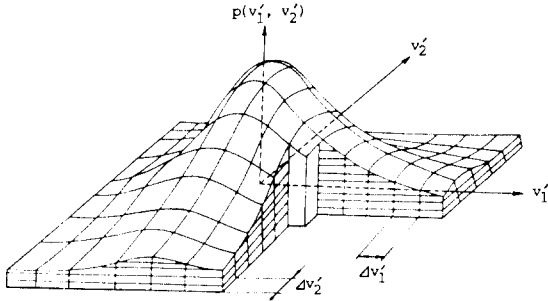


그림 10 파동속도 v_1' , v_2' 의 결합 확률 밀도 함수의 분포⁽¹⁾

한 고차 모우멘트와 결합 고차 모우멘트 연산 결과는 역시 각 센서에서 얻어지는 그림 5의 파동전압 e_A , e_B 를 출력으로 하여 얻어진 앞의 경우와 동일하게 얻을 수 있다. 단지 앞에서의 경우와 다른 것은 순간 전압 $E_{v1'} (=E_A + E_B)$, $E_{v2'} (=E_A - E_B)$ 를 발생시켜, 각 성분의 평균 속도를 측정하지 않는다는 점이다. 즉, 이것은 $E_A + E_B$ 와 $E_A - E_B$ 사이에는 전압의 차가 크기 때문에, 이 신호들을 직접 A/D 변환기에서 각각 입력 신호로 받아들이기 위해서는 정도가 매우 좋고, 증폭 배율이 매우 넓은 증폭기를 거쳐야 하는 어려운 점이 있다.

그러나 이 순간전압을 증폭기를 사용하여 A/D변환기에 적합한 전압의 크기로 각각의

신호를 발생시켜 샘플링을 하면, 센서의 순간 전압 E_A 와 E_B 로부터 연산되는 두 성분의 평균 속도 \bar{V}_1 , \bar{V}_2 등과 동일한 값을 얻을 수 있으며, 아울러 두 파동속도 v_1' , v_2' 에 대한 고차 모멘트 및 고차 결합 모우멘트도 동일한 값으로 보다 쉽게 얻을 수 있다.

따라서 사용하는 열선 풍속계의 기능에 따라 어느 방법으로든지 편리하게 만들어 사용하면 된다. 또한 그림 2에서와 같이 1~3평면의 방향 성분에 대한 난류 특성치는 그림 4의 x형 센서를 90°회전시켜 동일하게 측정하면 쉽게 얻을 수 있다.

5. 응용 파급성 검토

본 랜덤 신호(random signal)의 앙상블 통계처리 방법은 사용되는 센서의 종류에 관계없이, 그 센서에 의해 발생하는 랜덤 신호가 시간의 증가에 따라 주기적으로 일정(time stationary)하다면, 그 응용 범위는 얼마든지 다른 분야에까지 확장시킬수가 있다. 즉, 열유체 유동에서 흔히 사용되는 압력변환기(pressure transducer), 열전대(thermo couple)등을 이용하는 경우에도 본 방법의 해석이 가능하고, 더 나아가 소음(noise) 및 진동이 발생하는 분야의 해석이라든지, 음파(acoustic wave)로서 원자로 내부의 파괴거동(fracture behaviour)을 진단하는 AE(acoustic emission) 분야라든지, 절삭물을 가공할 때 발생하는 표면조도(surface roughness)의 측정 분석 및 바이트(bite)나 드릴(drill)에 의해 절삭물에 전달되는 힘(force)의 측정 및 분석등도 가능하게 수행할 수 있다. 이 밖에도 본 해석 방법을 응용할 수 있는 범위는 각 분야에 종사하는 사용자에게 의해 무한정하다고 생각할 수 있다.

6. 맺음말

본 연구에서 소개한 랜덤 신호의 앙상블 통

계 처리 방법은 학교 실험실에서나 연구소 실험실 및 산업계 현장의 계측 시스템에 있어서 그 적용 가능성이 매우 커 이에 대한 파급성이 매우 증가할 것으로 생각된다. 특히 본 방법은 값싼 계측 기자재등으로 구성하여 보다 정확한 자료를 추출함에 있어 최대의 효과를 내고자 한 점이 가장 크게 평가될 수 있을 것으로 사료된다.

한편 열·유체 유동중 난류 계측에 본 방법을 적용하였을 경우 얻을 수 있는 결과들은 무엇보다도, 열선풍속계, A/D변환기, 컴퓨터등으로 온라인이 가능하여 유동장내 임의 한 위치에서 분석에 필요한 많은 데이터들은 랜덤 신호의 동시 계측 및 연산을 통해 쉽게 얻을 수 있으므로, 한점을 통과하는 난류 랜덤 신호로부터 통계학적인 난류 유동 특성의 거동을 보다 쉽게 분석할 수 있다는 점이다. 또한 본 방법을 이용하면, 압력 변환기 및 열전대에서 발생하는 랜덤 신호로부터 열·유체 유동등을 통계학적으로 보다 광범위하게 분석할 수 있게 된다.

끝으로 본 연구에서 언급한 랜덤 신호의 양상불 개념의 통계 처리 방법은 현재 널리 보급된 소형 컴퓨터 IBM-XT/AT급에서도 쉽게 적용이 가능하기 때문에 많은 이용이 될 것으로 기대되는 바이다.

기 호 설 명

d_w : 열선(hot-wire)의 직경
 E_A, E_B : 열선, A, B의 순간 속도에 비례하는 순간 전압
 \bar{E}_A, \bar{E}_B : E_A, E_B 의 평균 전압
 E_A^*, E_B^* : E_A, E_B 에 대한 A/D변환기의 최대전압
 $\Delta E_A, \Delta E_B$: E_A 와 E_B 에 해당하는 단위 구간(unit class)의 크기
 e_A, e_B : 열선 A, B의 파동속도에 비례하는 파동전압(fluctuating voltage)
 $e_{v1'}, e_{v2'}$: v_1', v_2' 에 해당하는 파동 전압

e_{v1}^*, e_{v2}^* : v_1', v_2' 에 대한 A/D 변환기의 최대전압
 $\Delta e_{v1'}, \Delta e_{v2'}$: $e_{v1'}, e_{v2'}$ 에 해당하는 단위 구간의 크기
 $F(v_1'), F(v_2')$: v_1', v_2' 의 편평도(flatness factor)
 G_A, G_B : E_A, E_B 를 출력시키는 증폭기의 이득인자(gain factor)
 $G_{v1'}, G_{v2'}$: $e_{v1'}, e_{v2'}$ 을 출력시키는 증폭기의 이득인자
 i, j : 샘플링 구간구(sampling class number)
 \bar{i}, \bar{j} : 샘플링 평균 구간구
 k_c : 교정인자(calibration factor)
 k_N : 센서에 수직인 속도 성분에 대한 실험 상수
 k_T : 센서에 평행인 속도 성분에 대한 실험 상수
 ℓ_w : 열선의 길이
 N : 전체 빈도수(total occurrence)
 $p(v_1'), p(v_2')$: v_1', v_2' 의 1차원 확률밀도 함수
 $P(v_1'), P(v_2')$: v_1', v_2' 의 1차원 확률
 $p(v_1', v_2')$: v_1', v_2' 에 의한 결합 확률 밀도 함수(joint probability density function)
 $P(v_1', v_2')$: v_1', v_2' 에 의한 결합확률
 r_i, r_j : i 및 j 번째 구간수의 1차원 빈도수(occurrence)
 r_{ij} : ij 번째 구간의 결합 빈도수
 $s_1(a), s_2(a)$: 센서의 방향성 감도 계수
 $S(v_1'), S(v_2')$: v_1', v_2' 의 비대칭도(skewness factor)
 V_{eff} : 열선의 순간 유효 냉각속도(instantaneous effective cooling velocity)
 V_{BN} : 측면에서 센서에 수직인 속도 성분
 V_N : 센서에 수직인 속도성분
 V_T : 센서에 평행한 속도성분
 V_1, V_2, V_3 : 좌표계 1-2-3에서의 순간속도
 $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$: 좌표계 1-2-3에서의 평균속도

v_1', v_2', v_3' : 좌표계 1-2-3에서의 파동속도
 $\Delta v_1', \Delta v_2'$: v_1', v_2' 의 단위 구간의 파동속도
 $\overline{v_1' v_2'}$: v_1', v_2' 에 대한 난류 전단 응력
 α, β : 센서와 유동 방향 사이의 각도

- (2) Tennekes, H. et al., 1973, A First Course in Turbulence, MIT Press.
- (3) Goldstein, R.J., 1983, Fluid Mechanics Measurements, Springer-Verlag Press.
- (4) Bendat, J.S. et al., 1971, Random Data, Wiley Interscience Press.
- (5) Hinze, J.O., 1975, Turbulence, 2nd Edition, MGH Press.
- (6) Soong, T.T., 1981, Probabilistic Modeling and Analysis in Science and Engineering, Wiley Press.

참 고 문 헌

- (1) Smal'Yakov, A.V. et al., 1983. The Measurement of Turbulent Fluctuation, Springer-Verlag Press.



국제 학술대회 참가 안내

제 2 회 한일 유체공학 학술회의 논문모집 (The Second KSME-JSME Engineering Conference)

주 최 : 대학기계학회 (KSME), 일본기계학회 (JSME)

개 최 일 : 1990년 10월 11일(목)~12일(금)

개최장소 : 서울

분 야 : 유체공학분야(열, 질량이동 및 화학반응을 수반하는 유체유동 포함)

사용언어 : 영어

일 정 : 1990년 4월 30일 : 논문초록(약 200자) 접수마감

1990년 5월 31일 : 참가 접수 통지

1990년 8월 31일 : 완성된 논문 접수마감

(사진 제판용 영문 타자 원고 제출)

※ 논문 발표를 희망하시는 분은 가급적 빠른 시일내(90. 3. 31. 까지)에 논문 가제목을 알려 주시기 바랍니다.

신청 및 문의처 : 연세대학교 공과대학 기계공학과 이진호 교수

Ⓣ 120-749 서울특별시 서대문구 신촌동 134

TEL : (02) 392-0131(교) 2779

FAX : (02) 312-7735