

압축성 유동 분야의 국내 전산유체역학 연구현황

이 동 호
서울대학교 항공공학과 교수



● 1948년생
● 항공 유체역학을 전공하였으며, 비행체 주위의 압축성 경계층 및 압축성 점성유동에 관한 연구에 관심이 있다.

1. 서 론

1960년대 초까지 유체역학분야에서 제한적으로 사용되던 수치해석기법은 1970년대 말 컴퓨터 성능의 눈부신 발달과 더불어 보다 많은 계산시간이 요구되는 압축성 유동의 해석에도 광범위하게 사용하게 되었으며 특히 항공분야의 공기역학적 문제해결을 위하여 급속하게 발달하게 되었다.

압축성 유동은 유동의 속도(Mach 수)에 따라, 아음속에서 초음속으로 바뀜에 따라 지배방정식의 형태가 바뀜은 물론이고 천음속에서는 아음속과 초음속이 공존하므로 지배방정식 자체도 두 가지 형태가 공존하는 어려움이 앞선다.

또한 압축성 유동장에서는 비압축성 유동장에서는 없는 충격파현상이 있으며 이 경우 계산 유동장내의 충격파를 전후하여 유동변수들의 큰 불연속이 존재하게 되고, 이러한 불연속선을 유한한 크기의 계산격차를 사용하여 정확하게 해석한다는 것이 그렇게 쉬운 일이 아니다.

또한 저속의 비압축성 유동에 비하여 일반적으로 보다 많은 독립변수들을 동시에 다루어야 하므로 대형컴퓨터 용량과 빠른 계산속도를 요구하게 되며 국내에서는 2~3년 전까지만 하더라도 실질적인 연구가 매우 어려운 실정이었다.

따라서 본 글에서는 최근 들어 대학실험실에

고성능 퍼스널 컴퓨터의 도입과 더불어 활발하게 진행되고 있는 압축성 유동의 수치해석 연구에 대하여 그동안의 국내연구 결과들을 모아 분류, 정리해 보고 앞으로의 연구에 대하여 간단히 언급해 보고자 한다.

2. 압축성 유동의 지배방정식

열역학적 평형상태의 압축성 유동의 지배방정식은 Navier-Stokes방정식이다. 간단하게 2차원 유동에서 밀도를 ρ , x 및 y 방향의 속도 성분을 각각 u , v 총에너지지를 E 그리고 압력을 p 라 할 때 다음과 같이 나타내어진다.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \quad (1)$$

윗 식에서 W 는 종속변수들을 나타내는 벡터, F 와 G 는 각각 the convective flux 벡터, 그리고 R 와 S 는 각각 점성항과 관련된 flux 벡터들로써 다음과 같다.

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uH \end{bmatrix}$$
$$G = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho uv \\ \rho u^2 + P \\ \rho uH \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + u\tau_{xy} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + u\tau_{yy} \end{bmatrix} \quad (4)$$

그리고 엔탈피 $H = E + p/\rho$ 이며 압력 p 는 상태방정식으로부터 다음과 같다.

$$P = (\gamma - 1)\rho \left\{ E - \frac{u^2 + v^2}{2} \right\} \quad (5)$$

또 식 (4)의 점성응력들은 다음과 같이 나타나어진다.

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu u_x + \lambda(u_x + v_y) \\ \tau_{yy} &= 2\mu v_y + \lambda(u_x + v_y) \\ \tau_{xy} &= \mu(u_y + v_x) \end{aligned}$$

이때 λ 는 2차 점성계수로 $\lambda = -2/3\mu$ 이다.

이상과 같이 식 (1)로 나타나어지는 비정상 난류압축성 유동을 직접 CFD기법으로 수치해석하는 것은 현 세대의 컴퓨터로서 불가능하다.

따라서 첫번째 간략화는 시간평균을 취하여 얻게되는 Reynolds방정식에 대하여 난류모델을 사용하여 이를 풀게되는데 간단한 대수난류모델의 경우는 익형주위의 유동과 같은 2차원 유동에 대하여 대형 컴퓨터로 해석이 가능한 실정이다.

두번째 간략화는 점성을 무시한 비정점 유동 가정인데 이 경우 식 (1)의 우변의 두항 즉 R 및 S 가 없어지며 이 식을 우리는 Euler방정식이라 부른다.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

이 Euler방정식은 현재의 컴퓨터로 복잡한 3차원 유동 해석도 가능한 실정으로 당분간은 가장 활발하게 사용될 전망이다.

세번째 간략화는 유동을 비회전(irrotational) 유동으로 취급하는 것으로 이 경우 다음과

같은 속도 포텐셜 ϕ 를 도입할 수가 있다.

$$u = \phi_x \quad v = \phi_y$$

이러한 속도 포텐셜을 도입하면 Euler방정식은 다음과 같은 속도 포텐셜 유동 방정식으로 간략화 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho\phi_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho\phi_y) = 0 \quad (7)$$

윗 식에서 등엔트로피 조건과 음속의 정의등을 적용하면 다음과 같은 식으로 나타나어진다.

$$\begin{aligned} (a^2 - \phi_x^2)\phi_{xx} + (a^2 - \phi_y^2)\phi_{yy} \\ - 2\phi_x\phi_y\phi_{xy} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

한편 압축성 유동의 Crocco의 정리는 유동장내의 와도(vorticity) ζ 와 열역학적 성질인 엔트로피 S , 엔탈피 H 등을 연결시키는 중요한 법칙으로 다음과 같이 표시된다.

$$T \nabla S = \nabla H - \vec{u} \times \vec{\zeta} \quad (9-a)$$

윗 식을 단열 유동장에 적용하면 $H =$ 일정 이므로 $\nabla H = 0$ 이 되어

$$T \nabla S - \vec{u} \times \vec{\zeta} = 0 \quad (9-b)$$

따라서 속도 포텐셜의 도입은 비회전 유동이 되므로 식 (9-b)의 좌변 둘째항은 0이 되고 따라서 등엔트로피 유동을 의미하게 된다.

그러나 압축성 유동의 중요한 특징의 하나로 충격파가 발생할 경우 충격파를 전후하여 엔트로피가 증가하게 되므로 충격파의 강도가 매우 약한 경우 ($M_\infty < 1.3$)외에는 속도 포텐셜 방정식의 적용은 부적합해진다.

한편 균일 유동장에 놓인 얇거나 가느다란 물체 주위 유동장은 균일 유동에 물체에 의한 작은 교란을 합한 것으로 표시될 수 있다.

교란 속도 포텐셜을 φ 라 하면 M_∞ 가 1근처인 천음속 유동에서 다음과 같은 비선형 천음 속 미소 교란 방정식(small disturbance equation)을 얻게 된다.

$$\{1 - M_\infty^2 - (\gamma + 1)M_\infty^2\varphi_x\}\varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0 \quad (10)$$

그러나 M_∞ 가 1근처가 아닐 경우 방정식은 아

래와 같이 선형이 되며 이를 선형 교란 속도 포텐셜 방정식이라 부른다.

$$(1 - M_\infty^2) \varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0 \quad (11)$$

윗식은 $0 < M_\infty < 0.8$ 인 아음속 영역에서 $1 - M_\infty^2 = m^2$, $Y = my$ 라 놓으면 $\varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0$ 으로 선형 타원형 편미분 방정식이 되며, 압축성 유동의 압축성 효과를 나타내는 Prandtl-Glauert 방정식이 된다.

그러나 $1.2 < M_\infty < 5$ 인 초음속 유동일 경우 $1 - M_\infty^2 < 0$ 이 되어 $n^2 = M_\infty^2 - 1$ 로 $\varphi_{xx} - \frac{1}{n^2} \varphi_{yy}$

$= 0$ 이 되어 쌍곡형 편미분 방정식으로 경계 조건외에 초기 조건을 요구하게 된다.

한편 식 (1)의 시간 평균을 취한 Navier-Stokes방정식 즉 Reynolds방정식을 점성항을 고려하여 물체 표면 가까이에 적용할 때 경계 층(boundary layer)이론이 나오게 되며 이들의 지배 방정식은 일반적으로 y 방향 모멘텀 방정식이 무시되고 x 방향 모멘텀 방정식만 고려된다. 일반적으로 유선형 비행체에서 점성 항력이 대부분의 항력을 차지하게 되므로 점성 항력, 유동 박리등의 예측을 위하여 컴퓨터 용량, 계산 능력등을 고려할 때 상대적으로 쉽게 계산될 수 있는 점성 경계층 방정식을 수치적으로 계산하게 되는데, 이 경우 외부 바깥 유동장은 선형 속도 포텐셜 방정식등을 판넬법 등으로 풀어 이 해를 외부 경계 조건으로 이용하게 되며 이 경우 정확한 점성 유동장 해를 얻기 위해서는 점성/비점성 유동장을 반복 계산하여야 한다.

3. 국내의 압축성 유동장의 수치해석 연구 현황

압축성 유동장의 수치 해석 기법은 여러 가지 관점에서 분류될 수 있으나 여기에서는 국내 연구현황을 소개하기 편한 대로 분류하였다.

3.1 Panel Method

이 방법은 비 점성 유동장을 식 (11)과 같은

선형 속도 포텐셜 방정식의 적분형태를 사용하여 계산하는데, 임의 형상의 물체를 수 많은 판넬의 접합으로 재 구성한 후 물체 표면 및 원방 경계조건을 만족시키는 특이점의 분포를 결정하는 방법으로 복잡한 3차원 형상에도 쉽게 적용시킬 수 있는 장점으로 최근까지도 항공기 외형의 기본 공력 설계에 많이 사용되고 있으며 국내에서는 이를 이용하여 축대칭 비행체⁽¹⁶⁾ 및 회전 로우터 주위 유동⁽¹⁸⁾등을 연구하였으며 비압축성 유동분야에서는 자동차 외형의 역학적 설계등에 응용되고 있다.

3.2 압축성 경계층 해석

국내에서 컴퓨터의 계산 능력이 제한되었던 80년대 초 까지, 압축성 유동의 점성효과를 계산하기 위해서는 주로 판넬법등의 비점성 유동장 계산 결과를 경계조건으로 경계층 계산을 하여야 했다. 압축성 경계층 계산을 위하여는 에너지 방정식도 동시에 풀어야 하고 경계층내의 큰 온도변화에 따른 점성계수의 변화등에 유의하여야 한다. 복잡한 3차원 경계층 연구는 참고문헌(1, 5) 등과 같이 변수 변환과 다항식 전개 방정식을 이용한 방식의 수치 해석 연구가 있었고, 2차원인 경우 Keller box method를 이용한 유한 차분 해법이 이용되었고⁽¹⁰⁾ 경계층의 박리를 동반하는 경우 역계산법(Inverse metod)등이 적용되었다⁽¹⁶⁾. 그러나 충격파와의 상호작용등으로 복잡한 유동현상을 볼 경우에는 보다 간단한 모멘텀 적분법 등을 사용하였다.

3.3 속도 포텐셜 방정식의 수치해석

천음속 영역에서 충격파등이 발생하는 경우 등 엔트로피 조건이 부적합하게 되나 계산시간 및 컴퓨터 용량등을 고려하여 식 (10)으로 주어지는 미소 교란 방정식을 풀게 되는데 이러한 연구는 대학원 학위 논문으로 국내 여러곳에서 연구되었으며 참고문헌(15)에서는 기존 프로그램인 WIBCO를 이용하여 3차원 고속 항공기의 천음속 공력 특성을 계산하였다. 이때 조밀

격자 및 조밀하지 않은 격자 두 가지를 사용하여 계산 용량을 줄이도록 하였으며 해는 선가속 완화법(SLOR)을 사용하였다.

3.4 Euler방정식의 수치 해석

식 (10)에서 지적한 비점성 천음속 영역에서 발생하는 충격파 전후의 엔트로피 증가를 고려하여 회전 유동을 나타내는 Euler방정식의 수치 해석은 속도 포텐셜 방정식보다 표 1에서 보듯이 약 5배의 계산량을 필요로 하나 충격파를 수반한 천음속 유동장의 해석에 적합한 방법이다. 괴청 운동을 하는 익형 주위의 비정상 천음속 유동장 해석이 참고문헌(2)에서 수행되었는데 Beam and Warming⁽³⁾의 Implicit 방법을 근거로 한 Steger⁽⁴⁾의 코드를 기본으로 하였다. 시간 종속기법으로 가정된 충격파와 물체사이의 압축성 유동장을 shock fitting방법을 사용하여 Euler방정식에 대하여 해를 구하게 되는 BVLR방법⁽⁸⁾을 사용하여 2차원 및 축대칭 물체의 nose부분의 초음속 유동장 계산⁽⁶⁾, blunt-body 문제⁽⁷⁾ 그리고 초음속 멜타익의 압축성 유동장 해석⁽⁹⁾등이 수행되었다. 또한 천음속 흐름에서 흡입이나 분출이 익형특성에 미치는 영향을 Lax-Wendroff방법 및 MacCormick방법을 사용하여 연구⁽¹²⁾하였으며 참고문헌(13)에서는 천음속 영역에서 제트플랩(jet-flap)의 특성을 유한체적법과 Runge-Kutta적분법을 사용하는 Jameson⁽¹⁴⁾의 Flo 53코드를 이용하였다. 그리고 고속 발사관으로부터 분출되는 비정산 기체분출 문제를 특성곡선 해법과 유한체적법을 결합한 수치해법의 일종인 Godunov방법을 사용하여 수치해석 하였다⁽¹⁷⁾. 참고문헌(22)에서는 축대칭 비행체 주위의 유동장을 축대칭 좌표계로 변환한 Flo 53를 사용하여 기존 인공점성계수를 이용할 경우 물체에 부착된 충격파가 생기는 경우와 분리된 충격파가 발생하는 $M=2$ 까지 계산 가능함을 밝혔다. 또한 초음속 비행체의 항력감소를 위한 스파이크 연고⁽²⁴⁾의 일부로 달힌 형태의 후류모델을 가정한, 2차원 Euler방정식의 해를

구하여 초음속 풍동 실험치와 비교 검토하였다.

표 1 여러가지 3차원 유동모델에 필요한 컴퓨터 용량

유동모델	w_{ct}	N_g	Δt	CPU 분	기억 량 백만 단어	주
비선형 관널법	$W_{ct} \times N_g^a$	2×10^6	0.05	60	2.0	a, c
미소집동방정식	100	10^5	0.06	8	0.6	b, d
Full Potential	600	10^5	0.04	23	2.0	d, e
Full Potential 과 적분 경계층 방정식	630	10^5	0.02	50	2.0	d, e, f
Euler방정식	3000	10^5	0.01	450	3.0	d, e
Euler방정식과 유한차분회귀 경계층방정식	2000	2×10^5	0.01	600	6.0	d, e, g
박층 N-S 방 정식	3600	10^6	0.005	11,000	30	d, e
Reynolds averaged N-S 방정식	4500	2×10^6	0.004	35,000	60	d, e

(주)

a. $A = 2$

b. $A = 3$

c. Δt : 시간에 대한 수치해의 정확도

d. Δt : 안정한계에 대한 시간간격

e. W_{ct} : 격자형성에 100을 포함한다.

f. ξ : increase in W_{ct} for boundary layer

g. W_{ct} : 500(박층 N-S방정식),

3000(비점성영역)

CPU = $A \times W_{ct} \times N_g \times N_t / \text{FLOPS}$

윗식에서

A : 수치방법의 효율계수 > 1.0

W_{ct} : 격자수와 반복계산당 부동점 계산수

N_g : 격자수

N_t : 시간간격수

Δt : 무차원 시간간격

FLOPS : 단위 시간 간격당 부동점 계산수

3.5 Navier-Stokes방정식의 해법

참고문헌(11)은 미국에서 학위과정중에 얻은 주 결과들을 정리한 논문으로 총류 Navier-Stokes방정식을 단순화시켜 $M=26$ 정도의 극초음속 비행속도를 갖는 스페이스 셔틀의 재돌입시 압력면 표면의 비평형 점성 유동장 해석에 기존의 SMTNEQ코드를 이용하였는데 이 프로그램은 충격파 형상이 주어졌을 때 주호름 방향과 횡방향 유동을 포물선 편미방 형태로 Implicit방법을 사용하여 해석하였다. 이상의 연구보다 낮은 초음속 영역에서 총류 경계층과 충격파와의 상호 작용등에 대한 수치해석을 이용한 2~3가지의 연구결과가 학위논문 및 학술 발표회등에서 발표된 바 있다. 한편 참고문헌(25)는 $M=0.8$ 에서의 천음속 비행체의 2차원 공기흡입구 모델의 MacCormack방법에 근거한 Explicit방법과 간단한 대수 난류 모델을

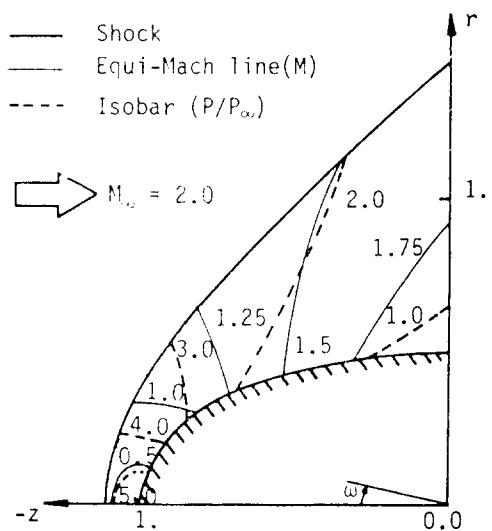


그림 1 축대칭 반타원체에 대한 수치결과⁽⁷⁾
($\ell_1/\ell_2=0.5$)

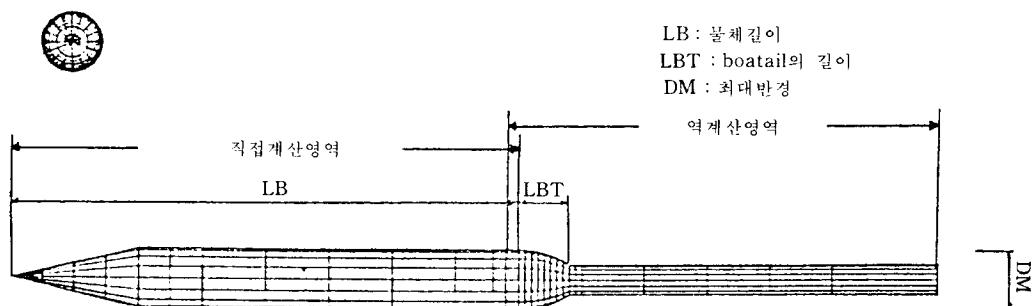


그림 2(a) 원통형 Boat tail body 모형⁽¹⁶⁾

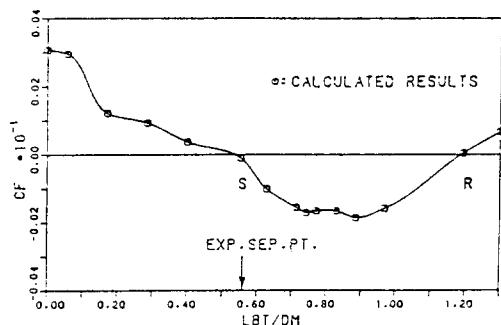


그림 2(b) 벽면 마찰계수의 분포

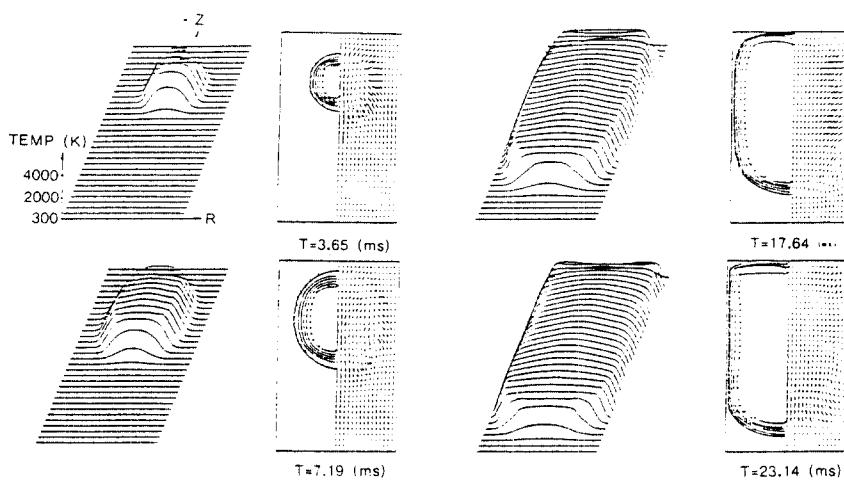


그림 3 시간에 따른 온도분포, 등온도선 및 속도 벡터의 변화⁽¹⁹⁾ ($\Delta = \beta_0$, $\alpha = 15^\circ$)

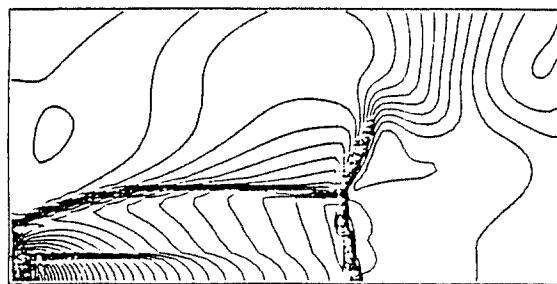


그림 4 2차원 음속제트의 등압력선 ($P_e/P = 7.81$)

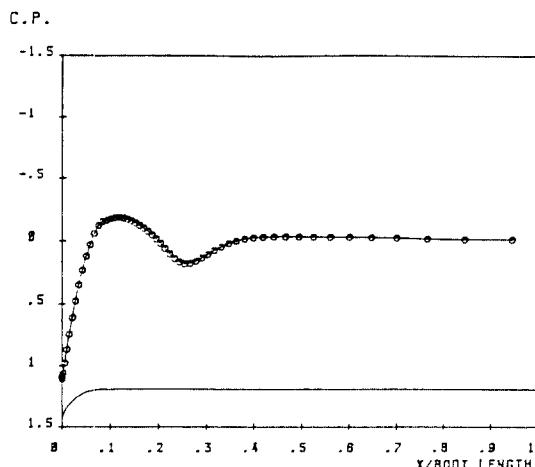


그림 5(a) 무딘물체 주위의 C_p 분포
($M_\infty = 2.0$ 56×28격자)

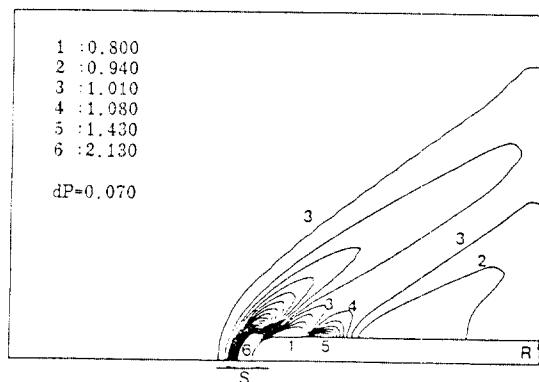


그림 5(b) 무딘물체 주위의 등압력선⁽²²⁾
($M_\infty = 2.0$ 56×28격자)

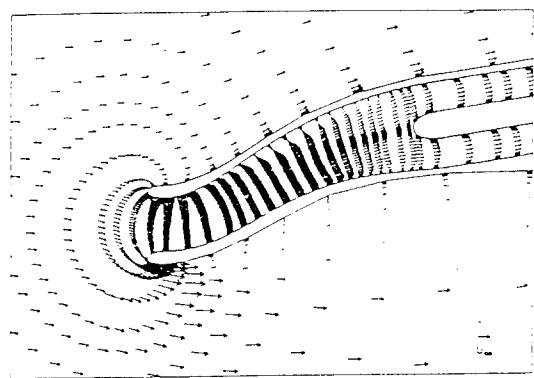


그림 6(a) 속도벡터 $M_\infty=0.7$, $\alpha=0.0$

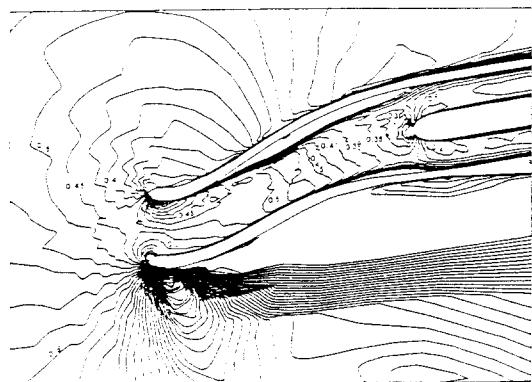


그림 6(b) 등마하수분포⁽²⁵⁾ $M_\infty=0.7$, $\alpha=0.0$

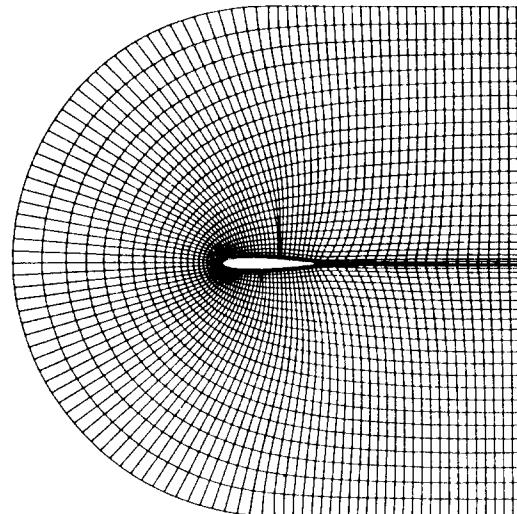
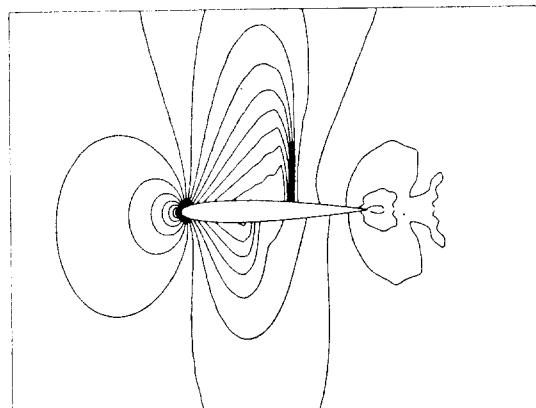
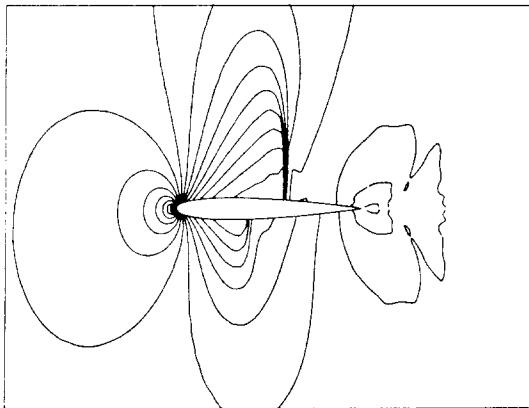


그림 7 (a) Adaption 후의 격자⁽²⁷⁾
($M_\infty=0.80$, $\alpha=1.0^\circ$)



○초기 격자



○Adaptive 격자

그림 7(b) NACA0012 악형 주위의 등압력선 ($M_\infty=0.80$, $\alpha=10^\circ$)

적용한 Navier-Stokes 방정식을 풀었는데 ELXST 컴퓨터를 사용하여 CPU시간이 38시간 소요되었다고 한다.

3.6 화학 반응이 있는 압축성 유동장 해석

참고문헌(19)는 미국에서 개발된 CONCHAS-SPRAY코드⁽²⁰⁾을 이용하여 원통형 밀폐용기내의 층류 화염 전파과정을 수치해석하였는데 매우 느린 화염 속도 및 얇은 두께의 화염면등의 문제점 해결을 위하여, 변수 변환 등을 적용하고 ALE-ICE방법을 사용하였다. 한편 탄소 입자와 가스의 혼합물의 이상 폭발 현상 연구를 위하여 정상 상태 일차원 2상 유동으로 모델화하고 $Mo=5$ 에서 충격파가 이동하는 문제가 참고문헌(21)에서 취급되었는데 이 경우 충격파 전후의 큰 기울기를 해결하기 위하여 LSODI방법이 적용되었다.

3.7 계산 격자 구성

복잡한 기하학적 형상이나 충격파등으로 인한 불연속선의 존재등은 일반적인 격자 구성을 할 때 계산 결과의 정확도 및 계산시간등에 큰 영향을 미치게 된다. 이러한 점을 고려하여 Thomson등이 개발한 물체부착격자 생성방법 등이 많이 쓰이는데 이는 실제적으로 계산 영역에 대하여 타원형 편미분 방정식을 한번 더 풀어야 하는 단점은 있으나 임의 형상의 복잡한 물체를 다루는데 매우 효과적이다. 이러한 격자는 참고문헌(2, 19, 22, 24, 26, 27)등에서 연구되었는데 한정된 계산 격자를 보다 효율적으로 배치하기 위한 adaptive 격자에 대한 연구가 익형 주위 천음속 유동장에 대하여 Euler방정식의 해를 이용하여 참고 문헌(26, 27) 등에서 연구되고 있다.

참 고 문 헌

- (1) 현재수, 노오현, 1979, “원추 대칭면에서 분출이 경계층에 미치는 영향”, 한국항공우주학회

- 지, 제7권 제1호, pp. 1~6.
 (2) 장근식, 1980, “임의 익형에 관한 비정상 천음속 유동의 수치적 연구”, 한국항공우주학회지, 제8권 제1호, pp. 17~26.
 (3) R.M. Beam and R.F. Warming, 1978, “An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations”, AIAA J. Vol 16-4, pp. 679~402.
 (4) J.L. Steger, 1975, “Implicit Finite Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two Dimensional Geometries”, AIAA J. Vol 16-7, pp. 6790~686.
 (5) 손명환, 노오현, 1980, “원추방향의 분출을 갖는 편요된 원추의 압축성 층류경계층”, 한국항공우주학회지, 제8권 제1호, pp. 34~39.
 (6) 장근식, 최광윤, 김종철, 1981, “BVLR방법을 이용한 초음속 유동의 해”, 한국항공우주학회지, 제9권 제1호, pp. 20~25.
 (7) 최광윤, 장근식 1982, “BVLR방법을 이용한 고속 Blunt Body문제의 해석”, 한국항공우주학회지, 제10권 제1호, pp. 56~63.
 (8) K.I. Babenko, G.P. Voskresenskii, A.N. Lyubimov, and V.V. Rusanov, 1968, “Three Dimensional Flow of Ideal Gases around Smooth Bodies”, NASA TT F-380.
 (9) 김종철, 장근식, 1982, “BVLR방법을 이용한 초음속 델타의 압축면 주위의 유동에 관한 연구”, 한국항공우주학회지, 제10권 제2호 pp. 12~20.
 (10) 양정승, 이동호, 1982, “초음속유동에서 축대칭 물체 표면의 압축성 난류 경계층 계산”, 한국항공우주학회지, 제10권 제2호, pp. 42~48.
 (11) 김무도, 1984, “스페이스 셔틀 주변의 삼차원 비평형 점성류 해석”, 한국항공우주학회지, 제12권, 제12호, pp. 23~32.
 (12) 현재수, 노오현, 1984, “흡입이나 분출이 있는 이차원 날개주위의 천음속 흐름에 대한 해석”, 한국항공우주학회지, 제12권 제3호, pp. 9~24.
 (13) 김귀순, 장근식, 1984, “젯트 플랩을 갖는 천음속 익형의 Euler해석”, 한국항공우주학회지, 제12권 제3호, pp. 25~34.

- (14) A. Jameson, W. Schmidt, and E. Turkel, 1981, "Numerical Solution of the Wuler Equation by Finte Volume Method using runge-Kutta Time Stepping scheme", AIAA paper, 81-1259.
- (15) 박승오, 노세근, 김종성, 최도형, 1985, "미소 석동 방정식을 이용한 날개—동체—꼬리날개의 천음속 유동장 해석", 한국항공우주학회지, 제13권 제2호, pp. 32~41.
- (16) 양준호, 이동호, 1985, "점성—비점성 반복 계산을 통한 Boattail근처의 압축성 바리유동 수치해석" 한국항공우주학회지, 제13권 제3호, pp. 54~66.
- (17) 장근식, 장병희, 1986, "장애물과 간섭하는 고속 비정상 기체 축출에 관한 수치적 연구", 한국항공우주학회지, 제14권, 제3호, pp. 21~31.
- (18) 유능수, 1986, "헬리콥터 로터의 공기역학적 설계요소에 관한 수치해석", 한국항공우주학회지, 제14권, 제3호, pp. 32~42.
- (19) 황상순, 정인석, 조경국, 1989, "원통형 밀폐 연소기내에서의 총류화염 전파과정의 수치해석", 한국항공우주학회지, 제15권, 제2호, pp. 32~39.
- (20) L.D. Cloutman, J.K. Dukowiez, J.D. Ramshaw, and A.A. Amsden, 1982, "CONCHAS-SPRAY; A Computer Code for Reactive Flows with Fuel Sprays", Los Alamos National Laboratory, LA-9294-MS.
- (21) 승성표, 백승욱, 1987, "탄소 입자와 가스의 혼합물에 있어서의 이상폭발현상구조에 관한 수치적 연구", 한국항공우주학회지, 제15권, 제4호, pp. 28~38.
- (22) 안준, 이동호, 노오현, 박민우, 1988, "유한체적법을 이용한 축대칭 비행체 주위의 천음속 유동장 수치 해석", 한국항공우주학회지, 제16권, 제1호, pp. 20~29.
- (23) 이덕봉, 1988, "난류 경계층—충격과 상호 작용의 적분법계산", 한국항공우주학회지, 제16권, 제3호, pp. 1~11.
- (24) 노오현, 이동호, 김송진, 김준형, 1988, "스파이크와 무단물체 사이의 2차원 비점성 초음속 유동해석", 한국항공우주학회지, 제16권, 제3호, pp. 12~22.
- (25) 이광섭, 변우식, 박승오, 1988, "Navier-Stokes방정식을 이용한 S형 흡입구의 천음속 유동해석", 한국항공우주학회지, 제16권, 제3호, pp. 23~33.
- (26) 이도형, 이동호, 1988, "익형주위 천음속 유동장에서의 Self-Adaptive Grid적용", 한국항공우주학회지, 제16권, 제3호, pp. 43~51.
- (27) 최환석, 이동호, 1989, "격자속도를 고려한 2차원 천음속 유동장에서의 Adaptive Grid에 관한 연구", 한국항공우주학회지, 제17권, 제1호, pp. 23~33.

