

<論 文>

강소성 유한요소법을 이용한 냉간단조 금형 및 가공 공정 해석

이 낙 규* · 윤 정 호* · 양 동 열*

(1989년 6월 17일 접수)

The Simulation of Dies and Forming Processes for Cold Forging by Using Rigid-Plastic Finite Element Analysis

Nag-Kyu Lee, Jeong-Ho Yoon and Dong-Yol Yang

Key Words : Rigid Plastic Finite Element Method(강소성 유한요소법), Arbitrarily Curved Die Surface(임의의 곡면금형), Skew Boundary Condition(경사경계조건), Skew Coordinate System(경사 좌표계), Remeshing Technique(격자재구성 기법), Elastic Deformation(탄성변형)

Abstract

A finite element code has been developed by which the axisymmetric and plan strain cold forging processes with arbitrarily curved die geometric can be analyzed. The generation of initial velocity field is included in the present finite element program. In order to impose velocity boundary conditions on the arbitrarily curved die surface, an effective method is suggested by using the skew boundary condition. The work hardening effect, rigid body treatment and the frictional boundary condition on the curved die surface are introduced in the formulation and intermediate remeshing stages are employed in the finite element method program. Some computational examples are chosen which are industrially useful forging processes such as forging of a gear blank and a blade. The prediction of elastic deformation and stress concentration of dies are very important in cold forging processes. The elastic deformation of dies in plane strain blade forging are computed in connection with the deformation of the workpieces. It is shown that the developed program is applicable to the analysis of practical planestrain or axisymmetric forging processes.

————— 기 호 설 명 —————

- | | |
|---|---|
| f, f_i : 금형과 소재간의 마찰력 및 그 성분 | m : 마찰 상수 |
| H' : 가공 경화율 | n, n_i : 금형 표면에 수직인 단위벡터 |
| (i, j) : 직각 좌표계 (x, y) 에서의 단위벡터 | T : 경사 경계조건을 부여하기 위한 변환행렬 |
| (\bar{i}, \bar{j}) : 경사 좌표계 (\bar{x}, \bar{y}) 에서의 단위벡터 | V : 절점 속도벡터 |
| k : 전단 항복 응력 | v, v_i : 속도장 및 그 성분 |
| K : 벌칙 상수 (penalty constant) | V_s : 금형과 소재간의 상대 속도벡터 |
| | (u, v) : 원래의 좌표계 (x, y) 에서의 속도성분 |
| | (\bar{u}, \bar{v}) : 경사 좌표계 (\bar{x}, \bar{y}) 에서의 속도성분 |
| | α : 비정상 상태의 가공경과 효과를 고려한 수 |

*정회원, 한국과학기술원 생산공학과

- 식화에 쓰이는 상수
- β : 감속계수 (deceleration coefficient)
- Δt : 비정상 상태의 단계당 시간 간격
- $\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}$: 유효 변형률 및 유효 스트레인 속도
- $\dot{\epsilon}_v$: 체적 변형도율 (volumetric strain rate)
- $\sigma_{ij}, \dot{\sigma}_{ij}$: 응력 텐서 및 편차 응력 텐서
- $\bar{\sigma}$: 유동 응력 (flow stress)
- μ : 점성 (viscosity)
- K : 강성행렬 (stiffness matrix)
- R : 불균형 힘벡터 (unbalanced force vector)

1. 서 론

단조공정은 크게 열간단조와 냉간단조로 분류할 수 있다. 냉간단조 공정은 소재를 준비한 후나 혹은 열간단조나 다른 초기 공정으로 예비형상을 성형한 후 마무리 작업에 많이 이용된다. 그러나 냉간성형의 경우 금형의 마멸, 응력집중들이 국부적으로 생기기 쉽고 금형에 탄성 변형이 생겨 정밀제품을 생산하기 어려운 경우도 발생할 수 있다. 그러므로 금형의 응력집중을 예측하고 금형의 탄성변형을 적게 하도록 하는 것이 정밀도를 유지하고 금형의 수명을 연장하는데 중요한 고려사항이 되는 것이다. 따라서 단조공정의 개선 및 소재의 결함 방지등을 위해서는 금형의 설계 및 가공에 대한 연구가 필수적이며, 최근에는 컴퓨터의 발전과 더불어 CAD/CAM을 이용하여 금형의 설계 및 가공에 이르기까지 효율적으로 행할 수 있는 연구가 진행 중이다.

컴퓨터 시뮬레이션을 수행하는데 현재까지 가장 널리 사용되고 있는 방법 중의 하나가 유한요소법 (Finite Element Method, FEM)이다. 강소성 해법의 경우 1973년 Lee와 Kobayashi⁽¹⁾가 오늘날 강소성 유한요소법의 기초가 되는 이른바 행렬방법을 수식화한 이후 복잡한 금속성형 해석에 이 방법이 많이 적용되어왔다. 비압축성 조건을 고려하는데 Lee와 Kobayashi⁽¹⁾가 Lagrange승수를 도입한 수식화를 한데 비해 Zienkiewicz⁽²⁾는 벌칙함수를 도입하여 수식화를 하였으며 그후 Chen⁽³⁾ 등이 후방 압출, 링압축 등을 해석하였고 Oh⁽⁴⁾에 의하여 초기 속도장 발생방법과 임의의 다이 고려방법 등이 연구되었고 또한 Oh⁽⁵⁾ 등에 의해서 격자 재구성 등이 연구되어 왔다. 1985년에는 Kim과 Yang⁽⁶⁾이 가공경화효과를 유한요소 수식화에 고려하였다. 본

논문의 목적은 일반적인 곡면을 갖는 냉간단조 공정을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 해석하고자 강소성 유한요소법의 프로그램을 개발하고, 이를 축대칭 및 평면변형 단조성형에 적용하고자 한다. 축대칭 문제로는 산업적으로 이용이 많은 치차 블랭크 (gear blank) 형태의 예제를 선택하였고 평면변형의 경우 정밀 단조품의 하나인 터어빈 블레이드 (turbine blade)를 평면변형 문제로 보아 해석하였다. 한편 심한 변형을 하는 후방압출과 같은 문제의 수렴성을 향상시키고 공정을 계속적으로 해석하기 위하여 격자 재구성기법을 도입함으로써 냉간단조 문제의 일반적인 해석을 하도록 한다.

2. 이 론

단조나 압출같은 소성문제에서는 가공 재료의 탄성변형량이 소성변형량에 비하여 무시할 만큼 작기 때문에 강소성으로 다루는 것이 계산시간에 있어서 효과적이다. 이와같은 이유로 본 논문의 유한요소 프로그램은 강소성을 택하게 되었다.

2.1 가공경화를 고려한 강소성의 기본방정식

자유 표면과 강체 부분이 많은 문제의 해석을 더욱 효과적으로 수행하기 위하여 Kim과 Yang⁽⁶⁾의 가공경화를 고려한 변분식을 본 논문에 적용시켰다. 만약 가공 경화율 (work-hardening rate) H' 이 $\bar{\sigma}$ 에 비해 매우 적다면 비정상상태 소성변형 문제에 정상상태의 수식들을 적용할 수 있지만 그렇지 않은 경우에는 해의 수렴특성이 나빠지므로 가공경화를 고려하는 것이 좋다. 이때 속도장은 유동응력 분포 뿐만 아니라 시간 간격 (time step) Δt 및 가공 경화율 H' 에 의해서 결정된다. 가공경화를 고려한 변분식은 다음과 같다.

$$\int_V (\bar{\sigma} + \alpha \Delta t \dot{\bar{\epsilon}} H') \delta \bar{\epsilon} dV + K \int_V \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV - \int_{S_r} (f_i + \alpha \Delta t f_i) \delta v_i dS = 0 \tag{1}$$

여기서 α 는 가공경화 효과를 고려하기 위한 상수이며, 0과 1 사이의 값을 갖는다.

2.2 강체 부분 처리

제어체적 (control volume) V 중에 소성변형부 분보다 유효스트레인속도 ($\dot{\bar{\epsilon}}$)가 작은 강체구역 (rigid zone)이나 강성해중 (rigid unloading)부분이

존재하게 되면 수렴하는데 많은 시간을 필요로 하는 등 수렴성이 나빠지며 계산된 유력체에서 분산현상이 발생하므로 실제 계산에서는 강체부분을 제거하지 않으면 해를 얻을 수 없다. 본 논문에서는 Mori⁽⁷⁾ 등이 사용한 연속적처리법을 이용하여 강체부분을 고려하였다. 이 방법은 유효스트레인속도 $\dot{\epsilon}$ 가 주어진 값 $\dot{\epsilon}_0$ (보통 10^{-3} 정도)보다 작은 범위 내에서는 구성 방정식을 다음과 같이 사용한다.

$$\dot{\sigma}_{ij} + \alpha \Delta \dot{\sigma}_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma} + \alpha \Delta t \dot{\epsilon} H'}{\dot{\epsilon}_0} \dot{\epsilon}_{ij} (\dot{\epsilon} < \dot{\epsilon}_0) \quad (2)$$

2.3 곡면 금형에 대한 마찰경계 조건

금형과 소재간의 마찰을 고려하기 위하여 다음식을 적용하였다⁽⁸⁾.

$$f = -\frac{2}{\pi} mk \tan^{-1} \frac{|V_s|}{u_0} t \quad (3)$$

여기서 m 은 마찰상수, k 는 전단응력, u_0 는 $|V_s|$ 와 비교하여 매우 작은 양의 상수이고, V_s 는 금형에 대한 소재의 상대속도이며, t 는 V_s 방향으로의 단위 벡터이며 다음과 같이 표현된다.

$$t = \frac{1}{V_s} [ui + (v - V_D)j] \quad (4)$$

여기서 V_D 는 금형의 속도이며 V_s 는 V_s 의 크기로서 다음과 같다.

$$V_s = \sqrt{u^2 + (v - V_D)^2} \quad (5)$$

2.4 유한요소 분할화

m 개의 요소와 n 개의 절점으로 이루어진 체적 V 를 생각하여 식 (1)를 다음과 같이 요소 분할화항으로 나타낼 수 있다.

$$\sum_{m=1}^M \left[\int_{V(m)} (\bar{\sigma} + \alpha \Delta t \dot{\epsilon} H') \delta \dot{\epsilon} dV + K \int_{V(m)} \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV - \int_{S_f(m)} (f_i + \alpha \Delta f_i) \delta V_i dS \right] = 0 \quad (6)$$

어느 한 요소안에서의 속도장 V 를 보간함수 N_a 를 도입하여 요소내 각 절점에서의 속도값 V 의 선형조합을 나타내면 속도성분은 다음과 같다.

$$v = \sum_{a=1}^4 N_a V_a$$

$$u = \sum_{a=1}^4 N_a U_a$$

유효응력의 벡터항과 유효스트레인속도를 절점의 속도항으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \sqrt{(2/3)} \dot{\epsilon}' \cdot \dot{\epsilon}' = \sqrt{\frac{2}{3}} B_{i\alpha} B_{i\beta} V_\alpha V_\beta \\ &\equiv \sqrt{\frac{2}{3}} G_{\alpha\beta} V_\alpha V_\beta \\ \bar{\sigma} &= \sqrt{(3/2)} \sigma' \cdot \sigma' \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $B_{i\alpha}$ 는 축대칭인 경우 $i=1$ 에서 4, $\alpha=1$ 에서 8가지이고 평면변형인 경우는 $i=1$ 에서 3, $\alpha=1$ 에서 8가지이다.

위의 관계식을 식 (6)에 대입하고 정리하면 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} &\sum_{m=1}^M \delta V_i \left[\int_{V(m)} \frac{2}{3} \left(\frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} + H' \alpha \Delta t \right) G_{ij} V_j dV \right. \\ &+ K \int_{V(m)} Q_i Q_k V_k dV \\ &\left. - \int_{S_f(m)} H_{ij} (f_j + \alpha \Delta f_j) dS \right] = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 Q_i 는 체적 변형도율($\dot{\epsilon}_v$)로부터 유도된 행렬이며 H_{ij} 는 형상함수(shape function)이다.

이 식을 간단히 쓰면 다음과 같다.

$$\sum_{m=1}^M \left[\phi_1^{(m)} + \phi_2^{(m)} - \phi_3^{(m)} \right] = 0 \quad (10)$$

여기서 ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 항은 다음과 같다.

$$\phi_1^{(m)} = \int_{V(m)} \frac{2}{3} \left(\frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} + H' \alpha \Delta t \right) G_{ij} V_j dV \quad (11)$$

$$\phi_2^{(m)} = K \int_{V(m)} Q_i Q_k V_k dV \quad (12)$$

$$\phi_3^{(m)} = \int_{S_f(m)} H_{ij} (f_j + \alpha \Delta f_j) dS \quad (13)$$

식 (9)는 유동응력이 유효스트레인속도에 비선형적인 관계가 있는 비선형 방정식이 되므로 Newton-Raphson 반복 방법을 이용하여 다음과 같은 식을 연속적으로 푼다.

$$\begin{aligned} &\sum_{m=1}^M \left[\frac{\partial \phi_1^{(m)}}{\partial V} + \frac{\partial \phi_2^{(m)}}{\partial V} - \frac{\partial \phi_3^{(m)}}{\partial V} \right]_{(n-1)} \Delta V_{(n)} \\ &= - \sum_{m=1}^M \left[\phi_1^{(m)} + \phi_2^{(m)} - \phi_3^{(m)} \right]_{(n-1)} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $V_{(n-1)}$ 은 이전의 반복 단계로 얻어진 입력 값이고 $\Delta V_{(n)}$ 은 현재의 반복계산으로 얻어진 수정 값을 의미한다. 해의 발산을 방지하기 위하여 다음과 같이 감속계수 β 을 도입한다.

$$V_{(n)} = V_{(n-1)} + \beta \Delta V_{(n)} \quad (15)$$

β 값의 범위는 0과 1 사이이다.

각 반복 작업마다 해가 수렴하는 방향으로 나아가는지를 점검하는 기준으로 다음 판별법을 사용한다.

$$\|\Delta V_{(n)}\| / \|V_{(n)}\| \leq \epsilon \quad (16)$$

여기서 $\|\cdot\|$ 는 Euclidean vector norm이고 ϵ 은 매우 작은 상수이다.

2.5 곡면상의 속도 경계조건

본 논문에서는 경사 경계조건(skew-boundary condition)을 이용하여 입의의 곡면 형상에 대한 속도경계 조건을 제시하고자 한다. Newton-Raphson방법에 의해 선형화된 유한요소 방정식인 식 (14)는 다음 식으로 요약할 수 있다.

$$K\Delta V = R \tag{17}$$

여기서 K 는 강성행렬(stiffness matrix)이고 R 은 불균형 힘벡터(unbalanced force vector)이다.

Fig. 1에서 만약 (x, y) 가 원래의 직각좌표계이고 (\bar{x}, \bar{y}) 는 변화된 직각 좌표계라 하고 (u, v) 와 (\bar{u}, \bar{v}) 를 직각 좌표계와 변환된 직각 좌표계에 상응하는 속도성분이라고 하자. 본 논문에서는 변환된 직각 좌표계를 경사 좌표계(Skew coordinate system)라 부르겠다.

이 때의 변환 행렬은 다음식과 같이 정의할 수 있다.

$$V = T\bar{V} \tag{18}$$

여기서 T 는 다음과 같다.

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\bar{x}, x) & \cos(\bar{y}, x) \\ \cos(\bar{x}, y) & \cos(\bar{y}, y) \end{bmatrix} \tag{19}$$

그러면 원래의 좌표계 (x, y) 에 대하여 묘사된 식 (17)은 변환된 좌표계 (\bar{x}, \bar{y}) 에 관하여 다음과 같이 표현된다.

$$(T^T K T)\Delta \bar{V} = T^T R \tag{20}$$

식 (20)에 속도 경계조건을 부여하고 $\Delta \bar{V}$ 을 계산한 후에 식 (18)로부터 V 를 쉽게 얻을 수 있다. 또한 그림 1에서 \bar{i}, \bar{j} 를 각각 \bar{x}, \bar{y} 방향의 단위 벡터라 하고 \bar{j} 를 곡면 위의 점에서의 단위 수직벡터 n 과 같게 잡았다. 그러면 식 (19)의 변환 행렬을 구할 수 있다.

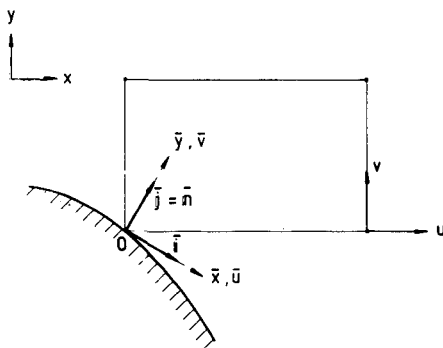


Fig. 1 Treatment of skew boundary condition on a curved surface

2.6 초기 속도장의 발생

식 (1)은 일반적으로 V 에 관한 비선형 연립방정식이므로 보통 Newton Raphson방법을 이용하여 반복적으로 계산한다. 이 방법의 어려움은 상당히 좋은 초기추측(initial guess)을 필요로 한다는 것이다. 초기 추측으로써 상계해법이 가끔 이용되는데, 일반적으로 복잡한 형상에 대하여서는 상계해법으로 초기 추측을 얻기는 어렵다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 선형 점성재료를 가정한 자동적인 초기추측 발생법⁽⁴⁾이 제안된 바 있다. 가정된 선형 점성재료에 대하여 다음과 같은 구성방정식을 도입한다.

$$\sigma_{ij} = 2\mu \dot{\epsilon}_{ij} \tag{21}$$

$$\mu = \mu(\dot{\epsilon}) = \frac{1}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \tag{22}$$

여기서 μ 는 점성이다.

식 (22)을 식 (1)에 대입한 후에 α 를 영으로 놓으면 다음과 같은 방정식이 얻어진다.

$$\sum_{m=1}^M \left[\int_{V(m)} 3\mu \dot{\epsilon} \delta \dot{\epsilon} dV + K \int_{V(m)} \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV - \int_{S_v(m)} f_i \delta v_i dS \right] = 0 \tag{23}$$

위 식을 요약하여 선형 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$K V = R \tag{24}$$

여기서 K 는 강성행렬(stiffness matrix)이고 R 은 힘 벡터(force vector)이다.

위 식은 V 에 관한 선형 연립방정식이므로 반복 없이 직접 풀 수 있다. 절점 속도 벡터 V 를 얻은 후에는 식 (22)를 이용하여 점성 μ 를 새롭게 구하고 다음 식이 만족될 때까지 반복을 행한다.

$$\|\Delta \mu\| / \|\mu\| \leq \epsilon \tag{25}$$

여기서 ϵ 는 작은 숫자를 보통 10^{-3} 정도로 잡으며 $\|\mu\|$ 는 각 요소에 대한 점성의 Euclidean vector norm이다.

2.7 격자 재구성

후방 압출과 같은 심한 변형을 하는 문제를 해석 할 때 변형이 증가함에 따라 금형 경계형상을 유한요소 격자로 표시하기가 어렵고, 한 개의 격자로 심한 변형 모양을 나타내기가 어렵고, 커다란 국부 변형으로 인한 수용하기 어려운 유한요소 격자의 형성에 따라 부정확한 해를 얻게 되거나 수렴성이 나빠지게 되므로 격자 재구성이 필요하다. 격자 재구성 방법의 절차는 다음과 같다. 첫째, 새로운 격

자를 정의한다. 둘째, 이전 격자의 요소 중심값으로부터 절점값을 계산한다. 셋째, 이전 격자의 절점값으로부터 새로운 격자의 절점값을 내삽(interpolation)에 의해서 구한다. 넷째, 새로운 격자의 요소 중심값을 구한다. 이렇게 해서 구해진 새로운 격자의 정보로부터 다음 단계의 계산을 하므로 앞에서 기술한 문제점을 해결한다. 둘째 단계의 이전 격자의 요소 중심값으로부터 절점값을 구하는 방법에는 가중평균방법, 최소자승법, 혼합법 등이 있다. 본 논문에서는 경계부근에서의 내삽값이 중요하다고 판단하여 일반적으로 잘 알려진 최소자승법을 사용하였다. 경계 절점들에 대한 절점값의 계산은 다음 범함수를 최소화하여 계산한다.

$$I = \int \sum_j (\sum_i H_i^j(x, y) \epsilon_i^j - C_j^j)^2 dAj + K \int \sum_j (\sum_i \epsilon_i^j / 4 - C_j^j)^2 dAj \quad (26)$$

여기서 ϵ_i 는 i 번째 절점값이며 C_j^j 는 요소 j 에서의 알려진 값이며 K 는 아주 큰 상수이다. 한편 격자 재구성에 있어서 또 하나의 아주 중요한 문제가 새로운 격자의 생성에 있다. 간단한 형상이나 작은 격자의 구성은 사용자 임의의 계산으로도 가능하나 일반적인 단조공정에서는 불가능하며 3차원 형상에서는 더욱 그러하다. 그러므로 일반적으로 변형이 심하게 일어나는 소성변형 문제에서는 자동 격자 생성이 필수 불가결하다고 볼 수 있다. 본 논문에서는 완전 자동 격자생성은 아직 개발되지 못하였고 그 첫단계로서 격자구성을 반자동으로 수행하게 되었다. 이 방법은 새로운 격자를 생성하기를 원하는 부분의 경계를 정의하고 그 경계를 따라 새로운 절점의 위치를 선정한 다음 내부의 절점들은 경계의 형상을 따르며 가중을 주어 계산하여 생성하게 된다⁽¹⁰⁾. 이때 전 영역에 대해서 본 방법을 사용할 수 없었고 Fig. 2와 같이 격자를 생성하고자 하는 전체영역을 분할하여 각 영역에 대해 격자를 생성한 다음, 전체적인 절점번호와 요소 연결을 구성하

였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 축대칭 공정에 대한 수치해석

리브-웹(rib-web) 형태의 단면을 가진 축대칭 부품과 유사한 공정들은 치차 블랭크(gear blank)나 컴프레서 디스크(compressor disk) 등의 제품들에서 많이 찾아볼 수 있다. 본 연구에서는 플래쉬(flash)를 갖는 리브-웹 형태의 단면을 가진 제품에 대해 Fig. 3과 Fig. 4와 같이 체적은 같으나

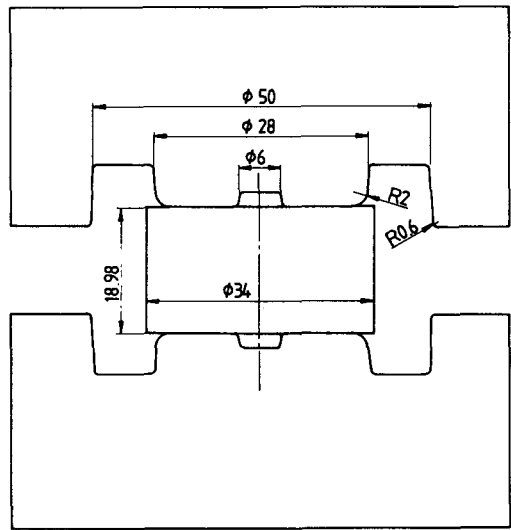


Fig. 3 Workpiece-die configuration for WEB- I

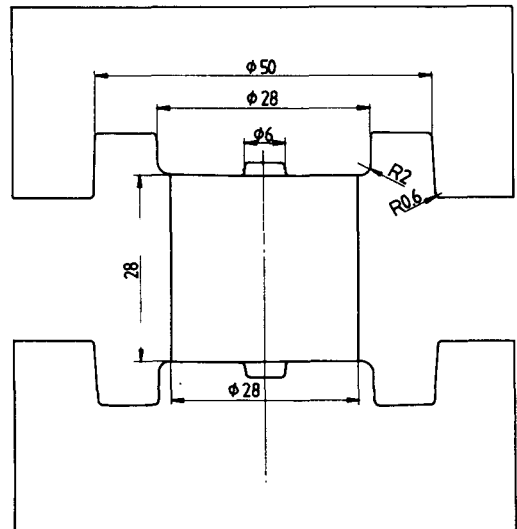


Fig. 4 Workpiece-die configuration for WEB-II

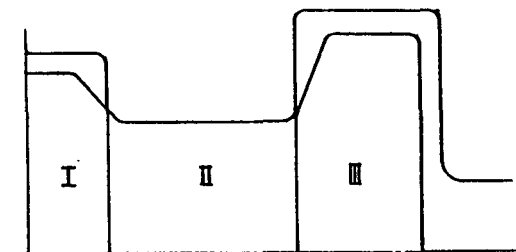


Fig. 2 Subdivision of regions for remeshing

시편의 높이와 반경의 비, 즉 형상비가 서로 다른 형태에 대해 유동형태와 성형성을 관찰함으로써 시편의 예비형상(preform) 설계의 중요성을 입증하고자 한다. 편의상 Fig. 3의 형태를 WEB-I 이라 하고 Fig. 4에 대한 형태를 WEB-II라 하겠다. Fig. 5와 Fig. 6은 컴퓨터 시뮬레이션을 위한 초기 격자 모양을 나타내고 있다. WEB-I과 WEB-II

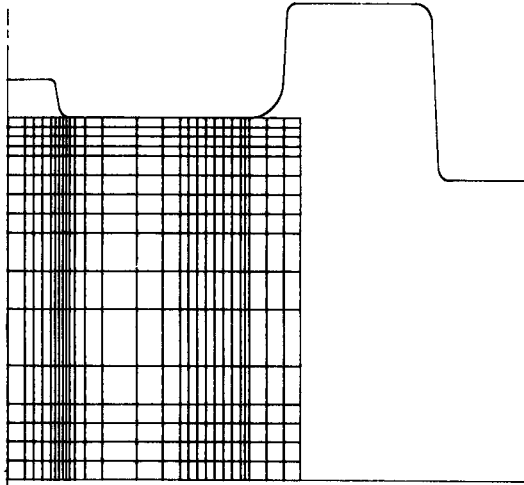


Fig. 5 Initial finite element meshes for WEB-I

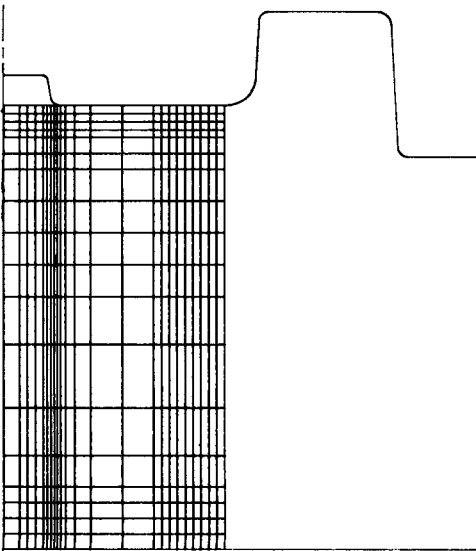


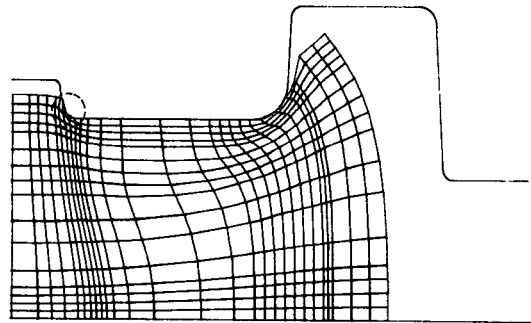
Fig. 6 Initial finite element meshes for WEB-II

의 계산 조건은 Table 3에 나타내었다.

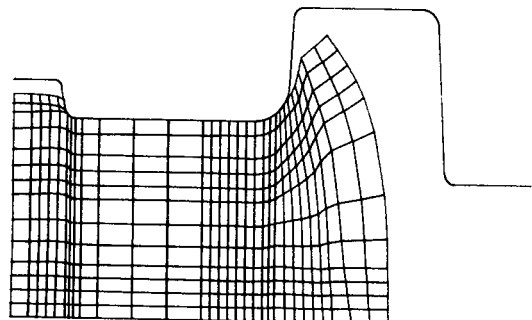
WEB-I에 대한 첫번째 격자재구성은 Fig. 7에서 이루어졌다. Fig. 7(a)는 42% 높이감축률일 때의 격자 변형모양을 보여주고 있는데 원으로 표시한 부분에서 음의 자코비안(negative Jacobian)이 발생하여 더이상 계산이 불가능하게 되었다.

Fig. 8에서는 66% 높이 감축률일 때 3번째 격자 재구성이 이루어진 형태를 보여주고 있다. 이때는 Fig. 8(a)에서 ㉔로 표시된 격자가 삼각형 형태로 보이는데 이는 평편한 금형에 결점이 3개가 직선으로 연이어 붙어있는 것이 된다. 이러한 변형 형태가 되면 수렴성이 보통 때보다 수배이상 안좋아지게 되어 또한 격자 재구성이 필요하다. 또한 ㉕로 표시된 부분에서 금형에 걸치는 요소가 생겨 격자 재구성을 해주었다. WEB-I에 대한 마지막 단계의 격자 변형모양은 Fig. 9이며 프래쉬 높이는 1.28962mm이다. Fig. 9까지 격자 재구성은 전부 다섯번 수행하였다.

마지막 단계까지 해석에 사용된 컴퓨터는 SUN3

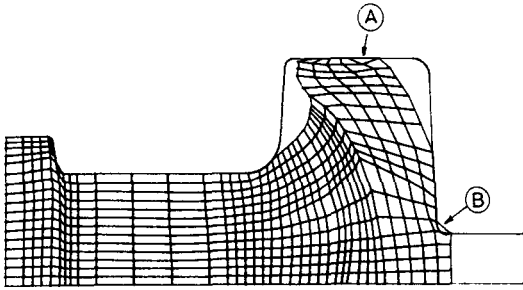


(a) Before remeshing

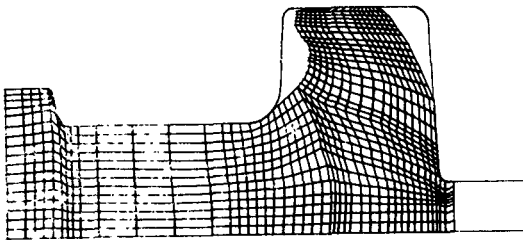


(b) After remeshing

Fig. 7 Mesh configuration at 42% height reduction for the 1st remeshing



(a) Before remeshing



(b) After remeshing

Fig. 8 Mesh configuration at 66% height reduction for the 3rd remeshing

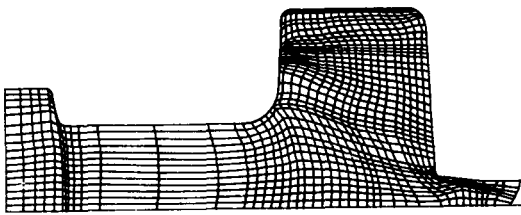
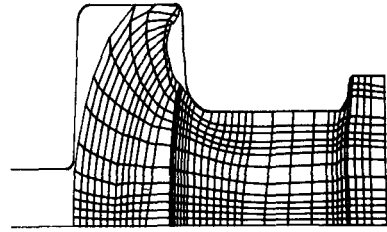


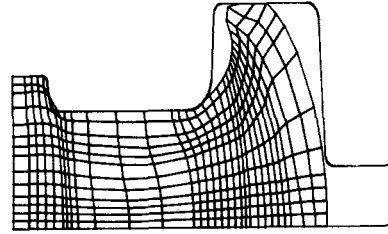
Fig. 9 Grid distortion at the final stage for WEB- I at percentage height reduction of 72.5%

-110LC이며 총 CPU시간은 약 50,000초가 소요되었다. WEB-II의 형태와 비교하기 위하여 프래쉬 높이가 3.24mm로 같은 경우에 대해서 Fig. 10에 변형 형태를 비교하였다. 그림에서 WEB-II의 경우가 WEB-I의 경우보다 재료의 구부러짐 현상이 더욱 심하여 공정의 관점에서 좋지 않은 예비형상을 알 수 있다.

이것을 물리적인 예측으로 생각하여 볼 때 재료를 채우고자 하는 부분에서 떨어진 장소의 재료를 변형시켜 끌어모으는 것보다는 채우고자 하는 부분에 재료를 어느 정도 두어 그 재료가 채워지는 것이 보다 물리적으로도 쉬운 것이 입증된 것이라 할 수 있다. Fig. 11은 높이 감축률에 따른 하중곡선을 나타낸다.



(a) At 77% height reduction for WEB-II



(b) At 62% height reduction for WEB-I

Fig. 10 Comparison of grid distortion between WEB-I and WEB-II

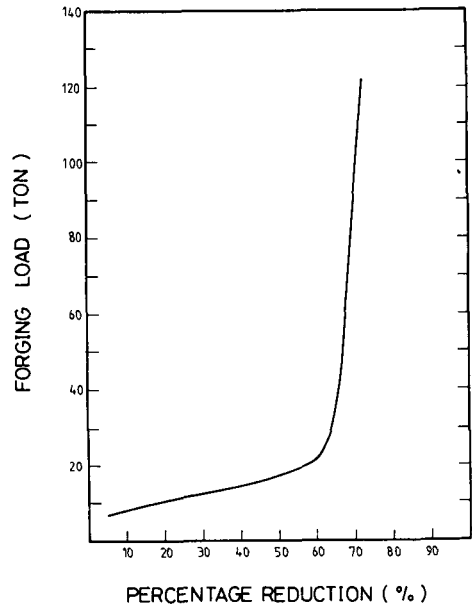


Fig. 11 Variation of computed forging load with respect to percentage reduction of height for WEB-I

을 나타낸다. 높이 감축률이 60% 이상이 될 때 프래쉬 쪽으로 재료가 유동됨에 따라 하중이 급격히 증가됨을 알 수 있다.

3.2 평면 변형 공정에 대한 수치해석

평면 변형 공정은 축대칭 공정과 함께 중요한 의미를 갖는다. Fig. 12에서 블레이드 형상은 임의로, 또한 프로그램의 일반성을 위해서도 상하좌우 완전 비대칭 형상을 갖게 하였다. 상부 금형의 식은 다음과 같은 다항식으로 표현하였다.

$$y = 35 - 0.97264x + 0.077859x^2 - 0.3936 \times 10^{-2} \cdot x^3 + 0.12983 \times 10^{-3} \cdot x^4 - 0.22046 \times 10^{-5} \cdot x^5 + 0.14707 \times 10^{-7} \cdot x^6 \quad (27)$$

하부 금형의 식은 다음과 같다.

$$y = 15 - 1.7321 \cdot x + 0.15525 \cdot x^2 - 0.82283 \times 10^{-2} \cdot x^3 + 0.25869 \times 10^{-3} \cdot x^4 - 0.40964 \times 10^{-5} \cdot x^5 + 0.25484 \times 10^{-7} \cdot x^6 \quad (28)$$

컴퓨터 시뮬레이션을 위한 재료의 재질은 축대칭 예제와 같다. 우선 컴퓨터 시뮬레이션을 하기 위한 초기격자의 모양은 Fig. 13에 나타내었다. 마찰상수 m 값은 0.1로 하였으며 매층분 마다의 단계 크기(step size)는 0.2mm로 하였고 금형의 압하 속

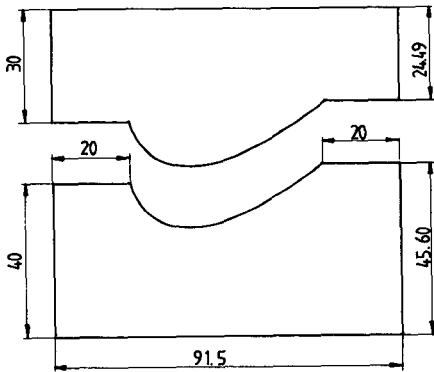


Fig. 12 Upper and lower die configurations for blade forging

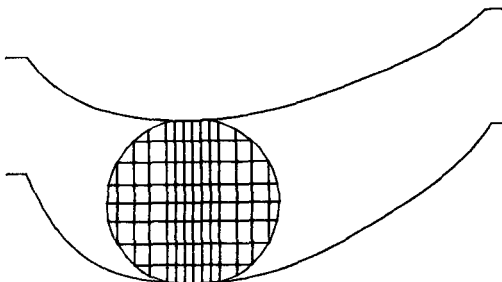
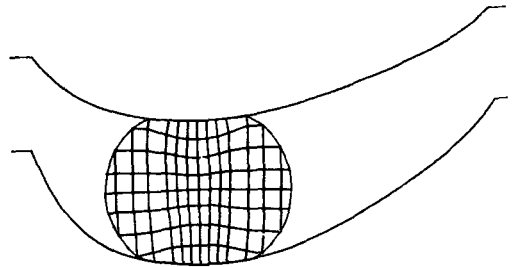


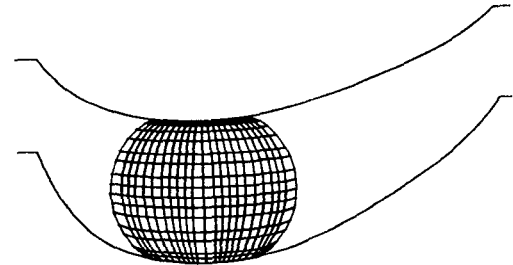
Fig. 13 Initial finite element meshes for blade forging

도는 0.5mm/sec로 하였다. Fig. 14는 14% 높이 감축률일 때의 변형모양을 나타내며 여기서 첫번째 격자 재구성이 이루어졌다.

이 때의 격자 재구성은 격자 자체에서 음의 자코

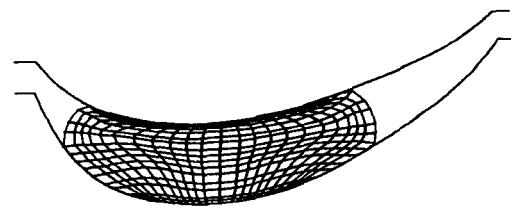


(a) Before remeshing

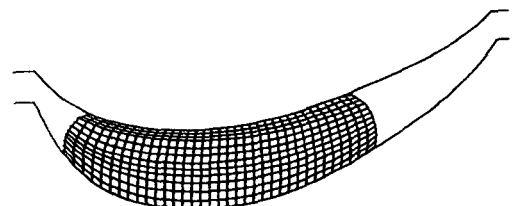


(b) After remeshing

Fig. 14 Mesh configuration at 14% height reduction for the 1st remeshing



(a) Before remeshing



(b) After remeshing

Fig. 15 Mesh configuration at 42% height reduction for the 2nd remeshing

비안(negative-Jacobian) 때문이 아니고 삼각형처럼 보이는 격자로 인하여 수렴성이 나쁘기 때문이다. Fig. 15는 42% 높이 감축률일 때의 변형모양을 나타내고 있으며 2번째 격자 재구성이 이루어졌으며 Fig. 16은 58% 높이 감축률일 때의 변형모양이다. 이때 블레이드 날끝쪽에서의 재료가 빠져나가는 속도는 금형 압하속도가 0.5mm/sec에 비해 약 10배 정도 크기의 속도 분포를 갖는다. 속도 분포가 아주 큰 양이어서 60% 높이 감축률까지는 단계크기(step size)를 0.2mm에서 0.1mm로 줄여 주었고 마지막 단계인 61.5% 감축률까지는 0.05 mm로 줄여 계산하였다. 즉 속도분포가 빠른 경우

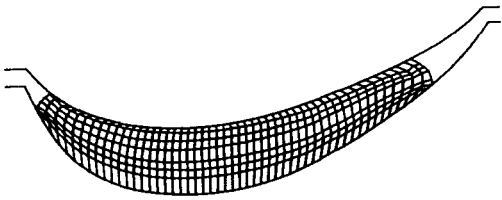


Fig. 16 Grid distortion at 58% height reduction

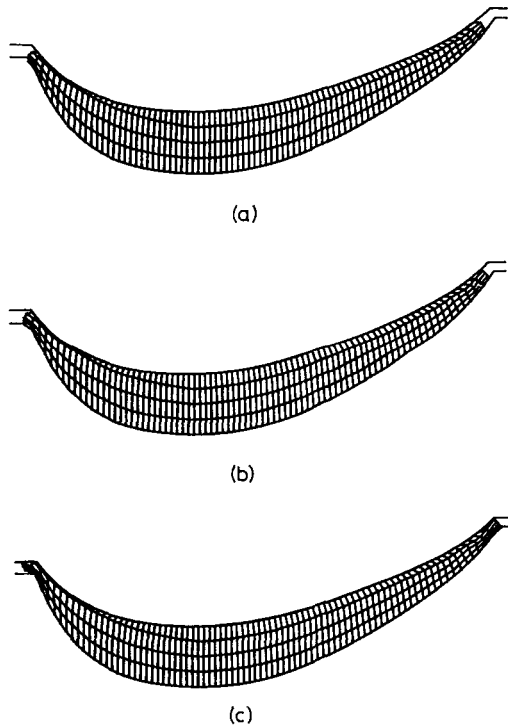


Fig. 17 Grid distortion at the percentage height reduction of (a) 60.75% (b) 61.0% and (c) 61.5%

에는 단계크기를 조절함으로써 매 단계마다의 절점들의 위치변화의 오차를 줄일 수 있었다. Fig. 17에서 61.5%인 (c)를 마지막 단계로 하였다. 전체 계산에서 격자를 재구성한 횟수는 네번이다. 해석에 사용된 컴퓨터는 SUN3-110LC이며 총 CPU 시간은 약 42,000초가 소요되었다. Fig. 18은 높이 감축률에 따른 하중을 나타내고 있다. 하중은 점차 증가하는 추세를 보이다 높이 감축률이 55% 이후 급격히 증가하고 있다. 이는 플래쉬(flash) 쪽으로 재료가 유입될 때 하중이 급격히 증가하리라는 물리적 예측과 일치하고 있다.

3.3 금형의 탄성변형

금형의 탄성변형은 정밀 냉간단조 공정에서 최종 제품의 치수에 영향을 미치므로 금형의 설계에 있어서 중요한 고려사항이 된다. 본 논문에서는 Fig. 11에 나타난 금형에 대하여 Fig. 16의 최종 성형단계에서의 각 절점들의 하중을 금형에 가해지는 입력 데이터로 잡고 탄성 변형량을 계산하였다. Fig. 19에서 상하금형의 변형되지 않은 초기 격자 형태를 보여주고 있으며, 제산을 위한 금형재료의 물성치는 다음과 같다.

탄성계수 (Young's modulus) E 값은 2.058×10^5 (N/mm^2)이며, 포와송비 (poissons ratio) ν 값은

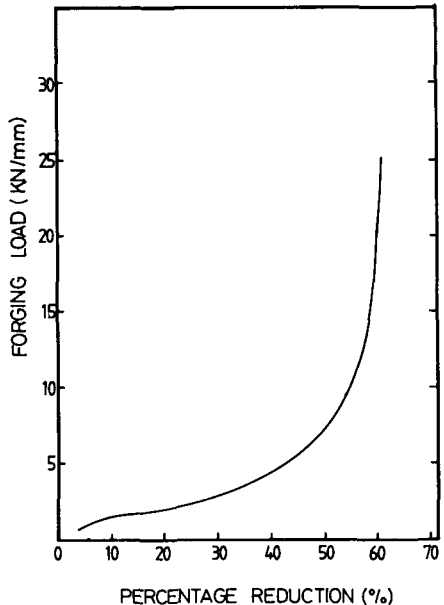
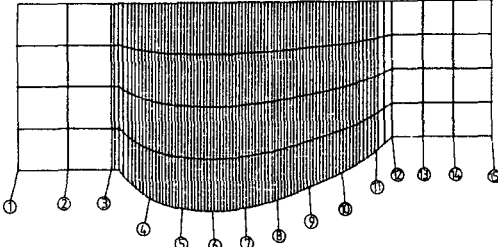


Fig. 18 Variation of computed forging load with respect to percentage height reduction

0.3으로 하였다. 탄성의 계산을 위한 프로그램은 널리 알려진 SAP6 패키지(package)로 계산하였고 정적 해석 방법(static analysis)으로 해석하였다. SAP6를 이용한 컴퓨터는 PRIME 2655로서 상부 금형의 탄성 계산에 소요된 CPU 시간은 106.7초이며 하부 금형의 탄성 계산에 소요된 CPU 시간은 90.24초가 소요되었다. Fig. 20은 계산된 결과의 변형 모양을 나타내는데 변형된 양에 대해 50배의 스케일로 하여 그린 것인데 50배의 스케일로 그린 결과 변형되는 양상이 확연히 드러나고 있다.

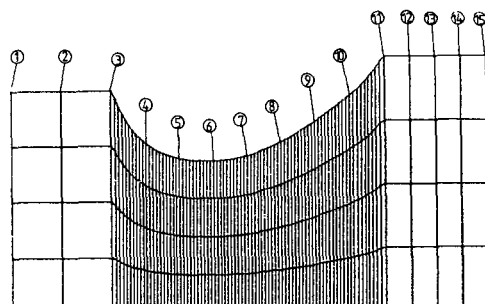
즉 하부금형은 바깥쪽으로 벌어지는 형태를 하고 있으며 상부 금형에서는 안쪽으로 수축하는 변형 양상을 하고 있는데 이는 금형에 가해지는 하중의 방향을 감안하여 볼 때 물리적으로 충분히 예견되는 변형상태라 할 수 있다. 변형된 량을 수치적으로 나타내는 표가 Table 1과 Table 2에 나타나 있

Table 1 Elastic deformation of the upper die



No.	Original coord (mm)		Displacement (mm)	
	X	Y	UX	UY
1	-22.0	21.04	-0.01172	0.00219
2	-12.0	21.04	-0.00991	0.00777
3	-3.42	21.04	-0.00679	0.02239
4	4.08	15.84	0.00420	0.05842
5	10.45	13.89	0.00110	0.07713
6	16.71	13.44	-0.00654	0.08504
7	22.97	13.99	-0.01434	0.08535
8	29.28	15.47	-0.02029	0.07824
9	35.63	17.64	-0.02285	0.06501
10	42.17	20.30	-0.02134	0.04721
11	49.10	24.30	-0.01249	0.02383
12	51.85	26.54	-0.00557	0.01256
13	57.85	26.54	-0.00206	0.00358
14	63.85	26.54	0.00000	0.00049
15	71.50	26.54	0.00070	-0.00188

Table 2 Elastic deformation of the lower die



No.	Original coord (mm)		Displacement (mm)	
	X	Y	UX	UY
1	-22.0	19.16	-0.04488	-0.02723
2	-12.0	19.16	-0.04562	-0.02616
3	-2.21	19.16	-0.05442	-0.03082
4	4.74	9.52	-0.03720	-0.04173
5	11.34	6.89	-0.01647	-0.04910
6	17.99	6.42	0.00359	-0.05396
7	24.61	7.33	0.02323	-0.05578
8	31.23	9.72	0.04088	-0.05639
9	37.95	13.38	0.05367	-0.05450
10	44.84	18.01	0.06065	-0.04851
11	51.85	24.83	0.06188	-0.03800
12	56.85	24.83	0.05947	-0.03283
13	61.85	24.83	0.05893	-0.03067
14	66.85	24.83	0.05913	-0.03062
15	71.85	24.83	0.05917	-0.03096

Table 3 Numerical data for the axisymmetric forging processes

Material	WEB- I	WEB- II
	AL. 1100	AL. 1100
	$\bar{\sigma} / Y = \left(1 + \frac{\bar{\epsilon}}{0.05205}\right)^{0.3}$ $Y = 62.74 \text{ MN/m}^2$	
<i>m</i>	0.1	0.1
Δt	0.2mm	0.2mm
<i>v</i>	0.5mm/s	0.5mm/s
<i>H</i>	18.99mm	28mm
<i>R</i>	17mm	14mm

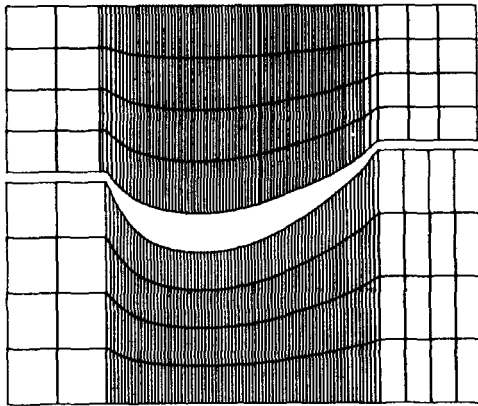


Fig. 19 Initial finite element meshes to compute the elastic deformation of the die

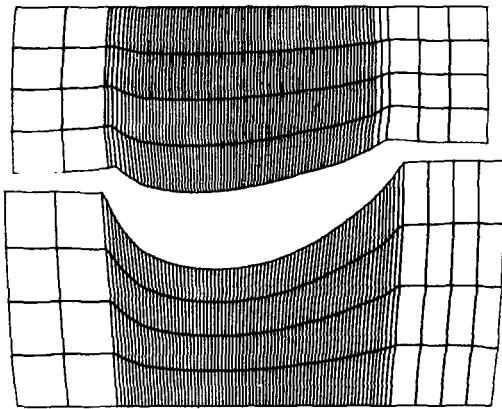


Fig. 20 Elastically deformed mesh configuration of the die with displacement 50 times exaggerated (50:1)

다. 이상과 같은 해석을 통해 단조금형을 설계할 때 변형량과 응력상태 등을 계산하여 취약 부분을 예측하여 보강할 수 있다.

4. 결 론

(1) 축대칭 및 평면 변형 냉간단조 공정을 해석할 수 있는 강소성 유한요소 프로그램을 개발하였다.

(2) 임의의 곡면 형상에 대한 속도 경계조건을 만족시키기 위해 경사면 경계조건(skew-boundary condition)을 도입하였고 마찰 경계조건도 고려되었다.

(3) 리브-웹 형태의 공정은 재료의 유동특성을 볼 수 있는 좋은 예제로서 특히 예비 형상

(preform)설계에 따라 제품의 성형성을 결정할 수 있었다.

(4) 정밀 단조품의 하나인 터빈 블레이드(turbine blade) 해석을 위한 시도로서 평면변형으로 가정한 블레이드 형태를 해석하였다.

(5) 금형에서 발생하는 탄성변형량을 계산하여 앞으로의 정밀 냉간 단조 성형에 있어서의 보다 정밀한 금형설계에 필요한 정보를 제공할 수 있게 되었다.

(6) 보다 발전적인 유한요소해석을 위해서는 격자 재구성시 격자의 효율적인 자동생성이 필요하며 이를 위한 지속적인 연구 노력이 필요하다.

후 기

본 연구는 1987년도 과학기술처의 연구비 지원에 의하여 이루어졌으며, 이에 관계 제위께 감사드립니다.

參 考 文 獻

- (1) Lee, C.H. and Kobayashi, S., 1973, "New Solution to Rigid-Plastic Deformation Problems Using a Matrix Method", Trans. ASME, J. of Eng. for Ind., Vol. 95, pp. 865~873.
- (2) Zienkiewicz, O.C. and Godbole, P.N., 1975, "A Penalty Function Approach to Problems of Plastic Flow of Metals with Large Surface Deformation", J. of Strain Analysis, Vol. 10, No. 3, pp. 180~183.
- (3) Chen, C.C., 1978, "Finite Element Analysis of Plastic Deformation in Metal Forming Processes", Ph. D. Dissertation, University of California, Berkeley.
- (4) Oh, S.I., 1982, "Finite Element Analysis of Metal Forming Processes with Arbitrarily Shaped Dies", Int. J. Mech. Sci., Vol. 24, pp. 479~493.
- (5) Oh, S.I., Tang, J.P. and Badawy, A., 1984, "Finite Element Mesh Rezoning and Its Application to Metal Forming Analysis", Advanced Technology of Plasticity, Vol. II, pp. 1051~1058.
- (6) Kim, Y.J. and Yang, D.Y., 1985, "A Formulation for Rigid Plastic Finite Element Method Considering Work-Hardening Effect", Int. J. Mech. Sci., Vol. 27, No. 7/8, pp. 487~495.
- (7) Osakada, K., Nakano, J. and Mori, K., 1982, "Finite Element Method for Rigid Plastic Analysis of Metal Forming Formulation for Finite Deformation", Int. J. Mech. Sci., Vol. 24, pp. 459~468.

- (8) Yoon, J.H. and Yang, D.Y., 1988, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Three-Dimensional Forging by Considering Friction on Continuous Curved Dies with Initial Guess Generation", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 30, pp. 887~898.
- (9) Yang, D.Y., Lee, C.M. and Yoon, J.H., 1989, "Finite Element Analysis of Steady-State Three-Dimensional Extrusion of Sections Through Curved Dies", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 31, pp. 145~156.
- (10) Thompson, Joe F., Warsi, Z.U.A., Wayne Mastin, C., "Numerical Grid Generation Foundations and Applications", North-Holland Press, New York. Amsterdam, Oxford.
- (11) Park, J.J. and Kobayashi, S., 1984, "Three-Dimension Finite Element Analysis of Block Compression", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 26, No. 3, pp. 165~176.
- (12) 양동열, 유요한, 이종수, 1986, "구속이 없는 축대칭 피어싱 공정의 유한요소해석", *대한기계학회논문집*, 제10권, 제 6 호, pp. 876~888.
- (13) 양동열, 박용복, 윤정호, 1987, "곡면형상을 가진 금형에 의한 축대칭 냉간단조의 유한요소 해석", *대한기계학회논문집*, 제11권, 제 4 호, pp. 668~680.