

<論 文>

# 연료분사식 엔진을 위한 슬라이딩 모드 제어기 설계

김 종 식\* · 함 이 철\*\*

(1989년 8월 26일 접수)

## Design of a Sliding Mode Controller for Fuel Injected Engines

Jong Shik Kim and I Cheol Hwoang

**Key Words :** Sliding Mode Control(슬라이딩 모드 제어), Engine Control(엔진 제어), Emission Control(배기가스 제어), Fuel Injection(연료분사), O<sub>2</sub> Sensor(산소 센서)

### Abstract

A robust sliding mode control method is proposed for the design of a fuel injection control system, which can maximize the conversion efficiency of three-way conversion catalysts. For the purpose of developing and evaluating a fuel-injection controller, the mass of air in the intake manifold and actual fuel rate entering the combustion chamber are chosen as state variables of a 4-cycle stroke gasoline engine. The computer simulation results show that the sliding mode fuel-injection control system can overcome the defect of O<sub>2</sub> sensor, adapt to the nonlinearities of automotive engines and be robust the uncertainties of modelling errors and disturbances. Thus, this control system can make the engine operate in the neighborhood of stoichiometric air/fuel ratio(14.7±0.3) and can satisfy current strict regulations about the automotive exhaust emissions.

### 1. 서 론

심각한 사회 문제로 대두되고 있는 자동차 배기가스의 유해 물질 즉, CO, HC, 그리고 NO<sub>x</sub> 등을 감소시키기 위하여 현재 대부분의 가솔린 자동차에는 3원 촉매변환 장치가 부착되어 있다. 이 3원 촉매 변환 장치는 공연비가 14.7이 되는 이론 공연비에서 가장 높은 효율을 갖게 되며, 공연비의 작은 변화에도 민감한 반응을 나타내는 특성을 가지고 있다<sup>(1)</sup>. 그리고 연료소비율을 작게하고 3원 촉매 변환 장치의 효율을 향상시키기 위하여 O<sub>2</sub> 센서<sup>(2)</sup>나 희박연소(lean-burn) 센서<sup>(3)</sup>를 이용하여 배기가스의 상태를 측정함으로써 연료분사 제어량을 피드

백 제어할 수 있는 MPI(Multi-Point Injection)엔진을 부착하는 추세로 가고 있다. 피드백 제어를 보다 효과적으로 하기 위해서는 희박연소 센서가 요구되나, 아직 현장에서는 경제적인 문제 때문에 대부분 O<sub>2</sub> 센서를 이용하여 엔진을 제어하고 있다. 그래서 본 연구에서도 연료분사 제어기 설계를 위해 O<sub>2</sub> 센서를 사용하기로 한다.

O<sub>2</sub> 센서의 출력 전압은 배기가스 중의 산소 농도에 따라 급격히 변화하여 배기 가스의 상태가 희박(lean) 혹은 농후(rich)인가만을 판정할 수 있는 ON/OFF 형태의 특성을 가지고 있으므로<sup>(4)</sup> 정밀한 배기가스 제어는 곤란하다. 그리고 엔진의 비선형 특성을 적응하기 위하여 기존의 연료분사 제어기는 여러가지 운전상태에서 많은 실험을 통하여 얻은 적절한 게인 값들이 조정되는 비례-적분 제어 방법을 이용하고 있지만, 이 방법은 운전상태에 따

\*정회원, 부산대학교 공과대학 기계설계학과

\*\*부산대학교 대학원

라 선형화된 엔진 시스템이 요구되므로 계인 값을 선정하는데 많은 어려움이 따른다.

또한 자동차가 도로상에서 주행할 때는 여러 형태의 운전조건에서 주행하므로 엔진 작동 영역을 여러 범위로 구분할 필요가 있으며, 이들 각 범위 내에서 적절한 공연비가 되도록 제어할 수 있는 연료분사 제어시스템의 설계가 요구된다. 일반적으로 엔진 제어모우드로는 엔진 시동모우드, 엔진 워밍업모우드, 가속모우드, 정상모우드, 그리고 공전모우드로 분류될 수 있는데, 위에서 언급한 바와 같이 공연비를 피드백 제어하기 위하여 O<sub>2</sub> 센서를 사용하기 때문에 본 연구에서는 엔진이 가열되고 O<sub>2</sub> 센서가 작동온도 범위를 만족하게 되는 정상모우드 영역으로 연구 범위를 국한시켰다.

따라서 본 연구에서는 정상모우드 운전조건에서 O<sub>2</sub> 센서의 단점을 극복할 수 있고 모델링 오차나 외란에 대하여 강한 슬라이딩 모우드 제어방법<sup>(6)</sup>을 적용하여 새로운 연료분사 제어를 설계하고자 한다.

## 2. 연료분사 제어를 위한 엔진 모델링

4행정 사이클 가솔린 엔진용 연료분사 제어기를 설계하기 위하여 Fig. 1과 같은 엔진을 흡입다기관 내의 공기량 그리고 인젝터로부터 분사되는 연료분사량에 관한 상태방정식으로 모델링하기로 한다.

### (1) 흡입 다기관 내의 공기량

흡입다기관 내의 공기질량은 질량보존의 법칙에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta M_a(t) = \delta M_{ai}(t) - \delta M_{ao}(t) \quad (1)$$

여기서  $\delta M_a(t)$ 는 임의의 순간동안 흡입다기관 내의 공기질량,  $\delta M_{ai}(t)$ 는 임의의 순간동안 흡입다기관으로 들어가는 공기량, 그리고  $\delta M_{ao}(t)$ 는 임의의 순간동안 흡입다기관을 빠져나가는 즉, 실린더 내로 들어가는 공기질량을 의미한다. 그리고  $\delta M_{ai}(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\delta M_{ai}(t) = K_1 TC(t) PRI(t) \quad (2)$$

여기서  $TC(t)$ 는 흡입되는 공기의 스톱 특성, 그리고  $PRI(t)$ 는 스톱 밸브를 통과할 때 발생하는 초크 유동 특성을 나타내는 값으로서 다음과 같이 표현된다.

$$TC(t) = 1 - \cos(K_2 \alpha(t) - K_3) \quad (3)$$

$$PRI(t) = 1 - \exp(2808 M_a(t) - 9) \quad (4)$$

그리고  $\alpha(t)$ 는 스톱 밸브 각도,  $M_a(t)$ 는 흡입

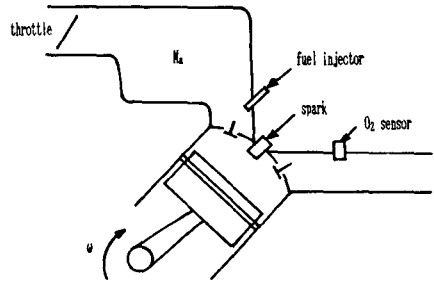


Fig. 1 Schematic of engine model

다기관 내의 공기질량을 의미한다. 또한  $\delta M_{ao}(t)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\delta M_{ao}(t) = K_4 \eta_{vo1}(t) M_a(t) \quad (5)$$

여기서  $\eta_{vo1}(t)$ 는 체적효율을 나타내며 다음 식으로부터 그 값을 구할 수 있다.

$$\eta_{vo1}(t) = K_5 M_a^2(t) + K_6 M_a(t) + K_7 \quad (6)$$

### (2) 연료분사량

연료분사량을 모델링 하기 위해서는 특히 시간지연을 고려해야 하는데, 여기서는 엔진조절장치가 명령을 내리는 순간부터 연료분사기에서 연료가 분사되는 시간 까지의 지연시간과 분사된 연료가 실제 실린더 내로 들어가는 시간까지의 지연시간을 고려하였다. 이러한 사항들을 고려한 연료분사량 상태방정식은 다음과 같다.

$$\tau_f(t) \delta \dot{M}_{fi}(t) + \delta M_{fi}(t) = \delta M_{fc}(t) \quad (7)$$

여기서  $\delta M_{fc}(t)$ 는 임의의 시간동안 연료분사기에서 분사되는 연료분사량이며,  $\delta M_{fi}(t)$ 는 임의의 순간동안 실린더 내로 들어가는 실제 연료분사량, 그리고  $\tau_f(t)$ 는 유효 연료분사 시간상수이다.

$$\tau_f(t) = K_8 + K_9 \delta M_{fc}(t) \quad (\text{sec}) \quad (8)$$

### (3) 시스템 파라미터 선정 및 고찰

식 (1)에서 식 (8)까지에 포함되어 있는 시스템 파라미터 ( $K_i$ )들은 엔진 특성에 따라 다른 값을 갖는 물리적인 파라미터들로서 본 연구에서는 중형 자동차를 모델로 선정하여 각 시스템 파라미터들을 Table 1과 같은 값으로 선정하였다<sup>(6)</sup>. Table 1에서  $\omega$ 는 엔진 회전수(rad/sec)를 의미한다.

실제 엔진을 보다 정밀하게 모델링하기 위해서는 배기가스 압력이나 배기가스 순환률(EGR), 엔진 부하와 같은 많은 상태변수들을 고려해야 하나, 본 연구에서는 이러한 것들을 고려하지 않은 점에서 다소 부족한 점이 있지만, Dobner<sup>(7)</sup>에 의하면 위에 선정된 두 모델식은 실험적으로 가장 유효한 식

Table 1 System parameters for an engine

| System parameter | Numerical value   |
|------------------|---|
| $K_1$            | $0.05917\text{kg} \cdot \text{sec}^{-1}$  |
| $K_2$            | 1.1980  |
| $K_3$            | $1.720^\circ$   |
| $K_4$            | $0.1030\omega$  |
| $K_5$            | $(24.5\text{kg}^{-2} \cdot \text{sec})\omega - 3.10 \times 10^4 \text{kg}^{-2}$ |
| $K_6$            | $(-0.167\text{kg}^{-1} \cdot \text{sec})\omega + 222\text{kg}^{-1}$             |
| $K_7$            | $(8.10 \times 10^{-4} \text{sec})\omega + 0.3524$                               |
| $K_8$            | 0.05 sec  |
| $K_9$            | $1170.73/\omega \text{kg}^{-1} \cdot \text{sec}^2$                              |

이 됨을 알 수 있다. 그리고  $\delta M_{a0}(t)/\delta M_{fi}(t)$ 를 공연비로 사용하기로 한다. 그 이유는 실린더 내의 물질은 각 사이클 배기 행정에서 배출되고 다음 사이클 흡입 행정에서 새로운 물질이 채워지는 극히 순간적인 공연비를 나타내기 때문이다.

### 3. 슬라이딩 모우드 제어방법

슬라이딩 모우드 제어방법은 1960년대 소련에서 Bakakin, Utkin<sup>(8)</sup> 등에 의해서 비선형 시스템을 안정화시킬 수 있는 방법으로 제안되면서 그 이론이 사용되기 시작하였으며, 1980년대에 들어서 일본의 Harashima<sup>(9)</sup>가 DC 서보 모우터에 그리고 미국의 Slotine, Sastry<sup>(10)</sup> 등이 로봇 문제에 적용시켜 보다 개선된 슬라이딩 모우드 제어방법을 개발함으로써 급속한 발전을 가져오게 되었다. 일반적으로 슬라이딩 모우드 제어방법은 선형 시스템 뿐만 아니라 비선형 시스템에 적용할 수 있는 제어방법으로서 모델링오차나 외란 등에 의한 불확실성에 대하여 큰 강인성을 가지고 있다는 것이 최대의 장점이다.

슬라이딩 모우드 제어방법을 전개하기 위하여 위상변수 표준형으로 표시된 상태 방정식에 대하여 생각하기로 한다.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dots\dots\dots \\ \dot{x}_n = f(x, t) + b(x, t)u + d(t) \end{cases} \quad (9)$$

여기서  $\underline{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 는 상태변수,  $u$ 는 제어입력,  $d(t)$ 는 외란을 나타낸다. 식 (9)에서 일반

적으로 함수  $f(x, t)$ , 제어제인  $b(x, t)$ , 그리고 외란  $d(t)$ 에 대한 정확한 값은 모르지만 모델링오차  $\Delta f$ 와 제어제인  $b$  및 외란  $d$ 의 최대 크기의 한계는 일반적으로 정의될 수 있다. 따라서 모델링오차, 외란 등의 불확실성이 존재하더라도 유한한 시간 내에 바람직한 상태  $\underline{x}_a = [x_a, \dot{x}_a, \dots, x_a^{(n-1)}]^T$ 로 추적하는 것이 제어의 주 목적이므로 이러한 제어 목적을 수행할 수 있게 하는 제어 입력  $u$ 를 선정하기로 한다.

먼저 추적오차 벡터  $\tilde{x}$ 와 시변 슬라이딩 표면  $S(t)$ 를 상태공간  $R^n$  영역에서 다음과 같이 정의한다.

$$\tilde{x} = \underline{x} - \underline{x}_a = [\tilde{x}, \tilde{\dot{x}}, \dots, \tilde{x}^{(n-1)}] \quad (10)$$

$$S(t) = C_1 \tilde{x} + C_2 \tilde{\dot{x}} + \dots + C_n \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \tilde{x} \quad (11)$$

그리고 유한한 시간 내에 모든 궤도가 슬라이딩 표면으로 끌려가게 되면 무한한 시간동안 계속적으로 슬라이딩 표면을 따라 슬라이딩 할 수 있기 위해서는 식 (11)은 다음과 같은 슬라이딩 조건식을 만족해야 한다.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2(t) \leq -\eta |S(t)|, \eta > 0 \quad (12)$$

이제 식 (9)에 포함되어 있는 제어입력  $u$ 를 선정하기 위해서 위 식에서 등식만을 고려하기로 한다. 즉,

$$\dot{S}(t) = -\eta \operatorname{sgn}(S(t)) \quad (13)$$

식 (9), 식 (11), 식 (13)을 결합하면,

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) = & C_1 \dot{\tilde{x}}_2 + C_2 \dot{\tilde{x}}_3 + \dots + C_{n-1} \dot{\tilde{x}}_n + f(x, t) \\ & + b(x, t)u + d(t) - \dot{x}_a^{(n)} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $\dot{x}_a^{(n)} = \frac{d^n}{dt^n} x_a$ 이다.

따라서 제어입력  $u$ 는 다음과 같이 선정된다.

$$\begin{aligned} u(t) = & -\frac{1}{b(x, t)} \{C_1 \dot{\tilde{x}}_2 + C_2 \dot{\tilde{x}}_3 + \dots + C_{n-1} \dot{\tilde{x}}_n \\ & + f(x, t) + d(t) - \dot{x}_a^{(n)} + \eta \operatorname{sgn}(S(t))\} \end{aligned} \quad (15)$$

위 식은 모델링오차나 외란 등의 불확실성이 고려되지 않은 제어입력을 나타낸다.

이제 불확실성이 고려된 제어입력을 유도하기 위하여 모델링오차와 외란을 다음과 같이 가정하기로 한다.

- 모델링오차  $f(x, t) = \hat{f}(x, t) + \Delta f(x, t)$  (16)
- $|\Delta f(x, t)| \leq \alpha(x)$
- 외란

$$|d(t)| \leq \beta(x) \tag{17}$$

$$|x_d^{(n)}(t)| \leq \gamma(x)$$

여기서  $\alpha(x)$ ,  $\beta(x)$ , 그리고  $\gamma(x)$ 는 양의 한정함수이다.

따라서 식 (16)을 식 (14)에 대입하면,

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) = & C_1\dot{\tilde{x}}_2 + C_2\dot{\tilde{x}}_3 + \dots + C_{n-1}\dot{\tilde{x}}_n + \dot{f}(x, t) \\ & + \Delta f(x, t) + b(x, t) u + d(t) - x_d^{(n)} \end{aligned} \tag{18}$$

그리고 식 (16)과 식 (17)에서 최악의 상태의 불확실성을 고려하면, 즉

$$\begin{aligned} \Delta f(x, t) = & \alpha \operatorname{sgn}(S(t)), \\ d(t) = & \beta \operatorname{sgn}(S(t)), \\ x_d^{(n)}(t) = & \gamma \operatorname{sgn}(S(t)) \end{aligned} \tag{19}$$

이 때 모델링오차나 외란 등의 불확실성을 고려한 제어입력  $u$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) = & -\frac{1}{b(x, t)} \{ C_1\dot{\tilde{x}}_2 + C_2\dot{\tilde{x}}_3 + \dots + C_{n-1}\dot{\tilde{x}}_n \\ & + \dot{f}(x, t) + k(t) \operatorname{sgn}(S(t)) \} \end{aligned} \tag{20}$$

여기서  $k(t)$ 는  $(\eta + \alpha + \beta + \gamma)$  값을 갖는 강인성 파라미터이다. 위와 같은 제어입력을 사용한 슬라이딩 모드 제어시스템은 ON/OFF 함수인  $\operatorname{sgn}(S(t))$  함수가 포함되어 있어, 일반적으로 채터링 현상이 일어나게 된다. 이러한 채터링 현상은 대부분의 시스템에서 바람직하지 않은 현상이므로 슬라이딩 모드 방법은 실제 제어시스템 설계에서는 그 가치를 별로 인정 받지 못하였다. 그러나 Slotine<sup>(5)</sup>이 제어입력에 포함되어 있는  $\operatorname{sgn}(S(t))$  함수를 적당한 포화 함수로 대체하여 채터링 문제를 해결시킴으로써, 슬라이딩 모드 제어방법의 응용 범위는 더욱 더 넓어지고 있다.

4. 연료분사 제어시스템 설계

공연비는  $\delta M_{ao}(t)/\delta M_{fi}(t)$ 로 정의하고 O<sub>2</sub>센서의 출력 전압 특성을 ON/OFF 형태로 가정하여 슬라이딩 모드 제어기를 설계하기로 한다. 제어 목적은 3원 촉매 변환 장치 효율이 80% 이상이 되도록 하기 위하여 정상모드 운전상태에서 공연비가 항상 이론 공연비 근처값 (14.7±0.3)이 되도록 하는 것이다. 즉,

$$\frac{\delta M_{ao}(t)}{\delta M_{fi}(t)} = 14.7 \pm 0.3 \tag{21}$$

그리고 슬라이딩 표면을 다음 식과 같이 선정한다.

$$S(t) = \delta M_{ao}(t) - \beta \delta M_{fi}(t) \tag{22}$$

여기서  $\beta$ 는 이론 공연비인 14.7이다.

제어 목적이  $S(t) \rightarrow 0$ 이므로 위 식이 의미를 갖기 위해서는 다음 식이 만족 되어야만 유한한 시간 내에 모든 궤적이 슬라이딩 표면으로 끌려들어오게 되어 제어 목적이 실현된다.

$$\dot{S}(t) = -\eta \operatorname{sgn}(S(t)), \quad \eta > 0 \tag{23}$$

또한 모델링오차를 다음과 같이 고려하기로 한다.

$$\delta M_{ao}(t) = (1 + \mu_a(t)) \delta \tilde{M}_{ao}(t) \tag{24}$$

$$\tau_f(t) = (1 + \mu_f(t)) \tilde{\tau}_f(t) \tag{25}$$

여기서 ‘ $\tilde{\cdot}$ ’는 공칭값을 의미하며  $\mu_a(t)$ 와  $\mu_f(t)$ 는 모델링오차로서 시간에 대한 함수이다.

이제 식 (22)를 미분하여 식 (23)에 대입하면,

$$\delta \dot{M}_{ao}(t) - \beta \delta \dot{M}_{fi}(t) = -\eta \operatorname{sgn}(S(t)) \tag{26}$$

그리고 식 (24)를 미분한 식과 식 (7), 식 (8)을 식 (26)에 대입하면 제어입력  $\delta M_{fc}(t)$ 는 다음과 같이 선정된다.

$$\begin{aligned} \delta M_{fc}(t) = & \delta \tilde{M}_{fi}(t) + \frac{\tilde{\tau}_f}{\beta} \delta \tilde{M}_{ao}(t) \\ & + \frac{\tilde{\tau}_f}{\beta} [ \{ \mu_a(t) \\ & + \mu_f(t) + \mu_a(t) \mu_f(t) \} \delta \tilde{M}_{ao}(t) \\ & + (1 + \mu_f(t)) \dot{\mu}_a(t) \delta \tilde{M}_{ao}(t) \\ & + \eta \operatorname{sgn}(S(t)) ] \end{aligned} \tag{27}$$

여기서  $\delta \dot{M}_{ao}(t) = \frac{d}{dt}(\delta M_{ao}(t))$ 이다.

위 식에서  $\mu_a(t)$ ,  $\mu_f(t)$ , 그리고  $\dot{\mu}_a(t)$ 가 아직 결정되지 않았으므로 최종적으로 선정된 제어입력은 아니다. 그렇지만  $\mu_a(t)$ ,  $\mu_f(t)$  그리고  $\dot{\mu}_a(t)$ 는 다음과 같이 최대 한계 크기로 표시할 수 있으므로,

$$\begin{aligned} |\mu_a(t)| & \leq \mu_{a,max} \\ |\mu_f(t)| & \leq \mu_{f,max} \\ |\dot{\mu}_a(t)| & \leq \dot{\mu}_{a,max} \end{aligned} \tag{28}$$

최악의 상태를 고려하여 제어입력  $\delta M_{fc}(t)$ 를 선정하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta M_{fc}(t) = & \delta \tilde{M}_{fi}(t) + \frac{\tilde{\tau}_f}{\beta} \{ \delta \tilde{M}_{ao}(t) \\ & + k(t) \operatorname{sgn}(S(t)) \} \end{aligned} \tag{29}$$

여기서

$$\begin{aligned} k(t) = & (\mu_{a,max} + \mu_{f,max} + \mu_{a,max} + \mu_{f,max}) \\ & | \delta \tilde{M}_{ao}(t) | + (1 + \mu_{f,max}) \dot{\mu}_{a,max} \delta \tilde{M}_{ao}(t) \end{aligned} \tag{30}$$

실제  $\eta$ 는 무한히 작은 값으로 가정하여 무시하였고,  $\delta \tilde{M}_{ao}(t)$ ,  $\delta \tilde{M}_{fi}(t)$ 가 시간의 함수이므로 강인성 파라미터  $k(t)$ 도 시간의 함수이고 ON/OFF 함수인  $\operatorname{sgn}(S(t))$ 에 의하여 식 (29)의 제어입력은

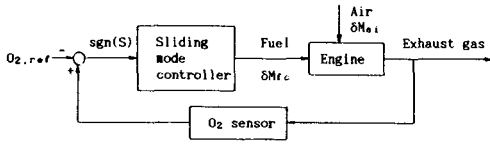


Fig. 2 Schematic of the sliding mode control system for fuel injection

모델링오차나 외란등의 불확실성에 대하여 강인성을 갖게 된다. 그리고  $S(t)$ 의 값은  $O_2$  센서의 출력으로부터 얻어지는데 일반적으로 공기가 연소실에 들어가 연소한 후 배기관의  $O_2$  센서에 감지되는 시간이 소요되므로 적어도 크랭크 2회전에 해당하는 시간지연이 발생된다. 이것을 고려하면 식 (29)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\delta M_{fc}(t) = \delta \tilde{M}_{fi}(t) + \frac{\tilde{\tau}_f}{\beta} \{ \delta \tilde{M}_{ao}(t) + k(t) \operatorname{sgn}(S(t - \Delta t)) \} \quad (31)$$

여기서  $\Delta t$ 는  $O_2$  센서 출력 측정 시에 발생하는 지연시간이다.

위와 같이 설계된 슬라이딩 모우드 제어방법을 이용한 연료분사 제어시스템의 개략도는 Fig. 2와 같다.

### 5. 시뮬레이션 결과 및 고찰

본 연구에서 제안한 연료분사 제어기의 이론적 타당성을 검토하기 위하여 엔진 회전수 2000 rpm, 스로틀 밸브 각도 60°의 정상모우드 운전상태에서 모델링오차를 고려했을 때 개루프 시스템의 성능과  $O_2$  센서의 출력 전압 특성을 (1) ON/OFF 형태로 가정하는 경우와 (2) 포화 형태로 가정하는 경우에 대한 슬라이딩 모우드 페루프 제어 시스템의 성능을 비교 검토하기로 한다.

(1)  $O_2$  센서의 특성을 ON/OFF 형태로 가정하는 경우

$O_2$  센서는 일반적으로 Fig. 3과 같은 특성을 나타낸다<sup>(2)</sup>. Fig. 3에서  $\lambda$ 는 공연비를 이론 공연비 (14.7)로 나눈 값을 의미한다. 슬라이딩 모우드 제어 목적상  $O_2$  센서의 출력 전압 특성을 Fig. 4와 같이 간단하게 ON/OFF 형태로 가정하기로 한다.

그리고 강인성 파라미터  $k(t)$ 를 계산하기 위하여 최대 한계 모델링오차에 관련된 파라미터들을 다음과 같이 가정하기로 한다.

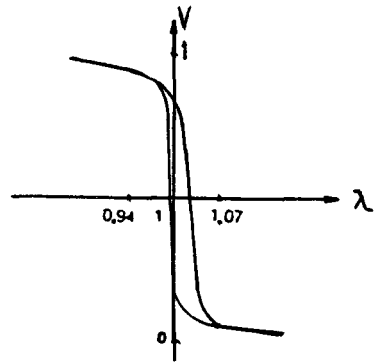


Fig. 3 Typical  $O_2$  sensor characteristics

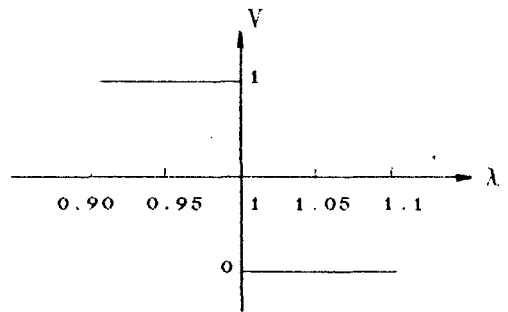


Fig. 4  $O_2$  sensor output characteristics : ON/OFF type

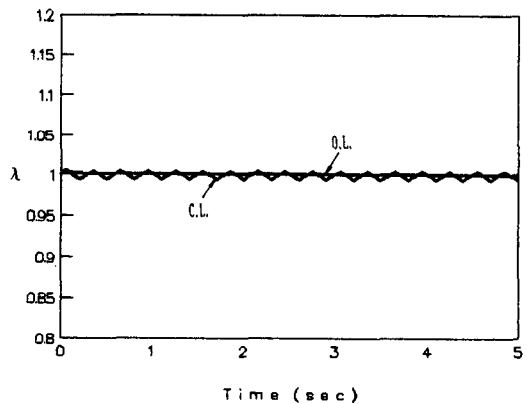


Fig. 5 Time response of  $\lambda$  for fuel-injection control system with no modelling errors

$$\begin{aligned} \mu_{a,max} &= 10\% \\ \mu_{f,max} &= 1\% \\ \mu_{a,max} &= 30\% \end{aligned} \quad (32)$$

우선 Fig. 5에 표시된 모델링오차를 무시한 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 고찰하기로 한다. Fig.

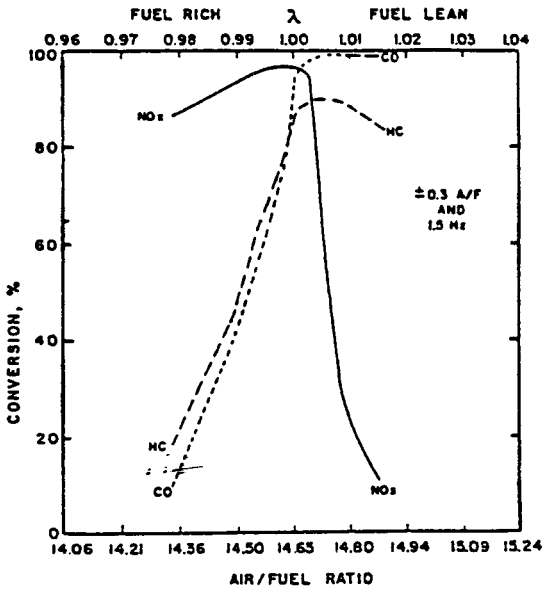


Fig. 6 Conversion efficiency vs. A/F ratio for an engine

5에서 알 수 있듯이 슬라이딩 페루프 제어시스템은 제어 목적을 만족하나 약간의 채터링 현상이 존재한다. Fig. 6<sup>(2)</sup>에 표시된 바와 같이 3원 촉매 변환 장치의 효율은  $\lambda=1\pm 0.02$  내의 공연비에서 양호하므로 주어진 범위 내에서 발생하는 채터링 현상은 실제 시스템의 성능에 큰 영향을 주지 않는다.

그리고 CO나 HC는  $1\leq\lambda\leq 1.02$ 에서, NO<sub>x</sub>는  $0.98\leq\lambda\leq 1$ 에서 효율이 좋기 때문에, 오히려 오프셋(offset)이 생기는 것보다는 약간의 채터링 현상이 존재하는 것이 바람직하다.

이제 다음과 같은 지수함수 형태의 모델링오차가 존재하는 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 고찰하기로 한다.

$$\mu_a(t) = 0.05[1 - \exp(-3t)] \quad (33)$$

$$\mu_f(t) = .005[1 - \exp(-10t)]$$

이 결과는 Fig. 7에 표시되어 있고, 같은 형태의 함수를 가지면서 모델링오차의 크기가 각각 두 배 일 때의 결과도 Fig. 8에 표시되어 있다. 모델링오차가 지수 함수 형태로 존재할 때 슬라이딩 모드 페루프 제어시스템의 응답은 약간의 채터링 현상을 제외하고는 만족스런 결과를 나타내고 있음을 알 수 있다. 채터링 현상도 그 크기가  $\pm 2\%$  이내에 존재하고 있으므로 시스템 성능에 큰 영향을 주지

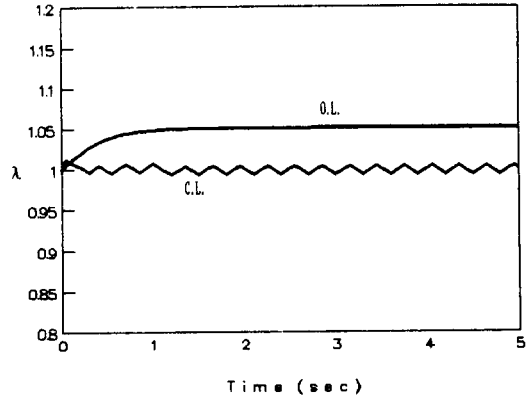


Fig. 7 Time response of  $\lambda$  for fuel-injection control system with exponential modelling errors ( $\mu_{a,max}=5\%$ ,  $\mu_{f,max}=0.5\%$ )

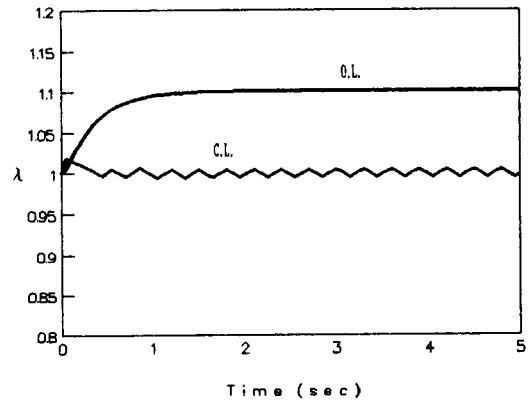


Fig. 8 Time response of  $\lambda$  for fuel-injection control system with exponential modelling errors ( $\mu_{a,max}=10\%$ ,  $\mu_{f,max}=1\%$ )

않는다. 또한 모델링오차가 최대 한계 오차 범위 내에 존재하는 한 슬라이딩 모드 제어 시스템은 오차의 크기에 관계없이 강인한 성능을 갖는다는 것도 알 수 있다.

실제 운전상태를 고려해 볼 때 모델링오차가 지수함수 형태라고 생각하기에는 다소 미흡한 점이 있기 때문에 정현파 형태와 톱니 형태로 가정하여 그 성능을 고찰해 보았다. 우선 모델링오차가 다음과 같이 정현파 형태로 가정하는 경우,

$$\mu_a(t) = 0.1[1 - \sin(2\pi t)] \quad (34)$$

$$\mu_f(t) = 0.01[1 - \sin(10\pi t)]$$

Fig. 9와 같은 시뮬레이션 결과를 얻었다. 정현파와 같은 형태의 모델링오차가 존재하는 경우는

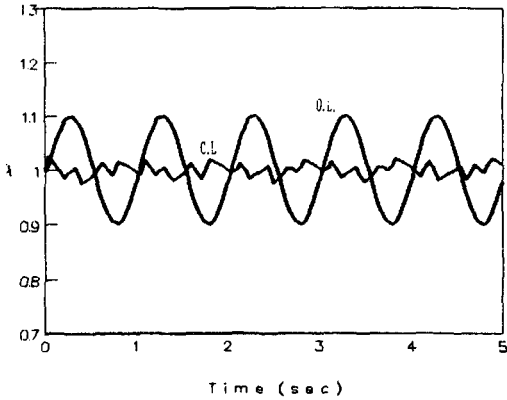


Fig. 9 Time response of  $\lambda$  for fuel-injection control system with sinusoidal modelling errors ( $\mu_{a,max} = 10\%$ ,  $\mu_{f,max} = 1\%$ )

실제 엔진의 운전상태가 완만하게 주기적으로 변하고 있는 상태를 의미한다. 이 경우에도 Fig. 9에서 보듯이 슬라이딩 모드 폐루프 제어 시스템은 만족스러운 응답을 나타내고 있음을 알 수 있다. 계속 상태가 변하고 있기 때문에 채터링 현상이 다소 크게 발생하고 있지만 그 크기는 설계 목적에 만족할만한 크기이다.

다음, 스로틀 밸브 각도  $\alpha(t)$ 가 Fig. 10과 같은 톱니 형태로 존재하는 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 고찰하기로 한다.

위와 같이 스로틀 밸브 각도가 변하는 경우는 실제 시스템의 운전상태가 급격하게 변화하는 경우에 해당된다. Fig. 11에서 표시한 시뮬레이션 결과를 살펴보면 운전 상태가 급격하게 변하는 부분을 제외한 응답은 만족스럽게 나타나고 있으며 상태가 급격히 변화하여도 짧은 시간 내에 정상상태에 도달하기 때문에 슬라이딩 모드 폐루프 제어시스템은 양호한 성능을 가지고 있음을 알 수 있다.

$O_2$  센서의 출력 전압 특성을 ON/OFF 형태로 가정하는 경우에 대한 시뮬레이션 결과들을 종합해보면 슬라이딩 모드 폐루프 제어시스템은 채터링 현상이 일어나고 있지만 그 크기는 설계 목적을 만족할 수 있는 범위 내에 존재하고 있으며 모델링오차나 외란 등의 불확실성에 대해서도 강인성을 가지고 있다는 것을 알 수 있다.

(2)  $O_2$  센서의 특성을 포화 형태로 가정하는 경우

Fig. 3에 표시된  $O_2$  센서의 특성을 자세히 관찰

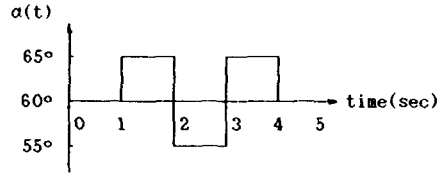


Fig. 10 Saw-toothed modelling error due to throttle valve angle

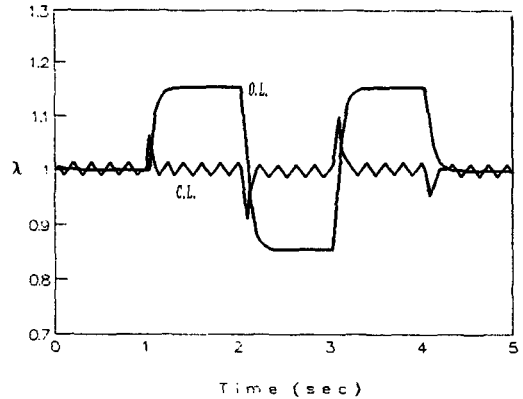


Fig. 11 Time response of  $\lambda$  for fuel-injection control system with saw-toothed modelling errors

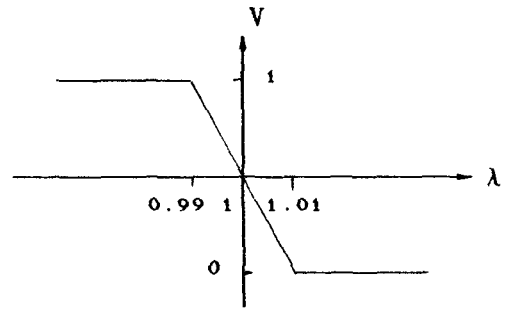


Fig. 12  $O_2$  sensor output characteristics : Saturation type

해 보면 거의 ON/OFF 형태로 가정할 수 있지만 이론 공연비 근처에서 선형적으로 출력 전압이 변하는 부분이 있음을 알 수 있다. 이러한 특성을 고려하여  $O_2$  센서의 출력 전압 특성을 Fig. 12와 같이 포화 형태로 가정 하기로 한다.

여기서는 모델링오차가 정현파 형태와 톱니 형태로 존재하는 경우에 대해서만 시뮬레이션 결과들을 도시하고 간략히 그 결과를 고찰하였다.

Fig. 13과 Fig. 14로부터 알 수 있듯이  $O_2$  센서의

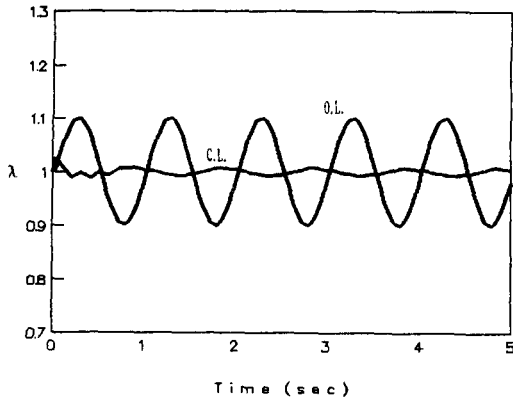


Fig. 13 Time response of  $\lambda$  for fuel-injection control system with sinusoidal modelling errors ( $\mu_{a,max}=10\%$ ,  $\mu_{f,max}=1\%$ )

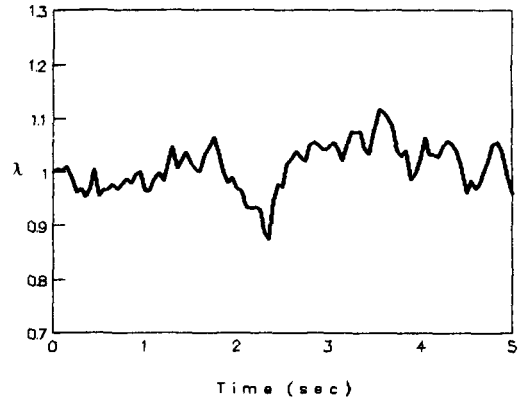


Fig. 15 Time response of  $\lambda$  for open-loop system with random modelling errors

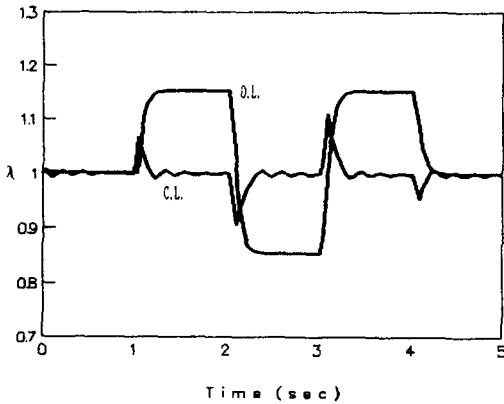


Fig. 14 Time response of  $\lambda$  for fuel-injection control system with saw-toothed modelling errors

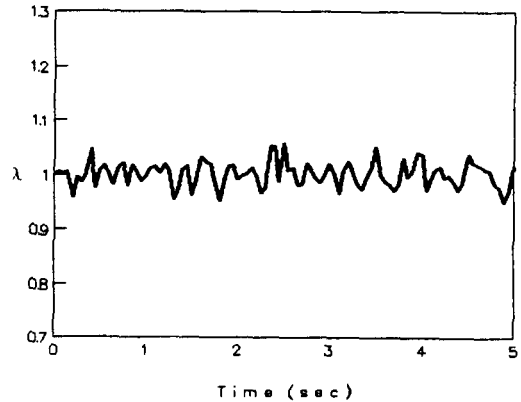


Fig. 16 Time response of  $\lambda$  for fuel-injection control system with random modelling errors

특성을 포화 형태로 가정하는 경우는  $O_2$  센서의 특성을 ON/OFF 형태로 가정하는 경우와는 달리 채터링 현상이 발생하지 않으므로 보다 양호한 성능을 나타낸다.

끝으로 모델링오차가 보다 실제 시스템에 가까운 랜덤한 경우에 대해 생각해 보기로 하자. Fig. 15와 같이 평균이 0, 표준편차가 0.03, 그리고 자기상관시간이 1초인 랜덤 형태의 모델링오차가 존재한다고 가정할 때 슬라이딩 모드 페루프 제어시스템에 대한  $\lambda$ 의 시간응답은 Fig. 16과 같다. Fig. 16에서 보듯이 슬라이딩 모드 페루프 제어시스템 응답의 표준편차가 약 50% 감소 되었으므로 슬라이딩 모드 제어방법을 이용한 연료분사 제어시스

템은 실제 엔진에 적용되어도 양호한 성능을 가질 것으로 예측된다.

### 5. 결 론

슬라이딩 모드 제어방법은 비선형 시스템에 적용시키기에 적당한 제어방법이며 모델링오차나 외란 등의 불확실성에 대하여 강인성을 갖는 방법이므로 비선형 시스템인 자동차 엔진 시스템에 이 이론을 적용시켜 해석적으로 연료분사 제어시스템을 설계 할 수 있음이 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 입증되었다. 특히  $O_2$  센서 출력 전압의 특성으로 인해 피드백 되는 상태의 값이 ON/OFF 형태의 값일지



라도 새로이 설계된 슬라이딩 모드 페루프 제어 시스템의 과도응답 및 정상상태응답은 매우 만족스러운 결과를 얻었으며, 그리고 한번 설계된 연료분사 제어시스템은 상태 모델식에 포함된 시스템 파라미터들을 조정함으로써 여러 형태의 엔진에도 쉽게 적용할 수 있음을 알 수 있다. 그렇지만 슬라이딩 모드 제어 방법을 실제 엔진에 적용할 때의 하드웨어적인 문제, 엔진 모델링 과정에서 고려하지 않은 사항들 즉, 배기가스 압력, 배기가스 순환률(EGR), 그리고 엔진 부하 등의 주요 상태변수들을 고려한 보다 성능이 우수한 연료분사 제어기 설계에 대한 연구가 계속 되어야 할 것이다.

### 참 고 문 헌

- (1) Falk, C.D. and Mooney, J.J., 1980, "Three-Way Conversion Catalysts : Effect of Closed-Loop Feed-Back Control and Other Parameters On Catalyst Efficiency", SAE Paper No. 800462.
- (2) Ribben, W.B. and Mansour, N.P., 1988, "Understanding Automotive Electronics", Howard W. Sams and Company.
- (3) Shida M., 1988, "Wide Range Air-Fuel Ratio Control System", SAE Paper No. 880134.
- (4) Sung, N.W. et al., 1987, "Development of the Electronic Control System for the Domestic Engine", KIMM Report.
- (5) Slotine, J.J.E., 1981, "Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces", Ph. D. Thesis, Dept. of Aero. and Astro., M.I.T.
- (6) Cho, D. and Hedrick, J.K., 1988, "Sliding Mode Fuel-Injection Controller : Its Advantage", Winter Annual Meeting.
- (7) Dobner, D.J., 1982, "Dynamic Engine Models for Control Development Part 1 : Nonlinear and Linear Model Formulation", International Journal of Vehicle Design.
- (8) Bakakin, A.V. and Utkin, V.I., 1968, "On Condition for Stability of Sliding Motions in Variable Structure System", In 'Analiz i sintez sistem avtomaticheskogo upravleniya', Moscow, Nauka.
- (9) Harashima, F., Hashimoto, H., Yamamoto, H., 1986, "Brushless Servo Motor Control Using Variable Structure Approach", IEEE IAS Annual Meeting.
- (10) Slotine, J.J.E. and Sastry, S.S., 1983, "Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces with Applications to Robot", Int. J. of Control, Vol. 38, No. 2, pp. 465~492.