大韓機械學會論文集 第13卷 第6號, pp. 1257~1268, 1989.

〈論 文〉

천이 박리기포의 부분 포물형 방정식을 이용한 수치적 해석

강 동 진* · 최 도 형*

(1989년 3월 2일 접수)

Analysis of the Transitional Separation Bubble Using Partially Parabolized Navier-Stokes Equations

D. J. Kang and D. H. Choi

Key Words: Partially Parabolized(부분 포물형), Separation Bubble(박리기포), Transitional Separation bubble(천이 박리기포)

Abstract

A new numerical procedure for the analysis of the transitional separtion bubble is presented. In this partially parabolic procedure, the viscous-inviscid interaction is naturally accounted for as the governing equations preserve the ellipticity of the pressure field and the higher order curvature terms which are neglected in the Interactive Boundary Layer(IBL) methods are included. One laminar and two transitional bubbles have been studied ; the results demonstrate the accuracy and the reliability of the present method especially for the leading edge separation bubble. It is also found that the surface curvature and the boundary conditions play an important role in obtaing the domain independent solution.

기 호 설 명

b_o : Howarth유동에서의 자유유동 속도
$-b_1$: Howarth유동에서의 자유유동 가속도
C_f : 무차원화된 벽면 전단응력($C_f=2\tau_w/\rho U_e^2$)
C_f^* : 무차원화된 벽면 전단응력 ($C_f^*=\tau_w/\rho\nu^{1/2}b_o b_1^{1/2}$)
Cp : 무차원화 된 벽면 압력계수 ($Cp=2(P_w-P_o)/\rho U_o^2$)
L : 특성 길이
P_w : 벽면 압력
R_e : 레이놀즈 수
S_{tr} : 천이 시작점
U_e : 자유유동 속도
U_o : 특성 속도
γ : 간헐도계수
ν_t : 와 점성계수
τ_w : 벽면 전단응력

하 첨 자

w : 벽면(wall)
$,x(y)$: $x(y)$방향의 미분

1. 서 론

다목적 비행체 뿐만아니라 원거리 조정 비행체, 터빈의 팬 깃, 터빈의 로우터 등의 성능 증대를 위해서는 저속도에서 운전하는 익형의 유동특성에 대한 이해가 필수적이어서, 이에 대한 관심이 고조되고 유용한 결과들이 많이 보고되었음에도 여전히 많은 문제들이 해결되지 않고있다. 그들 중의 하나가 익형의 선단(leading edge)에 발생하는 천이 박리기포(transitional separation bubble)주위 유동

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

에 대한 이해의 부족이다[1].

일반적으로, 익형이 임의의 입사각을 가지는 유동장에 놓일때 정체점에서 익형의 흡입면(suction surface)을 따라서 발달하는 층류 경계층이 흡입피크점(suction peak)을 지난 후 강한 역압력 구배를 이기지 못하여 박리를 일으키고 박리된 불안정한 경계층 흐름이 천이를 거쳐서 난류 경계층으로 재부착하는 기구를 천이 박리기포라 한다. 이를 층류 박리기포(laminar separation bubble)라 부르기도 하는데, 이는 경계층이 층류박리를 일으키는 것에 주안점을 두었기 때문이다.

1930년대 초부터 시작된 실험적 연구[2]로부터 익형의 선단에 발생하는 천이 박리기포의 발생조건, 그의 크기 등 거시적인 박리기포의 구조는 널리 알려졌으나, 보다 자세한 박리기포 주위의 유동이나 천이모델 등에 대한 연구는 여전히 미흡한 상태이다. Briley 등[3]이 1975년에 천이 박리기포 주변유동 연구에 유한 차분법을 시도한 것을 필두로, Cebeci등[4]이나 Kwon등[5]의 연구 결과가 말해주듯이, IBL(Interactive Boundary Layer) 방법에 기초한 유한 차분법이 천이 박리기포 주위의 복잡한 유동해석에 널리 사용되고 있다. 특히, Kwon등[6]과 Vatsa등[7]은 그들의 IBL 방법을 익형의 선단 부근에 발생하는 천이 박리기포의 유동해석에 이용하는 등 활발한 연구를 수행하고 있다.

널리 사용되는 IBL 방법은 얇은 경계층 근사에 기초를 두고서 원천적으로 표면곡률(surface curvature)의 영향을 무시한다. 점성유동의 영향은 교란이론(perturbation theory)에 따라서 배제두께를 통하여 비점성 유동 계산시 벽면 경계조건으로 고려되며, 비점성 유동의 해는 다시 점성유동 계산시 바깥 경계조건으로 고려된다. 이러한 점성-비점성 유동간의 상호작용은 대개 적분 방정식의 형태로 표현되며[4] 무한 평판위에 발달하는 경계층에서만 엄밀하게 적용 가능한 식[7]이어서 익형의 선단등 표면곡률이 대단히 큰 영역에서 오차가 커지는 것이 단점이라 하겠다.

한편, 저자는 앞선 연구에서 부분 포물형 방정식으로 박리기포 주변유동을 잘 포착할 수 있음을 보인 바 있다[8]. 본 연구에서는 이에 천이와 난류모델을 첨가하여 층류 경계층이 천이를 거쳐 난류 경계층으로 발달해가는 전과정을 해석하려고 한다. 또, 이러한 부분 포물형이나 완전 Navier-Stokes 방정식을 사용함에 있어서 표면곡률항의 중요성을 보이며, 익형의 선단등 표면곡률이 중요한 영역에서도 적용가능한 수치적 방법을 제시한다.

2. 이 론

2.1 연구범위

본 연구에 사용된 수치 계산법에 틀림이 없고 또 그 적용범위를 살펴보기 위해서 다음의 세가지 유동에 대한 수치적 해를 다른 연구자들의 결과와 비교하고자 한다. 첫째, Howarth유동에 대한 계산으로 본 부분 포물형 방정식의 해가 완전 Navier-Stokes 방정식의 해와 거의 일치하는 정확한 방법이라는 것과 상류 경계조건의 하나인 벽면에 수직한 속도성분 V가 해에 무시할 수 없을 정도의 큰 영향을 미침을 보이고자 한다. 두번째, 대표적인 천이 박리기포 유동문제라 할 수 있는 익형 NACA 66_3-018에 대한 본 방법의 해를 Gault[10]의 실험치와 비교하여 본 방법에 대한 신뢰도를 높이며, 나아가 천이 박리기포 유동해석시 계산영역에 무관하고 수치적으로 보다 안정된 해를 얻을 수 있는 수치적 방법을 제시한다. 끝으로, 입사각이 8°인 경우 수정된 NACA 0010의 선단 부근에 형성되는 천이 박리기포 주변유동의 해석결과를 Gault[10]의 실험치와 IBL[7]의 결과등과 비교하여 본 방법의 우수성을 보이고자 한다.

2.2 지배 방정식

이차원 직교 윤곽좌표계(body-fitted coordinate system)에서 원시변수(primitive variable)에 기초한 시간 평균치 완전 Navier-Stokes 방정식으로부터 주유동 방향의 확산항을 무시하여 부분 포물형 방정식을 얻을 수 있는데, 본 연구에 사용된 방정식은 아래와 같다. ξ와 η는 각각 벽면에 평행이고 직각인 좌표를 가르키는데, 평판의 경우는(X, Y)로, 익형의 경우는(S, N)으로 표기한다.

연속 방정식

$$\frac{1}{h_1}\frac{\partial \overline{U}}{\partial \xi}+\frac{1}{h_2}\frac{\partial V}{\partial \eta}+k_{21}U+k_{12}V=0 \qquad (1)$$

ξ방향의 운동량 방정식

$$\frac{U}{h_1}\frac{\partial \overline{U}}{\partial \eta}+\frac{V}{h_2}\frac{\partial U}{\partial \eta}+(k_{12}U-k_{21}V)V = -\frac{1}{h_1}\frac{\partial P}{\partial \xi}-\frac{1}{h_2}\frac{\partial \overline{uv}}{\partial \eta}-2k_{12}\overline{uv}$$

$$+\frac{1}{Re}[L_1(U)+L_2(V)] \quad (2)$$

η방향의 운동량 방정식

$$\frac{U}{h_1}\frac{\partial V}{\partial \xi}+\frac{V}{h_2}\frac{\partial V}{\partial \eta}+(k_{21}V-k_{12}U)U$$
$$=-\frac{1}{h_2}\frac{\partial P}{\partial \eta}-\frac{1}{h_1}\frac{\partial \overline{uv}}{\partial \xi}$$
$$-2k_{21}\overline{uv}-\frac{1}{Re}[L_1(V)-L_2(U)] \quad (3)$$

여기서, L_1과 L_2는 다음과 같이 정의된다.

$$L_1=\frac{1}{h_2^2}\frac{\partial^2}{\partial \eta^2}+(k_{21}-k_{11})\frac{\partial}{h_1\partial \xi}$$
$$+(k_{12}-k_{22})\frac{\partial}{h_2\partial \eta}-k_{21}^2-k_{12}^2$$
$$L_2=2\left(k_{12}\frac{\partial}{h_1\partial \xi}-k_{21}\frac{\partial}{h_2\partial \eta}\right)$$
$$+\frac{1}{h_1}\frac{\partial k_{12}}{\partial \xi}-\frac{1}{h_2}\frac{\partial k_{21}}{\partial \eta}$$

또한, h_1, h_2는 좌표 변환계수(metric coefficients)들이고 k_{ij}와 a_{ij}는 아래와 같이 정의 된다.

$$k_{ij}=\frac{1}{h_ih_j}\frac{\partial h_i}{\partial \xi_j} \qquad (\xi_1=\xi_2,\ \xi_2=\eta)$$
$$a_{11}=a_{22}=-(k_{12}^2+k_{21}^2)$$
$$a_{12}=\frac{1}{h_1}\frac{\partial k_{21}}{\partial \xi}-\frac{1}{h_2}\frac{\partial k_{21}}{\partial \eta}$$
$$a_{21}=\frac{1}{h_2}\frac{\partial k_{21}}{\partial \eta}-\frac{1}{h_1}\frac{\partial k_{12}}{\partial \xi}$$

U, V는 각각 ξ, η방향의 시간 평균치 속도성분으로 특성속도 U_o로 무차원화 되었고 P는 시간 평균치 압력으로 ρU_o^2로 무차원화 되었다. 레이놀즈 수는 $Re=\rho U_oL/\mu$이다. 본 논문에서 사용한 부분 포물형 방정식은 Chen등[19]이 사용한 것과 동일한 형태로 자세한 유도 과정이나 부분 포물형 방정식의 특징 등은 참고문헌 (19)에 잘 나타나 있다.

2.3 난류 및 천이 모델

익형위에 발생하는 천이 박리기포는 그 크기에 따라 짧은 혹은 긴 박리기포로 나뉘어지는데[2] 본 논문에서 택한 입사각이 0°인 NACA 66_3-018익형 주위에 형성되는 비교적 긴 박리기포의 경우도, 박리된 경계층 유동은 천이가 일어나면 급격하게 재부착하므로 난류 박리영역은 대단히 짧다. 따라서 난류박리 영역내에서 Cebeci-Smith모델을 별다른 수정없이 사용하여도 좋은결과를 얻을 수가 있다[4,7]. 또한, 선행된 연구에서도 밝혔듯이 레이놀즈 응력중에서 수직성분이 해에 미치는 영향은 전단 응력의 영향에 비하여 거의 무시할 수가 있어서 이들 항은 지배 방정식에서 무시하였다[11]. 그런데, 본 논문에서 사용하는 지배 방정식은 원시변수들을 종속변수로 사용하므로 Cebeci-Smith 모델은 사용하기에 불편하다 하겠다. 왜냐하면, Cebeci-Smith 모델에서는 경계층의 두께와 배제두께 등의 계산이 필요한데, 박리기포 부근에서는 경계층의 두께나 배제 두께등의 변화가 심하여 해에 수치적 오차가 끼어들 여지가 많기 때문이다[12]. 이에 비해 Baldwin-Lomax 모델은 기준 길이(length scale)와 기준속도(velocity scale)를 와도(vorticity)의 함수로 나타내어 사용하기에 편리한 모델이라 하겠다. 따라서, 원시변수로 쓰여진 부분 포물형 이나 완전 Navier-Stokes방정식을 사용할 때에는 Baldwin-Lomax 모델이 널리 사용되고 있다[12,13].

본 연구에서 사용하는 난류모델은 참고문헌 (13)에 사용된 것과 동일하다. 즉 와점성 계수 ν_t는 $\nu_t=(\alpha VL)\gamma_{tr}$로 주어지는데 α는 상수를 V은 L은 각각 기준속도와 기준길이를 그리고 γ_{tr}은 간헐도계수(intermitterncy factor)를 나타내며, 이들은 다음과 같이 두 층으로 나뉘어 정의된다. 내, 외부층의 경계 (yc)는 와점성계수의 연속성으로부터 정할 수가 있는데, 보다 자세한 내용은 참고문헌 (13)에 잘 정리되어 있다.

(1) 내부층(inner layer) : $y<y_c$

$$\alpha=1$$
$$\gamma_{tr}=1$$
$$V=L|w|$$
$$L=0.4y[1-exp(-y^+/26)]$$
$$y^+=y\left[\frac{\rho|w|}{\mu}\right]_w^{1/2}$$

여기서, w는 와도(vorticity)이고 하첨자 w는 벽면을 의미한다.

(2) 외부층(outer layer) : $y>y_c$

$$\alpha=0.0168$$
$$\gamma_{tr}=[1+5.5(0.3y/y_{max})^6]^{-1}$$
$$V=\min[F\max,\ (U\max-U\min)^2/f\max]$$
$$L=y_{max}C_{bl}$$
$$F(y)=y|w|\left[1-\exp\left(-\frac{y^+}{26}\right)\right]$$

여기서 $C_{bl}=1.6$으로 하며 $U\max$와 $U\min$은 각각 U의 최대치와 최소치를 $\min[A,B]$는 두 값중 최소치를 의미한다. y_{max}은 f가 최대가 되는 y를 나타낸다.

층류 경계층이 천이를 거쳐 난류 경계층으로 발달해가는 과정은 지금도 연구가 활발하며 우리들의 지식이 부족한 유체역학 분야중 하나이다. 따라서, 천이과정을 정확히 모델링하는 것은 대단히 어려운 일이라 하겠다. 그러므로 흔히들 간헐도계수(intermittent factor)를 이용하여 층류경계층과 난류 경계층을 무리없이 연결시킨다[3,7]. 본 연구에서도 이러한 수치적 기술을 사용하며 간헐도계수 γ는 Crimi등[14]이 제시한 식을 사용하기로 한다. 즉, $\gamma=1-\exp[1-C_{tr}(S-S_{tr})^2]$이다. 여기서 $C_{tr}=0.025/(\delta^*_s)^2$이며 δ^*_s는 박리점에서의 배제두께이다. 또한, S는 벽면에 평행한 좌표이며 S_{tr}은 천이시작점을 나타내는데 이 점은 실험치로부터 구하였다. 따라서, 천이 영역내에서 실제 와점성계수는 $\nu_t\gamma$가 된다.

3. 수치적 해법

3.1 격자계와 경계조건

지배 방정식이 원시변수로 쓰여진 부분 포물형이나 완전 Navier-Stokes 방정식인 경우에 압력구배를 중앙 차분법으로 근사하는 해법은 물리적으로 불합리한 압력장(checker board pressure pattern)이 형성되는 어려움을 겪는다[15]. 이러한 어려움 때문에 흔히 엇물림(staggered) 격자계를 사용하는데, 본 연구에서는 그 중 Fig. 1에 도시된 형태의 격자계를 사용하기로 한다.

본 연구에서 사용하는 지배 방정식은 부분 포물형인데 엇물림 격자계를 사용하므로 상류 경계면(upstream boundary)과 벽면(wall)을 따라서는 속도장만의, 하류 경계면(downstream boundary)에서는 압력장만의 경계조건이 요구된다. 경계조건들은 Fig. 2에 개괄적으로 정리되어 있다. 그림에서 ξ_u, ξ_d는 각 각 상류와 하류경계면을 가리킨다. 벽면을 따라서는 속도성분 $U,V=0$이라 두고, 상류 경계면에서 벽면에 평행한 속도성분 U는 경계층 방정식의 해등으로부터 구하고, 수직한 속도성분 V에 대해서는 속도나 주유동 방향의 미분치 $(\partial V/\partial\xi)$를 준다. 하류 경계면에서는 압력장의 경계조건만이 요구되므로 주유동 방향의 미분치$(\partial P/\partial\xi)$를 포텐셜 유동의 해로부터 구하여 준다. 바깥 경계면(outer boundary)을 따라서는 포텐셜 유동의 해로부터 U와 P의 분포를 주며 V는 연속 방정식으로부터 얻는다.

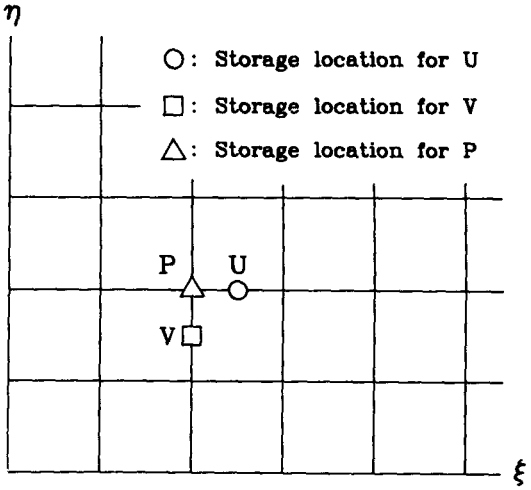

Fig. 1 Staggered gird formation

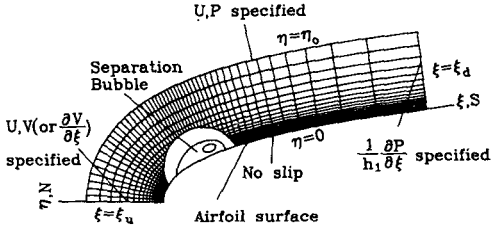

Fig. 2 Specification of boundary conditions

3.2 반복계산 과정

주유동 방향의 미분치는 상류(upwind)차분법을 이용하고, 나머지는 중앙 차분화하여 얻은 대수형 지배 방정식을 CELS(Coupled Equation Line Solver) algorithm[16]을 이용하여 속도장과 압력장을 연관(coupling)시키는데, 이에 대한 자세한 서술은 저자의 선행된 연구[8]에서 찾을 수 있으며, 보다 원천적인 지식은 참고문헌 (16)에 잘 정리되어 있다. 초기 추측치로부터 수렴된 해를 얻는 과정은 Fig. 3에 도시한 Algorithm을 따르는데, 다음과 같은 과정을 거친다.

(1) 경계조건과 초기 추측치를 준다.

(2) 천이여부를 조사하여 천이가 일어나면 난류모델을 사용한다.

(3) 연속 방정식과 ξ방향 운동량 방정식으로부터 U와 P의 V에 관한 차분 관계식을 얻는다.

(4) 과정 (3)에서 얻은 식들을 η방향 운동량 방정식에 대입하여 V에 관한 Pentadiagonal 방정식을 얻는다.

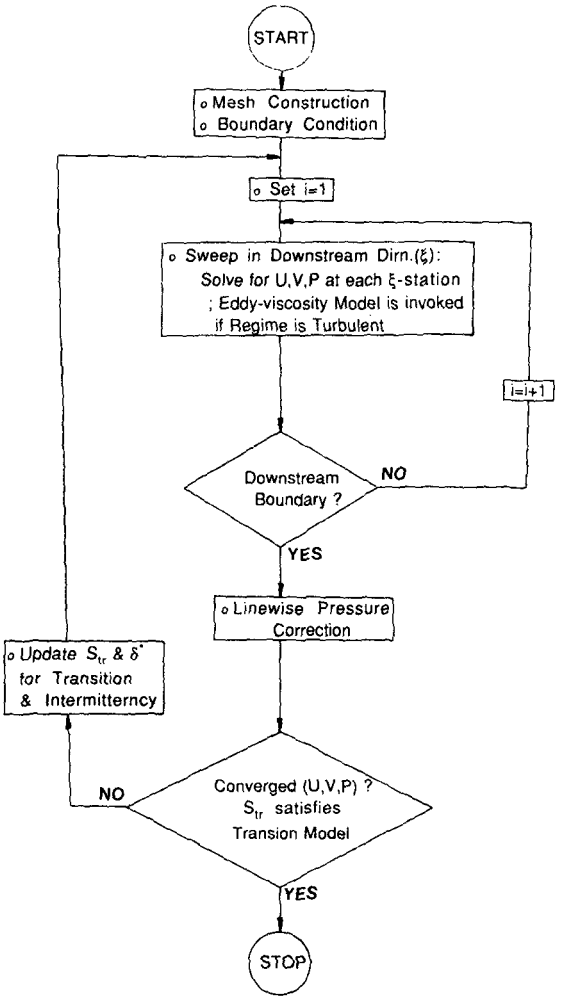

Fig. 3 Flow chart

(5) 과정 (4)의 연립방정식의 해 즉, V를 구한다.

(6) 연속 방정식과 ξ방향 운동량 방정식으로부터 각각 U와 P를 구한다.

(7) 비선형 항의 계수와 천이가 일어난 경우에 레이놀즈 응력을 새 값으로 수정해가며 과정 (3)~(6)을 1~2번 반복 계산한다.

(8) 하류 경계로부터 상류 경계까지 ξ방향 운동량 방정식을 이용하여 압력을 수정해 준다.

(9) 수렴여부를 조사하여 계산 종결여부를 결정한다.

(10) 천이모델에 의해 간헐도 계수를 수정한 뒤에 과정 (2)로 되돌아 간다.

수렴조건으로는 속도성분과 압력값을 이전의 수행(previous sweep)치와 비교하여, 그 변화의 최대치가 10^{-3}보다 작게 될 때로 하였으며 이를 만족시키기 위한 전체적인 반복계산은 대체로 200번 정도 요구된다.

널리 사용되는 IBL 방법에서는 점성-비점성 상호작용을 고려해 줄 수 있는 Hilbert 적분 방정식[4] 등과 같은 보조 방정식이 필수적인데 반해서, 본 부분 포물형 방정식을 이용한 수치계산법에는 지배방정식에 압력장의 타원형 성질이 담겨져 있어서 점성유동과 비점성 유동간의 상호작용이 자연스럽게 이루어지고 그런 보조 방정식이 필요치 않아 수치적으로 보다 간편하다 하겠다.

4. 결과 및 토의

4.1 Howarth 유동

인위적으로 주유동방향의 압력구배를 변화시켜서 층류 박리기포를 발생시키는 Howarth유동은 대표적인 층류 박리기포 유동문제라 하겠다. 자세한 유동장의 서술이나 계산조건은 참고문헌 (8)에 잘 정리되어 있으며, 여기서는 Briley[9]가 완전 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 계산한 여러 경우들 중에서 4경우를 계산하여 그 결과를 Briley[9]의 해와 비교하여, 본 방법이 박리기포를 수반하는 유동해석에 유용한 방법이 될 수 있음을 보이고자 한다. 바깥 경계면에서 속도분포는 $U_e=b_o-b_1X$로 주며 압력은 Bernoulli 방정식으로부터 구한다. 여기서 $b_o=30.5$(m/sec)이고 $b_1=300$(1/sec)이다. 경우 1~4는 Fig. 4의 상단에 도시된 것처럼 U_e/b_o의 분포에 따라 구별되며, Briley[9]의 논문에서 다루어진 해 1~4에 해당된다. 상류 경계조건으로 벽면에 평행한 속도성분 U는 Howarth유동의 해[9]를, 수직한 속도성분 V는 속도 또는 그 미분치를 0이라 둔다($\partial V/\partial X=0$). 하류 경계조건으로는 압력의 미분치를 0이라 둔다($\partial P/\partial X=0$).

Fig. 4는 $C_f^*=\tau_w/\rho\nu^{1/2}b_ob_1^{1/2}$로 무차원화 된 벽면 전단응력의 분포를 도시한 것인데, τ_w는 벽면 전단응력을 ν는 점성계수를 가리킨다. 그림에서 경우 1~4까지의 계산결과는 완전 Navier-Stokes 방정식을 이용한 Briley[9]의 해와 잘 일치함을 알 수가 있다. 다만, 경우 3과 4는 하류 경계면 부근에서 다소간의 차이를 보여주는데 이는 두 방법에 사용된 하류 경계조건이 서로 다르기 때문에 나타난 차이라 생각된다. 다시말하면, Briley는 하류 경계면에서 경계층 유동이 완전히 회복되어서 경계층근사가 적당하다는 가정을 한 반면에, 본 방법에

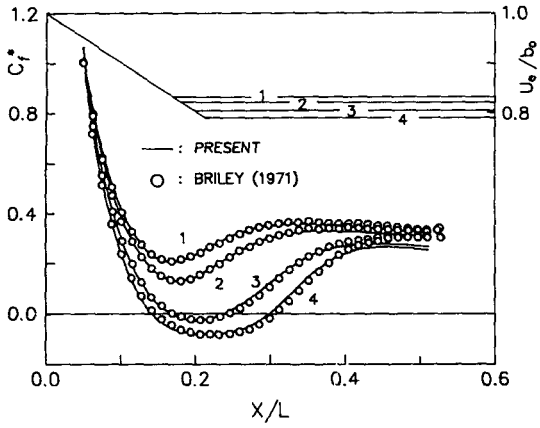

Fig. 4 Distributions of the dimensionless wall shear stress for all four cases Case 1, 2, 3 and 4

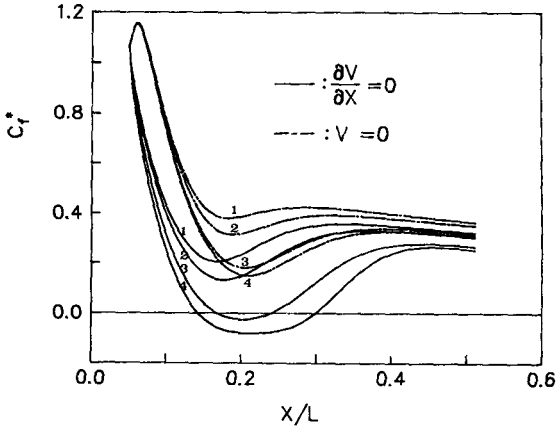

Fig. 6 Influence of boundary condition for V on the dimensionless wall shear stress

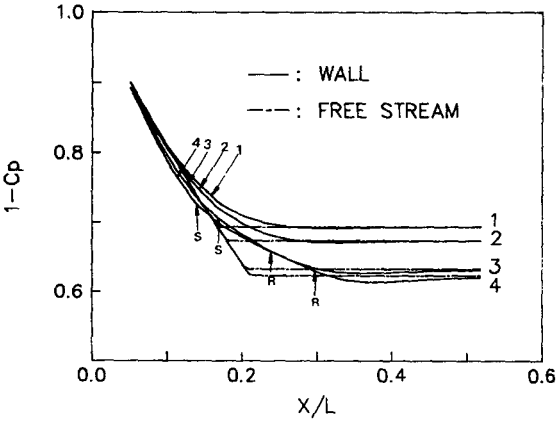

Fig. 5 Distributions of the pressure coefficient for all four cases Case 1, 2, 3 and 4

서는 $\partial P/\partial X=0$이라는 조건을 사용하였다. 이러한 경계조건의 차이는 압력분포에 그 영향을 미치며 다음에 설명하는 Fig. 5에 명확히 나타나있다. Fig. 5는 압력계수를 도시한 것으로 앞서 언급한 서로 다른 두 하류 경계조건이 해에 미치는 영향을 잘 보여 주고 있는데, 경우 3과 4의 벽면압력(실선)은 하류 경계면 부근에서 조차도 바깥 경계면 압력(일점쇄선)과 차이를 보여주고 있다. 즉, 하류 경계면에서의 경계층 근사($\partial P/\partial Y=0$)는 잘못된 가정임을 알 수가 있다. 또한, 그림을 자세히 살펴보면 박리기포등의 교란이 커질수록 하류쪽으로 더욱 멀리까지 교란의 영향이 미치고 그로 인하여 본 방법의 계산결과와 Briley의 결과간의 차이가 점차 커짐을 알 수가 있는데, 이는 교란이 커질수록 하류 경계조건으로 경계층 근사를 사용하기에는 하류 경계면이 박리기포와 너무 가깝기 때문에 일어난 것으로 사료된다. Carter[17]는 IBL방법을 이용하여 Howarth유동을 해석하였는데, 무차원화 된 벽면 전단응력과 압력계수의 거동이 본 방법의 결과와 거의 일치한다. 또한, Fig. 4의 벽면 전단응력 비교를 통해, 본 방법의 해는 전체적으로 Briley의 해와 거의 일치한다고 말할 수 있으며, Fig. 5에서 S는 박리점을 R은 재부착점을 가리키는데, 박리기포는 상 하류 양쪽으로 그 영향이 미치며 본 방법은 이러한 타원형 성질을 잘 반영하고 있음을 알 수 있다.

한편, 벽면에 수직한 속도성분 V에 대한 상류 경계조건으로 $V=0$과 $\partial V/\partial X=0$이 해에 미치는 영향은 무차원화 된 벽면 전단응력을 도시한 Fig. 6과 압력 계수를 도시한 Fig. 7에 잘 보여진다. 즉 상류 경계면 부근에서 Fig. 6에 도시된 벽면 전단응력과 Fig. 7에 도시된 압력계수는 물리적으로 불합리한 거동을 보여 주는데 그 이유는 다음과 같이 설명을 할 수가 있겠다. $V=0$이라는 경계조건은 연속 방정식으로부터 $\partial U/\partial X=-\partial V/\partial Y$이므로 상류 경계면 부근에서 $\partial U/\partial X=0$을 의미하는데 바깥 경계면 부근에서 이러한 가정은 전혀 맞지를 않는다. 왜냐하면 Howarth 유동은 바깥 경계면에서 $\partial U/\partial X=-b_1\neq 0$이기 때문이다. 따라서 $V=0$이라는 경계조건은 상류 경계면 부근에서 불연속적인 $\partial U/\partial X$의 분포를 의미하는데, 이러한 불 연속적인 경계조건의 영향은 압력계수의 분포를 도시한

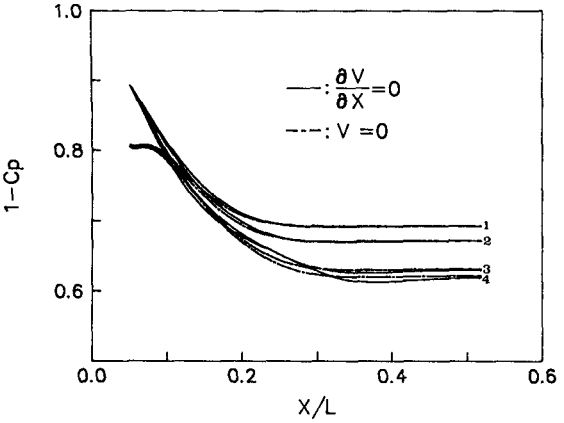

Fig. 7 Influence of boundary condition for V on the wall pressure coefficient

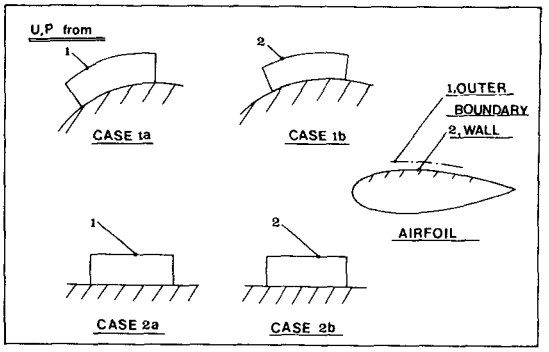

Fig. 8 Classification of cases 1a, 1b, 2a and 2b

Fig. 7에 명확히 나타나있다. 그림에서 $V=0$의 경우는 벽면 압력(이점쇄선)이 Fig. 5에서의 바깥 경계면 압력(일점쇄선)과 큰 차이을 보여주므로, 벽면에 수직한 방향으로의 극심한 압력구배를 가지게 되고 이는 Fig. 6에 나타나 있듯이 벽면 전단응력(일점쇄선)을 크게 증가시킨다. 반면에 경계조건 $\partial V/\partial X=0$은 $\partial^2 U/\partial X^2=0$을 의미하므로 앞의 불연속성이 나타나지 않는다.

결국, V의 크기는 U에 비해 대단히 작지만 해에 미치는 영향은 지대함으로 V의 경계조건은 지배 방정식에 적합하게 주어야 함을 알 수가 있다. Israelli[18]등도 이와 유사한 해의 거동을 지적한 바 있다. 일반적으로, 익형의 표면에서 포텐셜 유동의 해는 $\partial U/\partial X\neq 0$의 분포를 보여주므로 앞서 설명한 현상은 익형 주위유동의 수치계산시 흔히 일어날 수 있다. 따라서, 경계조건을 대입함에 있어서 벽면에 나란한 속도성분 U뿐만아니라 수직한 속도성분 V에 대한 고려도 충실해야 함을 보여주는 좋은 사례라 생각된다.

4.2 NACA 66_3-018

NACA 66_3-018 익형위에 발생하는 천이 박리기포에 대한 수치적 연구는 여러 사람들에 의해 연구된 대표적인 천이 박리기포 유동문제이다[3,7] 코드길이(chord length)를 기준길이로 한 경우 레이놀즈 수는 $Re=2\times10^6$이며 입사각이 0°인 경우에 Gault[10] 실험치와 본 방법의 결과를 비교하여, 본 방법에 대한 신뢰도를 확인하고 나아가 표면곡률의 중요성과 그에 따른 경계조건의 적합성에 대해 서술하고자 한다. 격자계는 100×80으로 하고 계산영역은 $N/C<0.04$, $0.33<S/C<0.85$로 하는데, 이는 계산을 행한 결과, 계산영역에 무관한 해를 얻기 위해서 필요한 크기로 벽면에 수직한 방향으로의 길이는 최대 경계층두께의 10배 정도에 해당된다. 여기서 S와 N은 각각 벽면에 평행하고 수직인 좌표를 가리키며 C는 익형의 코드길이(chord length)다.

표면곡률의 영향과 바깥 경계조건이 해에 미치는 영향을 살펴보기 위해서 Fig. 8에 도시한 것처럼 4가지 경우의 계산을 행한다. 그림에서 1과 2는 각각 바깥 경계면과 벽면을 의미한다. 우선 경우 1(1a와 1b와 2a와 2b)는 지배 방정식이 k_{ij}등의 곡률항 특히 k_{12}를 포함하느냐 여부에 따라 구분된다. 다시말하면, Fig. 8에 그려져 있듯이 경우 1a와 1b는 실제 익형의 모양을 고려한 것이고, 2a와 2b는 IBL방법처럼 익형의 표면곡률을 무시한다. 실제로, Briley등[3]은 익형의 표면곡률을 무시한 채 완전 Navier-Stokes 방정식을 풀었는데, 이는 경우 2a에 해당된다. 그리고 경우 a(1a와 2a)와 b(1b와 2b)는 바깥 경계조건으로 사용되는 포텐셜 유동의 해 U와 P를 바깥 경계면(Fig. 8에서 1) 혹은 벽면(Fig. 8에서 2)에서 구하느냐에 따라서 구분된다. 즉, 경우 1b와 2b는 IBL방법처럼 벽면에서의 포텐셜 유동의 해를 바깥 경계조건으로 사용한 반면, 1a와 2a는 바깥 경계면에서의 포텐셜 유동의 해를 사용한다. 바깥 경계조건외에 다른 경계면에서의 경계조건은 다음과 같이 대입한다. 우선 상류 경계면에서 경계층내의 U분포는 경계층 방정식으로부터 구하고 경계층 가장자리에서 바깥 경계면까지는 포텐셜 유동의 해를 사용하며 벽면에 수직한

속도성분 V에 대해서는 그 미분치($\partial V/\partial\xi$)를 0이라 둔다. 하류 경계면에서는 압력의 미분치($\partial P/\partial\xi$)를 포텐셜 유동의 해로부터 얻어서 대입한다.

앞에서 언급한 바와같이 천이시작점을 정확히 예측하는 것은 대단히 어려운 일이고 본 논문의 연구범위를 벗어나므로 본 논문에서는 천이시작점을 실험치로부터 예측하여 미리 지정하고서 계산을 행한다. 경우 1a와 2b는 $N/C=0.721$에서, 1b는 0.709, 2a는 0.730에서 각각 일으키도록 했다. 일반적으로, 천이위치는 박리기포의 성장속도에 따라서 달라지며 박리기포가 빨리 성장할수록 천이는 더욱 상류쪽에서 일어난다[20]. 이런 물리적 기초위에서 앞서 서술한 천이시작점을 얻었는데, 뒤에서 설명하는 Fig. 11은 각 경우에 박리기포의 서로 다른 성장속도를 잘 보여주는데, 이에 대해서는 뒤에서 자세히 설명하겠다. 여기서, 천이시작점을 각 경우에 일정하게 하고서 행한 계산에서도 정성적으로 같은 결과를 얻을 수가 있었음을 밝혀둔다.

Fig. 9는 벽면마찰계수의 분포를 나타내는데, 음(−)의 값이 박리된 유동을 가리킨다. 재부착 직전에 강한 와류운동(vortical motion)이 존재함을 벽면 마찰계수의 급격한 증가로 예측할 수가 있는데, 이는 박리된 층류유동이 천이를 일으켜 난류유동이 됨에 따라서 상대적으로 운동량이 큰 외부유동과의 운동량전달 현상이 활발해지고 결국 재부착하는 물리적 현상에 기인한 것이다. Fig. 10은 벽면과 바깥 경계면을 따른 압력계수의 분포를 도시한 것이다. 상류 경계면 부근에서 경우 1b의 벽면 압력계수(점선)가 바깥 경계면 압력계수(검은 삼각형)와 큰 차이를 보여주는데 이는 표면곡률의 영향이다. 즉, 상류 경계면 부근에서는 경계층근사가 성립되므로 $\partial P/\partial Y=k_{12}U^2$이고 압력은 바깥 경계면 쪽으로 나갈수록 커지기 때문에 나타난 차이임을 주의해야 한다. 이와 달리 경우 2a에서는 벽면 압력계수(이점쇄선)가 바깥 경계면 압력계수(흰 삼각형)와 일치하는데, 이는 표면곡률을 무시한 경우의 경계층근사다. 또한, 하류 경계면 부근에서도 경계층 유동이 형성되며 주유동 방향의 계산영역은 충분하다고 말할 수가 있겠다. 사실 이는 참고문헌 (3)~(6)에서 사용한 영역에 비해서도 크므로 주유동 방향의 계산영역은 충분하다고 사료된다.

이제, 앞에서 언급한 4가지 경우의 차이를 살펴보면, Fig. 10에서 경우1a(실선)와 1b(점선)의 압력계수 분포는 큰 차이를 보여주므로 이들 두 경우

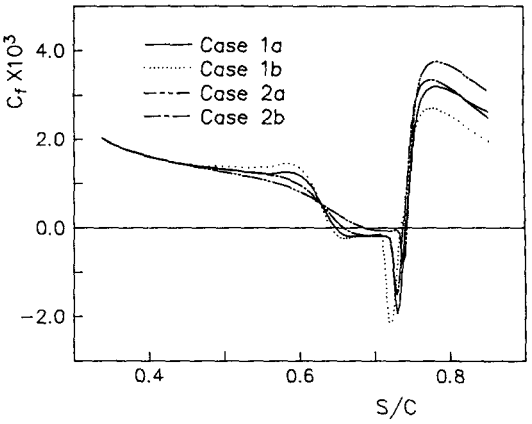

Fig. 9 Distributions of the skin friction coefficient

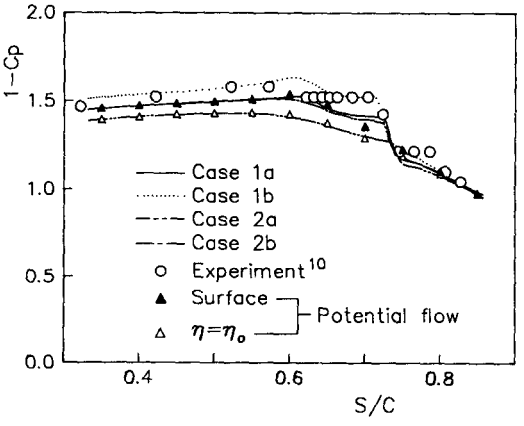

Fig. 10 Comparison of the predicted pressure coefficient with experiment

의 차이점인 바깥 경계조건이 내부 점성유동에 미치는 영향이 지대하다고 말할 수가 있다. 또한, 1a와 2a(이점쇄선)의 압력계수 분포의 큰 차이는 표면곡률의 영향이 지대함을 가리킨다. 특기할 사항은 표면곡률의 영향을 무시한 경우인 2b(일점쇄선)가 1a와 거의 동일한 압력계수 분포를 보여주는데, 이는 곡률항을 무시한 잘못이 벽면에서의 포텐셜 유동의 해를 바깥 경계조건으로 사용함으로서 크게 보상된 결과라 생각된다. Fig. 10에서 경우 1a의 압력계수 분포가 실험치에 비해 값이 전체적으로 조금씩 큰데, 이는 Cebeci등[4]이 지적한 바와같이 포텐셜 유동의 값이 실험치에 비해서 전체적으로 조금씩 크기 때문이다. Fig. 11은 박리기포 주위유동의 속도분포를 보여주는데, 실험치와의 비교에서 경우 1a(실선)가 가장 좋은 결과를 보여준

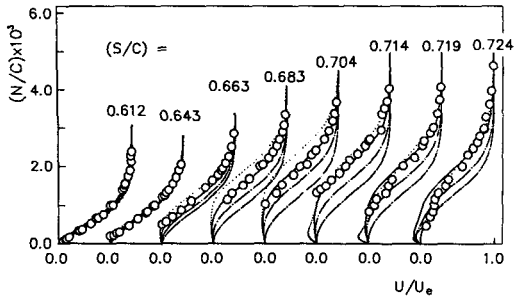

Fig. 11 Comparison of the predicted velocity profiles with experiment (○ : experiment, — : case 1a, ····· : case 1b, -··· : case 2a, -·- : case 2b)

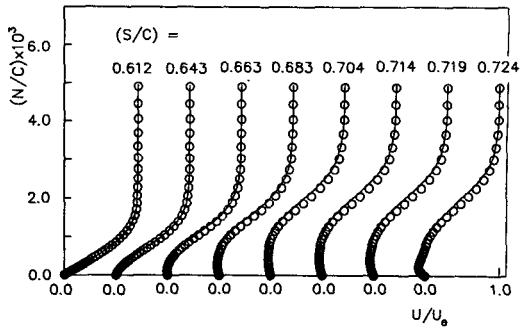

Fig. 12 Domain independence of the velocity profiles (— : $N/C=0.04$, ○ : $N/C=0.05$)

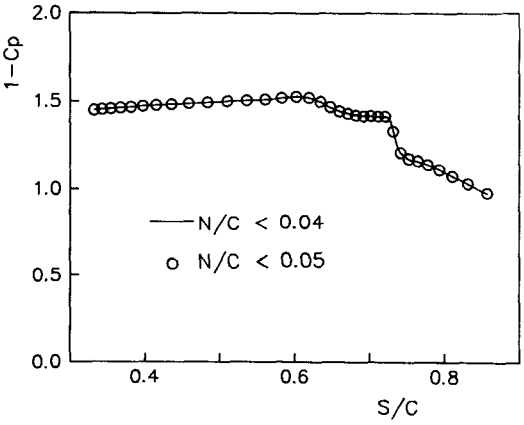

Fig. 13 Domain independence of the pressure coefficient

다. Fig. 10에서 경우 2b의 압력계수 분포는 1a와 거의 일치하는 좋은 분포를 보이지마는 Fig. 11의 속도분포에서는 아주 큰 차이를 보여주는데 이는 경우 2b가 계산영역에 크게 영향을 받기 때문이다. 앞서 언급한 바와같이 천이 박리기포의 성장속도는 천이 시작점을 결정하는데, Fig. 11에서 경우 1b(점선)는 1a(실선)와 2b(일점쇄선)에 비해 박리기포의 성장속도가 대단히 큰데 반해, 2a(이점쇄선)는 상대적으로 작음을 알 수가 있으며 본 논문에서 지정한 천이 시작점은 정성적으로 타당하다 하겠다.

수치 계산결과가 벽면에 수직한 방향으로의 계산영역의 크기에 무관함을 살펴보기 위해 계산영역을 $N/C<0.05$로 확장하여 경우 1a와 2b의 두 경우에 대해 계산을 행한 결과, 2b는 큰 종속성을 보였는데 그 이유는 다음과 같이 설명할 수가 있겠다. 바깥 경계 조건으로 포텐셜 유동의 해를 사용하였음으로 바깥 경계면 부근에서, 연속 방정식으로부터 $\frac{\partial w}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial V}{\partial x}-\frac{\partial U}{\partial y}\right)=-\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}=0$이다. 즉 $\partial^2 U/\partial X^2\neq 0$인 경우에는 U는 바깥 경계면 부근에서 곡률이 0이 아닌 형상을 가진다. 실제로, 경우 2b에서는 약 2%의 over shooting이 관찰되었다. 이러한 현상은 Briley[9]도 지적한 것으로 일부는 바깥 경계조건에 내부 점성유동의 박리기포 영향이 고려되지 않았기 때문이라 생각되지만, 계산경계를 $N/C<0.05$ (Fig. 12와 13에서 원)으로 하여 얻은 속도분포를 비교한 Fig. 12와 압력계수를 비교한 Fig. 13에서 알 수 있듯이 경우 1a는 계산영역에 거의 무관하다. 따라서 앞서 언급한 계산영역의 종속성 대부분은 지배 방정식에서 곡률항을 무시했기 때문이다. 왜냐하면, 곡률항을 포함한 경우에는 위에서 지적한 U가 바깥 경계면 부근에서 곡률을 가지는 것을 당연하기 때문이다.

4.3 수정된(Modified) NACA 0010

Gault[10]의 실험에 의하면 익형 NACA 0010 (modified)이 입사각 8°를 갖는 경우 특이한 압력분포를 보여준다. 즉 박리기포 주변에서 뿐만아니라 박리기포 상류쪽에 압력이 거의 변화지 않는 또 하나의 등압력영역(constant pressure region)이 존재한다. Vatsa등[7]은 그들의 IBL방법이 박리기포 상류쪽에 존재하는 등압력영역을 제대로 예측하는지 여부를 살펴보기 위해 천이영역을 변화시켜가며 수치적 해를 얻었지만 그런 기미를 보여주지 못했다. 저자의 조사에 의하면 지금까지 이런 특이한 유동장을 성공적으로 해석한 수치적 방법은 없는

데, 이는 기존의 수치적 방법 즉 IBL방법이 서론에서 언급한 바와같이 표면곡률의 영향을 무시했을 뿐만아니라 점성-비점성 유동간의 상호작용도 원시적으로 처리되었기 때문이라 사료된다.

본 연구에서는 레이놀즈 수를 $2,4,6\times10^6$등으로 변화시켜 가며 수치적 해를 얻었으며, Gault[10]의 실험치 뿐만아니라 IBL방법의 수치적 해[7]와 비교하였다. 경계조건은 NACA 66_3-018의 경우와 동일한 방법으로 주었다. 다만, 이 경우는 입사각이 8°이므로 경계층 외부에서 벽변에 수직한 속도성분 V의 크기가 벽면에 평행한 속도성분 U와 거의 같아지는데, 이는 유선이 점성의 영향으로 벽면으로부터 배제될 뿐만아니라 익형의 선단 부근에서는 유선이 큰 곡률을 가지기 때문이다. 따라서, U의 분포 뿐만아니라 V의 분포도 경계층 방정식과 포텐셜 유동의 해로부터 구하여 상류 경계조건으로 사용하였다. 격자계는 100×80으로 하고 계산영역은 $L/C<0.07$, $0.0272<S/C<0.263$으로 한다. 여기서 S와 N은 각각 벽면에 평행하고 수직인 좌표를 가리키며 C는 익형의 코드길이(chord length)다. N의 원점(origin)은 정체점(stagnation point)이고 N의 원점은 벽면이다. 수치 계산은 4.2절에서 가장 우수한 방법으로 판명된 1a로 수행 하였으며 천이 시작점은 $S/C=0.0534$로 주었다.

Fig. 14는 레이놀즈 수가 $2,4,6\times10^6$으로 변하는 경우의 압력계수 분포를 도시한 것으로, 본 방법의 계산치가 Gault의 실험치와 잘 일치함을 알 수가 있다. 또한, 앞에서 언급한 바와같이 실험치에서 두개의 등압력영역이 연이어 존재함을 알 수가 있으며, 본 계산치도 같은 거동을 보여줌을 알 수가 있다. Fig. 15는 레이놀즈 수가 2×10^6인 경우 본 계산치와 Gault의 실험치, 그리고 Vatsa등[7]의 압력계수 분포를 비교한 그림으로, Vatsa등의 IBL방법은 첫 번째 등압력영역 즉 익형의 선단 부근에서 실험치와 큰 차이를 보여주는데, 그 이유는 앞에서 언급한 바와같이 지배 방정식에서 표면곡률을 무시했고 점성-비점성 상호작용의 고려가 적절치 못했기 때문이라 사료된다.

Fig. 16은 벽면 마찰계수와 배제두께를 도시한 것으로 Sep, Tran, Reatt는 각각 박리점, 천이점, 재부착점을 가리킨다. 그림에서 박리점은 레이놀즈

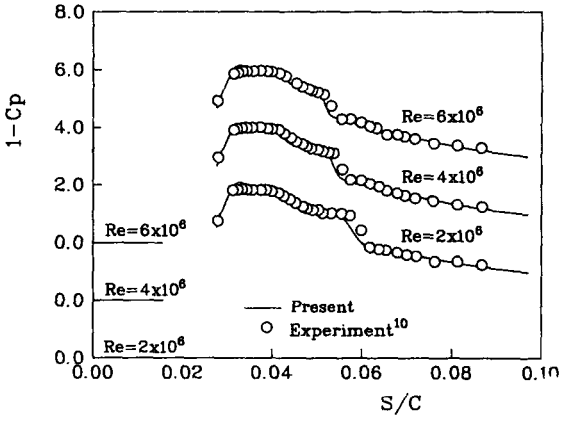

Fig. 14 Distributions of pressure confficient with several Reynolds numbers on the airfoil section, modified NACA 0010 for $\alpha=8°$

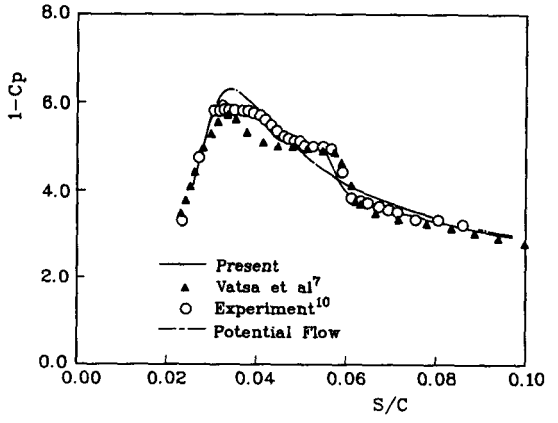

Fig. 15 Comparison of pressure coefficients on the airfoil section, modified NACA 0010 for $\alpha=8°$, $Re=2\times10^6$

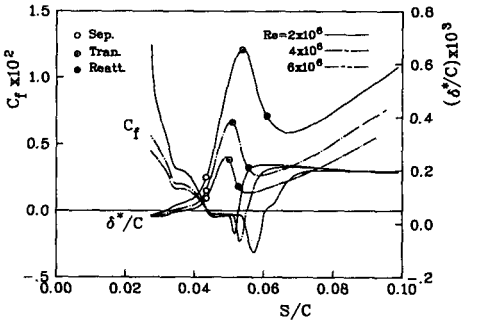

Fig. 16 Distributions of the displacement thickness and skin friction coefficient with Reynolds numbers on the airfoil section, modified NACA 0010 for $\alpha=8°$

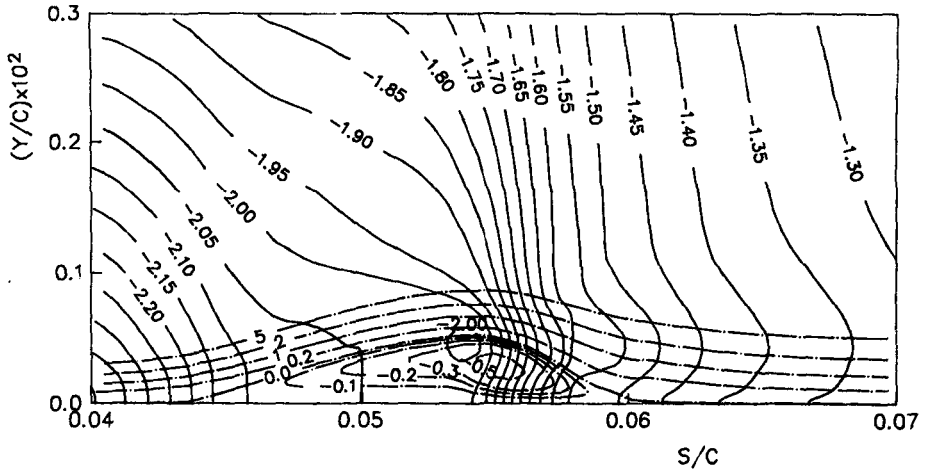

Fig. 17 Streamlines and isobaric lines around the separation bubble(-·- : streamlines($\times 10^4$), —— : isobaric lines)

수에 무관하며 천이발생 후 배제두께가 감소하는 것을 볼 수가 있다. Fig. 17은 레이놀즈 수가 2×10^6인 경우 박리기포 주위의 유선(일점쇄선)과 등압선(실선)을 그린 것으로 재부착 직전에 강한 와류운동(vortical motion)이 존재함을 보여준다. 또한, 천이점은 박리기포의 두께가 최대가 되는 점과 거의 일치하는데 이점을 전후로 하여 압력의 변화정도가 크게 다름을 알 수가 있다. 즉 층류 박리영역에서는 압력이 거의 변화하지 않지만 난류 박리영역에서는 압력이 크게 증가함을 알 수가 있다. 특기할 사항은 박리기포의 두께가 거의 최대가 되는 지점에서 국부적으로 압력의 최소치가 존재하는데, 이는 박리기포를 따라 유동속도가 가속되기 때문이라 사료된다.

5. 결 론

부분 포물형 Navier-Stokes 방정식을 사용해 천이 박리기포 주위유동을 효과적으로 계산하였다. Interactive Boundary Layer방법과 달리 곡률항을 무시하지 않았으며 점성영향 고려에 Hibert적분식을 사용치 않아 박리기포, 특히 익형의 선단(leading edge)부근의 유동, 예측을 크게 개선하였음을 볼 수 있다.

수치실험을 통해, 경계조건이 결과에 미치는 영향을 고찰하였으며 곡률항 영향 또한 무시할 수 없음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 재정지원으로 수행된 것이며, 이에 심심한 사의를 표하는 바 입니다.

참 고 문 헌

(1) Mueller, T.J. and Batill, S.M., 1982, "Experimental Studies of Separation On a Two-Dimensional Airfoil at Low Reynolds Numbers", AIAA J., Vol. 20, pp. 457~463.

(2) Ward, J. W., 1963, "The Behavior and Effects of Laminar Separation Bubbles on Airfoils in Incompressible Flow", J. Royal. Aero. Soc., Vol. 67, pp. 783~790.

(3) Biley, W.R. and McDonald, H., 1975, "Numerical Prediction of Incompressible Separation Bubbles", JFM, Vol. 69, pp. 631~656.

(4) Cebeci, T. and Schimke, S.M., 1983, "The Calculation of Separation Bubbles in Interactive Turbulent Boundary Layers", JFM, Vol. 131, pp. 305~317.

(5) Kwon, O.K. and Plecher, R.H., 1979, "Prediction of Incompressible Separated Boundary Layers including Viscous-Inviscid Interaction", Trans. ASME J., Fluids. Eng., Vol. 101, pp. 466~472.

(6) Kwon, O.K. and Plecher, R.H., 1984, "Prediction of Subsonic Separation Bubbles on Airfoils by

Viscous-Inviscid Interaction", 2nd Symp. Nume. Phys. Aspe. Aero, Flows, pp. 163~171.

(7) Vatsa, V.N. and Carter, J.E., 1984, "Analysis of Airfoil Leading Edge Separation Bubbles", AIAAJ., Vol. 22, pp. 1697~1704.

(8) 강동진, 최도형, 1987, "부분 포물형 Navier-Stokes 방정식을 이용한 비 압축성 이차원 박리유동 계산", 대한기계학회논문집, 제 11 권, 제 5 호, pp. 755~761.

(9) Briley, W.R., 1971, "A Numerical Study of Laminar Separation Bubbles Using the Navier-Stokes Equations", JFM., Vol. 47, pp. 713~736.

(10) Gault, D.E., 1955, "An Experimental Investigation of Regions of Separated Laminar Flow", NACATN3505.

(11) Choi, D.H. and Kang, D.J., 1989, "Surface Curvature Effect on the Calculation of Separation Bubble", AIAA J., Vol. 27, pp. 1288~1290.

(12) Visbal, M. and Knight, D., 1984, "The Baldwin-Lomax Turbulence Model for Two-Dimensional Shock-Wave/Boundary-Layer Interactions", AIAAJ., Vol. 22, pp. 921~928.

(13) Metha, U., Chang, K.C. and Cebeci, T., 1986, "A Comparison of Interactive Boundary Layer and Thin Layer Navier-Stokes Procedures", 3rd Symp. Nume. Phys. Aspe. Aero, Flows, pp. 198~215.

(14) Crimi, P.and Reeves, B.L. 1976, "Analysis of Leading Edge Separation Bubbles on Airfoils", AIAAJ., Vol. 14, pp. 1548~1555.

(15) Patankar S.V., 1984, "Numerical Heat Treanfer and Fluid Flow", Hemisphere Pub. Cor.

(16) Galpin, P.F., Vandoormaal, S.P and Raithby, G. D., 1985, "Solution of the Incompressible Mass and Momentum Equations by Application of a Coupled Equation Line Solver", Int. J. Num. Meth. Fluids, Vol. 5, pp. 615~625.

(17) Carter, J.E., 1975, "Inverse Solution for Laminar Boundary Layer Flows with Separation and Reattachment", NACA TR R-447.

(18) Israeli, M. and Lin, A., 1985, "Iterative Numerical Solutions and Boundary Conditions for the Parabolized Navier-Stokes Equations", Comp. Fluids, Vol. 13, pp. 397~409.

(19) Chen, H.C. and Patel V.C., 1985, "Calculation of Trailing Edge, Stern and Wake Flows by a Time Marching Solution of the Partially Parabolized Equations", HHR Rep. No. 285, Iowa Institute of Hydraulic Research.

(20) Breand, M., and Muller, T.J., 1989, "Transition Phenomena on Airfoils Operating at Low Chord Reynolds Numbers in Steady and Unsteady Flow", 4th Sym. Num. Phy. Aspec. Aero. Flows, Session 9, pp. 1~8.