

<論 文>

벽면조도와 분출이 수축 확대 노즐의 마찰계수와 열전달에 미치는 영향

강 신 형* · 김 성 훈**

(1989년 7월 18일 접수)

Effects of Roughness and Blowing on Skin-Friction and Heat-Transfer in the Convergent-Divergent Nozzle

Shin-Hyoung Kang and Sung-Hoon Kim

Key Words : Compressible Boundary Layer(압축성 경계층), Nozzle(노즐), Roughness(조도) Blowing(분출)

Abstract

A computer program is developed to calculate the compressible boundary layer in the convergent-divergent nozzle of the propulsion motor. The Cebeci and Smith eddy viscosity model is adopted, which takes account of roughness as well as blowing on the wall. The boundary layer equations are solved by the finite difference method based on the variable grid system. Calculations are carried out in several nozzles and results are compared with available data. Skin friction and heat transfer coefficients are reasonably predicted. The roughness of the wall considerably increases the skin-friction and the rate of heat-transfer especially over the nozzle throat. However such effects of the roughness on the heat-transfer cannot be verified, since measured data are not available to be compared. The blowing generally reduces the friction and the heat-transfer.

기 호 설 명

<p>A : 감쇠 계수</p> <p>a : 음속</p> <p>a_1, a_2 : 점도 관계식의 계수</p> <p>C_f : 벽마찰 계수</p> <p>C_p : 정압 비열</p> <p>h_g : 열전달 계수</p> <p>k_T : 와 열전도도</p> <p>k_1, k_2 : 와점도 모델의 상수</p> <p>k_3, k_4 : 간헐도 함수의 상수</p> <p>k_s : 벽면 조도</p> <p>l_m : 혼합 거리</p>	<p>M : 마하 수</p> <p>Pr : Prandtl 수</p> <p>Pr_t : 난류 Prandtl 수</p> <p>Re : Reynolds 수</p> <p>R_g : 가스 상수</p> <p>St : Stanton 수</p> <p>a_w : 벽면에서 열 전달률</p> <p>r, z : 노즐축에 고정된 좌표계</p> <p>r_0 : 노즐의 반경</p> <p>s, y : 노즐벽에 고정된 좌표</p> <p>$s_{t,f}$: 천이의 마지막 위치</p> <p>$s_{t,i}$: 천이의 시작 위치</p> <p>T : 온도</p> <p>u, v : (s, y) 방향의 평균 속도성분</p>
---	--

*정회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과

**서울대학교 대학원 기계공학과

- u_r : 벽마찰 속도
- Γ : 유동방향 간헐도 분포
- γ : 비열 비
- $\bar{\gamma}$: 간헐도 분포
- δ : 경계층 두께
- δ^* : 배제 두께
- δ_{inc}^* : 비압축성 배제 두께
- ϵ : 와 점도
- $\bar{\epsilon}, \bar{\epsilon}$: 식 (9)와 식 (10)에서 각각 정의된 변수
- θ : 운동량 두께
- μ : 점성 계수
- ν : 동점성 계수
- $\bar{\nu}$: 유효 동점성 계수
- ρ : 밀도
- τ : 전단 응력

첨 자

- aw : 단열 벽 조건
- e : 경계층 끝에서 조건
- i : 난류층의 안쪽 영역
- o : 난류층의 바깥 영역 또는 정체점 상태량
- w : 벽에서의 값
- ∞ : 무한 유동에서의 값
- j : 유동 지표
- ' : 요동량
- : 시간 평균량

1. 서 론

로켓 추진모터의 노즐 설계와 주변 장치의 설계를 위해서는 노즐 벽에서 압축성 열경계층의 신빙성있는 해석이 필요하다. 그러나 실제로 노즐 내의 유동은 화학반응을 수반하는 고온 고압의 가스가 고속으로 분출되기 때문에 노즐의 유체역학 및 열역학적인 성능을 합리적으로 예측하는 상당한 어려운 문제중의 하나이다. 1965년 노즐내의 열경계층 해석에 관한 Bartz의 논문⁽¹⁾에 그 이전까지의 연구가 잘 요약되어 있다. 여기서는 주로 적분방정식에 의한 경계층 해석 방법의 정리 및 이의 응용으로 기존 실험 데이터와의 비교 등을 통해 문제점을 제기하면서 노즐 벽에서 열전달 계수를 쉽게 계산할 수 있는 경험식을 제시하고 있다. 1972년 Boldman등⁽²⁾에 의하면 기존의 적분방정식에 노즐 형상을 고려한 가속항을 포함시켜 더 합리적인 열

전달 예측을 하였다. 이러한 연구결과는 초기 설계 과정에서 쉽게 적용될 수 있기 때문에 그 효용성은 높으나 일반적으로 적용하기에는 그 오차의 범위가 상당히 크다. Cebeci등은 이러한 문제점을 보완하면서 Cebeci-Smith 난류모델⁽³⁾과 Keller-Box method를 이용하여 수치계산한 결과를 많은 실험 자료와 비교하여 상당히 일치함을 보였다^(4~7). 1971년 Harris⁽⁸⁾는 implicit 유한 차분법과 Cebeci-Smith의 난류모델을 이용하여 여러 형상의 2차원 물체에 대해 수치해석 결과를 비교하였고, 1982년 Harris등⁽⁹⁾은 variable-grid scheme⁽¹⁰⁾을 사용하여 이를 효율적으로 계산하였다. 이 방법은 Cebeci-Keller Box scheme만큼 정확하며 계산시간은 훨씬 절약된다고 알려져 있다.

본 연구에서는 이러한 연구의 시작단계로 노즐 내의 열 경계층 방정식을 정리하고 압축성 와점도 모델을 도입하여 유한 차분법을 이용한 전산프로그램을 작성하였다. 한편 실제로 추진모터에서는 고온 고속의 열기류가 분출되기 때문에 추진하고 있는 동안 노즐벽을 형성하고 있는 내열재가 심하게 손상되어 표면의 상태가 매우 거칠게 된다. 더구나 경우에 따라서는 내열재가 용발(ablation)하게 된다. 이러한 상태를 감안하여 마찰계수와 열전달 계수를 합리적으로 추정해야만 노즐의 설계와 주변장치를 합리적으로 수행할 수 있다. 따라서 본 연구에는 주로 경계층내의 압력구배, 압축성의 효과, 물성치의 변화를 고려한 기존 난류모델에 근거하여 프로그램을 작성하고, 이것을 토대로 노즐표면 조도의 영향 및 분출(blowing)의 영향을 중점적으로 고려하여 그 특성을 연구하였다. 노즐벽에서 분출을 고려한 이유는 표면이 용발할 때 표면의 온도가 거의 일정하게 유지된 상태로 노즐표면이 화학작용을 수반하면서 가스화됨을 초보적으로 고려해보기 위함이다.

2. 지배방정식

실제 로켓 추진노즐에서는 코어유동과 경계층의 배제효과의 상호작용, 코어유동의 충격파와 경계층의 상호작용 등 때문에 정확한 해석이 용이하지 않다. 그러나 경계층의 두께가 얇다고 생각하여 코어유동과 경계층의 상호작용은 여기서 다루지 않았다. Fig. 1에서와 같이 노즐 내벽을 따른 거리 s 와 이에 수직인 y 에 의한 좌표계를 s, y 라고 하면 압

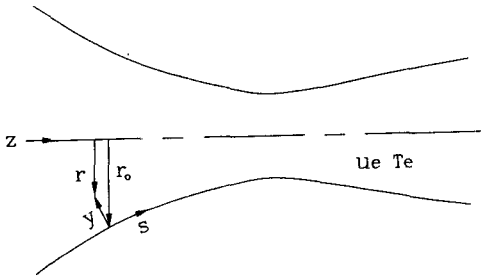


Fig. 1 Nozzle configuration and coordinate system

축성 경계층의 지배방정식은 다음과 같다.

연속 방정식

$$\frac{\partial}{\partial s}(r^j \rho u) + \frac{\partial}{\partial y}[r^j \rho (\nu + \frac{\overline{\rho'v'}}{\rho})] = 0 \quad (1)$$

운동량 방정식

$$\rho [u \frac{\partial u}{\partial s} + (\nu + \frac{\overline{\rho'v'}}{\rho}) \frac{\partial u}{\partial y}] = -\frac{dp}{ds} + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y}[r^j (\mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \overline{u'v'})] \quad (2)$$

에너지 방정식

$$\begin{aligned} & \rho [u \frac{\partial}{\partial s}(C_p T) + (\nu + \frac{\overline{\rho'v'}}{\rho}) \frac{\partial (C_p T)}{\partial y}] \\ &= u \frac{dp}{ds} + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y}[r^j \frac{k_t}{C_p} \frac{\partial}{\partial y}(C_p T)] \\ &+ \mu (\frac{\partial u}{\partial y})^2 + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y}[r^j (-C_p \rho \overline{v'T'})] \\ &- \rho \overline{u'v'} \frac{\partial u}{\partial y} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 2차원 유동이면 $j=0$ 이고 축대칭 유동이면 $j=1$ 이다. 층류인 경우에는 correlation으로 나타나는 난류량이 없으며, 난류인 경우에는 이들이 적당한 방법으로 모델링되어야 한다. 여기서는 이들이 각각 다음과 같이 악점도(eddy viscosity) ϵ 와 와열전도도(eddy conductivity) k_t 및 평균속도와 온도의 구배의 곱으로 주어지는 와점도 모델(eddy viscosity model)을 채택하였다.

$$\tilde{\nu} = \nu + \frac{\overline{\rho'v'}}{\rho} \quad (4a)$$

$$\epsilon = -\rho \frac{\overline{u'v'}}{\partial u / \partial y} \quad (4b)$$

$$k_t = -C_p \rho \frac{\overline{v'T'}}{\partial T / \partial y} \quad (4c)$$

한편 난류 Prandtl 수를 다음과 같이 정의한다.

$$Pr_t = \frac{\overline{u'v'}}{\overline{v'T'}} (\frac{\partial T / \partial y}{\partial u / \partial y}) = \frac{C_p \epsilon}{k_t} \quad (5)$$

식 (4)와 (5)의 관계를 이용하면 지배방정식은 다음

과 같이 나타낼 수 있다.

연속 방정식

$$\frac{\partial}{\partial s}(r^j \rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(r^j \rho \tilde{\nu}) = 0 \quad (6)$$

운동량 방정식

$$\rho (u \frac{\partial u}{\partial s} + \tilde{\nu} \frac{\partial u}{\partial y}) = -\frac{dp}{ds} + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y}(r^j \bar{\epsilon} \frac{\partial u}{\partial y}) \quad (7)$$

에너지 방정식

$$\begin{aligned} & \rho [u \frac{\partial}{\partial s}(C_p T) + \tilde{\nu} \frac{\partial}{\partial y}(C_p T)] = u \frac{dp}{ds} \\ &+ \bar{\epsilon} (\frac{\partial u}{\partial y})^2 + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y}[r^j \bar{\epsilon} \frac{\partial}{\partial y}(C_p T)] \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$\bar{\epsilon} = \mu + \epsilon \Gamma \quad (9)$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{\mu}{Pr_t} + \frac{\epsilon}{Pr_t} \Gamma \quad (10)$$

이다. 식 (9)와 (10)에서 Γ 는 천이구역에서 난류의 유동 방향 간헐도(streamwise intermittency)로서 층류에서는 0, 완전난류 영역에서는 1로 한다. 한편 가스는 이상기체라고 하여 상태방정식은 이상기체의 관계식으로

$$p = \rho R_g T \quad (11)$$

이고, 점도는 다음과 같이 온도에 따라 Sutherland Law로 변환다고 가정하였다.

$$\mu = \frac{a_1 T^{3/2}}{T + a_2} \quad (12)$$

식 (7)에 나타나는 압력구배 항은 등엔트로피 과정인 경우에는 Bernoulli 방정식이 적용되므로 경계층의 외부 경계에서의 속도구배로 나타낼 수 있다.

$$\frac{dp}{ds} = -\rho_e u_e \frac{du_e}{ds} \quad (13)$$

3. 난류 모델

압축성 유동의 경우 비압축성 유동과 마찬가지로 혼합거리 모델, $k-\epsilon$ 모델이 보편적으로 사용되고, Reynolds 응력 모델과 대수 응력 모델도 사용되고 있으나, 압축성의 효과는 물성치의 변화를 고려하여 기존 비압축성 유동의 난류모델을 원용하고 있다. Chang과 Cebeci⁽¹¹⁾는 현재 사용되고 있는 여러가지 난류 모델을 경계층 계산에 응용하여 그 결과를 비교하였다. Cebeci-Smith의 혼합거리 모델, $k-\epsilon$ 모델과 Reynolds 응력 모델의 비교에서 계산 결과는 난류 모델에 따라서 많은 영향을 받았다. 그러나 모델 중 어느 특정한 모델이 가장 합리적이

라고 결론지을 수는 없었다. 따라서 그는 가장 간단한 와점도모델을 잘 수정하여 사용하는 것이 가장 바람직하다고 결론지었다. 여기서는 물성치의 변화를 고려한 Cebeci and Smith⁽⁹⁾의 와점도 모델을 채택하였고, 경계층을 내부영역과 외부영역의 두 영역으로 나누어서 와점도를 다음과 같이 계산한다. 특히 압력의 구배, 벽면 조도의 영향 및 벽면 분출의 효과를 고려한 two-layer model을 채택하였다.

$$\epsilon_i = \rho l_m^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad 0 < y < y_m \quad (14a)$$

$$\epsilon_o = \rho k_2 u_e (\delta_{inc}^*) \gamma, \quad y_m < y \quad (14b)$$

여기서 y_m 은 ϵ_i 와 ϵ_o 가 같아지는 위치이고, l_m 은 혼합거리로 다음과 같이 Van Driest의 감쇠계수 (damping factor)를 고려하고, 조도가 있는 경우에는 특성 길이가 Δy 만큼 증가된다고 본다.

$$l_m = k_1 (y + \Delta y) [1 - \exp\{-(y + \Delta y)/A\}] \quad (15a)$$

여기서 감쇠계수 A 와 같이 사용되는 몇 가지 변수는 다음과 같다.

$$A = 26 \frac{\nu}{N} u_\tau^{-1} \left(\frac{\rho}{\rho_w} \right)^{1/2}, \quad u_\tau = \left(\frac{\tau_w}{\rho_w} \right)^{1/2}, \quad (15b)$$

$$p^+ = \frac{\nu_e u_e}{u_\tau^2} \frac{du_e}{dx}, \quad \nu_w^+ = \frac{\nu_w}{u_\tau} \quad (15b)$$

위 모델은 거친벽에서의 분출은 고려하지 못하며, 계수 N 은 매끈한 벽에서 분출이 있는 경우와 없는 경우 각각 다음으로 주어진다.

$$N = \left\{ \frac{\mu}{\mu_e} \left(\frac{\rho_e}{\rho_w} \right)^2 \left(\frac{p^+}{\nu_w^+} \right) [1 - \exp(11.8 \frac{\mu_w}{\mu} \nu_w^+)]^{1/2}; \text{분출이 있을 때} \right. \quad (16a)$$

$$= [1 - 11.8 \left(\frac{\mu_w}{\mu_e} \right) \left(\frac{\rho_e}{\rho_w} \right)^2 p^+]^{1/2}; \quad (16b)$$

분출이 없을 때

한편 조도가 있는 경우에는 무차원 shift parameter Δy^+ 는 다음으로 주어진다.

$$\frac{\Delta y u_\tau}{\nu} = \Delta y^+ = 0.9 [(k^+)^{1/2} - k^+ \exp(-k^+ / 6)]; \quad 5 < k^+ < 70 \quad (17a)$$

$$= 0.7 (k^+)^{0.58}; \quad 70 < k^+ < 2000 \quad (17b)$$

여기서

$$k^+ = \frac{u_\tau k_s}{\nu} \quad (17c)$$

이고, k_s 는 등가 조도이다. 한편 외층에서 와점도는 식 (14b)에서 다음의 비압축성 유동의 배제두께가 사용된다.

$$\delta_{inc}^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dy \quad (17d)$$

또한 경계층의 외층에서의 간헐도 계수 (intermittancy factor)는 다음의 형태로 가정한다.

$$\bar{\gamma} = \frac{1 - \text{erf}[k_3 (\frac{y}{\delta} - k_4)]}{2} \quad (18)$$

이상의 난류모델의 기술에서 사용되는 상수 k_1 부터 k_4 는 각각 0.4, 0.0168, 5.0, 0.78로 하였다. 난류 Prandtl수는 여러가지로 가정할 수 있으나 $Pr_t = 0.95$ 로 고정하였다.

한편 천이는 $R_o = u_e \theta / \nu_w$ 가 320 이상일 때 일어난다고 가정하고, 천이점에서 완전히 난류영역으로 변하는 구역은 경험식으로 정하였다^(9,13). 본 연구에서는 Reynolds수가 큰 범위를 다루고 있으므로, 천이구역의 크기에 따른 전체 경계층의 발달은 큰 영향을 받지 않는다.

4. 여러가지 관계식

본 연구의 열경계층 해석 결과를 나타내는데 자주 사용되는 적분 파라미터 및 관계식을 몇 가지 정리하면 다음과 같다.

$$\theta = \int_0^\infty \frac{u}{u_e} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \right) \frac{r}{r_0} dy \quad (19)$$

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho_e u_e^2} \quad (20)$$

$$St = \frac{q_w}{\rho_e u_e (H_{aw} - H_w)} \quad (21)$$

$$\theta_H = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(\frac{H - H_e}{H_w - H_e} \right) \frac{r}{r_0} dy \quad (22)$$

여기서 벽마찰계수는 벽마찰응력을 코어에서의 동압으로 무차원화하였고, Stanton수는 벽에서 열전달을 코어에서 전열탑피의 플럭스로 무차원화하였다. 이때 온도차이는 단열온도와 벽면온도 차이를 기준으로 하였고, 단열온도 T_{ad} 는 다음과 같이 정의하였다.

$$T_{ad} = T_e \left(1 + r_c \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2 \right) \quad (23)$$

여기서 r_c 는 recovery factor이고 $Pr^{1/3}$ 로 하였다.

5. 수치 해석

지배방정식은 경계층이 성장하더라도 가급적 격

자의 재배치를 줄이기 위해서 좌표계의 변환을 이용한다. 여기서는 Probst-Elliott과 Levy-Lees의 변환을 사용하였다⁽¹²⁾. 지배방정식은 포물선형 편미분 방정식이므로 상류에서 하류로 마칭(marching)하면서 계산을 수행한다.

유한차분식을 구하기 위해서 계산 공간을 비균일 격자계로 분할한다. 특히 y방향으로는 벽에서의 메쉬를 가장 작게 하고, 수직 방향으로는 적당한 배율로 곱하여 격자 간격을 늘리는 방법이 채택되었다. 유한차분방정식은 중앙차분법(three points implicit difference scheme)을 사용하여 구하였다. 이때 속도성분 및 열전달에 대한 경계조건이 적절히 고려되어야 한다. 중앙차분법에 의해 차분방정식을 유도하면 tri-diagonal matrix 형태의 대수식이 구해지며, 이를 경계조건을 사용하여 TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm)를 사용하여 계산하였다. 속도와 온도의 초기값은 상사해를 활용하거나, 적분 파라미터가 주어진 경우에는 이를 이용하여 가정하였고, 이후 하류방향으로 계산하여 나간다. 그러나 여러가지 변수가 연계되어 있고, 차분방정식의 계수들이 미지수를 포함하는 준 선형이므로 한 위치에서 여러번의 반복계산이 필요하다. 이때 벽에서 속도구배의 상대적 변화량이 10^{-4} 보다 작아질 때까지 반복계산을 계속한다. 본 연구에서는 Harris and Blanchard⁽⁹⁾의 프로그램을 기본으로 조도의 영향 및 분출 효과를 고려하여 수정하였다. 자세한 내용은 참고문헌 (13)~(15)에 기술되어 있다.

6. 수치계산에 및 검토

6.1 평판 위의 압축성 난류경계층 유동

본 연구에서 관심을 두고 있는 벽면의 조도 및 벽면에서의 분출의 효과를 고려하기 위하여 채택한 난류모델은 원래 비압축성 유동에서 개발된 모델이다. 이들이 프로그램에 합리적으로 반영되는지 그 특성을 파악하기 위하여 우선 평판 위에 형성되는 비압축성 경계층유동을 수치해석하였다. 계산은 몇 가지 선택된 조도 및 분출량에 대하여 수행되었고, 주로 벽마찰계수 C_f , St수의 변화와 벽법칙으로 알려져있는 속도분포 특성을 살펴보았다. 자세한 결과는 참고문헌 (13)에 나타내었으며, 여기서는 생략한다. 수치계산을 통해 부분적으로 조도와 분출을 고려한 난류모델의 타당성과 계산의 합리성을

확인하였다.

매끈한 벽에서 압축성 난류경계층에 관해서는 여러 가지 실험 자료와 이론적 결과가 발표되어 있으나 조도와 분출의 영향에 관해서는 발표된 결과들이 많지 않다. 여기서는 평판을 따라서 발달하는 경계층을 계산하여 난류모델의 타당성을 보이고, 조도와 분출의 효과가 어느 정도로 영향을 주고 있는지에 관해 살펴보았다. 이를 위하여 Mach수는 2.0, Pr수는 0.7, 조도에 대한 Reynolds수 R_k 는 1.0×10^3 및 1.0×10^4 으로 ν_w/u_e 는 0.001 및 0.0038으로 하여 계산하였고 벽의 온도는 $T_w/T_o=0.9$ 로 하였다.

Fig. 2에는 평판에서 계산된 벽마찰계수를 비교하여 나타내었는데, 조도에 따라 마찰계수는 증가하고 분출량에 따라 감소하는 경향은 비압축성의 경우와 동일하다. Fig. 3에는 Reynolds analogy를

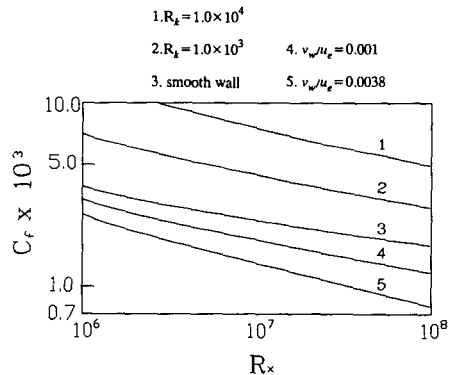


Fig. 2 Variation of skin friction coefficient on the flat plate

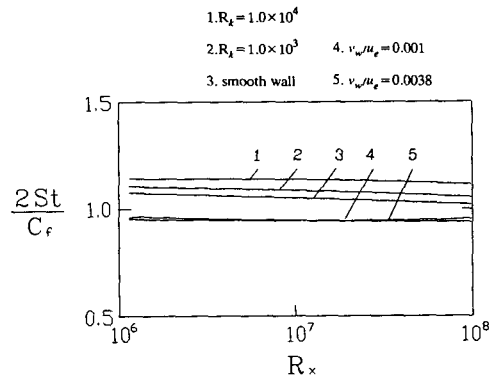


Fig. 3 Variation of Reynolds analogy factor on the flat plate

나타내는 $2.0 \times St/C_f$ 의 변화를 나타내었다. 분출이 있는 경우에는 그 값이 1보다 약간 작음을 알 수 있고, 조도가 있는 경우에는 매끈한 평판에 대한 마찰계수의 증가량에 비해 상대적으로 열전달계수가 증가하여 1.2 정도가 되었다. 이러한 변화는 자유유동의 Mach수 및 벽면의 열전달 경계조건에 따라서 변할 것이다. 그러나 여기서 더 자세한 파라미터의 변화는 시도하지 않았고 간단한 경우의 결과를 확인함으로써 본 계산방법의 합리성을 확인하였다.

6.2 10°-10° 수축 확대 노즐에서의 압축성 열경계층

이상의 검증 과정을 토대로 실제 노즐 형상인 수축 확대 노즐 내의 열경계층의 계산을 수행하였다. 노즐 내의 압축성 유동에 대한 계산 결과를 Back와 Cuffe⁽¹⁶⁾이 실험한 결과와 비교하였다. 여기서 $Pr=0.7$, $\gamma=1.4$ 로 하여 계산하였다. 또한 실험에서 정체온도 T_0 , 정체압력 p_0 가 각각 833K, $1.0 \times 10^6 Pa$ 이며 벽온도는 정체온도의 반으로 주어진다. 실험에서 입구의 속도경계층 두께는 노즐 반경의 0.4배이고 열경계층 두께는 이의 0.45배이다.

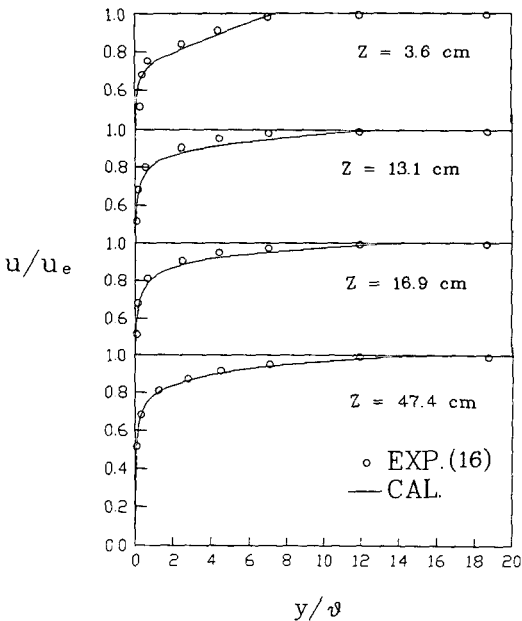


Fig. 4 Calculated and measured velocity profiles in 10°-10° nozzle

이를 적절히 예측하도록 입구에서 속도 및 온도분포를 가정하고 계산을 수행하였다.

Fig. 4과 Fig. 5에는 노즐을 따라서 4개 지점에서 계산된 속도 및 온도분포를 나타내었고 실험에서 예측된 값과 비교하였다. 전체적으로 잘 일치된 결과를 보여주나 노즐 출구에서 온도분포는 약간의 오차를 보인다. Fig. 6과 Fig. 7에는 노즐 벽에서 마찰계수 및 Stanton수를 비교한 결과 실험 결과와 비교적 잘 일치하였다. 이는 본 연구에서 채택된 난류모델이 어느정도 타당하고 수치계산이 합리

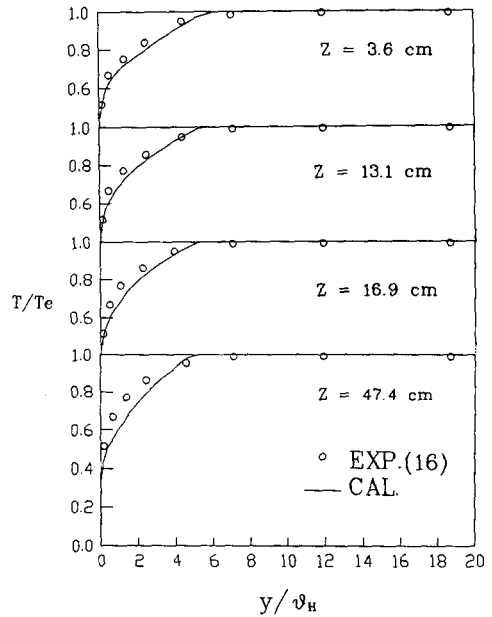


Fig. 5 Calculated and measured temperature profiles in 10°-10° nozzle

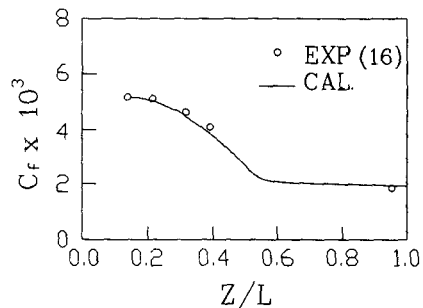


Fig. 6 Skin friction coefficient distribution in 10°-10° nozzle

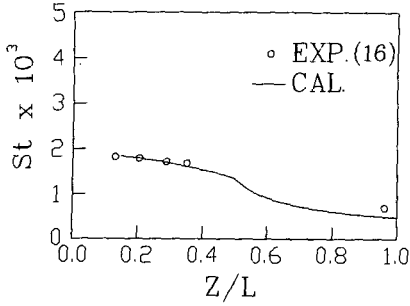


Fig. 7 Stanton number distribution in 10°-10° nozzle

적으로 이루어지고 있음을 나타낸다. 마찰계수는 수축부에서 어느정도 감소하다 $Z=0.52$ 의 목을 지나면서부터 거의 변화가 없었으며 Stanton 수는 전체적으로 완만히 감소하였다.

6.3 NASA 노즐 내의 압축성 열경계층

여기서는 NASA에서 Boldman등⁽¹⁷⁾ 및 Reshotko등^(18,19)이 수축 확대 노즐의 형상, 정체온도 및 압력, 입구조건의 변화 및 벽면 조도의 효과를 고려하여 수행한 여러가지 일련의 실험 결과 중 몇 가지를 선택하여 계산결과와 비교하여 보았다. 계산에서 $Pr=0.7$, $\gamma=1.4$ 으로 하였다. 또한 실험에서 정체온도 T_0 , 정체압력 p_0 가 각각 539K, $2.07 \times 10^6 Pa$ 이며 벽온도는 등온이 아니고 목으로 갈수록 증가하며 출구로 갈수록 낮아진다. 이 실험에서는 입구에 부착된 관의 길이, 직경, 수축부 각도, 조도의 크기 및 벽면의 온도 조건을 바꾸어 실험하였다⁽¹⁷⁾.

먼저 30°~15°노즐의 단열된 입구조건과 냉각된 조건에 대해 비교하였다. 입구의 직경은 16.51cm, 목의 직경은 3.79cm이다. 냉각된 입구라 함은 노즐 입구 직전에 수냉되는 파이프를 연결한 경우로서 노즐 입구에서 열경계층의 두께가 얇게 된다. 따라서 입구의 열경계층의 두께가 전체 노즐내의 열전달에 미치는 효과를 볼 수 있다. 노즐 입구에서 계측된 적분 변수로서, 수냉된 경우에는 $\theta_H=0.143cm$, $\theta=0.160cm$, $\delta^*=0.150cm$ 이고, 단열된 경우에는 $\theta_H=0.000511cm$, $\theta=0.098cm$, $\delta^*=0.118cm$ 이었다. Fig. 8과 Fig. 9에서 예측된 St 수는 실험결과와 전체적으로 잘 일치하는 결과를 보이고 있다. Fig. 8은 노즐 입구에서 열경계층의 두께가 Fig. 9의 경우보다 두꺼운 경우이며, 열경계

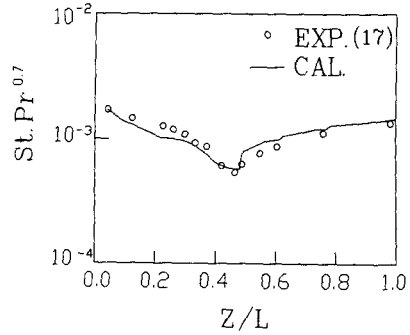


Fig. 8 Calculated and measured Stanton number in 30°-15° nozzle operating with cooled inlet

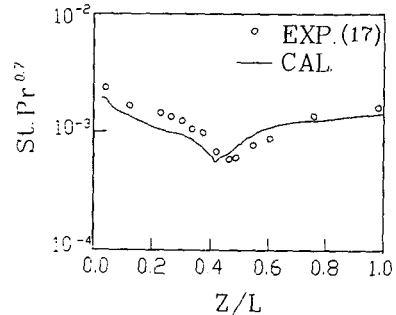


Fig. 9 Calculated and measured Stanton number in 30°-15° nozzle operating with uncooled inlet

층의 두께는 목에서 열전달계수를 상대적으로 감소시키고 있다. 이러한 경향은 계산에서도 예측하고 있다. 전체적으로 볼 때 참고문헌 (17)에서 채택한 적분법에 의한 해석 결과보다는 본 논문에서의 예측 결과는 실험치와 매우 잘 일치하고 있다.

한편 노즐의 수축부분 각도를 증가시킨 60°~15°노즐에 대해서 계산을 수행하였다. 이때 노즐의 입구 직경은 16.51cm, 목의 직경은 3.807cm이다. 입구에서 적분값으로서 $\theta_H=0.143cm$, $\theta=0.160cm$, $\delta^*=0.153cm$ 이다. 목에서의 급격한 면적 변화로 인하여 수축부분에서 유동의 가속이 급격히 이루어지며, 계산결과와 목 부근에서 Fig. 10과 같이 실험치보다 낮게 예측된다. 수축부 각도가 큰 경우에 열전달 계수의 실험치는 약 13% 정도 크게 측정되었으나 계산에서는 10% 정도 낮게 예측되었다. 이러한 오차는 현 단계로서는 확실히 설명하기가 어렵다. 그러나 앞서의 경우와 마찬가지로 적분법에 의한 예측보다 본 연구에서의 계산은 전체적으로 열전달량을 잘 예측하고 있다.

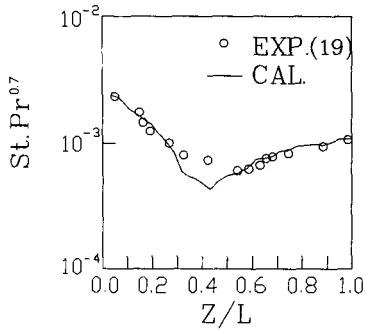


Fig. 10 Heat transfer distribution in 60°-15° nozzle with cooled inlet

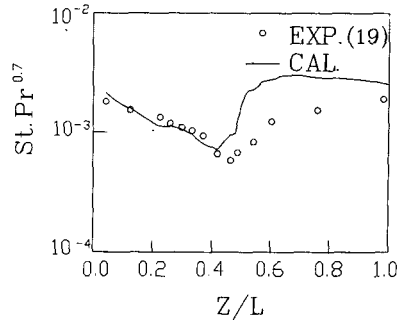


Fig. 12 Effect of surface roughness on heat transfer distribution in 30°-15° nozzle operating with cooled inlet ($k=0.0045\text{mm}$)

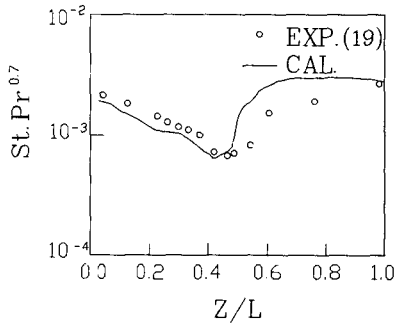


Fig. 11 Effect of surface roughness on heat transfer distribution in 30-15 nozzle operating with cooled inlet ($k=0.0031\text{mm}$)

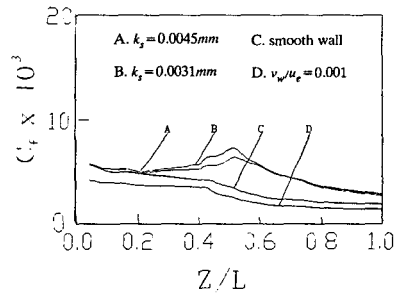


Fig. 13 Effects of surface roughness and blowing on skin-friction in 30°-15° nozzle operating with cooled inlet

벽면 조도의 영향을 고려해 보기 위하여 $k_s=0.0031\text{mm}$ 와 $k_s=0.0045\text{mm}$ 인 경우 계산을 수행하고 결과를 Fig. 11과 Fig. 12에서 각각 비교하였다. 이러한 조도는 Boldman 등⁽¹⁸⁾에서 노즐의 기계가공으로 조도를 변화시킨 양이다. 수축부에서 목까지 예측된 Stanton수는 실험 결과와 잘 일치한다. 그러나 목을 지나서 초음속 영역에서 계산치는 실험치에 비하여 높게 예측된다. 실제 실험에서 조도의 효과는 조도크기에 비례하여 열전달계수를 증가시킨다. 본 노즐에서 0.003~0.005mm 정도의 거칠기는 무차원 조도 k^+ 가 0.5-1.5 사이에서 변하고 이 값이 5보다 작은 경우 공기역학적으로 보통 매끈하다고 생각하기 때문에 매끈한 경우와 차이가 없어야 한다. 그러나 실제의 열전달 증가를 고려하기 위해서 계산에서는 식 (16)을 사용하여 k^+ 가 5 이하에서도 Δy^+ 가 0이 아니라고 하였기 때문에 실험치보다 상당히 높은 결과를 주고 있다. 압축성

경계층에서 k^+ 가 5보다 작은 경우에 정확한 계산은 앞으로 계속 연구되어야겠다. 더구나 실제 추진노즐에서는 단열재의 삭마 또는 연소에 의해서 표면이 매우 거칠게 된다. 추진중에 조도의 심한 증가로 열전달량은 매우 크리라 짐작되고, 추진중에 벽면의 손상은 가속되리라 생각된다. 그러나 이러한 조도의 효과를 고려한 압축성 열경계층의 실험자료는 아직 본 저자의 자료수집 범위 내에서는 구할 수가 없었다. 앞으로 연구되어야 할 과제라고 생각된다.

벽면 분출의 효과를 고려하기 위하여 $\nu_w=cu_e$ 로 가정하고 c 는 0.001로 하였다. 분출은 내열재가 연소 또는 용발할 때 발생하는 반응가스에 의한 효과이므로 열전달량에 비례한다고 가정할 수 있고 질량속도는 단면적에 반비례하므로 분출속도는 코어에서 유동 속도에 비례한다는 위 가정은 일단 합리적이라고 생각된다. 분출의 영향은 평판에서와

마찬가지로 마찰계수를 감소시키나 정확한 양은 알 수 없다. 벽면이 거친 노즐의 목에서 마찰계수는 최고치를 보이는데, 여기서 조도 k_s 를 일정하게 유지하였고 개략적으로 u_r/ν_e 가 노즐 단면적에 반비례하므로 k^+ 는 목에서 최대가 되기 때문이다. 여기서는 앞서 채택한 냉각된 입구관이 연결된 $30^\circ \sim 15^\circ$ 노즐에서 벽면조도와 분출이 벽마찰 계수에 어느정도 영향을 미치는가를 비교하여 보았다. Fig. 13에서 분출에 의해 마찰계수는 다소 감소하며, 조도에 의해서는 마찰계수가 상당히 증가한다. 물론 조도가 실제로 어느 정도의 거칠기인지는 정확히 알 수는 없으나 개략적으로 거칠기의 평균높이라고 생각하면 조도에 의한 마찰계수 및 열전달 계수의 증가는 상당하다고 생각된다. 본 연구에서는 정성적으로 어느 정도 영향이 있느냐에 관심을 두었고, 정량적인 연구는 실험과 병행하여 꾸준히 연구 되어야 하겠다.

7. 결 론

이상의 로켓 추진노즐에서의 열경계층의 해석에 관한 연구를 통하여 얻은 결과를 다음과 같이 정리한다.

(1) 본 연구에서 채택한 조도 및 분출의 효과를 고려한 와점도모델은 평판에서 압축성 열경계층의 해석에 적용한 결과 합리적인 결과를 예측하고 있다.

(2) 실험자료가 있는 간단한 노즐의 열경계층에 본 프로그램을 적용한 결과 벽면이 매끈한 경우에는 여러 가지 실험조건에 대하여 계산 결과가 실험 결과와 잘 일치함을 보이고 있다.

(3) 두 가지 형상의 노즐을 채택하고 계산한 결과 벽면 분출은 대체적으로 경계층을 두껍게 하고 마찰저항 및 열전달을 감소시키는 효과가 있다. 한편 조도는 경계층을 두껍게 하며 동시에 마찰저항과 열전달을 상당히 증가시키며, 특히 이러한 현상은 노즐의 목 부근에서 현저하였다. 그러나 계산결과를 충분히 검증할 수 있는 실험적 연구는 아직 부족하기 때문에 정량적 결론을 내리기는 어렵다.

이상의 연구를 통해 로켓노즐에서 벽면의 조도 및 분출의 효과는 상당히 크며 이는 앞으로 신중히 연구되어야 할 문제라고 생각된다. 특히 조도 및 분출과 동시에 복사 및 화학반응을 고려해야 하는 로켓 노즐에 관한 문제는 앞으로 많은 연구가 수행

되어야 하겠다.

參 考 文 獻

- (1) Bartz, D.R., 1965, "Turbulent Boundary Layer Heat Transfer from Rapid Accelerating Flow of Rocket Combustion Gases and Heated Air", *Advances In Heat Transfer*, Vol. 2, Academic Press.
- (2) Boldman, D.R., Schmidt, J.F. and Ehlers, R.C., 1972, "Prediction of Local and Integrated Heat Transfer in Nozzle Using an Integral Turbulent Boundary Layer Method", NASA TN D-6595.
- (3) Cebeci, T. and Smith, A.M.O., 1974, "Analysis of Turbulent Boundary Layers", Academic Press.
- (4) Cebeci, T., 1970, "Calculation of Compressible Turbulent Boundary Layers with Heat and Mass Transfer", AIAA Paper No. 70-741, July.
- (5) Cebeci, T. and Bradshaw, P., 1977, "Momentum Transfer in Boundary Layers", McGraw Hill.
- (6) Cebeci, T. and Bradshaw, P., 1984, "Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer", Springer-Verlag.
- (7) Keller, H.B. and Cebeci, T., 1972, "Accurate Numerical Methods for Boundary Layer Flows II : Two Dimensional Flows", AIAA J. Vol. 10, No. 9, Sept., pp. 1193~1199.
- (8) Harris, J.E., 1971, "Numerical Solution of Equations for Compressible, Laminar, Transitional, and Turbulent Boundary Layers and Comparisons with Experimental Data", NASA TR R-368.
- (9) Harris, J.E. and Blanchard, D.K., 1982, "Computer Program for Solving Laminar, Transitional, or Turbulent Compressible Boundary-Layer Equations for Two-Dimensional and Axisymmetric Flow", NASA TM-83207.
- (10) Blottner, F.G., 1974, "Variable Grid Scheme Applied to Turbulent Boundary Layers", *Compt. Methods Appl. Mech. & Eng.*, Vol. 4, No. 2, Sept., pp. 179~194.
- (11) Chang, K.C. and Cebeci, T., 1984, "Numerical Aspects of Turbulence Model", *International Symposium on Computational Fluid Dynamic-Tokyo*.
- (12) Probst, R.F. and Elliott, D., 1956, "The Transfer Curvature Effect in Compressible Axially Symmetric Laminar Boundary Layer Flow", *J. Aeronaut. Sci.*, Vol. 23, No. 3, Mar, pp. 208~224.
- (13) 김성훈, 1989, "로켓 노즐내의 열경계층 해석", 서울대학교 석사학위 논문.
- (14) Boldman, D.R., Schmidt, J.F. and Ehlers, R.C.,

- 1967, "Effect of Uncooled Inlet Length and Nozzle Convergence Angle on the Turbulent Boundary Layer and Heat Transfer in Conical Nozzles Operating With Air", *J. Heat Transfer*, Vol. 89, No. 4, Nov., pp. 341~350.
- (15) Boldman, D.R., Neumann, H.E. and Schmidt, J.F., 1967, "Heat Transfer in 30 and 60 Half Angle of Convergence Nozzle With Various Diameter Uncooled Pipe Inlets", NASA TN-D-4177.
- (16) Back, L.H. and Cuffel, R.F., 1971, "Turbulent Boundary Layer and Heat Transfer Measurements along a Convergent-Divergent Nozzle", *J. Heat Transfer*, Vol. 93, No. 4, Nov., pp. 397~407.
- (17) Boldman, D.R. and Graham, R.W., 1972, "Heat Transfer and Boundary Layer in Conical Nozzles", NASA TN D-6594.
- (18) Reshotko, M., Boldman, D.R. and Ehlers, R.C., 1970, "Effect of Roughness on Heat Transfer in Conical Nozzles", *Augmentation of Convective Heat and Mass Transfer*, Berglers, A.E. and Webb, R.L., eds., ASME, pp. 63~69.
- (19) Reshotko, M., Boldman, D.R. and Ehlers, R.C., 1970, "Heat Transfer in 60 Half Angle of Convergence Nozzle with Various Degrees of Roughness", NASA TN D-5887.